

공간 능력과 공간 기하적 사고에서 SketchUp 활용의 효과 -중학교 1학년 입체도형의 측정 단원을 중심으로-

이현희(이화여자대학교 대학원)
김래영(이화여자대학교)[†]

I. 서론

대형할인마트에서 팩우유를 무조건 한 상자에 만원이 라는 특가 판매를 한다고 하자. 우리는 가장 많은 팩우 유를 가져오기 위하여 어떠한 모양의 상자를 선택하여 어떻게 넣어야 하는지 고민할 것이다. 팩우유의 부피를 판단하고, 팩우유의 부피로 상자를 채워나갈 때 가장 많 이 들어갈 수 있는 상자가 무엇인지 비교한다. 즉 상자 의 공간을 지각하고 그 상자를 팩우유의 크기로 구조를 파악해나간다. 이처럼 공간을 지각하고 관계를 파악하는 것을 ‘공간능력’이라고 하며, 특히 마음속에 상자의 공간 을 생각하고 회전시킨 모습을 상상할 수 있는 것을 ‘공 간시각화’, 공간을 부분으로 나누고 다시 재조직하여 공 간의 구조를 파악하는 능력을 ‘공간방향화’라고 한다 (Tartre, 1984).

이 능력은 실생활뿐 만 아니라 중·고등학교의 수학교 과에서도 여러 내용 영역과 많은 연관성을 갖고 있다. Fennema(1979)는 모든 수학과제는 공간적 사고를 요구 하며, 공간을 지각하는 능력은 수학에서 요구되는 다양 한 능력과 밀접한 관계가 있음을 주장하였다.

우리나라 초·중학교의 수학 교과 기하 영역에는 입체 도형을 펼쳐보고, 접어보고, 자르고, 쌓는 등의 활동을 제시하고 있으며, 이를 활용하여 간단한 입체도형의 부 피를 구하는 활동이 포함되어 있다. 그러나 현재 우리나라

라 수학과 교육과정은 입체기하보다 평면기하에 중점을 두어 다루고 있으며, 특히 중학교에서는 평면도형의 형 식적 정당화를 강조하여 가르치고 있다(고상숙, 정인철, 박만구, 2009; 나귀수, 2009). 다시 말하면, 수학 교과 내 의 입체도형 단원은 공간 능력과 매우 밀접한 관련이 있 음에도 불구하고, 공간 능력을 기를 수 있는 역할은 제 대로 하지 못하고 있다고 볼 수 있다.

오랜 세월동안 많은 연구자들은 공간능력과 공간 기 하적 사고를 분리하여 활발히 연구해 왔다(권오남, 2002; 고상숙 외, 2009; Battista & Clements, 1996; Clements & Sarama, 2007; Lean & Clements, 1981; McGee, 1979; Tartre, 1984, 1990). 그러나 최근 들어 Pittalis & Christou(2010)는 공간능력은 공간 기하적 사고와 서로 밀접한 관계를 갖고 있으며, 공간 기하적 사고를 향상시 킬 수 있는 수업을 통하여 공간능력을 함께 향상시킬 수 있음을 주장하였다. 특히, 교구 또는 공학 도구를 활용한 수업이 공간능력과 공간 기하적 사고를 향상시킬 수 있 음을 밝혔다(고상숙 외, 2009; 전평국, 정부용, 2003). 최 근 들어, 공학도구 중에서도 SketchUp은 3차원 표현이 쉽고 조작성이 간단하다는 점에서 초·중등 기하 단원의 새로운 학습도구로써 주목받기 시작했다(김주일, 2012; 이해미, 2008; Kurtulus & Uygan, 2010).

위의 선행연구들을 종합하여 볼 때, 공간능력은 교과 내외를 막론하고 매우 중요하며, 공간 기하적 사고를 길 러줌으로써 향상될 수 있음이 밝혀졌다. 그러나 이러한 연구들은 공간능력과 공간 기하적 사고가 학습을 통해 길러질 수 있는가에만 중점을 두는 단편적인 수업방안에 국한되어 있다. 실제 학교 수학교육에서 학습되어야 하 는 수학적 지식과 더불어, 공간능력과 공간 기하적 사고 를 함께 향상시킬 수 있는 교수학습활동 방안에 대한 연 구는 매우 미흡하다. 공간능력은 실생활과 밀접하기 때

* 접수일(2013년 07월 15일), 수정일(2013년 08월 14일), 게재확 정일(2013년 11월 12일)

* ZDM분류 : U73

* MSC2000분류 : 97U70

* 주제어 : SketchUp, 공간시각화, 공간방향화, 공간 기하적 사 고, 공간 구조화, 측정, 입체도형

† 교신저자

문에 모든 학생들이 배울 수 있도록 정규 수업과정에서 이루어져야 한다. 그러므로 학교 정규 수업에서 적용할 수 있는 효과적인 입체도형 단원의 교수학습활동을 제시하고, 그 효과를 분석해 보고자 하였다.

선행 연구에서 중학수학에서의 공간능력 향상을 위한 연구는 많이 이루어지지 않았으며, 특히 교육과정에 맞추어 교과서 위주로 지도하는 학교 여건 속에서 적용 가능한 수업 연구는 적은 편이다. 그러므로 입체도형의 단원에서 동적 소프트웨어를 활용하여 중학교 정규 수업과정에서 이루어질 수 있는 교수학습모델이 개발될 필요가 있으며, 이는 개념 이해에 있어 혼란을 줄이고 좀 더 올바른 이해가 가능하도록 하는데 도움이 될 수 있을 것이다.

이에 본 연구는 공학 도구 중에서 입체도형을 가르치는데 특히 효과적인 SketchUp을 교수학습활동을 통하여 이것이 공간능력과 공간 기하적 사고에 어떠한 영향을 미치는지 알아본다. 특히, 중학교 1학년의 입체도형의 부피 측정 단원을 중심으로 분석해 보고자 한다.

II. 이론적 배경

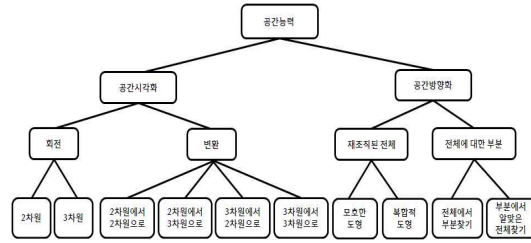
1. 공간능력(Spatial ability)

공간능력은 오랜 세월 동안 많은 연구자들에게 관심의 대상이 되었으며, 그에 대한 연구도 활발히 진행되어 왔다. 초기에는 공간능력이 지능의 한 부분을 이루고 있음을 확인하고, 그러한 공간능력을 어떻게 정의하고 세부적인 요인들을 어떻게 분류할 것인가에 대한 연구가 주를 이루었다. 공간능력에 대한 정의는 연구자마다 다양하며 세부 요인에 대해서도 약간의 차이가 있지만, 공통적으로 공간능력을 ‘제시된 대상을 머릿속으로 회전하거나 방향을 바꾸는 조작을 할 수 있는 능력’으로 정의하고, 크게 ‘공간시각화’와 ‘공간방향화’로 구분하였다(Ekstrom et al., 1976; McGee, 1979; Tartre, 1984).

‘공간시각화’는 ‘마음속의 사물을 회전할 수 있는 능력’이고, ‘공간방향화’는 ‘공간 안에 있는 요소의 배열을 이해하고 방향을 변화시켜도 혼돈하지 않고 유지할 수 있는 능력’이라 정의한다(McGee, 1979).

Tartre(1984)는 McGee(1979)의 정의를 인용하면서 공간능력을 구성하는 ‘공간시각화’의 하위요인으로 ‘회전’과

‘변환’, ‘공간방향화’의 하위요인으로 ‘재조직된 전체’, ‘전체의 부분’으로 세분화하여 [그림 1]과 같이 분류하였다.



[그림 1] 공간능력의 분류 (Tartre, 1984)

[Fig. 1] Classification of spatial ability (Tartre, 1984)

위와 같은 공간능력의 정의와 세부 요인들을 기준으로 하여, 학생 개개인이 어떤 공간능력을 얼마나 가지고 있으며, 어떻게 하면 그 능력을 향상시킬 수 있는가에 초점을 맞추어 연구하기 시작했다.

공간능력을 향상시키기 위한 도구로 교구를 활용할 것을 강조하고, 교구의 활용이 공간시각화 과정에서 유의미한 영향을 미친다는 연구가 있다(고상숙 외, 2009; 진평국, 정부용, 2003). 이 연구는 입체도형인 만큼 교구를 활용하여 실제 공간에서 회전시켰을 때 어떻게 변화되는지, 어떻게 보이는지 활동해봄으로써 공간시각화 가 향상되었음을 보여준다. 그러나 교구 활용은 공간상의 제약, 학교 실정의 여건 등의 문제로 교구활용이 어려울 수 있다는 단점을 지닌다는 것 또한 제시하고 있다. 고상숙 외(2009)는 공학 도구를 활용한 수업으로 공간능력을 향상시킬 수 있는 기하 학습 자료를 제시하였고, 김주일(2012)은 초등학생을 대상으로 공학 도구 중의 하나인 SketchUp을 활용한 입체도형의 수업이 공간시각화를 향상시킴을 보였다.

2. 공간 기하적 사고(3D geometric thinking)

공간 기하적 사고는 ‘주어진 3차원의 도형에 관한 문제를 해결하기 위하여 사용하는 수학적 지식과 능력을 모두 포함하는 생각 활동’이라 정의한다(Pittalis et al., 2010). 즉, 기하 문제를 해결하는 과정에서 사용하는 모든 수학적 지식과 3차원의 도형을 상상하고 조작하는 능력을 이용하여 해결해 가는 모든 활동을 의미한다. Pittalis & Christou(2010)는 기존의 공간 기하 사고에

관한 연구와 학교 교육과정과 학생들에게 요구되는 능력을 기반으로 공간 기하적 사고의 유형을 ‘3차원 도형의 표현(Representing 3D object)’, ‘수학적 성질의 개념화(Conceptualization of mathematical properties)’, ‘공간 구조화(Spatial structuring)’, ‘측정(Measurement)’으로 구분하였다.

