

Edge Wave 고유파형의 비교 Comparison of Edge Wave Normal Modes

서승남
Seung Nam Seo

요 지 : 선형과 천해 edge wave로 구분되는 이들의 거동을 더 잘 이해하기 위해 비교하였다. 본 연구에서는 변수분리법을 사용하여, Ursell (1952)이 해의 유도과정 없이 제시한, 선형 edge wave의 해를 얻었다. 천해 edge wave는 비록 천해방정식으로부터 유도되지만 분산특성을 갖는다. 완만한 해저경사의 경우, 천해 파형은 선형 파형과 거의 같게 되고 천해 파형은 다루기가 쉬운 장점이 있다. Gaussian 분포형태의 이동체에 의해 생성되는 edge wave를 계산하기 위해 천해 고유파형으로 전개한 해를 구성하였고, 이에 대한 결과를 제시하고 특성을 기술하였다.

핵심용어 : 선형 edge wave, 천해 edge wave, 변수분리법, 고유파형

Abstract : Both full linear and shallow water edge waves are compared to get a better understanding of edge wave behavior. By using method of separation of variables, we are able to get solution of full linear edge wave presented by Ursell (1952) without derivation. The shallow water edge waves show dispersive features despite being derived from shallow water equations. When bottom slope is mild enough, shallow water edge wave tends to linear edge wave and has some advantages of manipulation. Solution of edge wave generated by a moving landslide of Gaussian shape is constructed by an expansion of shallow water normal modes. Numerical results are presented and discussed on their main features.

Keywords : Full linear edge wave, shallow water edge wave, separation of variables, normal modes

1. 서 론

연안에서 대규모 열대성 저기압 또는 해안사태에 의해 생성된 장파는 굴절에 의해 연안에 구속되어 해안을 따라 전파한다. 허리케인에 의해 발생되어 미국 동부연안에서 관측된 edge wave는 대략 1m의 진폭, 수백 km의 파장 그리고 대역폭의 주기를 갖는 장파이다(Munk et al., 1956). 이는 폭풍에 동반된 고파랑에 비하면 edge wave의 진폭은 크지 않으나, 연안의 표고가 낮은 점을 고려하면 장주기의 1m 수위 상승 또는 만조와의 증첩은 연안범람을 일으킬 수 있으며 이로 인한 상당한 피해를 예상할 수 있다(Greenspan, 1956).

Eckart (1951)는 선형 천해방정식으로부터 일정한 경사의 지형에서 생성되는 edge wave의 해를 유도하였으며, 해면은 해안선에서 지수적으로 감소하는 성분파의 무한급수로 나타내었다. Ursell (1952)은 속도포텐셜로 표현된 선형파 이론에 근거한 edge wave의 해만을 유도과정 없이 제시하였으며, 천해 edge wave와 달리 해저경사에 따라 성분파의 수가 제한됨을 보였다. 선형 edge wave의 성분파 가운데 기본 파형은 Stokes (1846)에 의해 제시한 것과 일치한다. Whitham (1979)

은 Laplace 식을 만족하는 미지함수가 포함된 적분식을 제안하여 미지함수를 경계조건으로부터 정하는 방법으로 해를 얻었고, 여기에는 Ursell의 해가 포함되기 때문에 이것은 보다 포괄적인 해가 된다. 이 방법은 Evans (1989)에 의해 그 적용성이 좀 더 확장되었으나, 적분식으로 표현된 성분파형의 계산이 용이하지 않은 단점이 있다. 본 연구에서는 edge wave 해의 유도에 포함된 가정과 배경을 살펴, 선형과 천해 edge wave 고유 파형의 특성을 기술하고자 한다.

위의 천해 또는 선형 edge wave의 고유 파형은 각기 주어진 고유치 문제의 해이다. 이 보다 복잡한 경우인, 즉 외력이 가해져 생성되는 edge wave의 해를 고유파형에 미지수를 곱한 성분파들을 더한 형태로 표현하여 초기조건과 경계조건을 이용하여 미지수를 결정하는 고유함수 전개법이 많이 사용된다(Greenspan, 1956; Sammarco and Renzi, 2008; Seo and Liu, 2013). 이 기법을 보다 효율적으로 사용하기 위해서는 그 토대를 이루는 고유파형에 대한 충분한 이해가 필요하다. 본 연구에서는 edge wave 고유파형의 특성 분석에 초점을 두어 edge wave의 생성과 변형에 대한 이해를 넓히고자 한다.

