

## 역4차식 곡선근사에 의한 판재 성형한계변형률의 결정

이주섭<sup>1</sup> · 김진동<sup>2</sup> · 김형종<sup>#</sup>

### Determination of the Forming Limit Strain of Sheet Metal Using Inverse Quartic Curve Fitting

J. S. Lee, J. D. Kim, H. J. Kim

(Received June 19, 2013 / Revised July 18, 2013 / Accepted August 1, 2013)

#### Abstract

The current study aims to determine the limit strains more accurately and reasonably when producing a forming limit curve (FLC) from experiments. The international standard ISO 12004-2 in its recent version (2008) states that the limit major strain should be determined by using the best-fit inverse second-order parabola through the experimental strain distribution. However, in cases where fracture does not occur at the center of the specimen, due to insufficient lubrication, the inverse parabola does not give a realistic fit because of its intrinsic symmetry in shape. In this study it is demonstrated that an inverse quartic function can give a much better fit than an inverse parabola in almost all FLC test samples showing asymmetric strain distributions. Using a quartic fit creates more reliable FLCs.

**Key Words** : Forming Limit Diagram, Inverse Quartic Curve Fitting, ISO 12004-2, Sheet Metal Forming

#### 1. 서론

Keeler[1]와 Goodwin[2]에 의하여 처음으로 그 개념이 소개된 성형한계도(forming limit diagram, FLD)는 판재성형 공정에서 성형의 난이도와 가능성 및 불량에 대한 예측과 분석을 위해 가장 보편적으로 적용하고 있는 성형성 평가 방법이다. 오늘날 판재성형 공정의 설계·개발 단계에 소요되는 시간과 비용, 노력을 최소화할 수 있는 도구로 인정되고 있는 유한요소해석에서도 신뢰성 높은 성형성 평가와 성형한계 예측을 할 수 있으려면 재료의 기본 물성과 성형성에 관한 정확한 데이터가 우선적으로 필요하다. 이러한 배경에서 다양한 프레스 제품을 성공적으로 성형할 수 있는 공정 조건을 안정적으로 얻을 수 있도록 공정 해석·설계 기술을 뒷받침하기 위한

수많은 이론적·실험적 연구가 수행되어 왔다.

성형한계도에 관한 연구는 우선 다양한 재료와 다양한 측정법에 대한 실험적 도출[3~5]을 비롯하여 Marciniak-Kuczynski[6]의 재료결함 모델에 바탕을 둔 이론적 접근[7,8], 변형경로·변형률속도·온도·윤활 조건 등 공정변수의 영향 조사[5, 9~11], 변형경로에 무관한 성형한계도 도출을 위한 성형한계응력선도(forming limit stress diagram, FLSD) 개념의 도입 [12~14], 그리고 이러한 이론적·실험적 성형한계도의 유한요소해석에의 응용[15,16] 등이 그 주류를 형성하고 있다.

성형한계도를 도출하는 방법으로 ASTM-E2218[17], KS B ISO 12004[18] 등 국가별 표준규격과, 새로운 국제표준 ISO 12004-2[19]가 명문화되어 있으며, 대부분 여러 가지 변형모드에서 재료의 성형 ‘안전

1. 강원대학교 대학원  
# Corresponding Author: Kangwon National University, E-mail: khjong@kangwon.ac.kr

(safe) 영역과 네킹 또는 파단으로 인한 성형 ‘실패 (failure)’ 영역을 구분하고 그 경계에서 성형한계선 (forming limit curve, FLC)을 도출하는 것을 근간으로 한다. 그러나 그 방법론이나 기준이 구체적이지 않고 불명확한 부분이 있어, 특히 안전-실패 영역이 섞여서 경계가 모호하거나 오히려 지나치게 많이 떨어져있는 경우 변형률 측정방법이나 시편에 따른 데이터의 편차뿐만 아니라 동일 시편에서도 측정 부위나 측정 단면에 따라 상당한 산포가 발생하는 등, 시험자의 경험에 거의 의존하는 방법으로 구한 성형한계도에 객관성이 다소 결여된 경우가 많다. Strano 등[20]은 성형한계도를 결과물로 발표한 수십 건의 연구논문을 분석하여 안전-실패 영역의 경계에서 성형한계선(또는 성형한계밴드)을 결정하는 방법에 따라 분류한 바 있다.

