

# 반사 음장을 고려한 음향 확산 구조의 위상 최적 설계 Topology Optimization of an Acoustic Diffuser Considering Reflected Sound Field

양 지 은\* · 이 중 석\*\* · 김 윤 영 †  
Jieun Yang, Joong Seok Lee and Yoon Young Kim

(Received September 23, 2013 ; Revised November 5, 2013 ; Accepted November 5, 2013)

**Key Words** : Acoustic Diffuser(음향 확산 구조), Diffuse Sound Field(확산 음장), Reflected Sound Field(반사 음장), Topology Optimization(위상최적화), Unbounded Acoustic Problem(무한 음향 공간 문제)

## ABSTRACT

The main role of an acoustic diffuser is to diffuse reflected sound field spatially. Since the pioneering work of Schroeder, there have been investigations to improve its performance by using shape/sizing optimization methods. In this paper, a gradient-based topology optimization algorithm is newly presented to find the optimal distribution of reflecting materials for maximizing diffuser performance. Time-harmonic acoustic analysis in a two-dimensional acoustic domain is carried out where the domain is discretized by finite elements. Perfectly matched layers are placed to surround the domain to simulate non-reflecting boundary conditions. Design variables are assigned to each element of which material properties are interpolated between those of air and those of a rigid body. An approach to extract the reflected field from the total acoustic field is employed. To validate the effectiveness of the proposed method, design problems are solved at different frequencies. The performance of the optimized diffusers obtained by the proposed method is compared against that of the conventional Schroeder diffusers.

## 1. 서 론

음향 확산 구조(acoustic diffuser)는 음악 공연 혹은 강연을 위한 공연장이나 다목적 홀에서의 음장 균일성을 향상시키기 위해 해당 공간의 벽이나 천장에

에 설치되는 구조물이다. 이는 구조물에 입사된 후 반사된 음장을 확산시켜 음향 공간의 어느 위치에서나 고른 소리를 들을 수 있게 한다.

일반적으로 곡면으로 이루어진 형상의 구조물이나 슈뢰더 확산기(Schroeder diffuser)<sup>(1)</sup>가 음향 확산 구조로 많이 사용되어 왔다. 2차원 공간에서 수직

† Corresponding Author ; Member, WCU Multiscale Design Division, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University

E-mail : yykim@snu.ac.kr

Tel : +82-2-880-7154, Fax : +82-2-883-1513

\* WCU Multiscale Design Division, School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University

\*\* Member, Institute of Advanced Machinery and Design, Seoul National University

‡ Recommended by Editor Myung Jun Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

입사(normal incidence)하는 음원을 고려했을 때 가장 이상적인 음향 확산 구조는 반원 형태의 벽면으로 알려져 있다. 원형 구조물이 입사된 음장의 각 위치에서 위상차를 보완하는 반사 음장을 발생시키기 때문이다. 그러나 반원 형태의 벽면을 설치하는 것은 벽면의 너비가 넓어질수록 공간상 제약이 있을 수 있고, 이 형상이 주기적으로 배열되거나 수직 입사가 아닌 경사입사(oblique incidence)의 경우에는 오히려 확산 성능이 떨어지기도 한다. 슈뢰더 확산기는 반사 음장의 각 로브(lobe)의 에너지가 모두 같도록 설계된 것으로 반원 형태의 구조물보다 적은 공간을 차지하면서 향상된 확산 성능을 보여주는 대표적인 음향 확산 구조이다.

음향 확산 구조의 확산 성능을 개선하기 위한 최적화 연구는 곡면 형태 혹은 슈뢰더 확산기 형태를 바탕으로 한 연구가 주를 이루어 왔다. Berkhout<sup>(2)</sup>은 초기 슈뢰더 확산기 설계에서의 부정확한 가정을 지적하고 표면 어드미턴스(surface admittance)를 사용한 설계 방법을 제안하였으며 여기에 기반하여 슈뢰더 확산기에서 나뉘어져 있는 단일 벽의 높낮이 배열을 최적화하는 연구<sup>(3)</sup>가 있었다. Cox<sup>(4,5)</sup>는 음향 확산 구조 최적화에 경계요소법을 도입하였으며 이를 이용하여 슈뢰더 확산기에 기반한 확산 구조와 곡면 형태 구조에 기반한 확산 구조를 최적화하는 연구를 하였다. 최근에는 음향 확산 구조를 3차원으로 확장하여 최적화를 진행하는 연구<sup>(6)</sup>나 강제와 흡음 물질의 혼합 배열을 통해 확산 성능을 증가시키는 연구<sup>(7)</sup> 또한 진행된 바 있다. 그러나 앞서 언급한 음향 확산 구조 최적화 연구는 모두 형상최적화에 기반을 둔 것으로 최적화 결과로 얻어지는 구조물의 형상은 슈뢰더 확산기 형태 혹은 곡면 구조 형태로 제한되어 있다. 이 연구에서는 설계 형상의 다양성을 높이기 위한 새로운 접근 방식으로써 음향 확산 구조 설계에 위상최적화 기법을 적용하고자 한다.