천해 edge wave의 해에 포함된 가정과 유도의 주요 과정을 간

*한국해양과학기술원 연안개발 · 에너지연구부 (Corresponding author : Seung Nam Seo, Coastal Development & Ocean Energy Research Division, Korea, Institute of Ocean Science & Technology, Ansan 426-744, Korea, Tel: +82-31-400-6331, Fax: +82-31-408-5823, snseo@kiost.ac)

추려 기술하였다. 그리고 직선해안에 직교입사하는 파랑이 완전 반사에 의해 생성되는 정현파(standing wave)와 천해 edge wave 외해방향 파형의 유사성을 밝히고 이들의 특성도 기술하였다. 선형 edge wave의 해를 구하기 위해 기존 연구와 달리, 간단하고도 명료한 변수분리법을 사용하였다. 선형과 천해 edge wave로부터 각각 해면을 계산하여 비교하고 그 특성을 분석하였다.

마지막으로 Gauss 분포형상의 이동체가 일정경사의 사면 위를 미끄러지면서 생성되어 전파하는 edge wave의 해면 변화를 계산하기 위해 Seo and Liu (2013)가 사용한 천해 edge wave 파형을 이용한 고유함수 전개법을 사용하고 해면의 시간에 따른 변화를 다시 구하였다. 이 가운데 고유파형의 특성을 가장 잘 나타내는 결과들을 제시하고 이를 분석하였다.

2. 선형 천해파 이론에 근거한 edge wave

x 축은 외해방향을 향하고, y 축은 해안선과 일치하는 직교 좌표계를 이용한 천해 방정식은 식 (2.1)로 주어진다.

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (uh) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = -g \nabla \zeta(x, y, t) \end{cases} \quad (2.1)$$

여기서 ζ 는 해면, u 는 파랑 운동에 의한 유속벡터이며, $h(x)$ 는 수심이다. 일정 경사 α 의 수심 $h = \alpha x$ 에서, 식 (2.1)의 u 를 소거하여 해면만의 식으로 변환하면 식 (2.2)가 된다.

$$x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} + x \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} - \frac{1}{g\alpha} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

해안방향으로는 수심의 변화가 없는 것으로 가정하였기 때문에 이 방향으로 파형이 일정하여 파수는 $k\alpha$, 각주파수 ω 인 파랑의 해면은 식 (2.3)으로 표현할 수 있다.

$$\zeta = f(x)e^{-i(ky - \omega t)} \quad (2.3)$$

식 (2.3)을 (2.2)에 대입하면 x 방향의 파형 $f(x)$ 에 대한 식을 얻는다.

$$f'' + \frac{1}{x}f' + \left(\frac{\omega^2}{g\alpha x} - k^2 \right) f = 0 \quad (2.4)$$

여기서 $()'$ 은 x 에 대한 미분을 의미한다. Whitham (1979)이 보인 바와 같이 해안선 $x=0$ 에서 식 (2.4)의 해 가운데 하나는 $\log x$ 거동을 보이는 특이함수(singular function)이 되나, 다른 하나는 일반함수(regular function)이 된다. 그리고 $x \rightarrow \infty$ 에서는 식 (2.4)는 근사적으로 $f'' - k^2 f \approx 0$ 가 되어 이 경우 해는 e^{-kx} 와 e^{kx} 의 결합으로 표현된다. 그러나 현상에 부합되는 해는 크기가 유한해야 함으로 e^{-kx} 만이 의미를 갖는다. 즉, 해면의 진폭은 해안선에서 최대가 되고 외해방향으로는 지수적인 감소를 보여

파랑은 연안에만 존재하게 된다.

식 (2.4)에 변수변환을 하여 Laguerre 미분식을 얻을 수 있고 이 과정은 기존 문헌(Eckart, 1951; Whitham, 1979; Mei, 1989; Schaffer and Jonsson, 1992; Seo and Liu, 2013)에 기술되어 있어 그 결과만 나타내면 식 (2.5)가 된다.

$$\zeta = e^{-kx} L_n(2kx) e^{i(ky - \omega t)} \quad (2.5)$$

여기서 k 은 Fourier 적분에서 k 가 음수가 되는 경우도 포함하기 위해 취해졌다. 그리고 ω 는 k 의 함수인 파랑분산식 (2.6)으로 정해지고, Laguerre 다항식 L_n 은 식 (2.7)로 정의된다.

