

# The Picking Lead Time for the Picking Batch Size in a Warehouse System

Suk Hwa Chang<sup>†</sup>

Department of Industrial and Management Engineering, University of Incheon

## 창고시스템에서 인출 배치크기에 대해 인출소요시간

장 석 화<sup>†</sup>

인천대학교 산업경영공학과

This paper is to analyze the picking lead time for picking batch size in a warehouse system and to get minimum picking batch size that is the warehouse system feasible. The warehouse system consists of aisles and racks, which two racks face each other through aisle. The products are picked from the storage locations by batch size. The probability that items are picked in the each row of the rack in the aisle for order picking activity is derived. The picking lead time for picking batch size is the time passed from the first picking location to arrival at starting location in aisle picking all items included in a batch size. The picking lead time for picking batch size in an aisle is analyzed. The picking lead time for picking batch size in the whole warehouse system is obtained. The warehouse system is feasible if all items that customers order are picked from the storage locations for same period. The picking batch size that is the warehouse system feasible is obtained. The problem is analyzed, a solution procedure is developed, and a numerical example is shown to explain the problem.

Keywords : Warehouse System, Batch Size Picking, Picking Lead Time, Feasible Batch Size

### 1. 서 언

창고시스템은 고객이 필요로 하는 제품을 공급하기 위해 제품을 저장하고, 보호하고, 통합하고, 분류하는 등의 역할을 한다. 고객이 어떤 제품을 주문하면 창고에서 해당 제품을 인출하게 된다. 고객 주문에 맞추어 창고에 보관중인 제품을 인출하는 활동이 창고시스템에서 창고 운영과 관련하여 발생하는 시간과 비용에서 가장 큰 부분을 차지한다[13].

일반적으로, 창고시스템은 다수의 통로(aisle)가 있고, 각 통로에는 두 개의 랙(rack)이 나란히 서로 마주하고 있다. 각 랙에는 수평과 수직으로 많은 보관위치(storage

location)가 있다. 각 통로는 하나의 S/R(Storage/Retrieval) 차량이 있고, S/R 차량은 창고의 통로를 왕복 이동하면서 제품들에 대해 저장/인출 서비스를 하게 된다. 여기서는 창고에 보관중인 제품의 인출과 관련한 내용을 다룰 필요가 있다. 창고의 통로를 따라서 인출 서비스하는 S/R 차량이 창고에 보관중인 제품을 인출할 때 이동거리를 줄일 수 있으면 창고 운영비용을 줄일 수 있을 것이다. 창고의 보관위치에 보관될 제품의 할당 방식, 창고에서의 이동을 원활하게 하는 랙의 설계와 고객 주문에 대해 보관 제품을 효과적으로 인출하는 방법 등이 창고에서의 주문인출시간을 줄일 수 있을 것이다.

시간의 흐름에 따라 고객이 주문한 제품은 창고에서 한 개씩 인출하거나 또는 다수를 모아서 함께 인출할 수 있다. 주문인출시간을 줄이기 위한 방법의 하나로 배치인출이 있다. 배치인출은 고객주문을 여러 개씩 모아서

함께 인출경로를 만들어 제품을 인출하는 것을 말한다. 배치인출은 일정한 수의 주문 제품 또는 일정한 시간 동안 발생한 주문 제품을 함께 모아서 인출하는 것이다. 창고의 보관위치에서 주문품을 인출할 때 배치화의 장점은 배치주문의 이동거리가 개별주문의 이동거리의 합보다 적다는 것이다. 그러나 배치화는 배치투어를 구성하는 문제와 인출 후에 주문품을 분류하는 문제 등의 노력이 필요하다. 배치크기는 차량의 취급능력 또는 필요한 반응시간의 상한 등에 의해 정해진다.

인출 배치크기가 증가할수록 인출을 시작하는데 있어 지연시간은 증가하지만 인출당 평균 인출소요시간은 감소할 것이다. 여기서 배치 인출소요시간은 배치크기에 포함된 모든 제품에 대해 S/R 차량이 최초 인출을 시작한 시간부터 마지막 인출을 완료하고 통로의 시작점에 도착하기까지 경과된 시간을 의미한다. 이 시간은 S/R 차량의 적재 이동시간과 제품에 대한 선적 및 하역 시간을 합한 것이다.

여러 종류의 제품이 하나의 인출 배치에 포함된다. 배치크기에 포함된 제품들의 보관위치도 여러 통로의 랙에 분산되게 된다. 배치에 포함된 제품의 인출위치는 여러 통로의 보관위치에 퍼져있고, 각 통로는 보관중인 제품을 인출하는데 인출소요시간이 발생한다. 각 통로의 배치크기 인출소요시간을 이용하여 전체 창고시스템에 대한 배치크기 인출소요시간을 구한다. 전체 창고시스템에 대한 배치크기 인출소요시간은 실현 가능한(feasible) 창고시스템을 파악하는데 활용할 수 있을 것이다. 창고시스템이 실현가능하기 위해서는 평균적으로 단위시간 동안에 발생한 인출 요청 수보다 단위시간 동안에 많은 제품을 인출할 수 있어야 한다. 창고시스템이 실현 가능하기 위한 인출 배치크기를 구한다.