위상최적화 기법<sup>(8)</sup>의 가장 큰 장점은 설계의 초기 형상에 큰 영향을 받지 않고 자유로운 형상 설계가 가능하다는 것이다. 위상최적화 기법은 주어진 목적 함수와 제한조건에 맞는 최적의 위상을 찾는 방법으로 본래 제한된 부피 내에서 최대 강성을 갖는 구조물을 설계하기 위해 사용되었으나 점차 그 영역을 확장하여 다양한 물리 현상에 대해 적용되었다<sup>(9)</sup>.

음향 분야에서는 고유주파수를 다루는 문제<sup>(10)</sup> 혹은 차음, 흡음 성능을 향상시키는 음향 시스템의 위상 최적화 연구<sup>(11)</sup>도 수행되었다. 하지만, 이 연구에서와 같은 음향 공간의 음장 균일성 향상을 위한 위상 최적화 문제는 사실상 다루어지지 않았다.

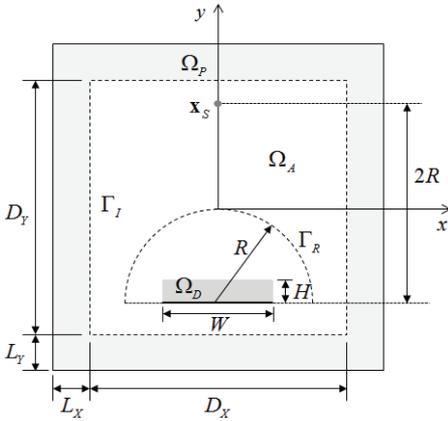
이 연구는 음장 균일성 향상을 위한 최적화 문제의 해를 찾기 위한 기반연구로서 음향 확산 구조를 강제로 가정하여 해당 음향 확산 구조의 위상최적화 방법을 제안한다. 일반적으로 음향 확산 구조의 성능 평가에는 상반원리에 기반한 FDTD 방법(finite-difference time-domain method)이 주로 사용되지만 이 연구에서는 위상최적화 문제 적용에 있어서 효율성 증대를 위해 조화해석을 사용하였다. 수치예제로서 다양한 주파수에 따른 최적 형상을 찾은 다음, 그 최적 형상에 의한 성능과 전통적인 슈뢰더 확산기에 의한 성능과의 비교를 통해 제안 설계 방법의 유용성을 검토하고자 한다.

## 2. 음향 확산 구조 설계를 위한 위상최적화 기법

### 2.1 위상최적화 적용을 위한 유한요소화 및 확산 구조에 의한 반사 음장 계산

음향 확산 구조 설계에 위상최적화 과정을 적용하기 위하여 Fig. 1과 같이 2차원 무한 음향 공간에 점 음원(point source)이 설계 영역( $\Omega_D$ )과 일정 거리를 갖는 경우를 고려하였다. 이 모델은 음향 확산 구조 성능 평가에 일반적으로 사용되는 모델로서 설계 영역의 기준면의 중앙을 중심으로 반지름  $R$ 의 반원 형상의 수음 곡선(receiver arc)  $\Gamma_R$ 이 위치하며 점 음원과 설계 영역 사이의 거리는  $2R$ 이다. 이 문제에서는 음향학적 무한 공간의 무반사 경계조건을 효과적으로 표현하기 위하여 한정된 음향 공간 외부에 완전 정합층(PML, perfectly matched layer)<sup>(12)</sup>을 적용하였다.

임의의 음향 공간( $\Omega_A$ )내부 음장  $p$ 는 공간상의 점  $\mathbf{x}=(x,y)$ , 시간  $t$ 에서 주파수  $\omega$ 에 대해  $p(\mathbf{x},t) = p(\mathbf{x})e^{-j\omega t}$ 로 표현된다. 음향 공간 내부 위치  $\mathbf{x}_s$ 에 체적속도  $v(\mathbf{x})$ 를 갖는 점 음원이 위치하는 경우 다음의 헬름홀츠 방정식(Helmholtz equation)을 만족해야 한다.



**Fig. 1** Problem description for the topology optimization of an acoustic diffuser

$$\nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla p(\mathbf{x})) + \omega^2 \kappa^{-1} p(\mathbf{x}) = -\delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s) \frac{\partial v(\mathbf{x})}{\partial t}. \quad (1)$$

식 (1)에서  $\rho$  와  $\kappa$  는 각각 매질의 밀도, 체적탄성계수를 의미하며 소리의 전파 속도  $c$  와는  $\kappa = \rho c^2$  의 관계를 갖는다. 또한  $\delta$  는 디랙 델타 (Dirac delta) 함수를 나타낸다.