$$\omega^2 = g\alpha k(2n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

$$L_n(x) = \sum_{m=0}^n \frac{(-1)^m n! x^m}{(n-m)! m!} \quad (2.7)$$

식 (2.6)에서 파속 $C = \omega/k$ 은 k 의 함수가 되어 파장에 따라 파속이 달라지게 된다. 결국 파장이 다른 파형들로 구성된 파랑은 파속의 차이로 인해 분산을 겪게 된다. 식 (2.5)의 edge wave는 비록 천해 파랑식에서부터 유도되었지만 분산특성을 갖는 특이한 파랑이며, 이 파랑의 특성을 좀 더 살펴보기 위해 이와 유사한 일정사면 위에 완전 반사에 의해 형성되는 천해 정현파의 특성을 고찰하기로 한다.

비교를 위해 y 방향의 파수성분이 없는 경우, 식 (2.4)는 식 (2.8)로 바뀌게 된다.

$$f'' + \frac{1}{x}f' + \frac{\omega^2}{g\alpha x}f = 0 \quad (2.8)$$

변수변환을 이용하여 구한 식 (2.8)의 일반해는 0차 Bessel 함수들의 결합으로 표현할 수 있다(Whitham, 1979). 해안선에서의 해면조건을 적용하여 특이함수를 제외하면, 해는 다음 정현파가 된다.

$$\zeta(x, t) = A J_0 \left(2\omega \sqrt{\frac{x}{g\alpha}} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.9)$$

여기서 미지수 A 는 초기조건으로부터 구할 수 있다. 함수 $J_0(x)$ 의 $x \rightarrow \infty$ 경우 점근식으로부터 식 (2.9)는 식 (2.10)이 된다.

$$\zeta(x, t) = A \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{g\alpha}{\omega^2 x} \right)^{1/4} \cos \left(\frac{2\omega \sqrt{x}}{\sqrt{g\alpha}} - \frac{\pi}{4} \right) e^{-i\omega t}, \quad x \rightarrow \infty \quad (2.10)$$

식 (2.10)에서 진폭은 $x^{-1/4}$ 에 비해하기 때문에 $x \rightarrow \infty$ 에서는 파랑이 존재하지 않게 된다. 이를 바꾸어 기술하면, 이 정현파는 $x \rightarrow \infty$ 에서 진폭이 0이 아닌 입사파에 의해 형성될 수 없으며, Whitham (1979)은 이를 수심이 매우 깊은 $x \rightarrow \infty$ 에서 천해파 이론을 적용한 것이 모순이라 지적하였다. 한편 중복파의 식 (2.10)의 cosine 함수를 지수함수로 나타내면, 해안과 외해쪽으로 진행되는 진행파의 합으로 표현할 수 있고, 이 가운데 외해

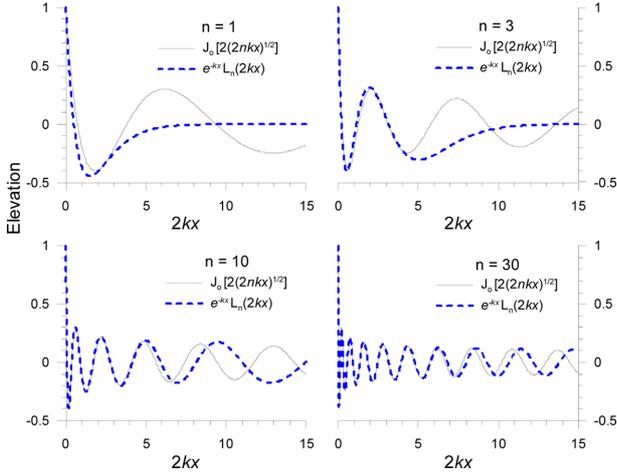


Fig. 1. Modal surface elevation profiles of shallow water edge wave and standing wave in on-off shore cross-section.

쪽으로 진행하는 파랑성분의 위상함수는 식 (2.11)로 표현된다.

$$\theta(x, t) = \frac{2\omega\sqrt{x}}{\sqrt{g\alpha}} - \omega t - \frac{\pi}{4} \quad (2.11)$$

식 (2.11)로부터 $x \rightarrow \infty$ 으로 접근하는 경우 파장이 짧아지며, 파속은 $C = \sqrt{g\alpha x} = \sqrt{gh}$ 이 되어 이는 수심 h 의 천해파 파속과 같다. 이것이 의미하는 것은 수심이 깊어지면, 파속이 빨라짐으로 파봉이 굽어지기 때문에 결국 파랑은 연안에서만 존재하게 된다.

