대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 23 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 23, No. 3, 389~ 406. Aug 2013

중학교 2학년 서술형 평가 문항 반응에서 나타난 오류 분석 : 대수 영역을 중심으로1)

김 래 영* · 이 민 희**

본 연구는 수학과 서술형 평가에서 나타난 중학교 2학년 학생들의 오류 유형을 문항별, 학습 수준별로 분석함으로써 효과적인 교수·학습 과정을 촉진하기 위한 기초자료를 제공하는 것을 목적으로 한다. 총 99명의 중학교 2학년 학생들의 문항 반응을 분석한 결과, 수학적 사고와 표현, 현실 맥락과 연결된 문항 혹은 수학 내용들이 연결된 문항 등에서 다양한 오류가 나타났으며 단일 오류뿐만 아니라 복합적인 오류 유형도 발견되었다. 학습 수준에 따라서도 상위 수준의 학생들은 복합적 오류 보다는 단일 오류가, 중하위 수준의 학생들은 복합적인 오류가 더 빈번히 나타났으며 오류 유형도 다양하였다. 이러한 결과는 문항의 유형별, 학습 수준별 학생들의 오류 패턴을 보여주는 것으로 향후 학생들의 오류를 수정하고 수학 학습을 촉진할 수 있는 서술형 평가 문항과 교수법 개발에 도움이 될 수 있을 것이다.

Ⅰ. 서 론

2009개정교육과정에서는 교육 평가가 학생들의 학업 성취를 등급화하고 순위를 정하는 도구가 아니라 교수 · 학습활동에서 궁극적으로 도달해야할 목표를 달성했는지의 여부를 확인하는 것이라고 하였다(교육과학기술부, 2010). 따라서 기존의 서열화 위주의 평가를 지양하고 학생들이 학습목표에 도달하기까지 어떤 사고 과정을 거쳤는지 평가하는 것이 중요하다고 언급하면서 과정 중심의 평가 중 하나로 서술형 평가를 권장하고 있다. 서술형 평가는 학생들의 문제해결력 뿐 아니라 수학적 사고 과정과 표현 능력, 비판적이고 논리적인 의사소통 능력을 발현시키기 적합한 평가이다(노선숙 · 김민경 · 조성민 · 정연숙 · 정윤아, 2008; 김민경 · 조미경 · 주유리, 2012). 즉, 서술형 평가는 정답만을 요구하는 평가에서 벗어나 학생들의 인지적, 과정적 지식을 모두 요구하면서 수학의 모든 영역에서 다양한 사고를 할 수 있도록 하는 doing mathematics(수학을 하는 것)를 수행하도록 하여 궁극적으로 학생들의 사고능력과 수행능력을 발달시키기 위한 것이다(김래영 외, 2012; Van de Walle, 2007). 서술형 평가를 통해서 학생들의 사고과정을 파악하여 학습 정도를 확인하며 이를 통해 수업 내실화를 위한 정보와 방향성을 확보할 수 있다. 특히 학생들의 사고과정 중에 나타날 수 있는 오류들을 파악하는 것은 학생들이 학습 과정에서 겪는 어려움을 진단할 수 있고 각기 다른 오

* 이화여자대학교(kimrae@ewha.ac.kr), 교신저자
** 이화여자대학교 대학원(hussy1213@nate.com)
1) 본 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국 연구재단의 지원을 받아 연구되었음 (NRF-2011-32A-B00216)

류를 나타내는 학생들에게 차별화된 학습 기회를 제공하여 수학에 대한 이해를 도울 수 있게 되어 더욱 효과적인 교수・학습을 실행할 수 있다. 즉, 학생들의 오류 유형을 찾아 이를 개선할 수 있는 기회를 학생들에게 제공하여 수학교육의 궁극적인 목적인 수학적 사고를 확장하는 데에도 도움이 될 수 있다(정현도・강신포・김성준, 2010).

수학적 오류유형에 대한 연구는 1920년대부터 활발하게 연구된 분야이지만 국내 연구에서는 학생들이 수학적 문제 해결과정에서 나타내는 오류 유형의 빈도를 분석한 연구들(예, 김용호·오후진, 2002; 박효진, 2008; 송순희·오정현, 1997; 문혜영·김응환, 2011)이 이루어졌다. 또한 조사한 연구들의 오류 유형 분석틀은 Movshvitz-Hadar, Zaslavsky, & Inbar(1987)가 두 해에 걸쳐 분류한 오류 유형에 따른 연구와 유형 분류를 수정한 연구들이 대부분이었다. 최근 서술형 평가에서 나타나는 오류 유형을 분석한 연구도 있었으나 초등 수학에 국한된 연구였다(정현도·강신포·김성준, 2010). 중등 수학에서 다양한 서술형 평가 문항에 따른 수학적 오류가 무엇인지 탐구하고 학생들의 수학 수준별로 나타나는 오류의 패턴을 연구한 논문은 찾아보기 어려웠다. 따라서 본 연구에서는 중학교 2학년 학생들의 서술형 평가 문항 반응에 나타난 수학적 오류를 문항별, 학생수준별로 분석하고자 한다.