완전 정합층 내부 ( $\Omega_p$ ) 에서의 음장은 모든 방향에 들어오는 입사 음장에 대해 반사 음장을 갖지 않도록 한다. 해당 영역에서 음장은 물리적 의미를 갖지 않는 이론적인 개념이며 완전 정합층 내부에서의 음장을 고려하여 표현하기 위해 식 (1)은 다음과 같이 수정되어야 한다.

$$\nabla \cdot (\rho^{-1} \mathbf{D} \nabla p(\mathbf{x})) + \omega^2 \kappa^{-1} p(\mathbf{x}) = -\delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}_s) \frac{\partial v(\mathbf{x})}{\partial t},$$

$$\text{where } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \gamma_y(y)/\gamma_x(x) & 0 \\ 0 & \gamma_x(x)/\gamma_y(y) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

식 (2)에서 완전 정합층 표현을 위한 매개 행렬  $\mathbf{D}$  의 내부 함수  $\gamma_x(x)$ ,  $\gamma_y(y)$  는 각각  $x$ ,  $y$  방향으로 음장을 감쇠시키는 역할을 하며 각 방향에 대한 감쇠 함수

$$\sigma_x(x) = \frac{\beta}{a^* - |x|}, \quad \sigma_y(y) = \frac{\beta}{b^* - |y|} \quad (3)$$

를 이용하여 다음과 같이 정의한다<sup>(12)</sup>.

$$\gamma_k = \begin{cases} 1 & \text{in } \Omega_A \\ 1 + j \frac{\sigma_k}{\omega} & \text{in } \Omega_p \end{cases}, \quad k = x, y. \quad (4)$$

식 (3)에서  $a^*$  와  $b^*$  는 각각  $x$ ,  $y$  방향에서 완전 정합층의 바깥쪽 경계 좌표의 절댓값을 나타낸다. 즉, 이 문제의 경우 Fig. 1의 문제 형상 정의에서  $a^* = D_x/2 + L_x$ ,  $b^* = D_y/2 + L_y$  이다. 또한  $\beta$  는 임의의 상수로 적용하는 문제에 따라 수치 실험을 통해 적절한 값을 사용한다.

위상최적화 과정을 적용하기 위하여 음향 공간을 유한요소로 이산화하였다. 표준 4절점 사등변 요소를 사용하였으며 등매개변수(isoparametric) 정식화를 진행하였다. 유한요소화 과정을 통해 식 (2)는 음압 벡터  $\mathbf{p}$ , 외력 벡터  $\mathbf{f}$ , 질량 행렬  $\mathbf{M}$ 과 강성 행렬  $\mathbf{K}$ 로 구성된 다음의 식으로 변환된다.

$$[\mathbf{M} - \omega^2 \mathbf{K}] \mathbf{p} = \mathbf{S} \mathbf{p} = \mathbf{f}. \quad (5)$$

위 식의 행렬  $\mathbf{S}$  는 전체 시스템 행렬을 의미한다. 전체 시스템의 질량 행렬과 강성 행렬은 이산화된 요소의 질량 행렬과 강성 행렬의 조합으로 구성되는데 각 요소 영역  $\Omega_e$  에 대한 질량 행렬과 강성 행렬은 형상 함수  $\varphi_i$  를 사용하여 다음과 같이 표현한다.

$$[\mathbf{M}_e]_{ij} = \int_{\Omega_e} \rho^{-1} \nabla \varphi_i \mathbf{D} \nabla \varphi_j d\Omega_e,$$

$$[\mathbf{K}_e]_{ij} = \int_{\Omega_e} \kappa^{-1} \varphi_i \varphi_j d\Omega_e, \quad i, j = 1, 2, 3, 4. \quad (6)$$

이 문제에서는 설계 영역인  $\Omega_D$  의 내부를 이산화하는 유한 요소를 채우는 매질의 밀도와 체적탄성계수를 SIMP(solid isotropic material with penalization) 방법을 적용해 설계변수  $\chi_e$  를 매개로 하는 물질 보간 함수로 나타낸다<sup>(13)</sup>.

$$\rho^{-1}(\chi_e) = \rho_{air}^{-1} + \chi_e^q (\rho_{rigid}^{-1} - \rho_{air}^{-1}),$$

$$\kappa^{-1}(\chi_e) = \kappa_{air}^{-1} + \chi_e^q (\kappa_{rigid}^{-1} - \kappa_{air}^{-1}). \quad (7)$$

식 (7)의 상첨자  $q$  는 벌칙인자(penalty exponent)로 3을 사용하였다. 설계변수  $\chi_e$  는 0과 1 사이의 양의 실수 값을 가지며  $\chi_e = 0$  일 때 식 (7)의 두 물

질 보간 함수로 인해 해당 요소는 공기의 물성치를 갖게 되며  $\chi_e=1$ 일 때 강체를 나타내게 된다.

식 (5)를 통해 얻는 음장 벡터  $\mathbf{p}$ 는 각 절점에서의 전체 음장을 나타낸다. 음향 확산 구조의 성능 평가를 위해서는 전체 음장이 아닌 확산 구조에서 반사되는 음장을 고려해야 한다. 전체 음장은 가진원에 의해 입사하는 음장과 확산 구조에서 반사되는 음장의 합으로 나타내어지는데( $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{inc} + \mathbf{p}_{ref}$ ) 입사 음장  $\mathbf{p}_{inc}$ 은 장애물이 없이 무한 음향 공간에 가진원만 존재하는 경우 발생하는 음장을 의미한다. 따라서 설계 영역의 설계변수 값이 모두 0일 때 전체 시스템 행렬을  $\mathbf{S}_0$ 라 하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\mathbf{S}_0 \mathbf{p}_{inc} = \mathbf{f} . \tag{8}$$

우리가 구하고자 하는 반사 음장은 식 (5)를 통해 얻어진 전체 음장에서 식 (8)을 통해 얻어진 입사 음장의 차를 통해 구할 수 있다.