또한 $J_0(x)$ 는 식 (2.12)의 급수로 나타낼 수 있다 (Abramowitz and Stegun, 1972).

$$J_0(2\sqrt{nx}) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m n^m x^m}{(m!)^2} \quad (2.12)$$

식 (2.7)과 (2.12)의 비교로부터, $n \gg 1$ 의 경우 두 식은 거의 같으며, 따라서 다음 근사식을 얻을 수 있다.

$$e^{-kx}L_n(2kx) \cong J_0(2\sqrt{2nkx}), \quad n \gg 1 \quad (2.13)$$

Fig. 1에 천해 edge wave의 x 방향 파형과 천해 정현파 파형을 비교하였으며 대략 $n > 10$ 인 경우 3 파장 내에서 두 파형은 거의 같다. 기본 파형은 $L_0(2kx) = J_0(0) = 1$ 이므로 천해 edge wave는 e^{-kx} 로 감소하나, 정현파는 1로 해안선 인접 구간을 제외하면 큰 차이를 보인다. 그리고 $n > 0$ 의 경우, 해안선에서 중복파는 해면 기울기가 0이나, 천해 edge wave는 0이 아닌 값을 가진다.

3. 선형파 이론에 근거한 edge wave

제 2절의 방법과 달리 edge wave의 분산을 처음부터 고려하기 위해서는 미분방정식 (3.1)을 사용하여 해를 구하여야 한다. 속도포텐셜 (ϕ)의 첨자는 미분을 의미한다. 이 해는 Ursell (1952)이

유도과정 없이 n 번째 파형을 식 (3.2)로 제시하였고, 기존 연구와 달리 본 연구에서는 변수분리법을 사용하여 해를 구하고자 한다.

$$\begin{cases} \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0, & -x \tan \beta < z < 0 \\ -\frac{\omega^2}{g} \phi + \phi_z = 0, & z = 0 \\ \phi_z + \phi_x \tan \beta = 0, & z = -x \tan \beta \end{cases} \quad (3.1)$$

여기서 해저경사는 $\alpha = \tan \beta$ 이고 경사각의 범위는 $0 < \beta < \pi/2$ 로 주어진다.

$$\phi^n(x, y, z) = e^{iky} \left\{ \begin{aligned} & A_{0,n} e^{-k[x \cos \beta - z \sin \beta]} + \\ & \sum_{m=1}^n A_{m,n} \left(e^{-k[x \cos(2m-1)\beta + z \sin(2m-1)\beta]} \right. \\ & \left. + e^{-k[x \cos(2m+1)\beta - z \sin(2m+1)\beta]} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

속도포텐셜에서 y 방향과 시간 성분을 분리하고, $\phi(x, y, z, t) = \varphi(x, z)e^{i(ky - \omega t)}$, 연직면의 함수를 변수분리 형식 $\varphi(x, z) = X(x)Z(z)$ 으로 표현한다. 그리고 위의 가정된 함수를 지배방정식에 대입하고 x 방향의 경계조건 (3.3)을 사용한다.

$$|X(0)| < \infty, \quad X = 0 \quad \text{as } x \rightarrow \infty \quad (3.3)$$

그러면 해는 식 (3.4)가 되며 미지수 c_1 과 c_2 는 경계조건을 사용하여 정하고자 한다.

$$\varphi(x, z) = e^{-xk \cos m \theta} (c_1 e^{-zk \sin m \theta} + c_2 e^{zk \sin m \theta}), \quad m = 0, 1, \dots \quad (3.4)$$

해저 경계조건은 Evans (1988)이 보인 다음 회전좌표계를 사용하면 편리하다. 시계방향으로 β 회전한 좌표계 $(\tilde{x}, y, \tilde{z})$ 와 원 좌표계의 관계식은 식 (3.5)가 된다.

$$\begin{Bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix}, \quad \tilde{y} = y \quad (3.5)$$

이 경우 회전 좌표계의 해저면 $\tilde{z} = 0$ 에서 조건은 $\partial \phi / \partial \tilde{z} = 0$ 으로 간결하게 되며 이를 만족하는 n 번째 파형의 형태는 식 (3.6)이 된다. 여기서 파형의 개수는 기본파형을 포함하여 $2n+1$ 가 되나, 나중의 해면조건으로부터 n 개가 없어서 최종 $n+1$ 만 남는다.