자동창고시스템은 1950년대에 도입된 이후 유통과 생산 시스템에서 널리 사용되어 왔다. 자동창고시스템은 보통 랙 사이에 있는 통로를 따라서 가동되는 크레인에 의해 서비스되는 랙들로 이루어진다. AS/RS(Automated Storage and Retrieval System)을 설계하는데 있어 많은 물리적인 설계와 통제 문제들이 이 시스템의 이점을 충분히 이용하기 위해 여러 방법으로 언급되어 왔다. Matson and White[11]은 AS/RS에 관심이 있는 일련의 물류취급 연구 분야들을 조사하였다. Kusiak[9]는 AS/RS에 대한 설계, 저장과 주문의 통합 정책 등을 토론하였다. Manda and Paleker[10]는 AS/RS와 저장할당규칙에 대한 이동시간 평가에 대한 여러 논문들을 다루었다. 이 외에도 창고설계와 통제에 대한 일반적이고 전반적 조사가 연구되었다[4, 14, 12].

Barrett[2]는 인력탑승 자동창고시스템에서 고객 주문을 배치화하는 문제를 다루었고, Elsayed[6]는 혼합정수계획으로 모형화 될 수 있는 이러한 문제가 NP-hard가 됨을

밝혔다. 창고시스템에서 인출 시간과 관련된 내용은 시스템 성과의 측정과 관련되어 있다. 인출당 이동시간, 단위기간 동안에 인출되는 요청 수, 여러 요청을 처리하는데 필요한 총 시간 등이 있다.

Hausman et al.[8]은 단일서틀 유닛로드 AS/RS에서 이동시간을 구하는 모형을 처음으로 나타내었다. 저자들은 square-in-time 연속 랙에서 단일명령 일정계획에 대한 평가를 제안하였다. Bozer and White[3]는 선입선출 이중명령 일정계획과 무작위 저장방법을 고려하였다. 인력탑승 AS/RS은 하나의 투어에 다수의 위치가 포함되는 문제이다. 주어진 저장 할당과 일정계획 정책에서 방문할 위치의 수에 바탕을 두고, 이동시간에 대한 상한과 하한에 대한 표현을 구하였다[5, 7]. Roodbergen et al.[12]는 AS/RS에서 시스템 구조, 이동시간 평가, 저장 할당, 대기점과 요청순서와 같은 여러 타입의 문제에 대해 기존의 논문들을 분석하였다. Chang[1]은 창고의 단일 통로에서 배치크기로 아이템이 인출될 때 인출차량의 인출소요시간에 대해 연구하였다.

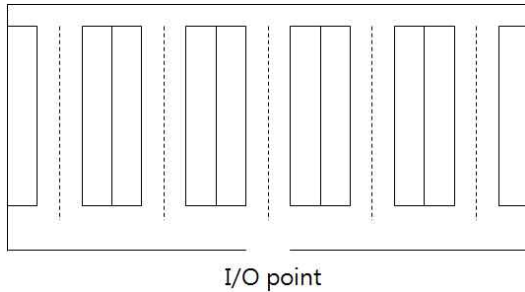
창고시스템에서 하나의 통로에 대해 배치크기로 제품을 인출할 경우에 S/R 차량의 이동거리와 인출소요시간에 대한 내용은 연구되었다. 그러나, 다수의 통로를 갖고 있는 창고시스템 전체를 대상으로 배치크기로 제품을 인출할 경우에 각 통로에서의 S/R 차량의 이동거리, 인출소요시간과 창고시스템 전체에 대한 인출소요시간을 구하는 문제는 다루어지지 않았다. 여기서 우리는 이 문제를 다룬다. 그리고 인출소요시간을 이용하여 창고시스템이 실현 가능하기 위한 인출 배치크기를 구하는 문제를 함께 다룬다.

제 2장은 문제를 분석하여 인출소요시간을 구하는 내용과 시스템이 실현 가능하기 위한 배치크기를 구하는 내용을 나타내고, 제 3장은 수치적 예제를 제시한다.

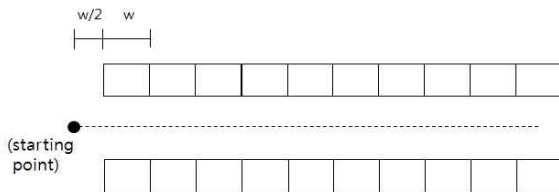
## 2. 배치크기에 대해 인출소요시간

창고는 다수의 통로가 있고, 각 통로에는 두 개의 랙(rack)이 통로를 사이에 두고 마주하고 있다. 각 랙에는 수평과 수직으로 제품을 보관할 수 있는 보관위치가 있다. <Figure 1>은 창고시스템의 예를 나타낸 것이다. 각 통로에는 수평으로 이동하는 하나의 S/R 차량이 있다. 각 통로에서 S/R 차량은 수평으로 왕복 이동하면서 제품을 저장하고 인출하는 서비스를 한다. <Figure 2>는 하나의 통로에 대해 마주하고 있는 두 랙의 보관위치 열을 나타낸 것이다. S/R 차량은 각 통로에서 그림의 점선으로 표시된 선을 따라서 보관위치(storage location) 열과 시작점(starting point)사이를 왕복 이동하면서 제품 인출 서비스

를 한다. <Figure 2>에서  $w$ 는 보관위치의 수평 넓이를 의미한다. 각 통로의 시작점과 보관위치 사이의 이동시간과 선적 및 하역 시간만을 고려하여 문제를 다룬다.