### 2.2 위상최적화 목적함수 설정 및

#### 목적함수에 대한 설계민감도 계산

음향 확산 구조의 성능을 평가하기 위해 일반적으로 사용되는 지표로 확산 계수(diffusion coefficient)가 있다<sup>(14)</sup>. 확산 계수는 구조물에서 일정 간격 떨어진  $n$ 개의 지점에서 측정된 음향 정보를 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$d = \left\{ \sum_{i=1}^n E(\theta_i) \right\}^2 / n \sum_{i=1}^n \{E(\theta_i)\}^2 . \tag{9}$$

식 (9)에서  $E(\theta_i)$ 는 기준면과 각  $\theta_i$ 를 이루는 수 음곡선 위의 지점, 즉  $(R\cos\theta_i, R\sin\theta_i)$  위치에서의 음향 에너지 밀도를 나타낸다. 확산 계수는 음장의 고르기에 따라 0과 1 사이의 양의 실수 값을 가지며 그 값이 1에 가까울수록 음장이 고르게 분포되어있는 이상적인 음향 확산 상태를 나타낸다. Fig. 2는 확산 계수 비교를 위해 주파수 1.0 kHz에서 음향 확산 구조의 위치에 강체 평면이 놓여 있는 경우(점선)와 이상적인 음향 확산 구조가 놓여있는 경우(실선)에 대한 음장 분포를 나타낸 것이다. 이때 각 음장 분포에 대한 확산 계수는 강체 평면의 경우 0.30, 이상적 음향 확산 구조의 경우 1.00이다.

이 최적화 문제의 목적함수로 앞서 언급한 확산

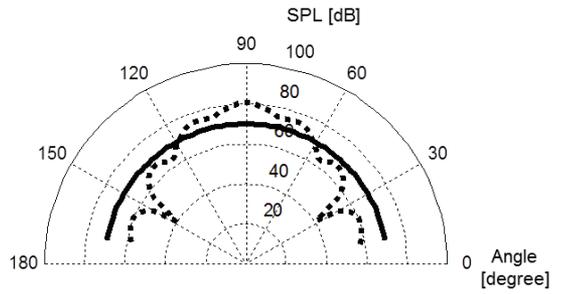


Fig. 2 Sound pressure levels of reflected fields from a rigid plane surface(dotted line) and an ideal acoustic diffuser(solid line) for the point source excitation at 1.0 kHz

계수를 수정한 형태의 지표를 사용한다. 임의의 지점에서 음향 에너지 밀도는 해당 지점에서의 음압의 제곱에 비례하므로( $E(\theta_i) \propto |p(\theta_i)|^2$ ) 식 (9)의 음향 에너지 밀도를 음압의 제곱 꼴로 나타내어도 무방하다. 또한 확산 계수가 1에 가깝다는 것은 계수에서 분모와 분자의 차가 매우 작다는 것을 의미하므로 목적함수를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\min_{\chi_e} J = n \sum_{i=1}^n \{P(\theta_i)\}^2 - \left\{ \sum_{i=1}^n P(\theta_i) \right\}^2 . \tag{10}$$

식 (10)에서 편의성을 위해  $|p(\theta_i)|^2$ 를  $P(\theta_i)$ 으로 표현하였다. 식 (10)의 목적함수는

$$J = \{P(\theta_1) - P(\theta_2)\}^2 + \{P(\theta_2) - P(\theta_3)\}^2 + \dots + \{P(\theta_{n-1}) - P(\theta_n)\}^2 + \{P(\theta_n) - P(\theta_1)\}^2 . \tag{11}$$

의 형태로도 표현 가능한데 이를 통해 수학적으로 목적함수 값이 최소가 되기 위해서는 모든 수음곡선상의 에너지가 같아져야 한다는 음향 확산구조의 역할을 직관적으로 알 수 있다.

민감도 기반 최적화(gradient-based optimization)를 수행하기 위해서는 설계변수에 대한 목적함수의 민감도 계산이 필요하다. 목적함수인 식 (9)는 복소 음압 벡터  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_R + j\mathbf{p}_I$ 의 함수이므로( $\mathbf{p}_R$ 은 음압 벡터의 실수부,  $\mathbf{p}_I$ 는 허수부를 나타낸다) 연쇄 법칙을 이용해서 표현한 목적함수의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{dJ}{d\chi_e} = \frac{\partial J}{\partial \chi_e} + \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_R} \frac{\partial \mathbf{p}_R}{\partial \chi_e} + \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_I} \frac{\partial \mathbf{p}_I}{\partial \chi_e} . \tag{12}$$

식 (12)에서 설계변수에 대한 음압 벡터의 실수부와 허수부의 민감도인  $\partial \mathbf{p}_R / \partial \chi_e$  와  $\partial \mathbf{p}_I / \partial \chi_e$  는 직접적으로 구하기 어려우므로 이 문제에서는 보조변수법(adjoint variable method)<sup>(15)</sup>을 통해 민감도를 도출하였다. 목적함수의 민감도는

$$\frac{dJ}{d\chi_e} = \frac{\partial J}{\partial \chi_e} + \text{Re}(\lambda^T \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \chi_e} \mathbf{p}) \tag{13}$$

으로 표현되며 위 식의 보조변수  $\lambda$  는 다음의 보조식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{S}^T \lambda = - \left( \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_R} - j \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_I} \right)^T \tag{14}$$

식 (13)의 설계변수에 대한 전체 시스템 행렬의 민감도는 다음의 설계변수에 대한 요소 시스템 행렬의 민감도의 조립으로 표현한다.