1) 3차원 도형의 표현

‘3차원 도형의 표현’ 사고는 평면 또는 공간에 다양하게 표현된 입체도형을 인지하고 조작할 수 있으며, 조작했을 때의 모습을 예측하여 나타내는 활동을 의미한다(Pittalis & Christou, 2010). 종이 위에 그려진 겨냥도를 보고 어떤 입체도형인지 알 수 있고, 입체도형의 전개도를 상상해 보거나 잘라냈을 때 단면을 그려보는 것 등이 이에 해당한다.

2) 수학적 성질의 개념화

Markopoulos(2003)은 3차원 도형의 성질을 개념화하는 것을 ‘입체도형의 구성요소들이 어떻게 연결되어 있는지를 알고, 구조 부분들 사이의 공통점과 차이점을 비교하는 것’이라 정의한다. 두 도형을 비교하여 같은 도형인가 아닌가를 판단하거나 도형을 구성하는 요소를 파악하는 활동이 이에 포함된다.

3) 공간 구조화

Battista et al.(1996)는 공간 구조화를 ‘물체 또는 물체의 집합이 어떠한 형태로 구성되어 있는지 정신적으로 조직해보는 활동’으로 정의한다. 3차원의 직육면체를 구성하는 큐브의 개수를 세는 활동과 공간의 구조를 이해할 수 있는 능력이 서로 상호보완적 관계에 있음을 밝혔으며, 직육면체를 구성하는 큐브의 집합을 개념화하는데 사용하는 추론 유형을 [표 1]과 같이 다섯 가지 형태로 구분하였고, 각각의 세부 유형을 나타내었다.

추론 유형은 층을 단위로 하느냐의 여부에 따라 크게 나누고, 층을 단위로 하지 않는 경우는 다시 줄을 단위로 하는 경우, 안-밖을 단위로 하는 경우, 분해 과정 없이 단위도형의 수를 센 경우로 나누었다. 입체도형을 면으로 분해하여 구조를 이해하는 경우는 중복하여 도형을 세었으며, 단위도형의 면과 부피를 혼용하여 사용한 결

과로 볼 수 있다.

Battista et al.(1996)는 초등학교 3학년과 5학년을 대상으로 ‘공간 구조화’ 과정을 분석하였다. 대부분의 학생들은 층을 사용하지 않고 공간을 채우는 단위로 분석(유형 B)하거나 면으로 분해(유형 C)하려고 하였으며, 이 유형에 속한 학생들은 단위도형의 개수를 정확히 파악하지 못하는 것으로 나타났다. 반면 층을 단위로 추론한 학생(유형 A)의 비율은 매우 낮았으나, 이 추론 유형을 선택한 학생들의 정답률은 가장 높았다.

[표 1] 공간구조화에서 사용되는 추론 유형 (Battista et al., 1996)

[Table 1] Students' reasoning patterns in spatial structuring (Battista et al., 1996)

공간 구조화 유형 분류	세부 유형
A. 층(layer)을 조직화하여 직육면체의 형태 이해하기	<ol style="list-style-type: none"> 1. 한 층에 포함되는 큐브의 수를 층의 개수로 곱함 2. 각 층에 포함되는 큐브의 수를 구하여 더함 3. 층으로 분해하였지만 한 층에 포함되는 큐브의 수를 잘못 구함
B. 층(layer)을 사용하지 않고 공간을 채우는 단위(space-filling)로 조직화하여 직육면체의 형태 이해하기	<ol style="list-style-type: none"> 1. 줄(column/row)을 단위로 생각하여 큐브의 수를 정확히 구함 2. 줄(column/row)을 단위로 생각하였지만, 한 줄에 포함되는 큐브의 수를 잘못 구함 3. 안-밖(inside-outside)을 나누어 체계적으로 큐브의 수를 셈 4. 체계적이지 않아 큐브의 수를 중복하여 세거나 생략하여 큐브의 수를 잘못 구함
C. 직육면체의 면(face)을 중심으로 직육면체의 형태 이해하기	<ol style="list-style-type: none"> 1. 종이 그려진 직육면체의 보이는 세 개의 면을 구성하는 큐브의 수를 모두 셈 2. 직육면체의 여섯 개의 모든 면을 구성하는 큐브의 수를 셈 3. 밖에 보이는 면의 큐브의 수를 모두 세었지만, 면 단위로 구성하지는 않음
D. 공식 (가로×세로×높이) 사용하여 직육면체의 형태 이해하기	
E. 그 외	한 면의 정사각형의 수와 다른 면의 정사각형의 수를 곱하여 계산함

4) 측정

3차원 공간 기하적 사고 중의 ‘측정’ 사고는 입체도형의 겹넓이 또는 부피를 계산하는 활동을 의미한다(Pittalis & Christou, 2010). Battista(2004)는 앞에서 제

시한 공간을 구조화 하는데 사용한 추론 유형을 분류한 것을 바탕으로, 3차원 도형의 부피 측정에 관한 학생들의 공간 기하적 사고를 분명하고 명확하게 분석할 수 있는 일반적인 일곱 가지 수준의 모델을 제시하였다. [표 2]는 3차원 도형의 부피에 관한 공간 기하적 사고의 수준을 나타낸 것이다.

[표 2] '부피 측정'에서의 공간 기하적 사고 수준 분류 (Battista, 2004)
[Table 2] Levels of sophistication in students' understanding of volume measurement (Battista, 2004)

수준	내용
1수준	단위도형의 부재
2수준	단위도형 이용의 시작 (중복 세기 있음)
3수준	층(layer)을 사용하지 않고 3차원 도형의 구조를 어느 정도 파악하려고 시도하나 실패 (중복 세기 없음)
4수준	3차원 도형을 층(layer)으로 나누어 전체의 구조를 파악하려고 시도하나 실패
5수준	층(layer)을 사용하지 않고 3차원 도형의 구조를 정확히 파악
6수준	3차원 도형을 층(layer)으로 나누어 전체의 구조를 정확히 파악
7수준	도형 안의 들어가는 큐브 수 세기 활동과 공간을 구조화 하는 사이의 관계를 이해하고 정확히 추론

3. 공간능력과 공간 기하적 사고의 관계

Pittalis et al.(2010)은 공간 능력과 공간 기하적 사고에서의 추론은 다른 이론적 구조를 가지나, 공간 능력은 공간 기하적 사고에서의 추론을 강력하게 예측할 수 있는 요인이며 서로 밀접한 관계가 있음을 주장하였다. 공간능력은 공간 기하적 사고에 직접적으로 영향을 미치며, 이는 공간능력을 향상시킴으로써 공간 기하적 사고를 기를 수 있음을 암시한다.

4. 수학교육에서 공학도구로서의 SketchUp

SketchUp은 3D 모델링 프로그램으로 28개의 도구 아이콘으로 이루어져 있으며, 이 도구를 이용하면 공간에서의 입체도형을 쉽게 그릴 수 있다. 예를 들어 면을 선택하고, '밀기/끌기' 기능을 이용하여 마우스 이동으로 돌출시키거나 함몰시켜 다양한 형태의 입체도형을 만들 수 있다. 아이콘의 이미지로만으로도 충분히 그 기능을 알 수 있으며, 한글 버전이 존재하여 저학년의 학생들도

충분히 다룰 수 있는 것이 특징이다. 또한 plug-in의 '진개도 펼치기' 기능을 활용하여 입체도형을 한 면씩 펼쳐보고 다시 접어보는 활동을 할 수 있으며, 입체도형의 겨냥도와 전개도의 관계를 정확히 파악할 수 있다.

도형을 가르치기 위해 사용 되었던 기존의 공학도구로는 GSP, Geogebra, Poly & WinGeom 등이 있다. GSP나 Geogebra의 경우, 2차원에서의 도형을 작도할 수 있도록 구성되어 있기 때문에 3차원 입체도형에 대한 지도가 어렵다. 또한 Poly & WinGeom은 키보드나 마우스를 이용하여 입체도형의 모양이나 크기, 각도, 위치 등을 학생들 스스로 표현할 수 있지만 도형을 회전시키거나, 시점을 변환시킬 수 없다(김주일, 2012).

다양한 관점에서 입체도형을 확인하고 입체도형을 회전시킬 수 있다는 점에서 SketchUp은 공간능력과 공간 기하적 사고를 기를 수 있는 유용한 공학도구라고 판단된다. 실제로 SketchUp은 여러 교과에서 교육적 목적으로 사용하도록 권고하고 있으며, 'Google SketchUp Teacher Guide'와 같이 수학·과학에서의 학년별 프로젝트형 수업 콘텐츠가 개발되어 보급되었다. 또한 미국 교사들 사이에서는 SketchUp을 활용한 지도방안에 대한 관심이 증가하고 있다(Livingstone & Fleron, 2012; Shafer, Severt, & Olson, 2011). 최근 들어 국내외의 몇몇의 연구자들은 SketchUp을 활용한 활동이 공간능력에 미치는 영향에 대하여 연구하였는데(김주일, 2012; 이혜미, 2008; Kurtulus & Uygur, 2010), SketchUp을 활용한 활동이 초등학교 학생들의 공간시각화를 향상시키며(김주일, 2012), 공간 기하적 사고에 긍정적인 영향을 미친다고 주장하였다(이혜미, 2008). 또한 Kurtulus & Uygur(2010)은 SketchUp을 활용한 활동이 예비교사들의 공간시각화에 미치는 영향에 대하여 연구하였다.