<Figure 1> Layout of Warehouse System



<Figure 2> Layout of Storage Location in Racks

고객이 주문한 제품은 적절한 수로 모아져서 창고의 보관위치에서 함께 인출된다, 적절한 배치크기로 인출하면 통로에서 인출당 S/R 차량의 평균이동시간은 줄일 수 있을 것이다. 그리고 인출 배치크기가 증가할수록 배치크기 전체를 인출하는데 걸리는 인출소요시간은 증가하지만, 아이템당 인출소요시간은 감소할 것이다.

창고시스템에서 배치크기로 제품을 인출할 때 각 통로에서 S/R 차량의 평균 이동거리 및 인출소요시간이 얼마가 될지를 구한다. 배치크기에 포함된 제품의 종류는 다양할 수 있고, 또한 인출 제품이 보관되어 있는 통로도 여러 곳으로 나누어질 수 있다. 통로에서 차량의 이동거리는 배치에 포함된 제품들 중에서 해당 통로의 보관위치에 있는 제품들을 인출하기 위해 이동한 거리이다. 예를 들어, 6개 배치크기의 제품을 인출하는데 포함된 제품 종류가 {1, 2, 1, 3, 4, 5}이고, 제품이 있는 통로가 제품 1은 통로 1, 제품 2는 통로 3, 제품 3은 통로 4, 제품 4는 통로 2, 제품 5는 통로 3라 한다. 그러면 6개의 제품을 인출하기 위해서는 통로 1에서 제품 1을 2개, 통로 2에서 제품 4, 통로 3에서 제품 2, 5, 통로 4에서 제품 3이 인출되어야 한다. 이와 같이 각 통로에서 보관중인 제품을 인출하는데 걸리는 S/R 차량의 이동거리 및 인출소요시간을 구한다.

단위시간 동안에 평균 인출요청 횟수와 통로에서의 배치크기 인출소요시간을 비교하여 시스템이 실현 가능

하게 하는 배치크기를 구하는데 이용한다. 통로에서의 아이템 당 인출소요시간이 길어지면 단위시간 동안에 발생한 인출요청 횟수에 대해 단위시간 동안에 모든 인출을 처리할 수 없다. 통로에서의 인출소요시간은 단위시간 동안 인출요청에 대한 모든 인출을 처리할 수 있는 시간이 되어야 한다.

다수의 통로를 갖고 있는 전체 창고시스템을 대상으로 배치크기로 제품을 인출할 경우에 전체 창고시스템에 대한 인출소요시간을 구한다. 그리고 배치크기 인출소요시간을 활용하여 창고시스템이 실현 가능하기 위한 최소 배치크기를 구한다.

문제의 설명을 위한 수학적 부호와 가정을 정의한다. 부호에 대한 정의는 다음과 같다.

- $i$  = 열을 나타내는 첨자
- $M$  = 통로에서 열의 수
- $k$  = 통로를 나타내는 첨자
- $K$  = 창고에서 통로의 수
- $j$  = 제품을 나타내는 첨자
- $J$  = 제품의 수
- $T_0$  = 단위시간
- $r_j$  = 전체 제품에 대한 제품  $j$ 의 수요비율
- $A_k$  = 통로  $k$ 에 있는 보관위치에 보관중인 제품의 집합
- $p_k$  = 통로  $k$ 에 있는 보관위치에서 제품이 인출될 확률
- $p_{ki}$  = 통로  $k$ 의 열  $i$ 에 있는 보관위치에서 제품이 인출될 확률,  $\sum_{i=1}^M p_{ki} = 1$
- $p_{ki}(n_k)$  = 통로  $k$ 에서  $n_k$ 개의 제품이 인출될 때 보관위치 열  $i$ 가 통로의 시작점에서 가장 먼 인출 보관위치 열이 될 확률
- $w$  = 보관위치의 가로 넓이
- $v$  = 수평으로 차량의 운반 속도
- $\theta$  = 인출당 선적 및 하역 시간
- $N$  = 단위시간당 평균 인출 요청 수
- $\alpha$  = 단위시간당 차량의 이용률

문제와 관련한 가정은 다음과 같다.

- ① 창고에서 통로의 수, 랙에서 수평과 수직으로 보관위치의 수, 보관위치의 수평넓이는 주어진다.
- ② 동일 제품은 동일 통로에 있는 보관위치에만 보관된다.
- ③ 각 제품의 보관위치는 알려져 있다.
- ④ 통로에서 동일 제품의 보관위치가 다수일 경우 인출 보관위치는 무작위로 결정된다.
- ⑤ 단위시간 동안 각 제품의 수요비율은 알려져 있다.
- ⑥ 각 제품의 재고량은 배치크기에 포함된 해당 제품의 수보다 충분히 많다. 따라서 한 배치크기에 포함될

모든 제품을 인출하는데 있어 각 열에서 제품의 인출 확률은 변하지 않는다.