최근 버전의 국제표준[19]에서도 이러한 문제점들을 고려하여 이전보다 훨씬 구체적인 시험방법을 제시하고 있으나, 고도의 윤택 수준을 요구하는 등 실제 적용에 어려움이 있고 한계변형률의 결정방법에 여전히 개선의 여지가 있는 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서는 일반연구자들이 보다 현실적인 시험 조건에서도 합리적으로 한계변형률을 결정할 수 있는 역4차식 곡선근사법을 제안하고, 이에 따른 결과를 기존 방식에 의한 결과와 다양한 방법으로 비교·검증하였다.

## 2. 이론 및 실험

### 2.1 성형한계 결정 방법

ISO 12004-2 규정은 Nakajima 시험법 또는 Marciniak 시험법 등 신장성형(stretch-forming)에 의한 성형한계도 시험에서 시편의 중심축에 평행한 수 개의 단면(section)을 따른 변형률 분포를 파단이나 네킹이 발생한 근처에서 역2차(inverse parabolic) 함수로 곡선근사하여, 그 최대값으로 한계변형률을 결정하는 방법을 제시하고 있다. Fig. 1은 이 방법을 설명하는 개념도로, X축은 단면 윤곽을 따른 변형률 측정 위치(‘arc length’)이며, Y축은 변형률 측정값을 나타낸다. 곡선근사에 사용되는 영역(‘fit window’)  $W_L$ ,  $W_R$ 은 각각 파단부 좌·우에서 주변형률 분포 곡선의 곡률을 고려하여 설정하며, 이 영역 내의 데이터를 식(1)로 주어지는 역2차식으로 근사하여 그림과 같은 종 모양의 곡선을 얻는다.

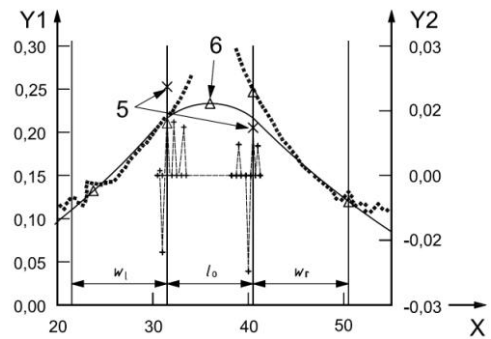


Fig. 1 Schematic showing the curve fit to the major strain distribution and the limit strain determination according to ISO 12004-2[17]

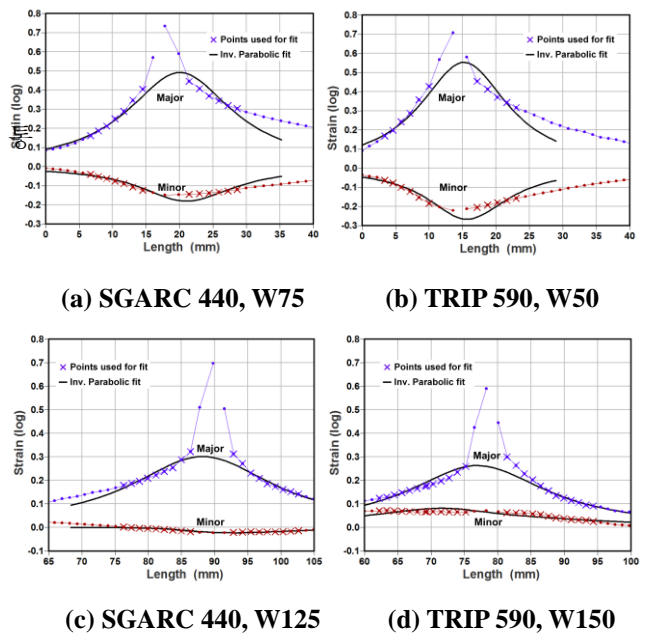


Fig. 2 Problems due to inverse parabolic curve fitting

$$\varepsilon = \frac{1}{ax^2 + bx + c} \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 단면에 따른 변형률 측정위치이다. 한편, 주변형률의 분포는 주변형률이나 두께변형률의 경우처럼 뚜렷하게 파단부에서 극대값 또는 극소값을 가지지 않으므로, 두께변형률 분포에 대하여 주변형률에서와 같은 방법으로 역2차식 곡선근사를 통하여 극소점을 찾아 한계 두께변형률로 간주하고, 체적불변조건으로부터 한계 주변형률을 계산한다. 상용화된 자동 변형률 측정시스템 ‘ARGUS’[21]도 기본적으로 이 규정을 따르는 것으로 알려져 있다.