$$\phi^n(\tilde{x}, y, \tilde{z}) = e^{iky} \left[B_{0,n} e^{-k\tilde{x}} + \sum_{m=1}^{2n} B_{m,n} e^{-\tilde{x}k \cos m \beta} (e^{-\tilde{z}k \sin m \beta} + e^{\tilde{z}k \sin m \beta}) \right] \quad (3.6)$$

식 (3.5)을 이용하여 식 (3.6)을 원 좌표계로 환원하여 다시 쓰면 식 (3.7)이 된다.

$$\phi^n = e^{iky} \left[B_{0,n} e^{-k[x \cos \beta - z \sin \beta]} + \sum_{m=1}^{2n} B_{m,n} (e^{-k[x \cos(m-1)\beta + z \sin(m-1)\beta]} + e^{-k[x \cos(m+1)\beta - z \sin(m+1)\beta]}) \right] \quad (3.7)$$

식 (3.7) 우변의 둘째식을 홀수와 짝수의 합으로 나타낸 뒤 해면조건을 위해 새로운 조합으로 다시 정리하면 식 (3.8)을 얻는다.

$$\phi^n = e^{iky} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{m=0}^{n-1} (B_{2m,n} e^{kz \sin(2m+1)\beta} \\ + B_{2m+2,n} e^{-kz \sin(2m+1)\beta}) e^{-kx \cos(2m+1)\beta} \\ + B_{2n,n} e^{-k[x \cos(2n+1)\beta - z \sin(2n+1)\beta]} \\ + \sum_{m=1}^n B_{2m-1,n} (e^{-k[x \cos(2m-2)\beta + z \sin(2m-2)\beta]} \\ + e^{-k[x \cos(2m)\beta - z \sin(2m)\beta]}) \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

식 (3.8)을 해면조건에 대입하여 정리하면 항등식이 성립하기 위해서 우변의 둘째 식에서 β 의 짝수 배의 계수는 0이 되어야 한다. 그리고 식 (3.8) 우변의 첫 식인 홀수 배의 합에서는 미지 상수 B 를 A 로 바꾸고 동시에 지수 $2m$ 을 m 로 변경한다. 그러면 Ursell (1952)이 제시한 해 (3.2)가 되고, 다음 관계식이 얻어진다.

$$\left\{ \begin{array}{l} [k_0 - k \sin(2m+1)\beta] A_{m,n} + [k_0 + k \sin(2m+1)\beta] A_{m+1,n} = 0 \\ k_0 - k \sin(2n+1)\beta = 0, \quad k_0 \equiv \frac{\omega^2}{g} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

식 (3.9)의 둘째 식을 첫 식에 대입하여 정리하면 계수 $A_{m,n}$ 는 $A_{0,n}$ 에 곱으로 표현된다.

$$A_{m,n} = (-1)^m \prod_{r=1}^m \frac{\tan[(n-r+1)\beta]}{\tan[(n+r)\beta]} A_{0,n}, \quad (m \leq n) \quad (3.10)$$

그리고 둘째 식에서

$$\omega^2 = gk \sin[(2n+1)\beta] \quad (3.11)$$

선형 edge wave의 파랑분산식 (3.11)은 상응하는 천해 파랑분산식 (2.6)과 sine 함수의 존재 유무의 차이를 보인다. $(2n+1)\beta \ll 1$ 인 경사가 매우 작을 경우, 두 식은 같게 된다. 선형 edge wave의 x 방향 파형도 해안선에서부터 외해쪽으로 지수형 감소형태를 취하여야 하기 때문에 식 (3.2)로부터 조건 $0 < (2n+1)\beta \leq \pi/2$ 를 얻을 수 있다. 이로부터 주어진 경사각에 따라 유한한 개수의 단순적인 파형 (discrete modes)이 정해진다.

$$n \leq \frac{\pi - 2\beta}{4\beta} \quad (3.12)$$

식 (3.2)가 주어진 미분방정식 (3.1)의 해가 됨을 변수분리법을 이용하여 보였고, 그 계수는 식 (3.10)으로 주어진다. 식 (3.2)에 동력학 해면조건을 이용하고, n 번째 해면의 x 성분 진폭을 1로 정하면 식 (3.13)이 된다.

$$\eta^n(x) = e^{-kx \cos \beta} + \sum_{m=1}^n (-1)^m \prod_{r=1}^m \frac{\tan[(n-r+1)\beta]}{\tan[(n+r)\beta]} [e^{-kx \cos(2m-1)\beta} + e^{-kx \cos(2m+1)\beta}] \quad (3.13)$$

식 (3.13)으로 표현된 선형 edge wave의 n 번째 해면은 이에 상응하는 천해 edge wave 해면 (2.5)와 서로 상이하기 때문에 직접 비교가 어렵다. 다음 절에서는 직접 비교를 위한 수치계산 결과를 제시하고자 한다.