본 연구에서 학생들에게 적용된 서술형 평가 문항은 2009개정 수학과 교육과정에서 제시하는 수학교과의 목표 및 의미, OECD 주관의 국제학업성취도 평가인 PISA2012에서 강조하는 수학적 소양에 기반하여 개발된 문항이다. 2009개정 수학과 교육과정에서 수학과는 "수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르며 수학적 문제 상황을 수리·논리적 사고를 통하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과"라고 명시하였다(교육과학기술부, 2011, p.2). 또한 PISA 2012에서도 다양한 맥락에서 수학을 형식화하고 이용하고 해석하는 개인적 능력으로 어떤 현상을 설명하며 예측하기 위해 수학적 추론과 수학적 개념, 절차 등을 사용할 수 있는 수학적 소양을 강조하고 있다(조지민 외, 2011). 따라서 본 연구에서 제시하는 서술형 평가문항은 이와 같은 수학교육의 흐름에 따라 현실맥락을 기반으로 하는 문항, 수학 내의 다른 내용들을 연결할 수 있는지를 묻는 문항, 수학적 기호나 식으로 표현하는 능력을 파악하는 문항, 문제해결과정 중에 나타나는 논리적 추론을 적절히 수행하는지를 측정하는 문항으로 개발하여 구성되었다. 이러한 문항의 특징에 따라 학생들의 오류 유형이 어떻게 나타나는지, 학생 수준별로 나타나는 오류유형의 패턴이 무엇인지에 대하여 분석하고자 다음과 같이 연구문제를 설정하였다.

연구문제 1. 서술형 문항 특성에 따라 학생들의 오류 유형은 어떻게 나타나는가?

연구문제 2. 학생 수준에 따라 나타나는 오류 유형의 차이가 있는가?

본 연구를 통해 학생들의 오류 유형을 파악함으로써 교사와 연구자들에게 효과적인 교수・학습에 관한 깊이 있는 성찰의 기회를 제공하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

수학교육에서의 오류분석은 오랜 역사를 가지고 있는데 초창기에는 서로 다른 방향으로 연구

가 진행되었었다. 특히 미국과 독일의 연구로 구분될 수 있는데 독일은 실험심리학의 관점을 기반으로 개인적 학습을 촉진하기 위한 것을 목적으로 하였다. 심리학의 일부로 정신분석, 게쉬탈트 이론, 사고 심리학 측면에서 학생들의 발전단계에 주목하여 연구하였다. 반면 미국은 산술과 관련된 오류에 대한 연구를 시작으로 점차 다양한 수학 영역의 오류를 연구하게 되었고 교사들에게 오류 분석의 기회를 제공하면서 교육과정과 수업의 방법론에 대한 교사 교육프로그램을 제시하였다(Radatz, 1980; 송순희·오정현, 1997). 독일에서 오류에 대한 초기 연구인 Weimer(1925)의 연구에서는 모든 교과에서 개인적으로 나타내는 실수를 설명하기 위한 오류의 패턴을 확립하는 것을 목적으로 연구하면서 '옳지 않은 것, 실수, 사실을 곡해하는 것, 오류'라는 개념을 구별 지었다. 그리고 오류를 다섯 가지 범주인 '친숙한 오류, 확고부동한 오류, 유사한 오류, 혼합된 오류, 감정이나 의지에 따른 오류'로 분류하였다(Radatz, 1980). 이후 Birkhan (1978)은 정보처리 이론의 개념적 체계와 더불어 인지 심리학의 도구로서 학생들의 수학적 오류 유형을 분석하였다. 반면 미국의 초기 연구로 Buswell(1925)는 네 가지 기본 계산 유형에서 나타나는 오류를 분류하였고 이후 다른 학자들도 산술적 계산에서 나타나는 오류들을 분석하는 연구를 많이 진행하였다(Radatz, 1980; 박효진, 2006; 송순희 · 오정현, 1997). 그러나 70년대 들어서면서 Ginsburg (1977)은 수학적 교수학습의 과정에서 기본적 체계를 연구하기 위한 방법으로 학생들의 오류를 분석하여 활용하는 시도를 하였다.

오류 연구에 대한 처음 관점은 국가 마다 차이가 있었으나 70년대 후반에 들어서면서 오류 연구는 다양한 수학적 관점과 목적에 따라 연구되기 시작하였다. Newman(1977)이 제시한 오류 분류는 교사들이 어디서 왜 학생들이 오류를 갖게 되는지 발견할 수 있도록 할 수 있는 분석틀을 제공하였고 학생들에게 어떻게 교수·학습과정에서 발문을 해야 하는지에 대한 교수학적 방법에 대한 기회를 제시하는 역할을 하였다. 그녀의 분류는 수학적 문제를 해결해 가는 과정에서 학생들이 갖는 오류를 순차적으로 제시하여 서로 다른 단계에서 나타나는 실패는 서로 다른 오류를 보여준다고 언급하였다. 그녀가 제시한 오류의 유형과 단계는 '읽기단계에서의 오류→이해단계에서의 오류→변환단계에서의 오류→절차적 기술단계에서의 오류→부호화단계에서의 오류'이며 문제해결 단계에서 나타나는 다섯 가지 오류에 '학생들의 동기, 주의, 질문의 형태'에 따라 발생할 수 있는 세 가지 오류를 추가하여 제시하였다. 이후 Newman(1977)의 오류유형을 활용하여 5학년에서 7학년 학생들이 갖는 오류를 연구한 Clements(1980)은 문제 해결 단계에서 나타나는 다섯 가지 오류를 중심으로 동기 또는 주의를 추가하여 여섯 가지 유형으로 학생들의 수학적 오류를 분석하였다. 또한 Clement, Lochhead, & Monk(1981)은 문장제 문제를 대수적 표현으로 간단하게 번역하는 데에서 나타나는 오류를 대학생들을 대상으로 연구하였고 Wallman(1983)도 방정식의 문장제 문제를 번역하는 데에서 나타나는 오류를 Newman(1977)의 분류를 토대로 연구하였다.