역2차식 곡선근사는 정점에 대해 좌우대칭 형상이므로, 소재와 펀치 사이의 마찰이 거의 없을 정도로 양호한 윤활 조건에서 돔(dome)의 중심부에서 파단이 일어났을 때에는 대칭형 변형률 분포를 잘 근사하나, 불충분한 윤활(보통 무윤활) 조건 조건에서 돔의 양쪽에서 파단이 일어나 소위 쌍봉(double hump) 형상의 변형률 분포를 보일 때에는 대개 정점에 대한 좌우대칭성에서 벗어나므로 좋은 근사가 되지 못하는 경우가 많다. Fig. 2는 SGARC 440과 TRIP 590 등 고강도 강판소재에 대한 한계변형률을 결정하는데 있어 역2차식 곡선근사가 적절치 않은 사례들을 보여주고 있다. (a), (b)와 같이 부변형률이 음인, 폭 100mm 이하의 시편들에서는 주변형률뿐만 아니라 체적불변조건으로부터 간접적으로 구해지는 부변형률의 분포에 대한 곡선근사도 상당한 오차를 포함하고, 이는 결국 한계변형률 값에도 영향을 미치며, 같은 시편 내 다른 단면들로부터 얻은 한계변형률과도 큰 편차를 유발할 수 있다. 또한, (c), (d)와 같이 부변형률이 0 이상인, 폭 125mm 이상의 시편들에서는 근사 곡선의 극대값이 파단부 근처의 영역보다도 낮은 결과를 나타내고 있다. 이러한 부적절한 곡선근사는 최종적으로 도출한 성형한계도의 신뢰성이나 재현성에 문제를 야기하게 된다.

본 연구에서는 이러한 문제점들을 해결하기 위해서 식(2)와 같은 역4차(inverse quartic) 함수를 이용한 곡선근사법을 제안하였다.

$$\varepsilon = \frac{1}{ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e} \quad (2)$$

역4차식은 역2차식과 유사한 종 모양의 개형을 나타내나, 후술하는 바와 같이 정점에 대해 비대칭적인 분포도 잘 근사할 수 있다. 역4차식 곡선근사 프로그램은 공개 코드인 ‘MINPACK’[22]의 서브루틴들을 활용하였다.

## 2.2 성형한계도 시험 및 측정

역4차식 근사함수의 유용성을 확인하기 위하여 두께 1mm의 SGARC 440 강판 소재를 대상으로, 길이는 180mm로 일정하고 폭은 25, 50, 75, 100, 125, 150, 180mm인 7가지 직사각형 시편을 각 4개씩 제작한 후, 50ton 복동식 프레스에서 지름 101.6mm의 반구형 펀치를 사용하여 0.2mm/s의 속도로 성형한계도 시험을 실시하였다. 변형률 측정을 위하여 시편

표면에는 가로, 세로 각 2mm 간격으로 지름 0.9mm의 점(dot) 격자를 전기화학적 부식법으로 인쇄하였다. 소재와 펀치는 기본적으로 무윤활 조건에서 시험을 진행하였으나, 폭 180mm 시편에 대해서만 우지를 바른 폴리우레탄 수지로 윤활하여 마찰을 극소화함으로써 등2축 인장모드의 변형을 유도하였다.