- ⑦ 통로에서 배치크기 인출시작은 인출 품목에 포함된 제품들의 보관위치들 중에서 시작점에서 가장 먼 보관위치 열에 있는 제품부터 인출을 시작한다.
- ⑧ 보관위치 열에서 제품의 수직 이동시간은 고려하지 않는다.
- ⑨ S/R 차량의 용량은 전체시스템에 대한 배치크기를 서비스 할 수 있을 정도로 충분히 크다.

창고시스템에서 한 통로를 대상으로 배치크기로 제품이 인출될 경우에 S/R 차량의 평균 이동거리와 인출소요시간을 구하는 문제는 연구되었다[1]. 배치크기에 비해 각 보관위치에 보관중인 제품의 재고량이 적으면 통로의 각 열에서 제품이 인출될 확률은 재고량의 영향을 받을 수 있다. 그러나 일반적으로 인출할 배치크기에 포함된 각 제품의 수에 비해 창고에 보관중인 해당 제품의 재고량이 충분히 많기 때문에 각 보관위치 열에서 제품이 인출될 확률은 제품의 재고량보다는 보관중인 제품 종류와 수요비율의 영향을 받는다. 임의의 통로  $k$ 의 보관위치 열  $i$ 에 보관중인 제품 종류의 집합은  $B_{ki}$ 라 한다. 집합  $B_{ki}$ 의 요소인 제품 종류  $j$ 에 대해 해당 통로에 있는 총 재고량이  $Q_j$ 이고, 보관위치 열  $i$ 에 있는 재고량이  $q_{ji}$ 라 하자. 그러면, 통로  $k$ 의 보관위치 열  $i$ 에서 제품이 인출될 확률  $p_{ki}$ 는 다음 식 (1)과 같다.

$$p_{ki} = \sum_{j \in B_{ki}} \frac{q_{ji}}{Q_j} \left( \frac{r_j}{\sum_{g \in A_k} r_g} \right) \quad (1)$$

통로  $k$ 에서 배치크기  $n_k (n_k \geq 1)$ 개로 제품을 인출할 때 배치크기  $n_k$ 에 포함된 제품들의 보관위치 열 중에서 열  $i$ 가 통로의 시작점에서 가장 먼 보관위치 열이 될 확률  $P_{ki}(n_k)$ 는 다음 식 (2)와 같다.

$$P_{ki}(n_k) = \left( \sum_{s=1}^i p_{ks} \right)^{n_k} - \left( \sum_{s=1}^{i-1} p_{ks} \right)^{n_k} \quad (2)$$

그리고 통로  $k$ 에서 배치크기  $n_k$ 개로 제품을 인출할 경우에 배치크기에 포함된 모든 제품을 보관위치로부터 인출하는데 걸리는 S/R 차량의 평균 이동거리와 인출소요시간은 다음 식 (3), 식 (4)와 같다.

$$L_k(n_k) = \sum_{i=1}^M w_i P_{ki}(n_k) \quad (3)$$

$$T_k(n_k) = \frac{L_k(n_k)}{v} + \theta n_k \quad (4)$$

그리고 통로  $k$ 에서 배치크기  $n_k$ 개로 제품을 인출할 경우에 배치크기에 포함된 제품을 인출하기 위해 S/R 차량이 통로의 시작점에서 최초 인출이 이루어지는 가장 먼 보관위치 열까지 빈 상태로 이동해야 한다. 이와 같이, 통로의 시작점에서 최초 인출이 이루어지는 가장 먼 보관위치 열까지 빈 차량 이동시간은 다음 식 (5)와 같다.

$$E_k(n_k) = \frac{L_k(n_k)}{v} \quad (5)$$

창고의 한 통로에서 배치크기로 아이템을 인출할 때 S/R 차량의 이동거리와 인출소요시간은 식 (3)과 식 (4)를 이용하여 구할 수 있다.

창고시스템 전체를 대상으로 배치크기로 제품을 인출할 때 각 통로에서는 몇 개의 제품 인출이 발생할지 정확히 알 수 없다. 이는 확률적으로 다루어져야 한다. 전체 창고시스템에 대해 각 통로에서 인출될 제품 수는 확률적으로 정의하여 각 통로에서의 인출소요시간을 구하고, 창고시스템 전체에 대해 배치크기 인출소요시간을 구한다. 그리고 창고시스템이 실현 가능하게 되는 최소 배치크기를 구한다.

배치크기 인출에서 통로  $k$ 에서 적어도 한 개 이상의 인출이 이루어지는 경우를 고려한다. 창고시스템 전체적으로 인출 배치크기는  $n (n_k \geq 1)$ 이고, 전체  $n$ 개 중에서 통로  $k$ 에서 인출할 제품의 수는  $n_k (n_k = 1, 2, \dots, n)$ 일 때 통로  $k$ 에서의 차량의 이동거리와 인출소요시간은 이전 연구 결과에 의해 구할 수 있다. 창고의 전체 보관위치에 대해 각 통로에서 제품의 인출이 발생할 확률을 구한다. 통로  $k$ 에서 인출이 발생할 확률은 통로  $k$ 의 보관위치에 보관중인 제품 종류의 수요비율의 합에 해당한다. 통로  $k$ 의 보관위치에 보관중인 제품에 대한 인출확률  $p_k$ 는 다음 식 (6)과 같다.