이 외에도 오류의 원인에 대한 연구가 활발히 이루어졌는데, Radatz(1979)는 정보의 획득, 절차, 보유, 재생이라는 매커니즘을 이용하여 수학적 내용 주제를 포함할 수 있는 오류의 다양한 원인을 분류하였다. 오류의 원인으로 '언어의 어려움으로 나타나는 오류, 공간적 정보 획득에서의 어려움으로 나타나는 오류, 선행지식의 습득의 결함에 따른 오류, 옳지 않은 연결이나 사고의 경직성에 따른 오류, 상관없는 규칙이나 전략을

적용하는 데에서 나타나는 오류’를 제시하였다. Movshvitz-Hadar, Zaslavsky, & Inbar (1987)은 이스라엘 고등학교 졸업시험의 서술형 18문항에서 나타나는 학생들의 오류를 여섯 가지로 분류하고 신뢰도 검증을 거쳐 이 분류가 포괄적이면서 서로 중첩되지 않는다고 주장하였다. 이 여섯 가지 분류는 ‘자료를 오용하는 데에서 나타나는 오류, 언어를 잘못 해석하는데 에서 나타나는 오류, 논리적으로 부적절한 추론을 하는데 에서 나타나는 오류, 왜곡된 정리나 정의를 사용하는데에서 나타나는 오류, 입증되지 않은 풀이에서 나타나는 오류, 기술적 오류’ 이다. 이 오류 유형에 김옥경(1990)은 ‘풀이과정의 생략, 오류의 애매 모호성’을 추가하여 8가지로 분류하였고 이후 송순희·오정현(1997), 김용호・오후진(2002)은 김옥경(1990)의 오류유형을 적용하였다.

최근 오류유형을 분석한 정현도・강신포・김성준(2010)은 Newman(1977)과 Movshvitz-Hadar, et al(1987)의 오류유형을 통합한 분석틀로 초등 서술형평가에서 나타나는 오류들을 분석하였다. 수학학습에서 나타나는 오류유형에 대한 많은 연구 중 본 연구에서 제시한 오류분석 유형들을 정리하면 다음 <표 Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 오류분석 유형

<table>
<tr><th></th><th>Newman (1977) Clements (1980)</th><th>Radatz (1979)</th><th>Movshvitz-Hadar et al (1987)</th><th>김옥경 (1990)</th><th>정현도 외(2010)</th></tr>
<tr><td rowspan="8">오류유형</td><td>읽기단계</td><td rowspan="2">언어의 어려움</td><td colspan="2">자료를 오용</td><td>읽기</td></tr>
<tr><td rowspan="2">이해단계</td><td colspan="2">언어를 잘못 해석</td><td rowspan="2">이해</td></tr>
<tr><td rowspan="2">공간적 정보 획득에서의 어려움</td><td colspan="2">논리적으로 부적절한 추론</td></tr>
<tr><td>변환단계</td><td colspan="2">왜곡된 정리나 정의를 사용</td><td>변환</td></tr>
<tr><td rowspan="2">절차적 기술단계</td><td rowspan="2">선행지식의 습득의 결함</td><td colspan="2">입증되지 않은 풀이</td><td rowspan="2">처리</td></tr>
<tr><td colspan="2">기술적 오류</td></tr>
<tr><td>부호화 단계</td><td>옳지 않은 연결이나 사고의 경직성</td><td rowspan="2">-</td><td>풀이 과정 생략</td><td>기록</td></tr>
<tr><td>동기 혹은 주의</td><td>상관없는 규칙이나 전략을 적용</td><td>애매모호성</td><td>생략</td></tr>
</table>

본 연구에서는 이러한 선행 연구들을 기반하여 서술형 평가 문항 반응의 오류 유형을 분류하고 분석하였다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구목적 및 연구대상

본 연구는 문제 이해 및 표현, 논리적 사고, 의사소통, 수학과 현실맥락간의 연결성, 수학 내에서의 영역간 연결성 등을 신장시킬 수 있는 서술형 평가에서 학생들이 범하는 오류를 분석함으로써 교수・학습 개선을 위한 기초자료를 마련하는 것을 목적으로 한다.

연구 대상은 중학교 2학년 학생들로 총 99명이고 수준별로 상・중・하 수준으로 각각 45명, 34명, 20명으로 구성되었다. 각 수준은 연구대상 학생들의 담당 수학교사에 의해 구분되었으며 서술형 평가 문항의 영역은 중학교 2학년 1학기 전체 내용이었으나 본 연구에서는 ‘식의 계산, 연립방정식, 부등식’ 단원 중 각 수준별 한 문항씩 총 9문항을 분석하였다.