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \mathbf{S}_e}{\partial \chi_e} \right]_{ij} &= \left[ \frac{\partial \mathbf{M}_e}{\partial \chi_e} - \omega^2 \frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial \chi_e} \right]_{ij} \\ &= \int_{\Omega_e} \frac{\partial \rho^{-1}}{\partial \chi_e} \nabla \varphi_i D \nabla \varphi_j d\Omega_e - \omega^2 \int_{\Omega_e} \frac{\partial \kappa^{-1}}{\partial \chi_e} \varphi_i \varphi_j d\Omega_e \end{aligned} \tag{15}$$

식 (14)의 음압 벡터의 실수부/허수부에 대한 목적함수의 민감도는 다음의 식을 통해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_R} &= 2n \sum_{i=1}^n \left\{ P(\theta_i) \frac{\partial P(\theta_i)}{\partial \mathbf{p}_R} \right\} - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n P(\theta_i) \right\} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P(\theta_i)}{\partial \mathbf{p}_R} \right\}, \\ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_I} &= 2n \sum_{i=1}^n \left\{ P(\theta_i) \frac{\partial P(\theta_i)}{\partial \mathbf{p}_I} \right\} - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n P(\theta_i) \right\} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial P(\theta_i)}{\partial \mathbf{p}_I} \right\}. \end{aligned} \tag{16}$$

위의 일련의 과정을 통하여 설계변수에 대한 목적함수의 설계 민감도 값을 최종적으로 식 (13)에서 얻을 수 있다. 이 문제에서 설계변수의 갱신 방법으로는 MMA(method of moving asymptotes)<sup>(16)</sup>를 적용하였다.

### 3. 음향 확산 구조 설계

앞에서 제시한 위상최적화 정식화를 바탕으로 다

음의 수치 데이터를 이용하여 최적화를 수행하였다 (기호 정의는 Fig. 1 참조).

$$\begin{aligned} D_x &= 5.10 \text{ m}, D_y = 5.10 \text{ m}, \\ L_x &= 0.90 \text{ m}, L_y = 0.90 \text{ m}, R = 2.00 \text{ m}, \\ \rho_{air} &= 1.25 \text{ kg/m}^3, c_{air} = 343 \text{ m/s}, \\ \rho_{rigid} &= 7670 \text{ kg/m}^3, c_{rigid} = 6100 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

설계영역의 크기를 결정하는  $W$ 와  $H$ 는 다음과 같다.

$$W = 1.20 \text{ m}, H = 0.15 \text{ m}.$$

목적 주파수에 대한 최적화 형상의 변화를 살펴 보기 위해서 목적 주파수를 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 kHz로 변화시켜 보았다. 음향 확산 구조의 설계 영역에 사용한 요소는 가로, 세로 0.015 m 크기의 정사각형이며 설계 영역은 폭 방향으로 80개, 높이 방향으로 10개의 요소로 이루어진다. 최적화 과정에서 음향 확산 구조 성능 평가를 위해 10°와 170° 사이에서 2° 간격으로 놓여있는 수음 곡선 위의 지점에서 음압 정보를 사용하였으며 모든 경우에 대해 설계영역 내 모든 설계변수의 초기값은 0.5에서 시작하였다.

Fig. 3은 목적 주파수 1.0 kHz에 대해 설계 반복 횟수에 따른 목적함수 값의 변화를 보여준다. 그래프 내부의 문자  $N$ 은 반복 횟수를 나타내는 값으로  $N=1, 10, 20, 50, 100, 400, 800$ 에 대한 설계형상의 변화와 그 때의 음향 공간  $\Omega_A$  내부 반사 음장의 음압 분포를 Fig. 4에 나타내었다. 목적함수 값은 설계 반복 횟수가 증가함에 따라 단조롭게 감소하는 경향을 보인다. 특히 반복 횟수가 적은 구간 ( $N < 50$ )에서 설계형상이 급격하게 변화하며 목적함수 값이 크게 감소하는 경향을 보인다. 해당 구간에서 형상 변화는 음장을 양 옆 방향으로 확산시키도록 하는 방향으로 일어난다. 설계변수 값이 모두 0.5로 설정되어 있는  $N=1$ 의 경우, 설계 영역에 입사된 음장을 주로 정반사하여 수직 방향으로 반사 음장이 강하게 집중되어 나타나며 따라서 최적화 과정에서 이 집중 음장을 피하기 위해 음장을 다른 방향으로 유도하기 위한 형상이 설계 영역에 나타난다. 초반에 목적함수 값의 급격한 변화가 일어난 이후에는 목적함수 값의 변화량이 상대적으로 적으나 음장 균일성을 더욱 향상시키면서 설계변수의 0 혹

은 1로의 수렴도가 향상되도록 하는 방향으로의 최적화가 이루어진다.