$$p_k = \sum_{j \in A_k} r_j \quad (6)$$

전체 창고시스템에서 인출할 배치크기가  $n$ 이면, 통로  $k$ 에서 제품이 인출될 경우에 인출될 아이템의 수,  $n_k = 1, 2, \dots, n$  값을 갖는다. 배치크기  $n$ 개 중에서 제품  $n_k$ 개는 통로  $k$ 에 있는 보관위치에서 인출되면, 나머지  $n - n_k$ 개는 통로  $k$ 를 제외한 다른 통로들에 있는 보관위치에서 인출된다. 배치크기  $n$ 개 중에서 통로  $k$ 에서 제품  $n_k$ 개가 인출될 경우의 수는  ${}^n C_{n_k}$  이고, 이 확률은  $(p_k)^{n_k}$ 이 된다. 그리고 통로  $k$ 를 제외한 다른 통로에서 제품  $n - n_k$ 개가 인출될 확률은  $(1 - p_k)^{n - n_k}$ 가 된다. 그러므로 창고시스템 전체적으로 배치크기  $n$ 개로 제품을 인출할 때 통로  $k$ 에

서 제품을 인출하는데 발생하는 인출소요시간  $TT_k(n)$ 은 다음 식 (7)과 같다.

$$TT_k(n) = \sum_{n_k=1}^n T_k(n_k) n^{\cup n_k} (p_k)^{n_k} (1-p_k)^{n-n_k} \quad (7)$$

배치크기  $n$ 개로 제품을 인출할 경우에 창고시스템 전체적으로 인출소요시간은 통로의 인출소요시간 중에서 가장 긴 인출소요시간에 해당한다. 창고시스템 전체에 대한 인출소요시간  $TT(n)$ 은 다음 식 (8)과 같다.

$$TT(n) = \max_k [TT_k(n)] \quad (8)$$

창고시스템 전체에 대해  $n$ 개로 제품을 인출하고, 통로  $k$ 에서 차량이 시작점에 있다. 통로  $k$ 에서  $n_k(n_k=1, 2, \dots, n)$ 개의 인출을 위해 S/R 차량이 시작점에서 최초 인출이 이루어지는 가장 먼 보관위치 열까지 빈 상태로 이동하는 평균 시간은 다음 식 (9)와 같다.

$$ET_k(n) = \sum_{n_k=1}^n E_k(n_k) n^{\cup n_k} (p_k)^{n_k} (1-p_k)^{n-n_k} \quad (9)$$

전체 창고시스템을 대상으로 배치크기로 제품을 인출할 때 창고의 통로에서 발생하는 인출소요시간을 얻었다. 여기서 얻은 결과를 활용하여 창고시스템이 실현 가능한 인출 배치크기를 구할 수 있다.

통로만을 기준으로 창고시스템이 실현 가능하기 위한 인출 배치크기를 구한다. 창고의 각 통로에서 단위시간 동안에 발생한 평균 인출 요청 수보다 해당 통로에서 단위시간 동안에 평균적으로 많은 제품을 인출할 수 있어야 창고시스템은 실현 가능하다. 예를 들어, 창고의 어느 통로에 시간당 평균 20개의 인출 요청이 발생하면 해당 통로는 시간당 평균 20개 이상을 인출할 수 있어야 창고시스템은 실현 가능하게 된다. 창고시스템 전체적으로 배치크기  $n$ 으로 제품을 인출할 때 통로  $k$ 에서 필요한 인출소요시간은  $TT_k(n)$ 이다. 통로에서 S/R 차량이 통로의 시작점에 있을 경우에 차량은 빈 상태로 인출 품목에 포함된 제품 중에서 가장 먼 인출 보관위치 열로 이동하여 인출을 시작한다. 통로  $k$ 의 시작점에서 가장 먼 인출 보관위치 열로 이동하는데 걸리는 평균시간은  $ET_k(n)$ 이다. 단위시간 동안에 평균  $N$ 개의 인출요청이 있다. 인출 배치크기가  $n$ 이면, 단위시간 동안에 배치단위의 평균 인출 횟수는  $N/n$ 이다. 단위시간 동안 통로에서 S/R 차량이 왕복 이동하면서 인출서비스를 하는 시간비율인 차량의 이용율은  $\alpha$ 이다. 그러면 통로  $k$ 에서 S/R 차량이 실현 가능하기 위해서는 다음 식 (10)의 관계가 성립해야 한다.

$$TT_k(n) + ET_k(n) \frac{N}{n} \leq \alpha T_0, \quad \forall k \quad (10)$$

창고시스템 전체적으로 배치크기에 포함된 모든 제품을 인출하는데 있어 통로마다 인출하는 제품 수와 S/R 차량의 이동거리 및 인출소요시간은 다르다. 차량이 각 통로의 시작점에 있을 때 시작점에서 가장 먼 인출 보관위치 열까지의 빈 차량 이동시간에 인출소요시간을 합한 시간을 차량이용시간으로 정의한다. 단위시간 동안에 통로  $k$ 의 차량이용시간은  $(TT_k(n) + ET_k(n)) \frac{N}{n}$ 이다. 모든 통로에 대해 차량이용시간을 구한다. 각 통로에서 발생하는 차량이용시간 중에서 가장 긴 차량이용시간이 배치크기 인출을 완료하는데 걸리는 시간에 해당한다. 통로의 가장 긴 차량이용시간이 창고시스템의 실현 가능성을 결정한다. 창고시스템이 실현 가능하기 위한 최소 배치크기는 가장 긴 차량이용시간과 배치크기 사이의 관계에서 구해진다. 시스템이 실현 가능한 최소 배치크기  $n^*$ 는 다음 식 (11)의 관계를 만족하는 배치크기  $n$ 값 중에서 가장 작은 값이다.