2. 연구절차와 방법

본 연구에서는 중학교 2학년 1학기에 해당하는 ‘수와 연산, 식의 계산, 연립방정식, 부등식, 일차함수’ 단원을 모두 수준별로 3문항씩 총 45문항을 개발하여 예비검사를 통해 문항을 수정한 후 본 검사를 실시하였다. 문항 개발 후 전문가 1인과 동료연구자 2인의 검토를 거쳐 예비검사를 실시하였고 동시에 현직교사 2인의 자문과 학생들의 응답을 분석하여 문항의 내용과 수준을 수정하였다. 이때 학생들의 응답은 정답률 뿐 아니라 정답을 서술하지 않았더라도 문제를 해

결하려는 시도 혹은 문제해결의 정도를 중심으로 분석하였다. 또한 본 검사 이후 전문가의 자문을 통해 최종 수정·보완하였다. 본 검사 후 두 명의 채점자가 중복 채점을 하였으며 이 중 문항의 다양성과 문항 수준을 고려하여 <표 Ⅲ-1>에서와 같이 '식의 계산, 연립방정식, 부등식' 단원 중 각 수준별 한 문항씩 총 9문항을 선별하여 학생들의 오류를 분석하였다.

<표 Ⅲ-1> 서술형 평가 문항

단원	평가 내용	
식의 연산	상	문제 이해 및 표현
	중	문제 이해 및 수학 내적, 실생활 맥락과의 연결성
	하	수학 내적, 실생활 맥락과의 연결성
연립 방정식	상	실생활 맥락과 수학의 연결성
	중	실생활 맥락과 수학의 연결성
	하	학습 내용의 의미 있는 이해
부등식	상	실생활 맥락과 수학의 연결성
	중	수학 내적 연결성 및 표현
	하	수학 내적 연결성 및 표현

본 연구에서 개발한 문항들은 수준에 따라 해당 단원에서 학습한 단일 학습 내용을 이해하였는지 묻는 문항 보다는 이전 학습 내용영역과의 연결성을 의미하는 수학 내적 연결성에 대한 문항이나 실생활 맥락 속에서 문제를 해결하는 문항들과 같이 다양한 사고를 요구하는 문항들이다. 이러한 특징을 갖는 서술형 문항을 해결하는 과정에서 수학적 기호나 문자의 사용을 표현하는데 나타나는 오류, 수학 내적·외적(실생활 상황) 연결성에서 나타나는 오류, 문제에서 주어진 정보를 바르게 이해하지 못함에 따라 생기는 오류, 수학적 추론의 미흡 혹은 부적절성에 따른 오류, 생략에 따른 오류 등이 나타났다. 따라서 본 연구에서는 학생들이 이러한 특징을 갖는 서술형 평가에서 나타내는 오류 유형을 <표 Ⅲ-1>과 같이 기존 연구에서 제시한 분류들을 수정·보완하고 2009개정 교육과정과 PISA2012에서 제시하는 수학적 소양을 토대로 개발한 문항의 유형을 기준으로 분류하여 분석하였다. 또한 학생들의 오류는 한 가지 유형인 경우도 있지만 복합적인 오류를 드러낼 수도 있기 때문에 문제해결 단계별 오류나 단일 범주형 오류로 분석하지 않았다. 따라서 본 연구에서는 오류 분석을 위한 유형을 다음 <표 Ⅲ-2>와 같이 분석하였다.

<표 Ⅲ-2> 오류 유형 분류

범주	유형	코드
표현	미지수 사용의 오류	P1
	기호, 수식 표현의 오류	P2
연결성	학습한 수학내용 또는 이미 학습한 내용의 이해 및 연결성 오류	C1
	실생활 맥락과의 연결성 오류	C2
정보 이해	문제에서 주어진 정보 이해의 오류	U
추론	부적절한 추론의 오류	D
연산	계산의 오류	A
-	풀이과정 생략에 따른 오류	S

본 연구에서 제시한 연구문제 1을 해결하기 위해서는 <표 Ⅲ-2>에서 제시한 오류 유형을 중심으로 문항별 분포를 분석하였다. 또 연구문제 2를 해결하기 위해 학습 수준별 오류 유형의 특징을 분석하였다. 문항에서 요구하는 평가 내용이 수준별로 동일하지는 않지만 수준별로 나타나는 특징이나 패턴을 분석· 종합하였다.

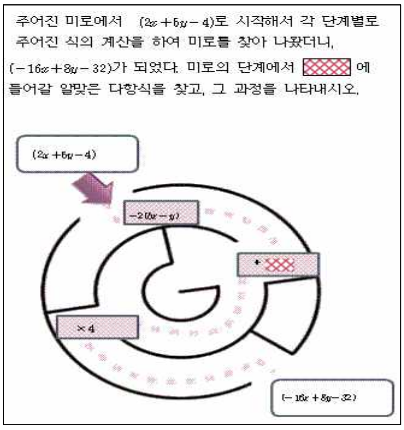
Ⅳ. 연구 결과

다양한 서술형 문제 유형에 따른 학생들의 오류유형을 분석하고 학습 수준별 학생들이 나타내는 오류 패턴을 분석하고자 한다. 각 단원별로 순차적으로 분석하였으며 문항별 가장 많은

빈도를 나타낸 오류를 중심으로 분석하였다.