4. Edge wave 해면 비교

천해 edge wave의 x 성분 n 번째 해면 (2.5)는 해안선에서 1을 가진다.

$$\zeta_E^n(x) = e^{-kx} L_n(2kx) \quad (4.1)$$

반면에 선형 edge wave의 상응하는 해면을 나타내기 위해 식 (3.13)을 (4.2)와 같이 표준화한다.

$$\zeta_U^n(x) \equiv \frac{\eta^n(x)}{\eta^n(0)} \quad (4.2)$$

이들로부터 기본파형의 해면은 식 (4.3)이 된다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta_E^0(x) = e^{-k_E x} \\ \zeta_U^0(x) = e^{-k_U x \cos \beta} \end{array} \right. \quad (4.3)$$

천해 edge wave는 해저경사의 함수가 아니나 선형 edge wave는 경사각에 따라 변하기 때문에 이들의 해면을 비교하기 위해 선형 edge wave의 파수 k_U 를 기준으로 k_E 의 크기를 조정한다.

$$k_E = k_U \cos \beta \quad (4.4)$$

이제 선형 edge wave의 x 성분 n 번째 해면을 풀어쓰기 위해 식 (3.13)을 이용하면 식 (4.2)는 (4.5)가 된다.

$$\zeta_U^n = \frac{e^{-kx \cos \beta} + \dots + (-1)^n \frac{\tan n\beta}{\tan(n+1)\beta} \frac{\tan(n-1)\beta}{\tan(n+2)\beta} \dots \frac{\tan \beta}{\tan 2n\beta} [e^{-kx \cos(2n-1)\beta} + e^{-kx \cos(2n+1)\beta}]}{1 - \frac{2 \tan n\beta}{\tan(n+1)\beta} + \dots + (-1)^n \frac{\tan n\beta}{\tan(n+1)\beta} \frac{\tan(n-1)\beta}{\tan(n+2)\beta} \dots \frac{2 \tan \beta}{\tan 2n\beta}} \quad (4.5)$$

식 (4.5)의 분모는 Seo and Liu (2013)가 보인 바와 같이 파형의 번호 n 이 증가하면 급격하게 감소한다. 즉, $\eta^n(0) \rightarrow 0$ as $n \gg 1$. 이러한 경향은 해저경사가 완만해질수록 더욱 강해져, 완만한 경사의 지형에서는 수치오차 (round-off error)로 인해 계산이 불가능하게 된다. 이를 방지하기 위한 방안으로는 유효숫자를 증가시키는 방안을 사용하였고, 본 계산에서는 모든 변수를 real*16 (4 배정도)으로 정하였다.

자연해안의 경사로는 아주 급한 1/10과 1/30에 대한 파형을 비교하였다. 우선 경사 1/10의 경우 조건 (3.12)로부터 최대 7개의 파형이 선형 edge wave에 존재하고, 경사 1/30에서는 최대 23개가 존재한다. 이 범위 내에서 계산한 파형을 Fig. 2에 나타내었다. 해저경사가 급할수록 천해 파형은 선형

파형과 차이가 커지며 따라서 천해 edge wave 파형의 오차가 증가함을 보인다. 이 그림은 천해 edge wave 파형의 오차를 나타내 선정한 파형의 적정성을 평가할 수 있다.

한편, 위에 기술한 바와 같이 선형 edge wave 파형은 round-off 오차 때문에 그 계산이 쉽지 않다. 그러나 적절한 천해 edge wave 파형을 선정하면 이는 상응하는 선형 파형과 거의 같게 되며 또한 파형 계산도 아주 용이하다. 지금까지는 미분방정식에 외력이 존재하지 않는 경우만을 대상으로 하였으며 해로부터 직접 또는 간접으로 구한 해면의 성분은 고유 파형이 된다. 보다 복잡한 외력이 존재하는 경우, 구하고자 하는 해와 주어진 외력을 이 고유 파형으로 각각 전개하여 해를 구하는 고유함수 전개법은 일반적이고 유용한 기법이다 (Greenberg, 1978). 예를 들면, 해안선과 평행하게 일정한 속도로 움직이는 이동성 기압장이 일정 경사의 해안에 작용하여 생성되는 edge wave에 대해 Greenspan (1956)은 고유함수 전개법을 이용하여 그 해를 구하였다.