성형한계도를 도출하는 과정은 기본적으로 ISO 12004-2 규정을 따랐으며, 광학식 변형률 측정 시스템 ARGUS[21]를 사용하여 변형률 분포를 측정하였다. ARGUS에서 제공하는 역2차식 곡선근사와 본 연구에서 제안한 역4차식 곡선근사로부터 결정된 한계변형률을 동일 시편, 동일 단면에 대하여 비교·분석하였다. 추가적으로 ASTM[17] 및 KS[18] 규정과 같이 성형한계도 상에 안전 영역과 파단·네킹 영역으로 구분하는 전통적인 방법과도 비교해보았다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 역4차식 곡선근사의 효과

Fig. 3은 폭 75 및 125mm 시편으로부터 측정된, 길이방향의 중심 단면을 따른 주변형률 분포를 각각 역2차식과 역4차식으로 곡선근사한 결과를 나타낸다. 드로잉 모드로 변형하는 폭 100mm 이하 시편의 경우, Fig. 3(a)에서 보는 바와 같이 역2차식은

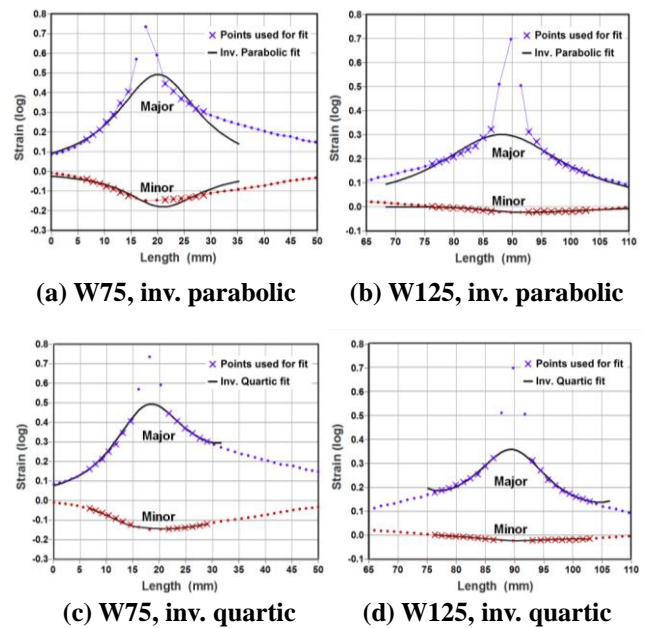


Fig. 3 Comparison between inverse parabolic and inverse quartic curve fitting

비대칭적인 주변형률 분포를 정확히 근사하지 못할 뿐만 아니라, 체적불변조건으로부터 간접적으로 계산되는 주변형률 근사에도 영향을 주어 한계변형률 결정에 문제를 야기할 수 있다. 폭이 100mm 이상으로 증가하면 네킹이 점차 확산되면서 파단부 주변의 변형률 분포가 다소 완만해지는데, 이 경우 Fig. 3(b)와 같이 역2차 근사식의 최고점이 주변 안전영역의 주변형률보다 오히려 낮게 나타나고, 이는 결국 성형한계선이 하향하는 결과를 주게 된다. 그러나 Fig. 3(c), (d)와 같이 역4차 근사식은 시편 폭, 즉 변형모드와 관계없이 주·부 변형률 분포의 근사에 훨씬 더 적합함을 보여주고 있다. 2가지 곡선 근사에 사용된 자료점은 동일하며, 그림에서 'x'로 표시되어 있다.

### 3.2 격자 정보의 손실과 보간

성형한계도 시험에서 격자 정보의 손실 없이 완전하게 변형률 분포 데이터를 얻으려면 격자점과 격자점 사이에서 파단이 일어나야 하나, 이를 인위적으로 유도하는 것은 쉽지 않다. 많은 경우 Fig. 4에서처럼 파단이 격자점을 가로질러 발생하며, 이러한 경우 정상적인 격자점 인식이 어려워 파단부 근처의 변형률 계산이 불가능하므로, 적절한 보간(interpolation) 작업을 통하여 이 영역 안의 변형률 값을 추정해야 한다. 특히, 광학식 변형률 측정법을 사용하고 ISO 규정에 따라 성형한계를 결정하는 경우 흔히 이러한 문제에 마주치게 된다.

Fig. 5는 변형률 정보의 손실이 있는 시편의 파단부 근처에서 ARGUS의 보간 기능을 사용하여 변형률 값을 추정한 후, 역2차식과 역4차식으로 곡선근사를 실시한 결과를 비교한 그림이다. 파단 위치나 보간 여부에 관계없이 역4차식이 주·부 변형률 분포의 근사에 훨씬 적합함을 알 수 있다.