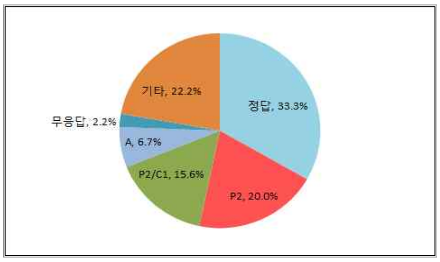
1. 문항에 따른 오류분석

식의 계산 단원에서 학생들에게 평가한 문항 중 문제를 명확히 이해하고 해당 단원에서 학습한 내용을 이해하여 정확히 표현할 수 있는지를 평가하기 위한 목적인 상수준의 문항은 다음 <그림 Ⅳ-1>과 같다.



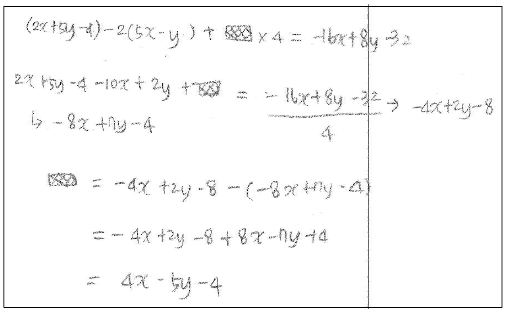
<그림 Ⅳ-1> 식의 계산 상수준 문항

이 문항에 대한 정답률은 33.3%로 나타났고 학생들이 나타내는 오류는 기호, 수식 표현의 오류(P2: 20%)가 가장 많이 나타났다. 기호, 수식 표현 오류뿐 아니라 학습내용의 이해의 오류가 모두 나타난 복합적 오류(P2·C1: 15.6%)의 경우가 두 번째로 많이 나타났다.



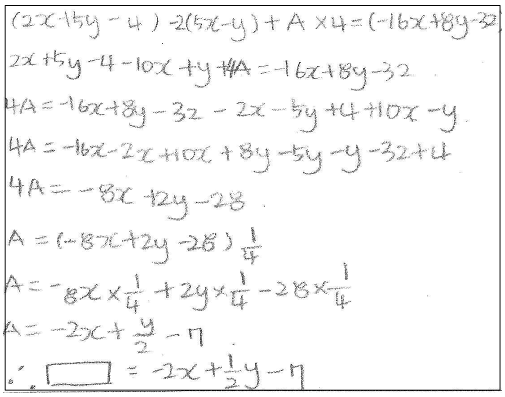
<그림 Ⅳ-2> 식의 계산(상) 문항의 오류

기타로는 기호, 수식표현의 오류와 더불어 계산의 오류, 기호, 수식표현의 오류와 더불어 문제에서 제공하는 정보이해의 오류 등 다양한 오류들로 분석되었다.



<그림 Ⅳ-3> 수식의 표현 오류

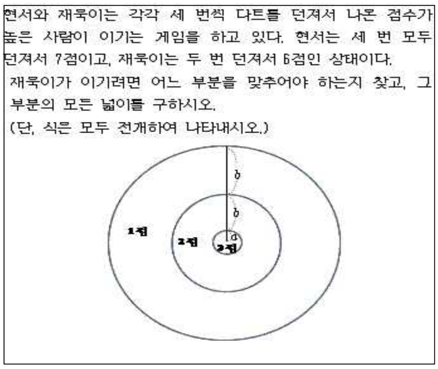
위의 <그림 Ⅳ-3>은 문제를 올바르게 이해하고 학습한 내용도 옳게 사용하였으나 식의 표현에 있어 오류가 나타난 예를 보여주는 것이다. 이 답안의 경우 4를 곱할 때 전체 다항식에 곱해야하기 때문에 괄호를 사용하여 표현해야 오류가 발생하지 않는 문항임에도 불구하고 기호를 적절하게 사용하지 않고 표현한 오류이다. 다항식의 연산을 할 수 있는 것이 이 단원의 주요 목적이지만 수학적 표현에 유의하여 학습할 수 있도록 하는 것이 필요하다.



<그림 Ⅳ-4> 수학적 내용 이해 오류 및 수식표현의 오류

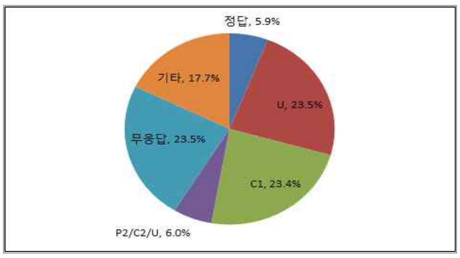
<그림 Ⅳ-4>는 수식 표현의 오류와 다항식과 실수의 곱 연산에서 빈번히 나타나는 오류로 분배를 제대로 하지 않아 나타나는 오류이다. 상수준의 학생이지만 기본적인 수학적 내용의 이해에서 오류가 나타날 수 있기 때문에 식의 계산에서 수학의 기본 내용을 확실히 학습할 필요가 있다.

식의 계산 단원에서 문제를 올바르게 이해하고 실생활 맥락뿐 아니라 수학 내용 간의 연결을 할 수 있는지에 대한 평가 목적을 가진 중수준의 문항은 다음 <그림 Ⅳ-5>와 같다.