Fig. 4의 우측 최하단 그림은 최적화 반복에 의한 수렴이 끝난 후 결과를 후처리하여 얻은 것이다. 반복 과정이 끝난 후에도 0 혹은 1로 완전히 수렴하지 않은 설계변수 값들이 존재하기에 마지막 결과에서의 구조 형상에 가장 근접하도록 하는 특정 설계변수 값을 설정해 그보다 높은 설계변수 값은 1로, 그보다 낮은 설계변수 값은 0으로 설계변수 값을 다시 부여하였다. 후처리를 하고 난 후의 결과는 후처리 이전보다 확산 성능은 다소 떨어지나 음장의 균일성 측면에서 여전히 유효한 결과를 보여준다.

문제에서 설정한 모든 목적 주파수 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 kHz에 대한 최적화 결과를 Fig. 5에 제시하였다.

최적화 과정은 모두 앞서 보인 1.0 kHz와 같은 경향을 나타내었으며 제시한 결과는 모두 후처리 과정을 거친 것이다. 각 주파수에 대한 후처리 기준 설계변수 값은 순서대로 0.5, 0.1, 0.5, 0.35를 사용

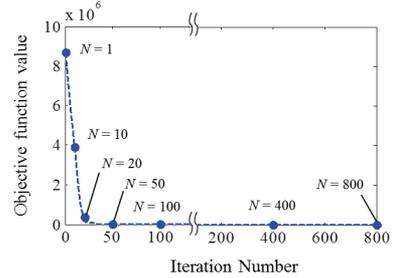


Fig. 3 Topology optimization iteration history for the target frequency of 1.0 kHz

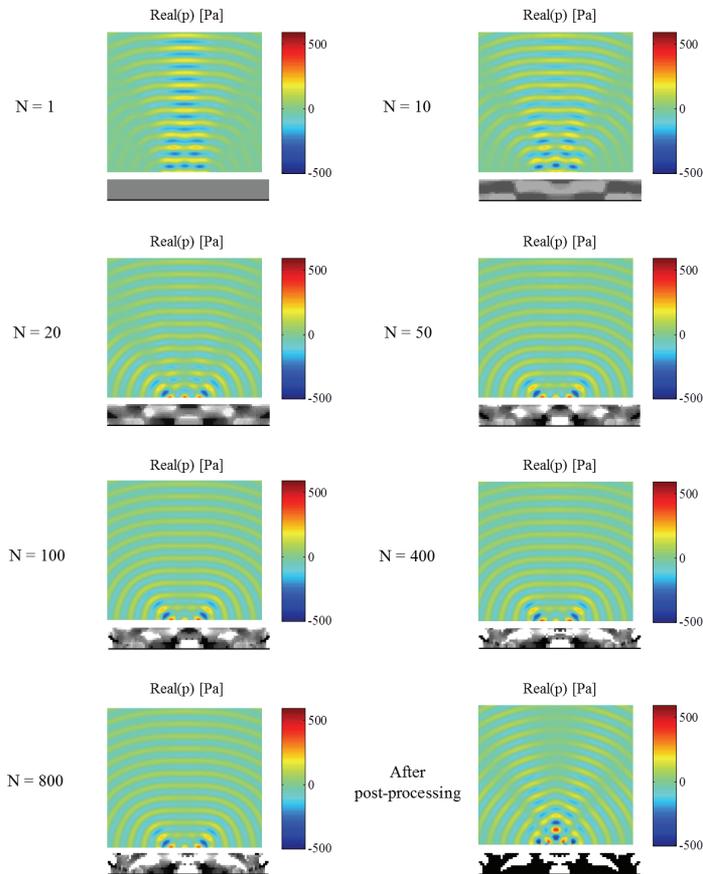


Fig. 4 Intermediate and final layouts during the topology optimization of an acoustic diffuser and the real parts of reflected pressure fields at the frequency of 1.0 kHz for varying iteration numbers  $N=1, 10, 20, 50, 100, 400$  and 800

하였다.

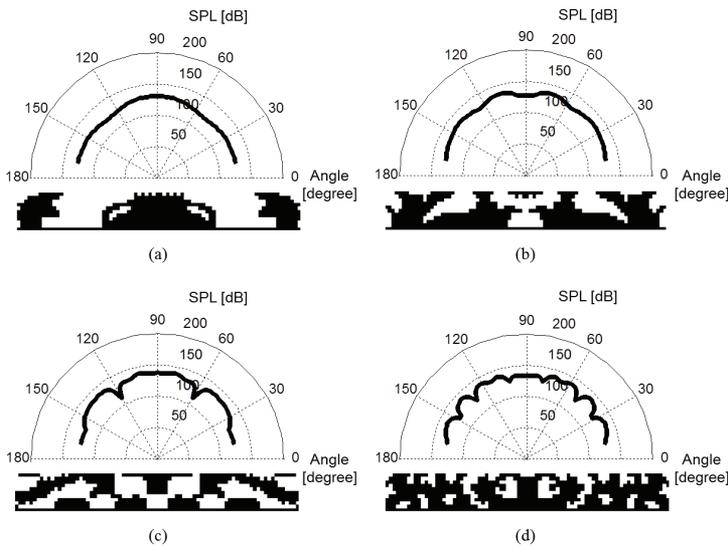
제안된 최적설계기법의 유용성 검증을 위해 슈뢰더 확산기와 위상최적화 기법을 통해 얻은 확산 구조에 대한 각각의 확산 계수 값을 Table 1에 제시하였다. 음향 확산 구조의 성능 비교는 동일한 음향 공간 및 측정 방법에 의해 이루어져야 하므로 슈뢰더 확산기의 성능 평가에도 2.1에서 정의한 유한요소법을 이용한 반사 음장 및 확산 계수 구하는 방법을 적용하였으며 성능 비교를 위해 사용한 슈뢰더 확산기는 19개의 단일 벽으로 이루어진 QRD(quadratic residue diffuser)로 각 주파수에서 최적의 성능을 보이는 슈뢰더 확산기 설계 방법을 따랐다<sup>(17)</sup>. 모든 목적 주파수에서 이 연구에서 제안한 위상최적화 기법에 의한 최적 구조가 슈뢰더 확산기보다 높은 확산 계수 즉, 좋은 성능을 가진다는 것을 확인할 수