$$n \geq \frac{N}{\alpha T_0} \max_k [TT_k(n) + ET_k(n)] \quad (11)$$

각 통로에서 보관위치 열에서 제품이 인출될 확률과 인출 배치크기에 대해 각 보관위치 열이 통로의 시작점에서 가장 먼 인출 보관위치 열이 될 확률을 구한다. 그리고 인출 배치크기에 대해 통로에서의 평균 인출소요시간을 구한다. 전체 창고시스템에 대해 각 통로별 인출소요시간과 전체 시스템 인출소요시간을 구한다. 그리고 차량이용시간을 구해, 창고시스템이 실현 가능한 최소 배치크기를 구한다. 해를 구하는 절차는 다음과 같다.

#### 해를 구하는 절차

**단계 1 :** 창고에서 통로의 수  $K$ , 보관위치 열의 수  $M$ , 보관위치의 수평넓이  $w$ , 차량의 이동속도  $v$ , 제품의 선적 및 하역 시간  $\theta$ 과 제품의 수요비율  $r_j$  ( $j=1, 2, \dots, J$ ) 등을 정의한다. 창고의 통로의 보관위치 열에 보관되어 있는 제품을 정의한다. 그리고 단위시간  $T_0$ , 단위시간당 인출 요청 횟수  $N$ , 단위시간 동안 S/R 차량의 이용률  $\alpha$ , 최대 인출 배치크기  $H$  등을 정의한다.

**단계 2 :** 통로  $k(k=1, 2, \dots, K)$ 에 보관되어 있는 제품 종류의 집합  $A_k$ 을 구한다. 통로  $k$ 의  $i$ 열에 보관 중인 제품 종류의 집합  $B_{ki}$ 을 구한다.  $Q_j$ 와  $q_{ji}$ 을 계산한다.

- 단계 3.1 :  $k = 1$ 로 놓는다.
- 3.2 : 통로  $k$ 의 보관위치 열  $i$ 에서 제품이 인출될 확률,  $p_{ki} (i = 1, 2, \dots, M)$ 을 계산한다.
- 3.3 : 인출크기  $n_k = 1, 2, \dots, H$ 에 대해,  $P_{ki}(n_k)$ 을 계산한다.  $P_{ki}(n_k)$ 을 이용하여  $L_k(n_k), T_k(n_k), E_k(n_k)$  등을 차례로 계산한다.
- 3.4 :  $k = k + 1$ 로 놓고,  $k \leq K$ 이면, 단계 3.2로 가고, 그렇지 않으면 다음 단계로 간다.

단계 4 : 통로  $k(k = 1, 2, \dots, K)$ 에서 제품 인출이 이루어질 확률,  $p_k$ 를 구한다.

단계 5 :  $n = 1$ 로 놓는다.

단계 6 : 통로  $k(k = 1, 2, \dots, M)$ 에 대해 평균 인출소요 시간  $TT_k(n)$ 와 빈 차량 이동시간  $ET_k(n)$ 을 구한다. 통로만을 기준으로 전체 창고시스템에 대한 인출소요시간은  $\max_k[TT_k(n)]$ 이다.

단계 7 : 통로의 차량이용시간과 주어진 배치크기  $n$ 에 대해 시스템이 실현 가능한지를 확인한다.  
 $n \geq \frac{N}{\alpha T_0} \max_k[TT_k(n) + ET_k(n)]$ 이면, 배치크기  $n$ 에 대해 시스템은 실현 가능하고, 단계 8로 간다.  
 $n \geq \frac{N}{\alpha T_0} \max_k[TT_k(n) + ET_k(n)]$ 이면, 배치크기  $n$ 에 대해 시스템은 실현 가능하지 않고,  $n = n + 1$ 로 하여  $n \leq H$ 이면, 단계 6으로 가고,  $n > H$ 이면, 단계 9로 간다.

단계 8 : 구한 배치크기  $n$ 을 시스템이 실현 가능한 최소 배치크기  $n^* = n$ 로 한다. 멈춘다.

단계 9 : 주어진 배치크기 범위 내에서는 창고시스템이 실현 가능하지 않다. 배치크기  $H$ 의 크기를 늘려 본 알고리즘을 다시 적용한다.