위의 연구들은 모두 SketchUp이 다른 동적 소프트웨어의 대안으로서 기하 교육에서 '공간시각화'와 공간 기하적 사고를 효과적으로 기를 수 있음을 보여주고 있다.

III. 연구방법

1. 연구대상 및 연구절차

본 연구는 서울특별시 소재 M중학교 1학년 총 4개 학급 122명의 남학생을 연구 대상으로 하였다. 기존 학

급을 기준으로 전체 학생의 성적 및 평소 수업 태도를 분석하여 7개 학급 중 비슷한 수준으로 판단되는 4개 학급을 선정하였다. 연구가 시작된 2012년 11월 당시, 모든 학급은 중학교 1학년 기하 영역의 'VI. 평면도형'까지 학습한 상태이며, 'VII. 입체도형' 단원을 처음부터 끝까지 학습하는 동안 진행되었다. 공간능력과 공간 기하적 사고의 변화를 알아보기 위하여 수업 전후에 사전검사와 사후검사를 실시하였다.

두 개 학급은 기존의 전통적인 교수학습활동을 하는 통제집단(61명)으로, 두 개 학급은 SketchUp을 활용한 교수학습활동을 하는 실험집단(61명)으로 구분하였다. 그러나 개인의 사정으로 학교를 결석하게 되어 사전검사와 사후검사 중 하나라도 참여하지 못한 학생들은 그 차이를 비교해 볼 수 없으므로 분석 대상에서 제외하였고, 최종적으로 통제집단(57명), 실험집단(55명)으로 구성하였다.

이들은 본 연구자가 수학을 담당하여 가르치는 학급이고, 기존의 학교 정기고사의 성적은 평균 70.1, 70.4로 비슷하였다. 또한 두 집단의 사전검사에서 보여진 공간능력의 차이는 t -검정 결과 유의수준 .05에서 차이가 없는 것으로 나타났다($t=0.260$). 또한 사전검사에서 공간 기하적 사고의 유형의 분포가 매우 유사하여 두 집단은 동질집단으로 간주될 수 있다.

1차 자료 수집은 10차시의 교수학습활동이 이루어지기 전후에 이루어졌다. 사전검사와 사후검사에서 공간능력이 차이가 있는지 t -검정을 통하여 분석하였다. 사전검사와 사후검사에서 학생들이 서술한 답안의 패턴을 분류하여, 학생들이 문제를 해결해가는 과정에서 보이는 추론 유형을 분석하였다. 서술한 답안으로는 추론 과정이 이해하기 힘든 경우가 있어 추가적인 설명이 요구되었다. 그래서 2차 자료 수집으로 두 집단에서 공간능력 점수를 기반으로 크게 상, 중, 하 수준으로 나누어, 각각 두 명의 학생 총 6명을 선택하여 인터뷰를 진행하였다.

2. 검사도구

Ekstrom et al.(1976)과 Hegarty et al.(2004), Pittalis & Christou(2010)가 제시한 검사지를 기반으로 문항을 개발하였다. 문항의 유형은 같으나 제시하는 도형은 정다면체와 같은 중학교 1학년에서 배우는 입체도형으로

수정하는 형태로 이루어졌다. 개발한 문항을 가지고 사전검사와 사후검사에서 사용한 사전검사와 사후검사를 동형으로 구성하였다. 각 검사지는 객관식 4문항, 주관식 6문항으로 크게 총 10문항으로, 하나의 입체도형에 관하여 여러 방법으로 생각해 볼 수 있도록 소 문항들을 구성하여 총 18개 문항으로 구성하였고, 그 내용은 [표 3]과 같다.

[표 3] 검사지의 문항별 내용
[Table 3] Structure of the test

문항	내용
문항 1	보기로 제시된 입체도형 간의 비교를 통하여 펼쳐진 전개도를 접었을 때의 정확한 입체도형의 모습을 찾을 수 있는가?
문항 2	보기로 제시된 전개도 간의 비교를 통하여 입체도형을 펼쳤을 때의 정확한 모습을 찾을 수 있는가?
문항 3	입체도형을 보는 관점을 변화시켰을 때의 모습을 보기에서 찾을 수 있는가?
문항 4	입체도형의 조작 활동을 이해하고 다른 입체도형에서 적용할 수 있는가?
문항 5-1	평면에 그려진 입체도형(다면체)을 바르게 인지하여 면의 개수를 셀 수 있는가?
문항 5-2	주어진 입체도형(다면체)의 전개도를 정확하게 나타낼 수 있는가?
문항 6-1	입체도형(회전체)을 밑면에 수직으로 잘랐을 때를 다양하게 생각해 낼 수 있고, 단면을 정확히 나타낼 수 있는가?
문항 6-2	두 입체도형(회전체)의 전개도를 바르게 그리고, 두 전개도를 구성하는 요소를 비교 분석할 수 있는가?
문항 7-1	주어진 전개도를 접었을 때의 입체도형(정다면체)을 정확하게 나타낼 수 있는가?
문항 7-2	두 입체도형(정다면체)을 구성하는 요소를 중심으로 비교·분석할 수 있는가?
문항 8-1	평면에 그려진 입체도형(정다면체)을 바르게 인지할 수 있는가?
문항 8-2	한 입체도형(정다면체)의 두 점 사이를 잇는 선분의 길이를 논리적으로 비교할 수 있는가?
문항 9-1	입체도형(다면체)을 보는 관점을 변화시켰을 때의 모습을 바르게 나타낼 수 있는가?
문항 9-2	입체도형을 구성하는 단위도형의 개수를 논리적으로 셀 수 있고, 이를 활용하여 구조를 바르게 파악할 수 있는가?
문항 9-3	공간의 구조와 부피와의 관계를 바르게 이해하고 부피를 바르게 구할 수 있는가?
문항 10-1-1 10-1-2	입체도형(회전체)을 회전축을 포함하는 단면을 상상하여, 입체도형을 만들기 위해서 회전시킨 도형을 찾을 수 있는가?
문항 10-2	입체도형(회전체)을 보는 관점을 변화시켰을 때의 모습을 바르게 나타낼 수 있는가?

위의 문항들을 공간능력과 공간 기하적 사고 유형에 따라 구분하면 [표 4]와 같이 분류할 수 있다.

[표 4] 문항별 공간능력과 공간 기하적 사고 유형 구분
 [Table 4] Categorization of the items in spatial ability and 3D geometric thinking

공간 기하적 사고	문항내용		공간능력	
	세부내용	문항번호		
3차원 도형의 표현	앞, 옆, 위에서의 모습 인식	3, 9-1, 10-1-1, 10-1-2	공간방향화	전체에서 부분 찾기
	거냥도 접기	1, 7-1		2-3변환
	전개도 펼치기	2, 5-2	공간시각화	3-2변환
	단면 인식	6-1, 10-2		
도형 인지	5-1, 8-1	3차원 회전		
수학적 성질의 개념화	구조적 요소 파악하기	8-2	공간방향화	전체에서 부분 비교하기
	두 도형 간 비교	4, 6-2, 7-2		복합적 도형
공간 구조화	도형 구성하는 단위도형 개수	9-2		
측정	부피 구하기	9-3		

3. 교수학습활동

학생들에게 제시된 과제와 차시별 내용은 다음의 [표 5]와 같다.

[표 5] 10차시 교수학습활동의 차시별 내용
 [Table 5] Overview of the ten lessons

차시	단원명	내용
1차시	1.입체도형의 성질	다면체의 정의 알기 및 다양한 8면체 그리기
2차시		자신이 그림 8면체의 전개도 그리기
3차시		정다면체 정의 및 성질 알기
4차시		정다면체의 종류알기 및 정다면체 그려보기
5차시	1.입체도형의 성질	회전체 이해하기 및 회전체를 이용하여 나만의 컵 그리기
6차시		나만의 컵의 단면 알아보기
7-8차시	2.회전체	다면체와 회전체 활용하여 미래의 내가 살고 싶은 땅콩 집 만들기
9차시	2.입체도형의 측정	나의 땅콩 집 겹넓이 구해보기
10차시		나의 땅콩 집 부피 구해보기

본 연구를 위하여 두 집단의 교수학습활동에서 이루어지는 모든 활동의 내용은 동일하되, 학습자의 활동에 사용되는 도구에만 차이가 있었다. 즉, 두 집단 모두 개

별 활동을 분석 단위로 하였으며, 전통집단의 경우 활동지와 필기구만을, 실험집단의 경우 SketchUp을 활용하여 학생들이 직접 입체도형을 그려보는 활동을 하였다.

단, 실험집단의 경우는 SkechUp의 조작 방법을 익힐 수 있는 시간이 필요하므로 간단하게 도형을 그려봄으로써 메뉴의 기능을 알아가는 한 차시의 수업을 추가하였다(0차시). SketchUp의 아이콘 중심의 인터페이스와 조작의 간편함 때문에 한 차시의 수업을 통해서도 충분히 기능을 익힐 수 있었다.

4. 자료 분석

본 연구에서는 입체도형의 측정 단원을 중심으로 분석해보고자 한다. 공간 기하적 사고의 세부내용별로 상관관계를 분석해 본 결과, ‘측정’은 ‘공간구조화’와 높은 양적 상관관계가 있으며($r=0.696, p=.000$), ‘3차원 도형의 표현’에서 도형을 인지하고($r=0.375, p=.000$), 앞, 옆, 위에서의 모습을 인식하는 것($r=0.481, p=.000$) 또는 잘랐을 때의 단면을 인식하는 것($r=0.413, p=.000$)과 양적 상관관계가 있었다. 입체도형의 부피를 구하기 위해서는 입체도형을 부분으로 나누어 부분도형으로 구성하고 각 부분도형의 부피의 합으로 계산한다. 이는 공간을 구조화하는 것을 기반으로 하고 있으며, 공간을 바르게 구조화하기 위해서는 입체도형을 공간에서 바르게 인지하고 관점을 바꿨을 때의 모습을 바르게 인식할 수 있어야 한다는 것을 의미한다. 이는 공간능력의 관점에서 보았을 때, ‘공간 시각화’와 ‘공간 방향화’ 능력이 모두 필요하다고 판단된다. 이에 모든 문항을 공간능력의 세부요인으로 분류하고, 문항의 해결 유무에 따라 1점씩 부과하여 각 세부요인별로 공간능력을 측정하였다.