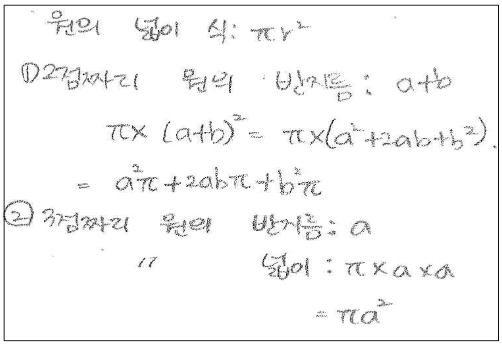
<그림 Ⅳ-5> 식의 계산 중수준 문항

이 문항에 대한 학생들의 오류는 문제에서 제공하는 정보를 명확히 이해하지 않아서 생기는 오류(U: 23.5%), 이미 학습한 원의 넓이 공식을 적용하지 못하여 발생하는 오류, 즉 이미 학습한 내용을 본 학습 내용과 연결하지 못하는 오류(C1: 23.4%)등 다양하게 나타났으며 정답률은 5.8%로 나타났다.



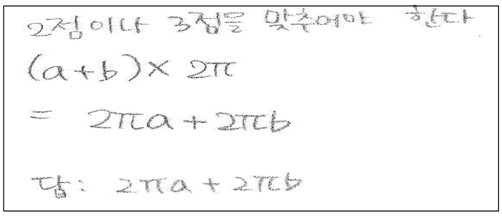
<그림 Ⅳ-6>식의 계산(중) 문항의 오류

기타로는 풀이과정 생략의 오류, 이미 학습한 내용과 연결함에 있어 나타나는 오류와 더불어 부적절한 추론의 오류 혹은 풀이과정 생략의 오류 등 복합적 오류들이 발견되었다.



<그림 Ⅳ-7> 문제 정보 이해의 오류

<그림 Ⅳ-7>과 같이 문항에서 제공하는 정보를 명확하게 파악하지 못하여 구해야 하는 부분이 무엇인지는 이해하였으나 구해야 할 넓이를 해결하는 과정에서 문항에서 제시한 정보를 바르게 사용하지 못하고 해결하여 오류가 발생하였다.



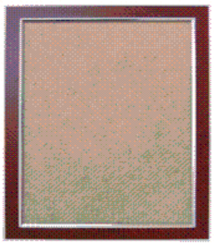
<그림 Ⅳ-8> 수학 내적 연결성의 오류

또한 <그림 Ⅳ-8>과 같이 문제에서 제공하는 정보를 바르게 이해하고 해결하려 하였으나 원의 넓이를 구하는 식과 원의 둘레를 구하는 식을 혼동하여 사용하는 오류가 나타났다. 학생들은 이미 학습한 내용이더라도 인지적으로 확고해 지기 전까지 그 내용을 적용할 기회가 제공되지 않는다면 간단한 내용일지라도 적용하지 못할 수 있다. 따라서 서술형 문항을 출제할 때

현재 학습내용을 기반으로 하되 이미 학습한 내용과의 수학 내적 연결성을 고려한 문항도 출제할 필요가 있다.

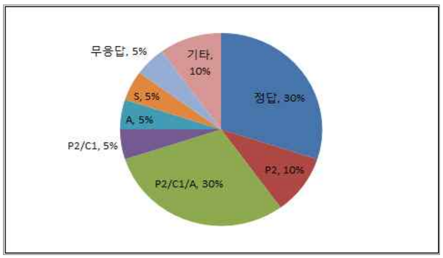
식의 계산 단원에서 하수준의 문항으로 실생활 맥락을 기반으로 한 수학 내적 연결성을 묻는 것을 목적으로 한 문항은 다음 <그림 Ⅳ-9>와 같다.

가족사진용 액자를 하나 샀는데, 세로의 길이가 $2a+1.8b$이고, 가로의 길이가 $3a-b$일 때, 액자의 둘레의 길이를 구하시오.



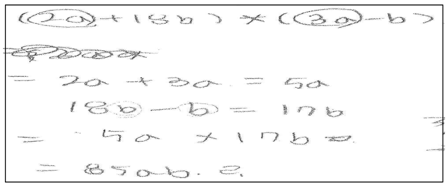
<그림 Ⅳ-9> 식의 계산 하수준 문항

이 문항에 대하여 가장 많이 나타나는 오류는 복합적 오류로 현재 학습 내용과 이전 학습 내용과의 연결성의 오류, 기호 및 수식 표현의 오류와 계산의 오류가 모두 포함되어(C1/P2/A: 30%) 나타났다. 또한 이 문항에 대한 정답률은 30%로 다양한 오류가 나타났다.



<그림 Ⅳ-10> 식의 계산(하) 문항의 오류

식의 계산 하수준 문항에 대한 학생들의 오류는 한 가지 오류로 나타난 비율이 높지 않았으며 기호, 수식표현의 오류, 계산의 오류, 풀이과정생략의 오류들이 단일 오류로 분석되었다.