### 3. 수치적 예제

3개의 통로를 갖고 있는 창고시스템을 고려한다. 창고의 각 통로는 2개의 랙이 서로 마주보고 있고, 그리고 각 랙은 수평으로 10열, 수직으로 5행으로 보관위치가 있다. 하나의 통로에 있는 보관위치의 수는 100개가 된다. 창고에 있는 총 보관위치의 수는 300개가 된다. 큰 규모의 창고라도 여기서 분석된 방식이 동일하게 적용될 수 있을

것이다. 각 보관위치의 넓이는 수평으로 2m이다. 통로에서 시작점의 위치는 창고의 첫 번째 열이 시작되기 전 1m인 곳이다. 통로에서 S/R 차량의 평균 이동속도는 수평으로 분당 20m이고, 한 아이টে를 선적하고 하역하는데 걸리는 시간은 아이টে 당 0.25분이다. 그리고 창고에 보관되는 제품 종류는 30개다. 현재 창고의 각 통로에 있는 랙의 보관위치에 보관되어 있는 제품 종류는 <Table 1>과 같고, 각 제품의 평균 수요비율은 <Table 2>와 같다. 단위 시간 동안 S/R 차량의 이용률  $\alpha = 0.9$ 이다. 창고 전체적으로 인출 요청 수는 1시간에 평균 200개 이다.

<Table 1> Product Type Assigned in Aisle

aisle	Product type
1	2 5 9 11 14 18 19 22 27 29
2	1 4 7 10 13 16 21 23 26 28
3	3 6 8 12 15 17 20 24 25 30

<Table 2> Demand Rate of Product Type

Type	Demand rate	Type	Demand rate	Type	Demand rate
1	0.054	11	0.042	21	0.026
2	0.053	12	0.039	22	0.026
3	0.053	13	0.037	23	0.022
4	0.051	14	0.034	24	0.021
5	0.050	15	0.034	25	0.019
6	0.049	16	0.032	26	0.018
7	0.047	17	0.030	27	0.015
8	0.046	18	0.030	28	0.013
9	0.044	19	0.027	29	0.010
10	0.044	20	0.027	30	0.007

통로의 각 열에서 제품이 인출될 확률은 식 (1)을 적용하여 계산된다. 이는 제품의 보관위치 열, 제품의 재고량과 수요비율 등을 고려하여 구해진다. <Table 3>은 이러한 방식으로 구한 것으로 가정하고, 통로의 보관위치 열에서 제품이 인출될 확률을 임의적으로 주어진 자료이다.

<Table 3> Picking Probability of the Product at Row in Aisle

Aisle 1		Aisle 2		Aisle 3	
Row	Probability	Row	Probability	Row	Probability
1	0.15	1	0.18	1	0.16
2	0.14	2	0.16	2	0.15
3	0.12	3	0.14	3	0.14
4	0.11	4	0.11	4	0.12
5	0.10	5	0.09	5	0.10
6	0.10	6	0.08	6	0.09
7	0.09	7	0.07	7	0.08
8	0.08	8	0.06	8	0.06
9	0.06	9	0.06	9	0.05
10	0.05	10	0.05	10	0.05

식 (2)를 적용하여 통로  $k(k=1, 2, 3)$ 에서 인출크기  $n_k$  ( $n_k=1, 2, \dots, 8$ )에 대해 보관위치 열  $i(i=1, 2, \dots, 10)$ 이 통로의 시작점에서 가장 먼 인출위치 열이 될 확률  $P_{ki}(n_k)$ 을 구한다. 그리고 구한 확률  $P_{ki}(n_k)$ 을 사용하여 통로  $k$ 에서 인출크기  $n_k$ 에 대해 평균 인출소요시간  $T_k(n_k)$ 을 구한다. 통로에서 인출크기에 대해 평균 인출소요시간은 <Table 4>와 같다.

<Table 4> Average Picking Lead Time for Batch Size Picking for Each Sisle

Batch size, $n_k$	Picking lead time(minute), $T_k(n_k)$		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
1	0.714	0.680	0.689
2	1.120	1.085	1.091
3	1.456	1.425	1.427
4	1.760	1.735	1.734
5	2.048	2.027	2.025
6	2.326	2.309	2.306
7	2.598	2.584	2.580
8	2.866	2.854	2.849

전체 창고시스템을 대상으로 인출 배치크기에 대해 각 통로에서의 인출소요시간을 구한다. 전체 창고시스템에서 인출 배치크기  $n(n=1, 2, \dots, 8)$ 에 대해, 통로 $k(k=1, 2, 3)$ 에서 제품이 인출될 확률과 인출크기에 대한 평균 인출소요시간을 사용하여 통로  $k$ 에서 발생하는 평균 인출소요시간  $TT_k(n)$ 을 구한다. 전체 창고시스템에 대해 인출 배치크기에 대한 각 통로에서 발생하는 인출소요시간은 <Table 5>과 같다.

<Table 5>에서 배치크기가 4일 경우에 통로 1, 2, 3에서 인출소요시간은 각각 0.775, 0.772, 0.742분이다. 이 중에서 가장 긴 시간이 시스템 전체에 대한 인출소요시간이 된다. 배치크기가 4일 때 인출소요시간은 0.775분이 된다.