Fig. 6은 2가지 폭의 시편에서 길이방향에 평행한 5개 단면의 변형률 분포로부터 곡선근사 과정을 거쳐 얻은 주·부 한계변형률 값을 성형한계도상에 표시한 것으로, 역시 역4차식 근사의 경우에 단면 간의 데이터 편차가 역2차식 근사보다 더 작은 것을 확인할 수 있다. 성형한계선을 도출할 때 보통 3~5개 단면에 대한 한계변형률의 평균값을 사용하는 점을 고려할 때 역4차식 근사로부터 더욱 정확하고 신뢰성 높은 결과를 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

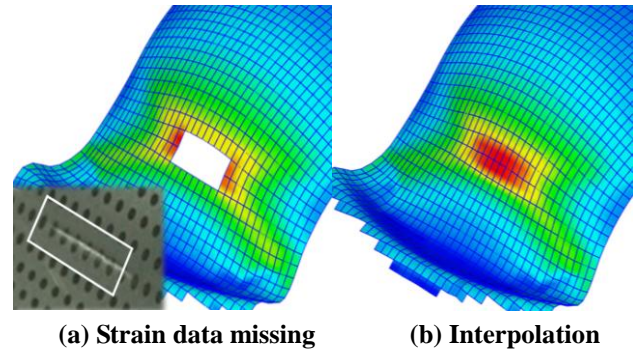


Fig. 4 Interpolation for the crack zone with strain data missing (W75)

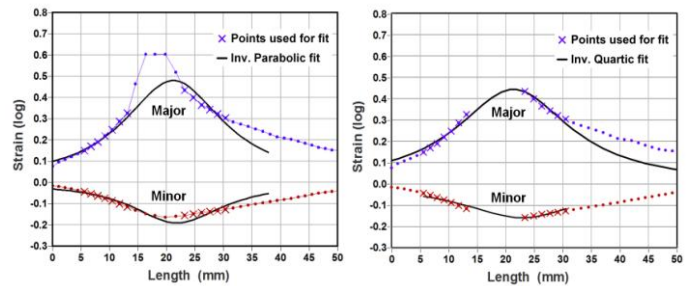


Fig. 5 Curve fitting after interpolation (W75)

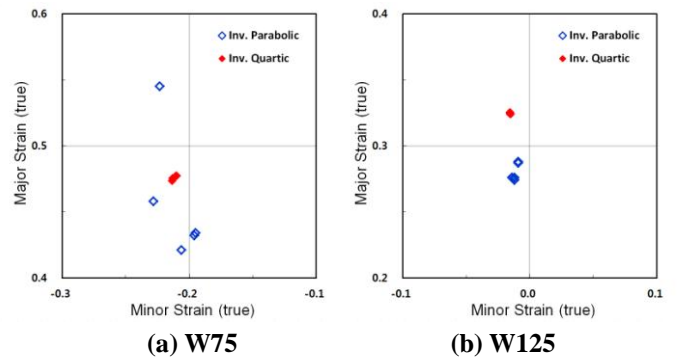


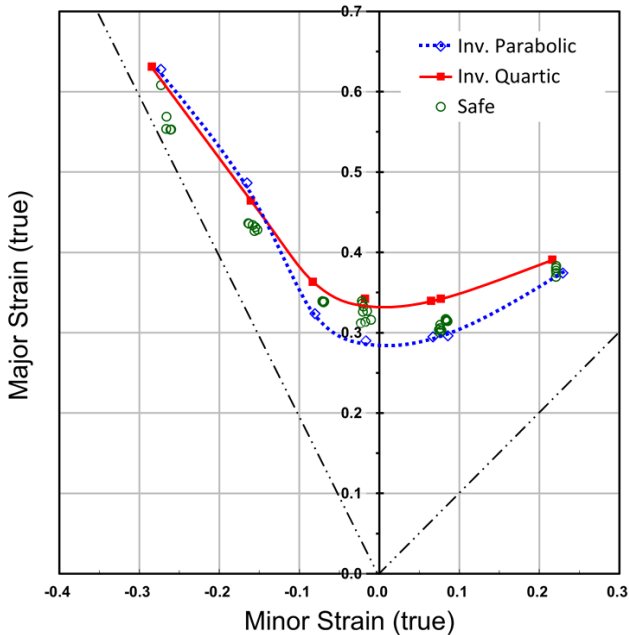
Fig. 6 Dispersion of limit strains on FLD which are derived from different sections