학생들이 검사지에 서술한 답안과 인터뷰의 내용을 Pittalis & Christou(2010)의 분류기준에 따라 구분하고, 위에서 ‘측정’ 사고와 높은 상관관계를 보인 ‘공간구조화’와 ‘3차원 도형의 표현’의 세 가지 세부내용에 집중하여 분석하였다. ‘3차원 도형의 표현’에 관한 답안을 분석해 본 결과 학생들이 입체도형을 표현하거나 성질을 나타낼 때는 크게 ‘모양’, ‘크기’, ‘방향’의 요인을 고려하느냐에 따라 추론 유형이 결정되는 것을 볼 수 있었다. 그래서 [표 6]과 같이 세 요인의 고려 여부에 따라 8가지 유형으로 분류하여 분석하였다. ‘공간 구조화’와 ‘측정’에 관

해서는 Battista et al.(1996)이 제시한 분석들을 참고하였으나, 공간을 채우는 단위(space-filling)로 분석한 유형을 세분화하고, 학생들의 답안에서 나타난 기존의 분석들에서 볼 수 없었던 유형을 모두 추가하였다. 이렇게 완성된 분석들을 바탕으로 코딩 스킴을 나타내면 다음의 [표 6]과 같다.

[표 6] 코딩 스킴
[Table 6] Coding scheme

공간 기하적 사고	유형별 추론의 세부 분류	코드
3차원 도형의 표현	입체도형을 구성하는 점, 선, 면의 모양, 크기, 방향을 모두 고려	FSO
	모양, 크기를 고려	FS
수학적 성질의 개념화	모양, 방향을 고려	FO
	크기, 방향을 고려	SO
	방향만 고려	O
	크기만 고려	S
	모양만 고려	F
	모두 고려하지 않음	N
공간 구조화	입체도형을 단위도형을 인지 못함	1U / 0U
	분해과정 없이 단위도형 인지 층으로 분해	1E / 0E
측정	층 단위로 분해	1L / 0L
	안과 밖으로 분해	1C / 0C
	면으로 분해	1J / 0J
	전체에서 부분으로 분해	1S / 0S
	일반화된 공식을 이용	1T / 0T
	도형의 구조를 파악한 경우	1R / 0R

Note: '공간 구조화'와 '측정'유형에서는 바르게 문제를 해결한 경우는 1, 해결하지 못한 경우 0을 붙임.

IV. 결과 분석 및 논의

1. '공간 능력'의 변화 결과 및 분석

두 집단의 공간 능력의 세부 요인별로 사전·사후 검사간의 차이를 확인해보고자 Tartre(1984)의 세부요인별로 분석했고, 그 결과는 [표 7]과 같다.

사전검사 결과, 두 집단의 공간을 지각하는 공간 시각화와 공간 방향화는 차이가 없는 것으로 나타났다. 그러나 사후검사에서 두 집단은 세부요인별로 비교해보았을 때, 공간 시각화의 '3차원 회전' 요인을 제외하고 모든 요인에서 유의미한 차이가 나타났다. 공간 시각화의

'3차원 회전' 요인은 차이가 없으나 그 외의 모든 요인은 10%이상 차이가 있었고, '복합적 도형' 요인에서는 정답률이 약 28% 정도 가장 큰 차이를 보였다. 또한 통제집단에서 변화되지 않았던 세 가지 요인('2차원에서 3차원'으로의 변환', '3차원에서 2차원'으로의 변환', '전체에서 부분 비교하기')이 실험집단에서 모두 15% 정도 향상된 것을 볼 수 있었다.

[표 7] 세부 공간능력별 사전·사후검사 비교

[Table 7] Comparison of pre-test and post-test in sub-category of spatial ability

단위 : 점수 (%)

공간능력		검사	전체	사전검사	사후검사	t-검정
공간 시각화	회전	3차원 통제집단	2(100)	1.16 (58.0)	1.51 (75.5)	-3.352**
		3차원 실험집단	2(100)	1.20 (60.0)	1.49 (74.5)	-2.832**
		t-검정		-0.306	0.137	
	변환	2-3변환 통제집단	2(100)	1.05 (52.5)	1.23 (61.5)	-1.746
		2-3변환 실험집단	2(100)	0.93 (46.5)	1.53 (76.5)	-7.462**
		t-검정		1.042	-2.570*	
		3-2변환 통제집단	5(100)	1.46 (29.2)	1.44 (28.8)	0.163
	3-2변환 실험집단	5(100)	1.45 (29.0)	2.00 (40.0)	-3.935**	
	t-검정		0.008	-2.841**		
	전체	통제집단	9 (100)	3.67 (40.8)	4.18 (46.4)	-2.763**
실험집단		9 (100)	3.58 (39.8)	5.05 (56.1)	-6.725**	
t-검정			0.374	-3.990**		
공간 방향화	제조된 전체	복합적 도형 통제집단	3(100)	0.33 (11.0)	0.70 (23.3)	-3.028**
		복합적 도형 실험집단	3(100)	0.29 (9.7)	1.55 (51.7)	-9.627**
		t-검정		0.326	-5.061**	
	전체에 대한 부분	전체에서 부분찾기 통제집단	4(100)	1.95 (48.8)	2.61 (65.3)	-4.918**
		전체에서 부분찾기 실험집단	4(100)	2.16 (54.0)	3.23 (80.8)	-7.977**
		t-검정		-1.103	-3.160**	
		전체에서 부분비교 통제집단	4(100)	1.56 (39.0)	1.60 (40.0)	-0.222
	전체에서 부분비교 실험집단	4(100)	1.74 (43.5)	2.22 (55.5)	-3.590**	
	t-검정		-0.963	-3.153**		
	전체	통제집단	10(100)	3.84 (38.4)	4.91 (49.1)	-4.155**
실험집단		10(100)	4.20 (42.0)	7.02 (70.2)	-10.866**	
t-검정			-1.016	-5.425**		

Note. * p<.05 ** p<.01

각 집단별로 사전검사와 사후검사를 비교하기 위해

t-검정을 한 결과, 통제집단의 경우 공간 시각화 능력의 '3차원 회전' 요인과 공간 방향화의 '복합적 도형' 요인, '전체에서 부분 찾기 요인'에서 유의수준 .05에서 사전검사와 사후검사의 유의미한 차이가 있었다. 각 요인별로 사전검사의 비하여 사후검사에서 17.5%($t=-3.352, p=.001$), 12.3%($t=-3.028, p=.001$), 17%($t=-4.918, p=.000$) 정도 향상되었다. 실험집단은 공간능력의 모든 요인에서 유의수준 .01에서 유의미한 차이가 있으며, 최소 약 12%에서 최대 약 42%까지 향상된 것을 볼 수 있다. 특히 공간 방향화의 '복합적 도형' 요인은 9.7%에서 51.7%로 가장 크게 향상되었으며($t=-9.627, p=.000$), '전체에서 부분 찾기' 요인은 54.0%에서 80.8%로 향상되었고($t=-7.977, p=.000$), '2차원에서 3차원로의 변환' 요인은 46.5%에서 76.5%로 향상되었다($t=-7.977, p=.000$).

종합해 보자면, 두 집단 모두 사전검사보다 사후검사에서 빠르게 해결한 문항 비율이 높은 것으로 보아 중학교 1학년 기하 영역의 입체도형 단원 학습을 통하여 공간능력을 향상시킬 수 있다고 판단할 수 있으며, 특히 공간능력 중의 '3차원 회전' 요인, '복합적 도형' 요인, '전체에서 부분 찾기' 요인에서 향상의 폭이 큼을 알 수 있었다. 또한 SketchUp을 활용한 실험집단에서는 모든 세부 공간능력에서 향상되었으며, '3차원 회전' 요인을 제외한 모든 영역에서 통제집단과 차이가 크게 나타났다. 이는 SketchUp을 활용한 교수학습활동이 공간 능력에 긍정적인 영향을 미친 결과라고 판단할 수 있다.

2. 공간 기하적 사고의 유형별 변화 결과 및 분석

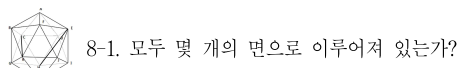

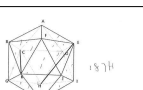

학생들의 입체도형의 '측정' 사고를 빠르게 이해하기 위해서는 상관관계가 높은 '3차원 도형의 표현' 사고와 '공간 구조화' 사고 과정을 함께 분석해 볼 필요가 있다. 각 사고별로 주어진 입체도형의 문제를 해결하는 과정을 분석해봄으로써 학생들이 어떻게 추론하는지, 두 집단은 어떠한 차이를 가지고 변화되었는지, 공간 기하적 사고의 유형별로 학생들의 답안 패턴을 분석하였다.

1) 3차원 도형의 표현

두 집단의 공간 기하적 사고 과정의 변화를 분석해 본 결과, 두 집단은 입체도형의 구성요소인 '모양', '크기', '방향' 중 '모양'과 '크기'의 인식은 차이가 없었다.

그러나 SketchUp집단은 전통집단에 비해 '방향' 요소를 정확하고 바르게 인식하여 도형을 정확히 나타내었다. 이 집단의 학생들은 공간에서 입체도형을 조작하고 변환하여, 입체도형이 갖고 있는 성질을 바르게 파악하였다. 평면에 그려진 겨냥도를 3차원의 도형으로 바르게 인지하는지에 관한 대표문항의 답안 유형은 [표 8]과 같이 세 가지 유형으로 나타났다.