<Table 5> Average Picking Lead Time in Each Aisle for Batch Size Picking for Warehouse System

Batch size, $n_k$	Picking lead time(minute), $TT_k(n)$		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
1	0.236	0.234	0.224
2	0.439	0.435	0.418
3	0.616	0.613	0.588
4	0.775	0.772	0.742
5	0.919	0.918	0.883
6	1.052	1.054	1.013
7	1.177	1.181	1.136
8	1.295	1.303	1.252

창고시스템이 실현가능하기 위한 인출 배치크기를 구한다. <Table 6>은 인출 배치크기에 대해 통로의  $\frac{200}{0.9 \times 60} [TT_k(n) + ET_k(n)]$  ( $n=1, 2, \dots, 8; k=1, 2, 3$ )을 구한 것이다. <Table 6>에서 시스템이 실현 가능하기 위해서는  $n \geq \frac{N}{\alpha T_0} \max_k [TT_k(n) + ET_k(n)]$ 을 만족해야 한다. 이를 만족하는 배치크기는  $n \geq 6$ 이다. 배치크기가  $n \geq 6$ 일 때 창고시스템은 실현 가능하다. 따라서 시간당 200개의 인출 요청이 있는 이 창고시스템이 실현 가능한 최소 인출 배치크기  $n^* = 6$ 이다. 인출 배치크기가 최소 6이 되어야 시간당 요청한 200개의 인출을 시간 내에 처리할 수 있다.

<Table 6> Value of  $\frac{200}{0.9 \times 60} [TT_k(n) + ET_k(n)]$

Batch size, $n_k$	$\frac{200}{0.9 \times 60} [TT_k(n) + ET_k(n)]$		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$
1	1.444	1.415	1.359
2	2.637	2.589	2.493
3	3.648	3.581	3.456
4	4.515	4.444	4.293
5	5.278	5.207	5.033
6	<b>5.596</b>	<b>5.896</b>	<b>5.700</b>
7	6.574	6.522	6.304
8	7.141	7.100	6.867

#### 4. 결 론

고객 주문을 충족시키기 위해 고객이 주문한 제품을 창고에서 인출할 때 배치크기로 인출하는 문제를 다루었다. 다수의 통로를 갖고 있는 창고시스템 전체에 대해 배치크기로 제품을 인출할 때 각 통로에서 발생하는 인출소요시간을 구하였고, 또한 창고시스템 전체에 대한 인출소요시간을 구하였다. 전체 인출 배치크기에 대해 각 통로에 보관중인 제품이 인출에 포함될 확률을 이용하여 통로에서 발생하는 차량이용시간을 구하였다. 인출 배치크기에 대해 각 통로에서 발생하는 차량이용시간을 통해 창고시스템이 실현 가능하기 위한 최소 인출 배치크기를 구하는 문제도 다루었다. 통로에서 인출크기에 따른 인출소요시간의 분석과, 배치크기에 따른 차량이용시간을 분석한 연구 결과는 창고시스템을 설계하거나 운영하는데 있어 활용될 수 있다.

추가적인 연구과제로는 배치크기가 되기까지 지연시간을 반영하여 경제적인 인출 배치크기를 구하는 문제를 고려할 수 있을 것이다.

## References

- [1] Chang, S.H., The order picking time of the S/R vehicle in a batch picking warehouse system. *Korean Industrial and Systems Engineering*, 2011, Vol. 34, No. 4, p 1-10.
- [2] Barrett, B.G., A further digression on the over-automated warehouse : Some evidence. *Interfaces*, 1977, Vol. 8, No. 1, p 46-49.
- [3] Bozer, Y.A. and White, J.A., Travel time models for automated storage/retrieval systems. *IIE Transactions*, 1984, Vol. 16, No. 4, p 329-338.
- [4] De Koster, R., Le-Duc, T., and Roodbergen, K.J., Design and control of warehouse order picking : A literature review. *European J. of Operational Research*, 2007, Vol. 182, No. 2, p 481-501.
- [5] Elsayed, E.A. and Unal, O.I., Order batching algorithms and travel time estimation for automated storage/retrieval systems. *International J. of Production Research*, 1989, Vol. 27, No. 7, p 1097-1114.
- [6] Elsayed, E.A., Algorithms for optimal material handling in automatic warehousing systems. *International Journal of Production Research*, 1981, Vol. 19, No. 5, p 525-535.
- [7] Guenov, M. and Raeside, R., Zone shape in class based storage and multicommand order picking when storage/retrieval machines are used. *European J. of Operational Research*, 1992, Vol. 58, p 37-47.
- [8] Hausman, W.H., Schwarz, L.B., and Graves, S.C., Storage-retrieval interleaving in automatic warehousing systems. *Management Science*, 1976, Vol. 23, No. 9, p 935-945.
- [9] Kusiak, A., Material handling in flexible manufacturing systems. *Materials flow*, 1985, Vol. 2, p 79-95.
- [10] Manda, B.S. and Palekar, U.S., Recent advances in the design and analysis of material handling systems. *J. of manufacturing Science and Engineering*, 1977, Vol. 119, p 841-848.
- [11] Matson, J.O. and White, J.A., Operational research and material handling. *European J. of Operational Research*, 1982, Vol. 11, p 309-318.
- [12] Roodbergen, K.J. and Vis, I.F.A., A survey of literature on automated storage and retrieval systems. *European J. of Operational Research*, 2009, Vol. 194, p 343-362.
- [13] Tompkins, J.A., White, J.A., Bozer, Y.A., Fraselle, E.H., Tanchoco, J.M.A., and Trevino, J., *Facilities Planning*, 1996, John Wiley and Sons, Inc, NY.
- [14] Van den Berg, J.P., A literature survey on planning and control of warehousing systems. *IIE Transactions*, 1999, Vol. 31, p 751-762.