외력이 작용하여 생성되는 edge wave에 대한 해를 고유함수 전개법으로 구할 때 외력과 해를 고유파형으로 분리하는 과정이 필요하고, 이 때 파형을 구하기 쉬운 천해 edge wave가 사

용된다. Seo and Liu (2013)는 Gauss 분포형상의 물체가 일정 경사의 사면 위에서 일정한 속도로 이동하는 경우, 이동체에 의해 생성되는 edge wave를 고유함수 전개법으로 구하였다. 해는 적분으로 표현되며, 이 경우 해는 일반적으로 3중 적분으로 주어진다: Fourier-Laplace 역변환에 의한 적분들과 해의 고유함수 전개에 포함된 미정계수를 구하는 과정에서 형성되는 적분으로 구성된다. 이 가운데 Laplace 역변환에 의한 적분은 해석적으로 구해지나, 나머지 두 적분은 수치적분이 필요하고 적분구간이 무한대이기 때문에 빠르고 정밀한 기법이 요구된다.

Fig. 3은 무차원 시간 5에서 11까지 2 간격으로 계산한 해면변위이다. 여기서 모든 변수를 이동체의 대표길이와 edge wave의 대표진폭으로 무차원한 변수를 사용하였고, ζ 의 첨자 9는 파형 0에서 9까지 더한 계산해면을 의미하고 해면의 최대치와 최소치도 그림에 나타내었다.

언급한 바와 같이 edge wave는 파속이 \sqrt{gh} 로 주어져 수심 (또는 x)가 증가할수록 파속이 빨라지며, 시간이 지남에 따라 생성된 파봉이 휘어지게 된다. 동시에 edge wave의 분산특성에 의해 시간이 경과함에 따라 새로운 파형이 형성된다. 이 특성은 해안선에서의 시간에 대한 해면변위를 분석하면 분명히 알 수 있다. 마지막으로 해면의 높이는 해안선에서 가장 크고 외해로 갈수록 감소하는 경향을 볼 수 있다. 이러한 해면의 특성은 앞에서 기술한 성분파형의 특성을 그대로 반영하고 있다.

5. 결 론

일정 경사면 위에 존재하는 edge wave는 해안선에서 해면이 최대가 되고 외해쪽으로 지수적으로 감소한다. 이 특성은 해안에 직교입사한 파랑이 완전 반사하여 형성되는 정현파에서도 나타나며, 특히 파형이 고차로 갈수록 두 파랑의 해면은 일치한다. 또한 정현파에서 외해쪽으로 진행하는 성분파의 위상에서부터 파속은 천해파속 \sqrt{gh} 가 되어 수심이 깊은 곳에서 파속이 빨라져 파봉이 휘게 되고 이로 인해 edge wave는 연안부근에만 존재하게 된다. 또한 edge wave의 분

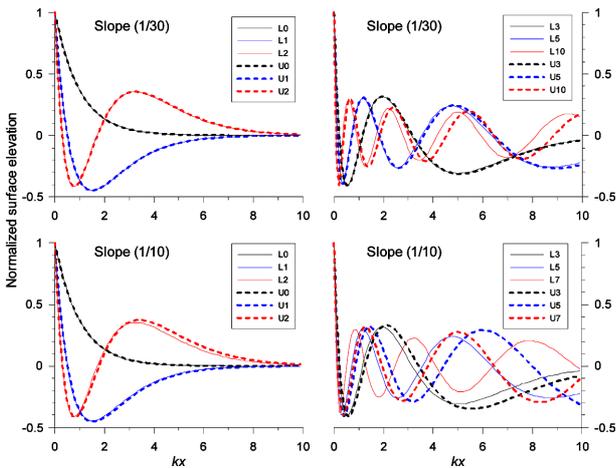


Fig. 2. Modal surface profiles of full linear and shallow water edge waves for slopes 1/10 and 1/30.