[표 8] 3차원 도형의 인지 추론 유형별 학생들의 실제 답안 [Table 8] Actual responses to the items for 3D figures

대표문항	
	
도형의 인지 추론 유형	실제 학생 답안
면의 모양만 고려 (F)	 <p>학생의 인터뷰 중 “이렇게 (실선을 따라 삼각형을 만들면서) 하나씩, (손으로 세기 시작함) 10면체예요.”</p>
면의 모양, 크기 고려(FS)	 <p>학생의 인터뷰 중 “면을 세보면 되요. 하나, 둘, 셋, ..., (아래에서 위로 올라가면서 점선으로 그려진 뒷면과 실선으로 그려진 앞면을 같이 세 나 가지만 도형을 빼먹음), 18개예요”</p>
면의 모양, 크기, 방향 모두 고려 (FSO)	 <p>학생의 인터뷰 중 “면을 세면 여기(입체도형의 윗부분)랑 여기(입체도형의 아랫부분) 5개씩 있고, 가운데가...(실선 면을 세 뒤 점선으로 표시된 뒷면을 셈)10개 있으니까 20개이고, 모두 정삼각형이니까 정20면체죠.”</p>

다음 [표 9]는 위의 3차원 도형의 인지 문항의 두 집단 학생들의 추론 유형의 분포를 나타낸 것이다.

사전·사후검사에서 두 집단의 추론 유형의 분포는 비

숫하였다. 두 집단 모두 3차원 도형을 바르게 인지한 학생은 사전검사에서 약 45%(25명)이었으나, 사후검사에서 약 67%(37명)로 약 22%정도 향상되었다. 특히, 입체도형의 면의 모양만을 생각하여 평면에 그려진 모습 그대로 받아들이려고 한 경우(F)에 있어 통제집단은 17.5%(10명)에서 7%(4명)로, 실험집단은 14.5%(8명)에서 5.5%(3명)로 가장 많이 줄었다. 또한 입체도형의 모양, 크기는 정확히 파악하였지만 방향은 바르게 고려하지 않은 경우(FS) 또한 통제집단은 31.6%(18명)에서 22.8%(13명)로, 실험집단은 36.4%(20명)에서 25.5%(14명)로 약 10%정도 줄어든 것을 볼 수 있다.

[표 9] 3차원 도형의 인지 추론 유형분포
[Table 9] The patterns of reasoning in perceiving 3D figures

집단	검사	사전검사				사후검사			
		N	F	FS	FSO	N	F	FS	FSO
통제집단	57 (100)	3 (5.3)	10 (17.5)	18 (31.6)	26 (45.6)	1 (1.8)	4 (7.0)	13 (22.8)	39 (68.4)
총합		31 (54.4)		26 (45.6)		18 (31.6)		39 (68.4)	
실험집단	55 (100)	2 (3.6)	8 (14.5)	20 (36.4)	25 (45.5)	1 (1.8)	3 (5.5)	14 (25.5)	37 (67.3)
총합		30 (36.4)		25 (45.5)		18 (32.7)		37 (67.3)	






Note. 각 코드는 [표 6]을 참조.

3차원의 도형을 머릿속으로 바르게 상상할 수 있다면, 관점을 전환시켰을 때의 모습을 정확히 파악하여야 입체도형의 전체 부피를 바르게 파악할 수 있다. 회전체를 주었을 때 위에서 본 모습을 그리는 대표문항의 답안 유형은 [표 10]과 같으며, 사전검사와 사후검사 답안에서 나타난 두 집단 학생들의 추론 유형을 분류해 보면 [표 11]과 같다.

사전검사에서 두 집단의 유형의 분포는 비슷한 수준을 나타냈다. 하지만 사후검사 후 통제집단에서 정답을 한 학생의 비율이 29.8%(17명)에서 52.6%(30명)으로 13명 증가한 데 비하여, 실험집단의 경우 32.7%(18명)에서 76.4%(42명)으로 두 배 이상 상승하였다. 또한 통제집단과 실험집단에서 사후검사에서 나타난 추론 유형의 분포가 달라진 것을 볼 수 있다. 특히, 실험집단에서 사전검사에서 방향을 고려하지 못한 경우(FS)의 학생이 25.5%(14명)인 반면에 사후검사에는 1.8%(1명)으로 급격

히 줄었다.

[표 10] 3차원 도형의 앞, 위, 옆의 모습 인식 추론 학생들의 실제 답안
[Table 10] Actual responses to the items for recognizing the shapes from front, top, and side views

대표문항	
	10-1. 입체도형을 위에서 봤을 때와 옆에서 봤을 때의 모습을 그려라.
도형의 인지 추론 유형	앞, 위, 옆의 모습 인식
면의 모양만 고려 (F)	
면의 모양, 크기 고려(FS)	
면의 모양, 크기 고려(FO)	
면의 모양, 크기, 방향 모두 고려 (FSO)	

사전검사와 사후검사의 교차분석 결과, 집단 B의 사전검사에서 모양, 크기만 고려했던 경우(FS)에 속한 14명(25.5%) 모두 사후검사에서 앞면의 모습을 바르게 나타낸 것으로 나타났다. 이는 SketchUp을 활용한 교수 학습활동이 입체도형을 바라보는 방향을 바르게 인지할 수 있도록 도움을 준다는 것을 보여주는 것이다.

[표 11] 3차원 도형의 앞, 위, 옆의 모습 인식 추론 유형분포
[Table 11] The patterns of reasoning in recognizing the shapes from front, top, and side views

집단	검사	사전검사						사후검사					
		무응답	N	F	FO	FS	FSO	무응답	N	F	FO	FS	FSO
통제집단	57 (100)	10 (17.5)	0 (0.0)	7 (12.3)	10 (17.5)	13 (22.8)	17 (29.8)	9 (15.8)	0 (0.0)	1 (1.8)	7 (12.3)	10 (17.5)	30 (52.6)
총합		40 (70.2)				17 (29.8)		27 (47.4)					30 (52.6)
실험집단	55 (100)	14 (25.5)	0 (0.0)	1 (1.8)	8 (14.5)	14 (25.5)	18 (32.7)	5 (9.1)	0 (0.0)	1 (1.8)	7 (12.7)	1 (1.8)	42 (76.4)
총합		37 (67.3)				18 (32.7)		13 (23.6)					42 (76.4)

Note. 각 코드는 [표 6]을 참조.

2) 공간 구조화

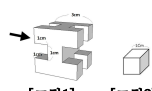
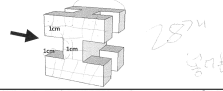
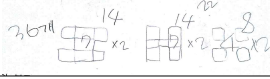
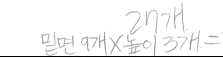
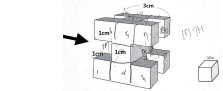
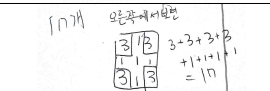
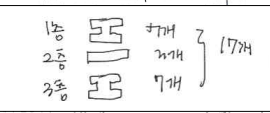
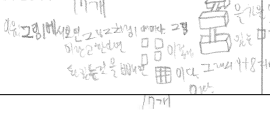
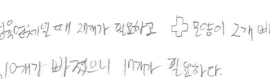
학생들이 입체도형의 구조를 파악하는 데 어떠한 추론 과정을 거치는지, 두 집단은 어떠한 차이를 가지고

변화되었는지 학생들의 답안을 공간 기하적 사고의 관점에서 상세히 살펴보고자 한다.

학생들이 서술한 내용을 분류해 본 결과, 응답하지 않거나 학생들의 사고 과정을 볼 수 있는 어떠한 근거도 제시하지 않은 학생들을 제외하면, ‘공간 구조화’의 사고 과정은 다음의 [표 12]와 같이 여덟 가지로 나타났다. 단위도형을 인식 못하는 유형(U)의 경우, 단위도형을 제시했음에도 불구하고 임의의 도형으로 입체도형의 구조를 파악하려고 하였다. 입체도형의 전체의 6개의 면으로 분해하려고 한 경우(S)는 각 면에서 보이는 모양을 단위도형의 한 면으로 나누어 몇 개가 속하는지 헤아린 후에 모든 면에서 보이는 단위도형의 면의 개수를 구하였다. 이는 면과 부피를 구분하지 않고 혼동한 경우로, 이 경우 하나의 단위도형이 중복하여 세어지는 것을 볼 수 있다. 공식에 집중한 경우(R)는 ‘부피=가로×세로×높이’라는 것에 초점을 두어, 입체도형의 밑면이 사각형이 아니기 때문에 밑면의 넓이가 ‘가로×세로’가 아님에도 불구하고 이 공식을 이용하려고 시도하였다. 도형에서 가장 길게 나온 변을 가로, 세로, 높이로 하여 입체도형을 포함하는 가장 작은 정육면체의 부피를 구하고 있음을 알 수 있다. 분해과정 없이 포함하는 단위도형의 개수로 파악하고 하는 경우(E)는 논리적으로 부분을 나누어보지 않고 임의적으로 단위도형으로 나누어 하나씩 개수를 세는 활동을 하는 것으로 바르게 해결한 학생들(1_E)도 있지만, 그림에서 보이지 않는 위치에서의 단위도형을 빼먹거나 어느 부분을 중복으로 세어 바르게 구조를 파악하지 못하는 학생들(0_E)도 있다. 층으로 분해하는 경우(L)는 입체도형을 가로로 나누어 아래층부터 위층까지로 분해하거나 세로로 나누어 왼쪽 층부터 오른쪽 층까지로 분해하여 구조를 파악하고자 하는 것이다. 층으로 분해하고자 한 학생들의 경우 모두 바르게 구조화 파악하고 있었다. 안-밖으로 분해하는 경우(I)는 표면을 구성하는 입체도형들과 그를 제외하고 안쪽에 존재하는 입체도형들로 구분하여 입체도형의 구조를 확인하고자 하였다. 이는 면의 관점에서 보는 것은 면으로 분해하는 경우(S)와 같지만, 그 표면을 구성하는 입체도형인 단위도형으로 파악하는 점에서 표면을 단위도형의 면으로 구성된 집합체로 보려고 시도한 경우(S)와 구별된다. 전체-부분으로 분해하는 경우(T)는 입체도형을 포함하는 가장 작은 정

육면체를 파악하고 정육면체에서 단위도형을 하나씩 빼내면서 입체도형을 구성하고자 하였다. 이는 입체도형 안에서 구조를 파악하고자 했던 다른 유형들과 다른 관점으로, 부피를 계산하는 데 간단하여 교과서의 풀이과정에 많이 제시된 유형이다.