### 3.3 성형한계선의 도출

폭 100mm 이상 시편들의 경우 역4차식은 역2차식에 비하여 4~6%p 더 높게 한계 주변형률을 평가하는 것을 확인하였다. 설계 안전성 문제를 떠나 보다 정확한 성형한계를 규명하기 위하여 폭 50, 125, 180mm의 시편을 대상으로 네킹 발생 직전까지 최대의 성형하는 실험을 추가로 진행하였다. Table 1에서 보는 바와 같이, 파단 후 시편에서 2가지 근사식을 통해 얻은 한계변형률 값들을 확실히 안전하다

**Table 1 Limit major strains determined by different methods**

Width (mm)	Fit after fracture		Before fracture
	Inv. parabolic	Inv. quartic	
50	0.628	0.631	0.657
125	0.293	0.351	0.359
180	0.298	0.343	0.351



**Fig. 7 Forming limit diagram of SGARC440**

고 판단되는 네킹 발생 직전의 변형률과 비교할 때, 역2차식 근사의 경우 지나치게 낮은 성형한계를 주는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 SGARC 440 고강도 강판을 대상으로, 2가지의 곡선근사를 통하여 최종적으로 도출한 성형한계선과 추가 실험에서 얻은 안전 영역을 함께 비교하여 나타낸 성형한계도이다. 드로잉 모드 일부 구간을 제외하고 대체로 역4차식으로 근사한 성형한계 주변형률이 역2차식 근사에서보다 4~6%p 정도 더 높은 것으로 나타났으며, 확실히 안전하다고 판단되는 추가 실험 데이터들이 두 성형한계선 사이에 위치하는 것을 확인하였다. 따라서 무운할 조건에서 흔히 보는 바와 같이 변형률 분포 곡선이 비대칭적인 경우, 본 연구에서 제안한 역4차식 곡선근사를 통한 한계변형률 결정 방법이 ISO 12004-2에서 추천하는 역2차식 곡선근사 방법보다 더 합리적인 결과를 주는 것으로 판단된다.

## 4. 결론

성형한계변형률을 결정하는 데 있어 국제표준 ISO 12004-2가 제시하는 역2차식 곡선근사법 대신 역4차식 곡선근사법을 제안하고, SGARC 440 고강도 강판 소재에 대한 성형한계도 시험과 분석을 통하여 제안한 방법의 타당성을 확인하였다. 주요 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 변형 모드, 보간 여부, 단면 선택 등에 관계없이 역4차식 곡선근사를 이용한 한계변형률 결정법이 대부분의 경우 역2차식 근사에서보다 안정적이고 합리적인 결과임을 확인하였다. 특히, 무운할 조건에서의 성형한계도 시험에서 흔히 볼 수 있는 것처럼 변형률 분포 곡선이 비대칭적인 경우에도 역4차 함수는 매우 좋은 곡선근사 결과를 나타내었다.

(2) 최종적으로 도출된 성형한계도에서 드로잉 모드의 일부 구간을 제외하고 전반적으로 역4차식 근사로 얻은 한계 주변형률이 역2차식 근사에 비하여 5%p 정도 더 높게 나타났다.

(3) 파단이 일어나기 전까지 성형한 시편으로부터 측정된 안전 영역의 변형률 값들은 역2차식 근사로 부터 얻은 성형한계선보다는 높고 역4차식 근사로 부터 결정된 성형한계선보다는 낮은 영역에 위치하였다. 따라서 역4차식 근사가 더욱 정확한 성형한계를 주는 것으로 판단된다.

## 후기

이 논문은 2012년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2012R1A1A4A01015127).