<그림 Ⅳ-11> 복합적 오류

<그림 Ⅳ-11>과 같이 다항식의 곱을 해결하는 과정에서 다항식의 덧셈과 곱셈과정을 혼용하여 기호, 수식의 표현에 있어 오류가 나타났다. 또한 이미 학습한 내용인 문자사용 및 동류항에 대한 내용을 사용하지 못하고 내적 연결성에 대한 오류도 나타났다. 동시에 둘레의 길이를 구해야함을 인식하지 못하여 문제 정보이해에 대한 오류도 나타난 경우의 비율이 가장 높게 나타났다.

식의 계산 단원에서 대체적으로 모든 수준에서 기호, 수식표현에 대한 오류가 빈번히 나타났고 이 오류를 중심으로 다른 오류들이 복합적으로 나타난 경우도 있었다. 식의 계산단원을 교수·학습할 때 학생들이 기호와 수식을 정확히 사용하고 그 표현을 명확히 이해하도록 하는 것에 유의해야 함을 알 수 있다.

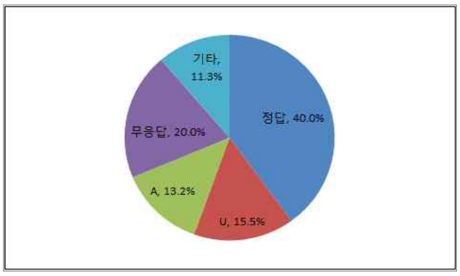
연립방정식 단원에서 학생들이 실생활 맥락과 수학이 연결된 문항을 옳게 이해하여 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 목적인 상수준의 문항은 다음 <그림 Ⅳ-12>와 같다.

지우는 신상품으로 출시될 노트북을 사려고 용돈을 모았다. 그런데 사고 싶은 **노트북의 가격이 지우가 모은 돈의 1.5배 보다 20만원 만큼 적었고** 계산해보니 돈이 부족해서 살 수 없었다. 그래서 지우는 노트북의 가격이 떨어질 때 까지 모아놓은 돈을 **6개월 간 예금하면 예금액에 대하여 5%의 이자를 지급하는 정기예금에 저금**하였다. **6개월 후에 노트북 가격은 신상품일 때 보다 25만원 떨어졌기 때문**에 저금한 돈과 이 노트북의 가격이 같아져 살 수 있었다.
지우가 **원래 가지고 있던 돈과 신상품일 때 노트북의 가격**을 구하고 그 과정을 서술하시오.

<그림 Ⅳ-12> 연립방정식 상수준 문항

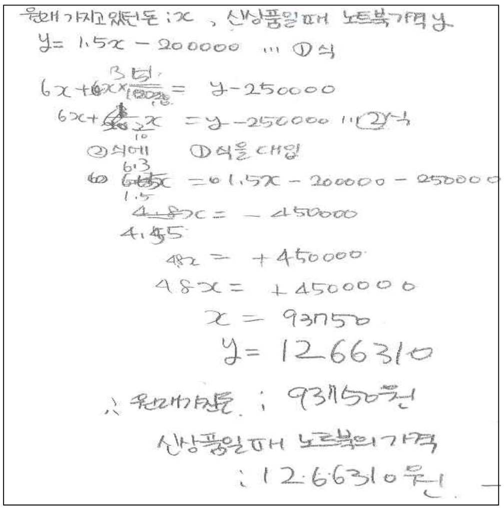
이 문항에 가장 많이 나타나는 오류는 문제에

서 제공하는 정보를 명확히 이해하지 못하는 오류(U: 15,5%), 계산의 오류(A: 13%)가 가장 많았고 정답률은 40%였다.



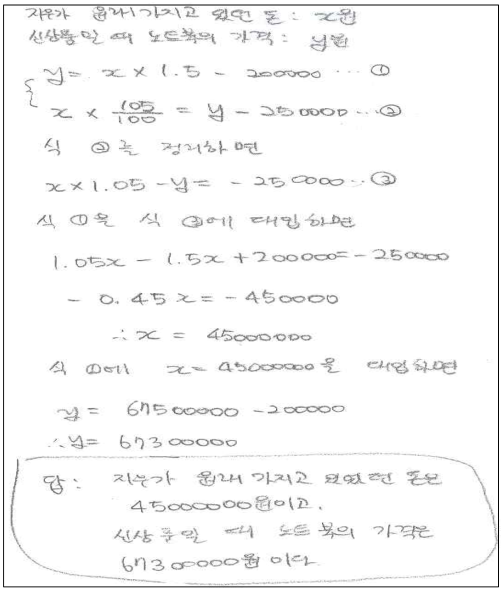
<그림 Ⅳ-13> 연립방정식(상) 문항의 오류

이 문항의 경우, 정답률도 높았지만 무응답의 비율도 20%로 상수준의 학생임에도 비교적 높은 비율로 나타났다. 문항에서 제시하는 조건도 많고 문항의 길이도 다른 문항들에 비하여 길었기 때문에 시도하지 않은 학생의 비율도 높은 것으로 해석된다. 그러나 이 문항을 통해 학생들은 정보를 이해하고 해석하며 주어진 문제를 해결하기 위하여 적절한 곳에 적용할 수 있는 정보이해와 의사소통, 문제해결력을 함양할 수 있다고 판단되는바 학교현장에서도 이러한 문항을 제공할 필요가 있다.