[표 12] 도형의 구조화 추론 유형별 학생들의 실제 답안
[Table 12] Actual responses to the items for spatial structuring

대표문항	
	
<p>9-2. [그림1]은 [그림2]를 몇 개를 쌓아야 만들 수 있는지 쓰고, 이유를 자세히 설명하라.</p>	
추론 유형	실제 학생 답안
단위도형 인지 못함 (U)*	
면으로 분해 (S)*	
공식에 집중 (R)*	
분해 과정 없음 (E)	
줄 분해 (C)	
층 분해 (L)	
안-밖 분해 (I)	
전체-부분 (T)	

Note. * 추론 유형을 사용한 학생의 경우, 바르게 해결한 학생이 존재하지 않음.

수업이 진행되기 전에 실시된 사전검사 결과, 두 집단의 공간의 구조를 추론하는 방법과 그 과정은 비슷한

것으로 나타났다. 두 집단 모두 바르게 구조를 파악한 경우는 21.1%(12명), 20.0%(11명)로 매우 낮았고, 입체도형의 구조를 파악하는 데 있어 분해과정 없이 단위도형의 개수를 세고자 한 학생(E)이 구조의 파악 여부와 관계없이 가장 많았다. 구조를 체계적으로 나누어 파악하기 위해서 전체에서 부분을 제거하는 방법(T)과 층으로 분해하여 구조를 파악하는 방법(L)은 소수 학생만이 사용하였으며, 이러한 과정을 시도하였지만 구조를 바르게 파악하지 못한 학생들(0_C, 0_T)도 있었다. 단위도형을 제시했음에도 불구하고 단위도형을 인지하지 못한 학생들(0_U)과 면 단위로 분해하여 구조를 파악하고자 하는 학생들(0_S), 공식에 고착화되어 가로×세로×높이로 구하려고 한 학생들(0_R)이 골고루 분포되어 있었다.

[표 13]에서 볼 수 있듯이, 사후검사에서 입체도형의 구조를 파악한 학생들의 수는 통제집단이 47.4%(27명), 실험집단이 78.2%(43명)으로 두 집단 모두 향상되었지만, 특히 실험집단이 30.8% 정도 더 많이 향상되었음을 알 수 있다. 사전과 비교하였을 때, 입체도형을 분해해서 분석하고자 하였지만 구조를 바르게 파악하지 못한 유형(0_C, 0_T)이 사라진 것으로 보아 집단과 상관없이 구조를 파악하기 위해 어떠한 단위를 선택하여 분해한 경우 모두 바르게 구조를 파악했음을 알 수 있다. 공간을 부분으로 나누어 각 부분을 바르게 인식하고, 다시 재구성하여 전체의 구조를 정확히 이해한 것으로 판단된다. 또한 면과 부피를 구별하지 못하고 혼용하여 사용한 학생(0_S)과 공식에 고착화되어 가로×세로×높이로 구하려고 한 학생(0_R)의 경우 통제집단은 변화가 거의 없으나, 실험집단의 경우 완전히 줄어든 것을 볼 수 있다.

구조를 바르게 파악한 학생들의 추론 유형을 분석해 보았을 때, 통제집단의 경우 분해 과정 없이 단위도형의 개수를 헤아린 경우(E)가 가장 많았으나, 실험집단의 경우는 층으로 분해하여 구조를 파악하는 경우(L)가 가장 많았다. 또한 실험집단은 층을 분해하는 경우 외에도 줄 단위로 분해하는 경우(C), 전체에서 부분을 제거하는 경우(T), 안-밖으로 분해하는 경우(I) 등 다양한 방법으로 구조를 파악하고 있음을 알 수 있다. 또한 SketchUp을 활용한 교수학습 활동은 ‘공간 구조화’ 추론에 매우 많은 영향을 끼치며, 입체도형을 다양한 방법으로 분리하여 체계적으로 구조를 파악할 수 있다. 이는 SketchUp에서

입체도형을 그릴 때, 밀기/끌기의 버튼으로 면을 부피로 바꾸어 입체도형을 만들 수 있는데, 이 활동으로 학생들이 도형의 구조를 만들기 위하여 어떻게 할 것인가 생각해봄으로써 공간의 구조를 추론해가는 능력이 길러지는 것이라고 판단된다.

[표 13] 공간구조화의 추론 유형 분포
[Table 13] The patterns of reasoning in spatial structuring
단위 : 명 (%)

집단	추론유형	공간 구조 파악 못함						공간 구조 파악함					
		무	0_U	0_S	0_R	0_E	0_C	0_T	1E	1C	1L	1I	1T
통제 집단	사전 검사	15 (26.3)	3 (5.3)	3 (5.3)	2 (3.5)	19 (33.3)	0 (0.0)	2 (3.5)	7 (12.3)	0 (0.0)	2 (3.5)	0 (0.0)	3 (5.3)
	총합	45 (78.9)						12 (21.1)					
	사후 검사	11 (19.3)	2 (3.5)	3 (5.3)	2 (3.5)	12 (21.1)	0 (0.0)	0 (0.0)	16 (28.1)	0 (0.0)	5 (8.8)	3 (5.3)	3 (5.3)
	총합	30 (52.6)						27 (47.4)					
실험 집단	사전 검사	10 (18.2)	2 (3.6)	4 (7.3)	4 (7.3)	20 (36.4)	1 (1.8)	3 (5.5)	6 (10.9)	0 (0.0)	1 (1.8)	0 (0.0)	4 (7.3)
	총합	44 (80.0)						11 (20.0)					
	사후 검사	2 (3.6)	2 (3.6)	0 (0.0)	0 (0.0)	8 (14.5)	0 (0.0)	0 (0.0)	5 (9.1)	3 (5.5)	19 (34.5)	7 (12.7)	9 (16.4)
	총합	12 (21.8)						43 (78.2)					

Note. 각 코드는 [표 6]을 참조.

3. ‘부피 측정’ 사고의 변화 결과 및 분석

중학교 1학년 기하 영역에서는 다양한 형태의 다면체와 회전체의 부피를 구하는 것을 학습목표로 제시하고 있다. 이러한 교육과정에 맞게 만들어진 2009 개정 교과서에서는 입체도형의 부피는 공간에서 넓이와 높이를 가진 도형이 차지하는 크기로 정의하며, 부피를 구하기 위해서는 공식을 직관적으로 이해시킨 후 공식에 의존하여 부피를 구하도록 한다.

학생들이 부피를 구하기 위해서는 공간을 파악하는 것이 선행되어야 하며(Battista, 2004), 그 해결 과정에서 어떠한 과정을 거치는지 알아보기 위하여 입체도형의 부피 측정 문항을 제시하였다. 앞에서 제시한 공간 구조화 추론 문항(9-2문항)에서 입체도형의 구조를 파악한 후에 부피를 측정(9-3문항)하도록 함으로써 단위도형의 개수와 부피와의 관계를 이해하고 부피를 바르게 구할 수 있는지 알아보려 하였다. 학생들의 답안을 분석해 본 결과, 입체도형의 구조와 부피 사이의 관계를 이해하여 입체도형을 구성하는 단위도형의 개수 파악을 바탕으로 부피를 구한 학생들과 두 관계를 이해하지 못하고 분리하

여 생각한 학생들로 분류되었다. 예를 들어, 다음의 [표 14]와 같이 9-2문항에서 층으로 분해하여 입체도형의 구조를 파악하여 단위도형의 개수를 구하고 그를 활용하여 9-3문항에서 부피를 계산한 경우, 공간의 구조화와 부피간의 관계를 바르게 이해하고 있다고 판단하였다.

[표 14] 공간구조화와 부피측정의 관계 파악 여부
[Table 14] The relationship between the structure and volume measurement

관계 파악	문항	답안 예시	최종 코딩
관계 파악함	9-2문항		1.L
	9-3문항		1.L
관계파악 못함	9-2문항		1.L
	9-3문항		0.T

위와 같은 방법으로 학생들이 서술한 답안에서 부피를 구하는 과정을 분류해 본 결과, 응답하지 않거나 학생들의 사고 과정을 볼 수 있는 어떠한 근거도 제시하지 않은 학생들을 제외하고, 도형의 측정에 대한 사고 과정은 공간의 구조를 파악할 때 보았던 추론 유형과 같이 여덟 가지로 나타났다. 각 유형이 사전검사와 사후검사에서 부피를 측정하기 위하여 사용한 추론 유형을 표로 나타내면 다음의 [표 15]와 같다.

사전검사에서 두 집단 모두 부피를 구하기 위해 가장 많이 사용한 추론 유형은 공식을 활용한 유형이었다. 부피를 바르게 구한 학생은 통제집단의 경우 10.5%(6명), 실험집단의 경우 7.3%(4명)로 매우 적었다.