## REFERENCES

- [1] S. P. Keeler, 1965, Determination of Forming Limits in Automotive Stamping, Sheet Metal Industries, Vol. 42, pp. 683~691.
- [2] G. M. Goodwin, 1968, Application of Strain Analysis to Sheet Metal Forming Problems in the Press Shop, Tran. of the SAE, No. 680093, p. 77.
- [3] S. S. Hecker, 1975, Simple Technique for Determining Forming Limit Curves, Sheet Met. Ind., Vol. 52, No.11, pp. 671~675.

- [4] W. Hotz, J. Timm, 2008, Experimental Determination of Forming Limit Curves (FLC), NUMISHEET 2008, pp. 271~278.
- [5] T. Naka, G. Torikai, R. Hino, F. Yoshida, 2001, The Effects of Temperature and Forming Speed on the Forming Limit Diagram for Type 5083 Aluminum Magnesium Alloy Sheet, *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 113, No. 1-3, pp. 648~653.
- [6] Z. Marciniak, K. Kuczynski, 1967, Limit Strains in the Processes of Stretch-Forming Sheet Metal, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 9, No. 9, pp. 609~612.
- [7] P. Eyckens, A. V. Bael, P. V. Houtte, 2009, Marciniak-Kuczynski Type Modelling of the Effect of Through-Thickness Shear on the Forming Limits of Sheet Metal, *Int. J. Plast.*, Vol. 25, No. 12, pp. 2249~2268.
- [8] A. F. Avila, E. L. S. Vieira, 2003, Proposing a Better Forming Limit Diagram Prediction: a Comparative Study, *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 141, No. 1, pp. 101~108.
- [9] A. Graf, W. Hosford, 1994, The Influence of Strain-Path Changes on Forming Limit Diagrams of Al 6111 T4, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, No. 10, pp. 897~910.
- [10] S. B. Kim, K. H. Ahn, J. W. Ha, C. S. Lee, H. Huh, H. H. Bok, M. B. Moon, 2010, Forming Limit Diagram of DP590 Considering the Strain Rate, *Tran. Kor. Soc. Auto. Eng.*, Vol. 18, No. 1, pp. 127~130.
- [11] M. G. Lee, H. G. Kim, H. J. Kim, 2010, Proc. Kor. Soc. Mech. Eng. Spring Conf.(editor: H. G. Lee), Kor. Soc. Mech. Eng., Seoul, Korea, pp. 408~412.
- [12] T. B. Stoughton, 2000, A General Forming Limit Criterion for Sheet Metal Forming, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 42, No. 1, pp. 1~27.
- [13] T. B. Stoughton, X. Zhu, 2004, Review of Theoretical Models of the Strain-Based FLD and Their Relevance to the Stress-Based FLD, *Int. J. Plast.* Vol. 20, No. 9, pp. 1463~1486.
- [14] A. Assempour, R. Hashemi, K. Abrinia, M. Ganjani, E. Masoumi, 2008, A Methodology for Prediction of Forming Limit Stress Diagrams Considering the Strain Path Effect, *Int. J. Comput. Mater. Sci. Surf. Eng.*, Vol. 45, No. 2, pp.195~204.
- [15] M. H. Lee, H. K. Kim, H. Y. Kim, 2008, Evaluation of the Formability of Warm Forming Simulation of Magnesium Alloy Sheet Using FLD, *Trans. Mater. Process.*, Vol. 17, No. 7, pp. 501~506.
- [16] S. H. Kim, K. D. Park, J. H. Jang, K. T. Kim, H. W. Lee, G. A. Lee, S. W. Choi, 2008, Proc. Kor. Soc. Tech. Plast. Spring Conf.(editor: C. G. Park), Kor. Soc. Tech. Plast., Seoul, Korea, pp. 366~369.
- [17] ASTM International, 2008, E2218 – 02
- [18] Korean Industrial Standards, KS B ISO 12004
- [19] International Standard, 2008, ISO 12004-2:2008(E)
- [20] M. Strano, B.M. Colosimo, 2006, Logistic Regression Analysis for Experimental Determination of Forming Limit Diagrams, *Int. J. Machine Tools & Manufacture*, Vol. 46, pp. 673~682.
- [21] ARGUS, GOM mbH, <http://www.gom.com>
- [22] MINPACK, <http://www.netlib.org/minpack>