있었다. 따라서 이 기법을 사용하면 효과적으로 음향 확산 구조를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

앞선 결과에서 확인할 수 있듯이 이 위상최적화 기법에 의한 최적 구조는 형상최적화와는 달리 초기 형상에 의존하지 않는 다양한 형상을 얻을 수 있으며 이는 설계자에게 새로운 아이디어를 제공할 수 있다. 이 논문에서는 동일한 설계 영역의 크기에 대해 네 가지 목적 주파수에 대한 수치 예제를 제시하였으나 다양한 설계 영역의 크기와 다른 목적 주파수 혹은 특정 주파수 대역에 대해서도 확장하여 적용 가능하다. 그러나 형상에 대한 자유도의 제한이 없는 것은 이 문제에서의 결과(Fig. 5)와 같이 실제 제작이 난해한 결과가 얻어질 수도 있다는 단점이 존재한다. 위상최적화 수렴성 관점에서 살펴보면, 전통적인 정적 구조 최적 설계 문제와는 달리 수렴 시 물질이 공기와 강체로 접근해야 하는 자연적인 조건이 성립되지 않기 때문에 완벽한 0과 1의 설계변수로 수렴되지 않았다. 특히 음장이 반사되는 방향과 그 양이 중요한 이 문제와 같은 경우 중간 물질의 설계변수 값에서 강체로의 설계변수 값으로 변화하는 것은 설계 요소로의 투과가 전혀 일어나지 않고 반사만 일어나는 요소로 변화하는 것이기에 수렴도가 더 좋지 않게 나타남을 예상해 볼 수 있다. 실제로 음향 최적화에서 설계변수의 수렴이 잘 이루어지

**Table 1** Diffusion coefficients of the Schroeder-type diffusers and the optimized diffusers

Target frequency [kHz]	Optimized diffuser (before post-processing)	Optimized diffuser (after post-processing)	Schroeder-type diffuser
0.5	0.9997	0.7375	0.3461
1.0	0.9994	0.8184	0.5464
1.5	0.9998	0.6040	0.5250
2.0	0.9998	0.6629	0.4600



**Fig. 5** Optimized acoustic diffuser layouts and their pressure fields along the receiver arc for varying frequencies of (a) 0.5 kHz, (b) 1.0 kHz, (c) 1.5 kHz and (d) 2.0 kHz

지 않는 것은 이미 잘 알려진 문제로 최적화 결과를 후처리하여 그 성능이 크게 나빠지지 않는 지금과 같은 경우 후처리를 통해 최종 결과를 얻는 것도 유효한 방법으로 사용된다.

음향 확산 구조 위상최적화 문제를 강체 가정이 아닌 탄성체 혹은 흡음 특성을 갖는 구조로 설계하는 것 또한 충분히 고려해 볼 수 있는 문제이다. 이 경우 각 문제에 따라 그에 해당하는 구조물과 음향 공간 사이의 경계조건이 고려되어야 할 것이며 문제에 맞는 물질 보간 함수와 목적함수가 새롭게 설정되어야 한다. 탄성체 혹은 흡음 특성을 갖는 구조로의 설계는 강체 가정보다 실질적으로 적용 가능한 구조물의 설계를 가능케 할 것이나 이 문제에서는 음향 확산 구조의 위상최적화 문제로의 첫 적용으로 수식적 단순화를 위해 강체 가정을 적용하였으며 다른 물질로의 가정은 추후 연구로 남기고자 한다.

#### 4. 결 론

이 논문에서는 위상최적화 기법을 이용하여 목표한 지점에서 균일한 음장을 갖도록 하는 음향 확산 구조를 설계하는 방법을 제안하였다. 무한 음향 공간에서 유한요소법을 기반으로 하여 전체 음장 및 반사 음장을 계산하였으며 음향 확산 구조를 구성하는 물질을 강체로 가정하고 SIMP를 이용한 공기와 강체의 물성치 보간 함수를 정의하였다. 또한 음장 균일성 향상을 위한 적절한 목적함수의 설정과 설계 변수에 대한 목적함수의 설계 민감도 계산을 통해 목적 주파수에서 최적화된 음향 확산 구조를 설계할 수 있음을 보였다.