사후검사 결과, 사전검사 대비 정답률과 그 추론 과정 모두에서 차이가 있음을 알 수 있다. 문항의 정답률은 두 집단 모두 향상되었지만, 변화율에 차이를 보였다. 통제집단의 경우 10.5%(6명)에서 22.8%(13명)으로 약 2배 정도 증가하였고, 실험집단의 경우 7.3%(4명)에서 67.3%(37명)으로 약 9배 정도 증가하였다. 또한 통제집단에서 바르게 해결한 학생들이 사용한 추론 유형은 세

가지인 반면에, 실험집단에서 부피를 바르게 구한 학생들이 사용한 추론 유형은 다섯 가지로 다양하게 나타났다. 특히 통제집단은 분해과정을 이용하여 부피를 바르게 계산한 유형은 안-밖으로 분석한 경우(I)와 전체-부분으로 분석한 경우(T)가 약 14.1%(8명)이다. 반면에, 실험집단은 정답을 한 학생에서 5.5%(3명)을 제외한 모든 학생이 분해과정을 통하여 부피를 측정하였으며, 층으로 분해한 경우(L)와 전체-부분으로 분석한 경우(T)가 23.5%(13명)으로 가장 많았고, 안-밖으로 분석한 경우(I)와 줄 단위로 분해한 경우(C)를 선택한 학생들이 고루 분포되어 있다.

또한 부피를 바르게 해결하지 못한 학생들 중 설명 없이 오답을 제시하였거나 응답하지 않은 학생의 비율은 통제집단이 45.6%(26명)에서 36.8%(21명)로 약 8.8% 이내로 감소하였으나, 실험집단은 49.1%(25명)에서 25.5%(14명)로 약 23.6% 정도 감소하였다.

[표 15] '부피 측정'의 추론 유형 분포
[Table 15] The patterns of reasoning in volume measurement
단위 : 명 (%)

집단	추론유형	부피 측정 못함						부피 측정함				
		무	0.U	0.S	0.R	0.E	0.T	1.E	1.C	1.L	1.I	1.T
통제 집단	사전 검사	26 (45.6)	0 (0.0)	0 (0.0)	18 (31.6)	0 (0.0)	7 (12.3)	1 (1.8)	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	5 (8.8)
	총합			51 (89.5)				6 (10.5)				
	57 (100)	사후 검사	21 (36.8)	0 (0.0)	0 (0.0)	18 (31.6)	2 (3.5)	2 (3.5)	5 (8.8)	0 (0.0)	0 (0.0)	3 (5.3)
	총합			44 (77.2)				13 (22.8)				
실험 집단	사전 검사	25 (49.1)	1 (1.8)	2 (3.6)	15 (27.3)	0 (0.0)	8 (14.5)	1 (1.8)	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	3 (5.5)
	총합			51 (92.7)				4 (7.3)				
	55 (100)	사후 검사	14 (25.5)	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (1.8)	2 (3.6)	1 (1.8)	3 (5.5)	3 (5.5)	13 (23.6)	5 (9.1)
	총합			18 (32.7)				37 (67.3)				

Note. 각 코드는 [표 6]을 참조.

다음 [표 16]은 집단별로 사전검사와 사후검사에서 학생들이 입체도형의 구조 추론과 부피 추론의 관계를 얼마나 이해하고 있는지를 보여준다.

사전검사와 사후검사에서 부피를 측정할 학생들은 2명을 제외하고는 모두 공간 구조화와 부피의 관계를 이해하고 있음을 알 수 있다. 반면, 부피를 바르게 측정하지 못한 학생들은 각 집단의 약 10% 정도를 제외하고는 모두 공간 구조화와 부피의 관계를 파악하지 못하는 것

을 볼 수 있다. 즉, 이는 공간을 구조화하는 추론 유형을 어떠한 것을 선택하는 것에 상관없이, 문제를 바르게 해결한 경우는 공간 구조화와 부피 간의 관계를 이해하고 있음을 볼 수 있다. 이는 Battista(2004)에서 제시한 5수준의 학생들도 '공간 구조화'와 부피 간의 관계를 파악하고 있다고 볼 수 있다. '공간 구조화'와 부피 사이의 관계를 이해하느냐의 여부로 6, 7수준을 구분한 것과 같이 5수준 또한 둘 사이의 관계 이해 여부에 따라 세분화할 필요가 있음을 보여주고 있다.

[표 16] 공간 구조화와 부피 측정간의 관계의 이해 분포
[Table 16] Understanding of the relationship between the structure and volume measurement 단위 : 명 (%)

집단	응답분류	부피 측정 못함			부피 측정함	
		무응답*	관계이해 못함	관계이해함	관계이해 못함	관계이해함
통제 집단	사전검사	15(26.3)	31(54.4)	5(8.8)	0(0.0)	6(10.5)
	총합		51 (89.5)		6 (10.5)	
57 (100)	사후검사	11(19.3)	33(57.9)	0(0.0)	2(3.5)	11(19.3)
	총합		44 (77.2)		13 (22.8)	
실험 집단	사전검사	10(18.2)	37(67.3)	4(7.3)	0(0.0)	4(7.3)
	총합		51 (92.7)		4 (7.3)	
55 (100)	사후검사	2 (3.6)	14(25.5)	2(3.6)	0(0.0)	37(67.3)
	총합		18 (32.7)		37 (67.3)	

Note. '공간 구조화' 문항(9-2문항)과 '부피 측정' 문항(9-3문항) 모두 무응답을 한 경우는 둘 사이의 관계의 이해 여부 판단 안함.

Battista(2004)의 측정 영역의 공간 기하적 사고 수준에 따라 학생들의 분포를 나타내면 [표 17]과 같다.

사전검사에서 볼 수 있는 학생들의 수준의 분포는 두 집단이 비슷함을 볼 수 있다. 1수준에 머물러 있는 학생은 거의 존재하지 않으며, 2수준에 머물고 있는 학생은 약 30%(17명)으로 가장 높은 비율을 차지했으며, 그 다음으로 3수준과 5수준의 학생은 10%(7명) 내외로 구성되었으며, 6, 7수준의 학생들은 존재하지 않았다. 무응답 학생들은 수준으로 분류되지 않았으며 이 학생들은 2수준보다 높지 않다고 가정해 보았을 때, 대부분의 학생들이 2수준 이하에 머물러 있다고 판단할 수 있다.

그러나 사후검사에서 두 집단의 수준은 다른 양상을 보였다. 통제집단의 학생들은 2수준의 학생들은 31.6%(18명)으로 전혀 변화되지 않았다. 3수준의 학생은 12.3%(7명)에서 7.0%(4명)으로 줄어든 반면, 5수준은 10.5%(6명)에서 22.8%(13명)로 증가한 것을 볼 수 있다.

그러나 6, 7수준의 학생은 여전히 존재하지 않았다. 실험 집단의 학생들은 1수준이 1.8%(1명)에서 0.0%(0명)으로, 2수준의 학생들은 30.9%(17명)에서 1.8%(1명)으로, 3수준의 학생은 14.5%(8명)에서 3.6%(2명)으로 큰 폭으로 감소하였다. 반면 5수준의 학생들은 7.3%(4명)에서 43.6%(24명)으로, 7수준의 학생들은 0.0%(0명)에서 23.6%(13명)으로 각각 36.3%, 23.6% 만큼 증가하였다. 특히, 층으로 분해하여 구조를 파악한 학생의 경우 전원이 단위도형을 포함하는 개수와 부피 사이의 관계를 바르게 이해하고 있어 모두 7수준에 도달하였다.

전통적인 교수학습활동을 한 통제집단은 학생의 분포의 거의 변화가 없으며, 수업 후에도 약 31% 정도의 학생이 2수준에 머물러 있음을 볼 수 있다. 반면 SketchUp을 활용한 교수학습활동을 한 실험집단은 측정 영역의 공간 기하적 사고 수준 분포에 많은 변화가 있었으며, 전체의 24명(43.6%)의 학생이 5수준에 도달하였음을 알 수 있다. 사전검사와 사후검사에서 보인 수준을 교차 분석해 본 결과 실험집단에서 2, 3수준의 학생들은 대부분 5수준으로 향상되었고, 오히려 사전검사에서 부적절한 응답으로 인하여 수준에 포함되지 않은 학생들이 사후검사에서는 문제를 정확하고 바르게 해결하여 가장 많이 7수준으로 향상되었다. 입체도형을 어려워하는 하위 수준의 학생들에게 SketchUp을 활용한 활동은 매우 긍정적인 효과가 있다고 판단할 수 있다.

[표 17] 부피 측정 영역의 공간 기하적 사고 수준 분포
[Table 17] Levels of sophistication of volume measurement 단위 : 명 (%)

사전 사후 공간 기하적사고 수준	사전 검사	사전검사		사후검사	
		통제집단	실험집단	통제집단	실험집단
1수준	0 (0.0)	1 (1.8)	0 (0.0)	0 (0.0)	
2수준	18 (31.6)	17 (30.9)	18 (31.6)	1 (1.8)	
3수준	7 (12.3)	8 (14.5)	4 (7.0)	2 (3.6)	
4수준	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	1 (1.8)	
5수준	6 (10.5)	4 (7.3)	13 (22.8)	24 (43.6)	
6수준	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	
7수준	0 (0.0)	0 (0.0)	0 (0.0)	13 (23.6)	

Note * 설명 없이 오답을 썼거나 무응답을 한 학생의 경우, 수준으로 구분에서 제외됨(사전검사 : 통제집단(26명), 실험집단(25명), 사후검사 : 통제집단(21명), 실험집단(14명) 제외).

V. 결론 및 제언

본 연구는 중학교 1학년 학생들의 입체도형의 측정 단원에서 SketchUp을 활용한 교수학습활동이 공간을 지각하고 파악하는 능력에 영향을 미치는지 살펴보고, 공간 기하적 사고 관점에서 어떠한 변화가 있었는지를 분석해 보았다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 공간능력을 크게 공간시각화와 공간방향화로 구분하고, 공간시각화와 공간방향화를 다시 Tartre(1984)가 제시한 하부 요인으로 세분화하여 비교해 보았다. 그 결과 '3차원 회전' 요인을 제외하고 모든 요인에서 실험집단이 통제집단보다 각 요인별로 약 20% 정도 높았다. 특히, 공간시각화의 '2차원에서 3차원에서의 변환' 요인, '3차원에서 2차원에서의 변환' 요인과 공간방향화의 '전체에서 부분 비교하기' 요인에서 통제집단은 변화가 없었으나, 실험집단은 유의수준 .01에서 유의미하게 향상되었다.