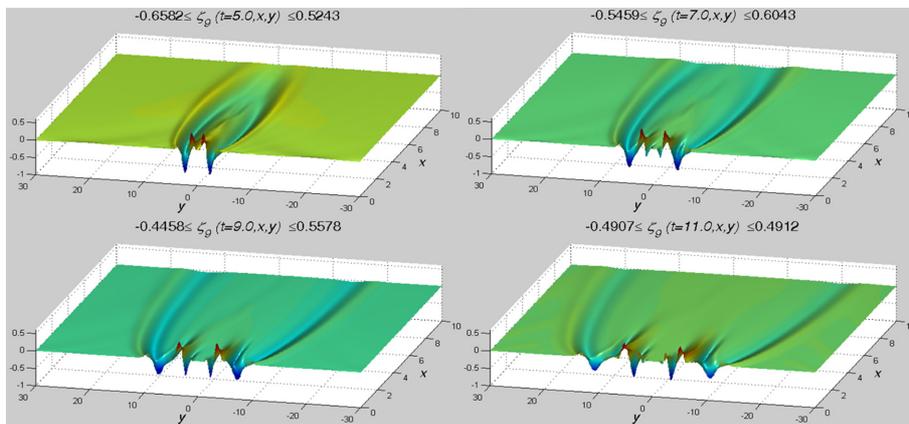


Fig. 3. Snapshots of edge wave surface elevation generated by a Gaussian landslide.

산식에서부터 파속이 파장의 함수가 되기 때문에 분산특성을 갖는다.

선형과 이론에서부터 유도한 선형 edge wave의 해를 기존 연구와 달리 변수분리법을 사용하여 그 유도과정을 기술하였다. 천해 edge wave의 파형은 무한개로 해저경사와는 무관하나 선형 edge wave 파형은 해저경사에 따라 제한된다. 그러나 완만한 경사에서는 선형 edge wave 파형의 수가 증가하며 또한 두 파형은 거의 같게 된다. 이 경우 천해 edge wave의 파형이 다루기 쉽기 때문에 고유함수 전개법에서 이를 주로 사용한다.

외력이 존재하지 않은 고유치 문제로부터 구한 천해 edge wave 고유파형은 이동성 저기압 또는 사면 위에서 미끄러지는 이동체의 작용과 같은 외력에 의해 생성되는 edge wave의 해를 구하는 데 사용된다. 일정 사면 위에서 이동하는 Gauss 분포형상의 이동체에 의해 생성된 edge wave의 해면을 계산하여 시간변화를 나타내었고, 이를 고유파형의 특성과 관련하여 분석하였다. 여기서 다룬 선형 edge wave는 해안선에서의 해면 높이만을 계산하게 되기 때문에, 해안선 부근의 해면의 변동 예를 들면 치오름을 구하는 경우는 분산을 포함한 비선형 파랑모형이 필요하다.

감사의 글

본 연구는 해양수산부 국가연구개발사업 “운용해양(해양예보)시스템 연구 (2단계)” (PM57700)과 한국해양과학기술원 주요사업(PE98916과 PE98976)의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- Abramowitz, M., Stegun, I.A. (1972). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York.
- Eckart, C. (1951). Surface waves in water of variable depth. *Tech. Rep.* 100. Scripps Inst. Ocean. Wave Report.
- Evans, D.V. (1989). Edge wave over a sloping beach. *Q. J. Mech. Appl. Math.*, 42, 131-142.
- Greenberg, M.D. (1978). *Foundations of Applied Mathematics*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Greenspan, H.P., 1956. The generation of edge waves by moving pressure distributions. *J. Fluid Mech.*, 1, 574-590.
- Mei, C.C. (1989). *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*. World Scientific Publishing Co., Singapore.
- Munk, W., Snodgrass, F., Carrier, G. (1956). *Science* 123, 127-132.
- Schäffer, H.A., Jonsson, I.G. (1992). Edge waves revisited. *Coastal Eng.*, 16, 349-368.
- Sammarco, P., Renzi, E. (2008). Landslide tsunami propagating along a plane beach. *J. Fluid Mech.*, 598, 107-119.
- Seo, S.N., Liu, P.L.-F. (2013). Edge waves generated by the landslide on a sloping beach. *Coastal Eng.* 73, 133-150.
- Stokes, G.G. (1846). Report on rescent researches in hydrodynamics. *Brit. Assoc. Rep.*
- Ursell, F. (1952). Edge waves on a sloping beach. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, 214, 79-97.
- Whitham, G.B. (1979). *Lectures on Wave Propagation*. Springer-Verlag, New York.

원고접수일: 2013년 8월 22일

수정본채택: 2013년 9월 5일

게재확정일: 2013년 9월 9일