이 연구는 조화해석을 이용한 특정 주파수의 경우에 대해 진행되었으며 음향 확산 구조 설계 혹은 음장 균일성 향상에 위상최적화 기법을 처음으로 적용하였다. 향후 FDTD 방법을 사용하여 넓은 주파수 대역에서 최적화된 성능을 보이는 음향 확산 구조의 설계 혹은 실제 설계를 고려한 설계 등의 연구가 기대된다. 이 문제에서 다른 확산 구조는 실내 공간의 벽에 설치하는 것과 같이 아래위 길이 방향으로 무한한 2차원 음향 공간을 가정하므로 제작이 불가능한 것은 아니나 실제 적용을 위해서는 제작 가능한 형태로의 변환 혹은 제작성을 고려한 방법을 추후 연구해 볼 필요가 있다.

#### 후 기

이 연구는 한국연구재단의 중견 연구자 지원 사업(과제번호: 2013-035194)과 미래창조과학부 첨단 비파괴 검사기술 사업(과제번호: 2013-043465)의 지원을 받은 것으로 이에 감사드립니다.

또한 이 논문의 제 1저자는 본인의 음향 위상최적화 초기 연구에 많은 도움을 준 국방과학연구소의 김윤재 박사에게 감사를 표합니다.

#### References

- (1) Schroeder, M. R., 1975, Diffuse Sound Reflection by Maximum-length Sequences, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 57, No. 1, pp. 149~150.
- (2) Berkhout, A. J., van Wulfften Palthe, D. W. and de Vries, D., 1979, Theory of Optimal Plane Diffusers, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 65, No. 5, pp. 1334~1336.
- (3) de Jong, B. A. and van den Berg, P. M., 1980, Theoretical Design of Optimum Planar Sound Diffusers, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 68, No. 4, pp. 1154~1159.
- (4) Cox, T. J., 1995, The Optimization of Profiled Diffusers, Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 97, No. 5, pp. 2928~2936.
- (5) Cox, T. J., 1996, Designing Curved Diffusers for Performance Spaces, Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 44, No. 5, pp. 354~364.
- (6) Hughes, R. J., Angus, J. A. S., Cox, T. J., Umnova, O., Gehring, G. A., Pogson, M. and Whittaker, D. M., 2010, Volumetric Diffusers: Pseudorandom Cylinder Arrays on a Periodic Lattice, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 128, No. 5, pp. 2847~2856.
- (7) Cox, T. J., Angus, J. A. S. and D'Antonio, P., 2006, Ternary and Quadriphase Sequence Diffusers, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 119, No. 1, pp. 310~319.
- (8) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., 2003, Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications 2ndEd.,

Springer Verlag, NewYork.

(9) Bendsoe, M. P., Lund, E., Olhoff, N. and Sigmund, O., 2005, *Topology Optimization – Broadening the Areas of Application, Control and Cybernetics*, Vol. 34, No. 1, pp. 7~35.

(10) Lee, J. W. and Kim, Y. Y., 2008, *Topology-optimization-based Partition design for Maximizing or Minimizing the Eigenfrequency of a Double Cavity*, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 11, pp. 1118~1127.

(11) Kim, Y. J., Lee, J. S., Kang, Y. J. and Kim, Y. Y., 2008, *Optimization of Multilayered Foam-penel Sequence for Sound Transmission Loss Maximization*, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 12, pp. 1262~1269.

(12) Bermúdez, A., Hervella-Nieto, L., Prieto, A. and Rodríguez, R., 2007, *An Optimal Perfectly Matched Layer with Unbounded Absorbing Function for Time-harmonic Acoustic Scattering Problems*, *Journal of Computational Physics*, Vol. 223, No. 2, pp. 469~488.

(13) Lee, J. W. and Kim, Y. Y., 2009, *Topology Optimization of Muffler Internal Partitions for Improving Acoustical Attenuation Performance*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 80, No. 4, pp. 455~477.

(14) Hargreaves, T. J., Cox, T. J., Lam, Y. W. and D’Antonio, P., 2000, *Surface Diffusion Coefficients for Room Acoustics: Free-field Measures*, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 108, No. 4, pp. 1710~1720.

(15) Dühring, M., Jensen, J. S. and Sigmund, O., 2008, *Acoustic Design by Topology Optimization*, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 317, No. 3~5, pp. 557~575.

(16) Svanberg, K., 1987, *The Method of Moving Asymptotes—A New Method for Structural Optimization*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, No. 2, pp. 359~373.

(17) Cox, T. J. and D’Antonio, P., 2009, *Acoustic Absorbers and Diffusers: Theory, Design and Application* 2nd Ed., Taylor & Francis, New York.



**Jieun Yang** received her B.S. degree in School of Mechanical and Aerospace Engineering from Seoul National University. Currently she is a Ph.D. candidate at Integrated Design & Analysis Laboratory for Multi-physics Systems in Seoul

National University.



**Joong Seok Lee** received his B.S., M.S. and Ph.D. degrees from Seoul National University. He is a research associate at Institute of Advanced Machinery and Design in Seoul National University.



**Yoon Young Kim** received his B.S. and M.S. from Seoul National University and his Ph.D. degree from Stanford University. He is a professor at Seoul National University. His recent research interests are Topology

Optimization, Ultrasonic Transducers and Meta-materials.