둘째, 입체도형의 부피를 측정하는 사고 과정을 분석해 본 결과, '측정' 사고와 더불어 '3차원도형의 표현'과 '공간 구조화' 사고가 높은 상관관계가 있음을 보였다. 두 집단은 입체도형의 구성요소인 '모양', '크기', '방향' 중 '모양'과 '크기'의 인식은 차이가 없었으나, 실험집단은 통제집단에 비해 '방향' 요소를 정확하고 바르게 인식하여 도형을 정확히 나타내었다. 이 집단의 학생들은 공간에서 입체도형을 조작하고 변환하여 입체도형을 바르게 파악하였다. 공간을 구조화하고 부피를 측정하는 사고는 교수학습활동이 진행된 이후 두 집단에서 큰 차이를 보였다. 실험집단의 경우 통제집단보다 약 30%(16명) 정도 더 많은 학생이 입체도형의 구조를 바르게 파악하여 입체도형을 구성하는 단위도형의 개수를 정확히 세었다. 특히, 실험집단은 공간의 구조를 파악하기 위하여 약 70%가 분해과정을 거친 반면, 전통집단은 약 20%만이 분해과정을 거쳤다. 공간 구조를 파악한 것을 바탕으로 부피를 측정하는 사고는 Battista(2004)가 제시한 수준으로 파악하였을 때 실험집단은 대부분의 학생이 2수준에서 5수준과 7수준으로 향상된 반면에, 전통집단은 대부분이 2수준에 그대로 머물러 있고 극소수의 학생만이 5수준으로 향상되었음을 볼 수 있다.

위의 결과를 종합하여 볼 때, SketchUp 활용 학습이 공간능력과 공간 기하적 사고에 긍정적인 효과가 있음을 알 수 있다. 실험집단은 통제집단에서 변화시킬 수 없었던 공간능력의 세부 요인과 공간 기하적 사고 유형에서조차 긍정적인 효과를 보았다는 점에서 의의를 갖는다. 또한 실험집단에서 공간을 구조화하는데 더 많은 학생들이 분해과정을 거쳤으며 그 추론 유형도 고르게 분포되었다는 점에서, SketchUp에서 입체도형을 그리기 위한 활동이 입체도형의 구조를 파악하기 위하여 자신의 기준으로 입체도형을 분해할 수 있는 사고를 길러주었다고 판단할 수 있다. SketchUp에서 입체도형을 그리는 활동을 살펴보면, 전체와 부분을 분해하여 자신이 선택한 기준 도형에서 부분도형을 추가하거나 제거하는 과정을 반복하여 완성한다. 이 활동 과정은 공간의 구조를 파악하는 과정과 매우 흡사한 것으로 보아, SketchUp에서 입체도형을 그리는 활동이 입체도형의 구조를 논리적으로 파악할 수 있도록 하는 사고에 영향을 주었다고 판단된다.

이와 같이 중학교 1학년 수학교과에서 학습해야 하는 핵심 요소를 학습시킴과 동시에 세부 공간능력을 향상시켰다는 점에서, 본 연구에서 이루어진 교수학습활동이 새로운 교수학습방안으로서 가치가 있다고 판단된다. 또한 대부분의 선행연구에서 공간 능력과 공간 기하적 사고를 분리하여 연구하였으나, 본 연구는 공간 능력과 공간 기하적 사고를 연계하여 연구하였다는 점에서 긍정적인 의미를 갖는다.

본 연구에서는 측정 단원에서 사용하는 공간능력과 공간 기하적 사고를 중심으로 살펴보았다. 본 연구의 결과를 일반화하기 위해서는 학년이나 학업 수준이 다양한 학생들을 대상으로 연구할 필요가 있다. 또한 다른 입체도형의 내용에서의 적용 가능성과 그 효과를 보여줌으로써 SketchUp이 수학교육에서의 공학도구로 활용이 확산될 수 있는 기반을 형성할 수 있을 것이다. SketchUp을 활용이 효과가 있음에도 불구하고 학교 현장에서 교사가 활용하지 않으면 적용할 수가 없으므로 SketchUp의 기능과 효과를 숙지할 수 있는 기회가 교사들에게 먼저 제공되어야 한다. 그러기 위해 교사가 손쉽게 사용할 수 있고 적용할 수 있는 다양한 수업 모델과 교재가 개발되어야 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 고상숙, 정인철, 박만구 (2009). 교구를 활용한 중학교 공간능력 향상을 위한 수업에서 학습의 효과, 수학교육 48(1), 1-20.
- Choi-Koh, S. S., Jung, I., Park, M. (2009). An Effect of Students' Learning for Spatial Ability Using a Geometric Manipulative, *The mathematical Education* 48(1), 1-20.
- 권오남 (2002). 웹 기반 가상현실 프로그램과 지필 학습 프로그램이 공간시각화 능력에 미치는 영향 - 성별을 중심으로, 수학교육 41(1), 45-57.
- Kwon, O. N. (2002). The Gender - Related Effects of a Web - Based Virtual Reality Program and a Paper - Based Program on Spatial Visualization Skills of Middle School Students, *The mathematical Education* 41(1), 45-57.
- 김주일 (2012). 스케치 업을 활용한 학습이 공간 감각 능력에 미치는 효과. 석사학위 논문, 공주교육대학교.
- Kim, J. I. (2012). *The effect of learning using sketchup on spatial sense abilities*. master's thesis, Gongju national university of education.
- 나귀수 (2009). 분석법을 중심으로 한 기하 증명 지도에 대한 연구, 수학교육학연구 19(2), 185-206.
- Na, G. S. (2009). Teaching Geometry Proof with focus on the Analysis, *Journal of Educational Research in Mathematics* 19(2), 185-206.
- 이혜미 (2008). 3D 탐구형 소프트웨어 활용을 통한 수학적 사고력 및 수학성취도 향상에 관한 연구 - 초등학교 6학년 '도형' 영역을 중심으로. 석사학위논문, 전주교육대학교.
- Lee, H. M. (2008). *A Study of Improvement of Mathematical Thinking Ability and Achievement through 3D Software Application : Focused on Diagram area in 6 Grade Elementary School*. master's thesis, Jeonju national university of education.
- 전평국, 정부용 (2003). 공간 시각화 과정에서의 교구의 역할, 수학교육 논문집 15, 87-92.
- Jeon, P. K. & jeong, B. Y. The role of tools in spatial visualization process, *Communications of Mathematical Education* 15, 87-92.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes, *Journal for Research in Mathematics Education* 27(3), 258-292.
- Battista, M. T. (2004). Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students' Development of Understanding of Area and Volume Measurement, *Mathematical Thinking and Learning* 6(2), 185-204.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project, *Journal for Research in Mathematics Education* 38(2), 136-163.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harmon, H. H., & Derman, D. (1976). *Manual for Kit of Factor-Referenced Cognitive Tests*, Princeton: Educational Testing Service.
- Fennema, E. (1979). Women and girls in mathematics-equity in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics* 10, 389 - 401.
- Hegarty, M., & Waller, D. A. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-talking spatial abilities, *Intelligence* 32, 175-191.
- Kurtulus, A., & Uygan, C. (2010). The effects of Google Sketchup based geometry activities and projects on spatial visualization ability of student mathematics teachers, *Procedia-Social and Behavioral Sciences* 9, 384-389.
- Lean, G., & Clements, M. A. (1981). Spatial ability, visual imagery, and mathematical performance, *Educational Studies in Mathematics* 12, 267-299.
- Livingstone, J., & Fleron, J. F. (2012). Exploring Three-Dimensional Worlds Using Google SketchUp, *Mathematics Teacher* 105(6), 469-473.
- Markopoulos, C. (2003). *Teaching and learning of solids with the use of technological tools*. Doctoral dissertation, University of Patra.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences, *Psychological Bulletin* 86(5), 889-918.

- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability, *Educational Studies in Mathematics* 73(2), 191-212.
- Shafer, K. G., Severt, G., & Olson, Z. A. (2011). Sketching up the Digital Duck, *Mathematics Teacher* 105(4), 262-268.
- Tartre, L. A. (1984). *The role of spatial orientation skill in the solution of mathematics problems and associated sex-related differences*. Doctoral dissertation, University of Wisconsin.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving, *Journal for Research in Mathematics Education* 21(3), 216-229.

The impact of Google SketchUp on spatial ability and 3D geometric thinking of 7th grade students in volume measurement of solid figures

Hyun Hui Lee

The Graduate School of Ewha Womans University

E-mail : hyunhui.lee@gmail.com

Rae Young Kim[†]

Ewha Womans University

E-mail : kimrae@ewha.ac.kr

The purpose of the study is to examine how effects of activities using Google SketchUp on students' spatial ability and 3D geometric thinking in measuring the volume of solid figures. By comparing the results from pre- and post-tests between the experimental group and control group, we found that activities using Google SketchUp help students improve their spatial ability in the spatial orientation and visualization. In addition, more than half students in the experimental group moved from level 4 up to level 7 in thinking process of measuring the volume in terms of Battista(2004)'s levels.

This study suggests that the instruction with Google SketchUp can help to improve students' spatial ability and 3D geometric thinking in the regular class in middle school. In addition, SketchUp can be an advanced technological tool to support students' self-directed learning, which create an efficient educational environment and a great opportunity to learn geometry in an effective manner.

* ZDM Classification : U73

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70

* Key words : SketchUp, Spatial visualization, Spatial orientation, 3D geometric thinking, Spatial structuring, Measurement, Solid figures

† Corresponding author