<그림 Ⅳ-14> 문제 정보 이해의 오류

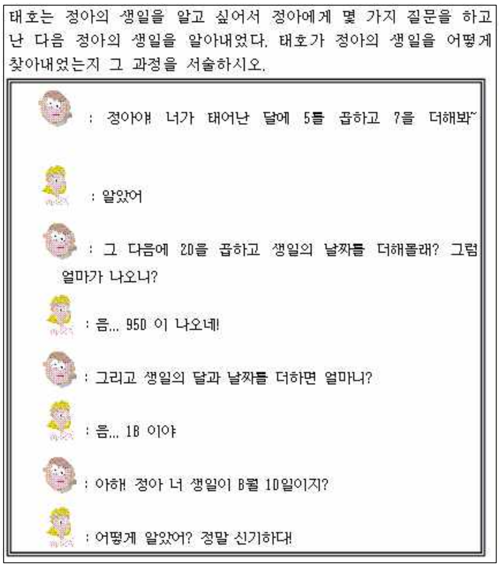
이 문항에서 <그림 Ⅳ-14>와 같이 ‘6개월 동안의 이율이 5%’ 라는 정보를 잘못 이해하여 지우가 가진 돈을 x라 하였을 때 6개월 후 돈이 ‘$6x+6x\times\dfrac{5}{100}$’ 로 서술하였다. 문항에서 제공하는 정보를 올바르게 이해하는 능력은 읽기능력과도 연관이 된 것으로 수학학습이 다른 교과의 학습과도 관련성이 있음을 알 수 있다.



<그림 Ⅳ-15> 계산의 오류

<그림 Ⅳ-15>와 같이 서술한 학생은 문제를 옳게 이해하고 식의 표현도 명확했으나 문제를 해결하는 과정에서 계산의 오류로 옳지 않은 답을 서술하였다. 계산의 오류가 있었지만 그 부분을 제외한 모든 부분이 올바르게 서술되어 있기 때문에 이 학생은 수학적 사고 수준이 낮다고 할 수는 없다. 만약 이러한 유형의 문항에서 정답을 중요시하여 평가한다면 학생의 수학적 사고 과정을 평가한다는 목적에 어긋나게 될 것이다. 즉 학교 현장에서도 계산의 오류로 인한 오답인 경우 채점기준에 대한 논의가 더욱 이루어져야 할 것이다.

연립방정식단원에서 실생활 맥락의 문항이면서 중수준 학생들의 흥미를 이끌 수 있는 문항으로 출제된 중수준 문항은 다음 <그림 Ⅳ-16>과 같다.


태호는 정아의 생일을 알고 싶어서 정아에게 몇 가지 질문을 하고 난 다음 정아의 생일을 알아내었다. 태호가 정아의 생일을 어떻게 찾아내었는지 그 과정을 서술하시오.

: 정아야! 너가 태어난 달에 5를 곱하고 7을 더해봐~

: 알았어

: 그 다음에 20을 곱하고 생일의 날짜를 더해볼래? 그럼 얼마가 나오니?

: 음... 950 이 나오네!

: 그리고 생일의 달과 날짜를 더하면 얼마니?

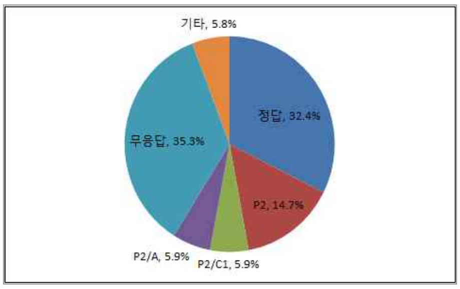
: 음... 18 이야

: 아하! 정아 너 생일이 8월 10일이지?

: 어떻게 알았어? 정말 신기하다!

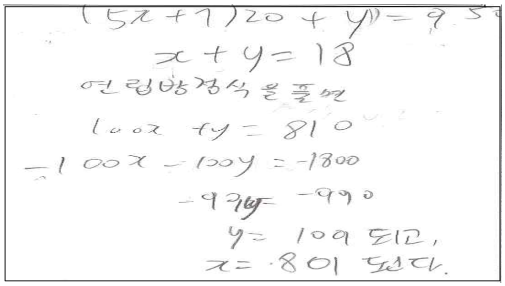
<그림 Ⅳ-16> 연립방정식 중수준 문항

이 문항에서 가장 많이 나타난 오류는 수식에 대한 표현의 오류(P2: 14.7%)였으며 표현의 오류와 더불어 수학 내적 연결성, 계산의 오류가 함께 나타난 복합적 오류도 11.8%였으며 정답률은 32.4%였다.



<그림 Ⅳ-17> 연립방정식(중) 문항의 오류

문항의 길이가 실제로 길지 않지만 학생들이 느끼기에는 길게 느껴졌을 가능성이 있다고 판단된다. 따라서 무응답의 비율이 상대적으로 높게 나타났다. 반면 흥미 유발을 목적으로 출제한 문항이므로 정답률도 높았던 것으로 판단된다.


$(5x+7)20+y=950$
$x+y=18$
연립방정식을 풀면
$100x+y=810$
$-100x-100y=-1800$
$-99y=-990$
$y=10$ 되고,
$x=8$이 된다.

<그림 Ⅳ-18> 수식 표현의 오류

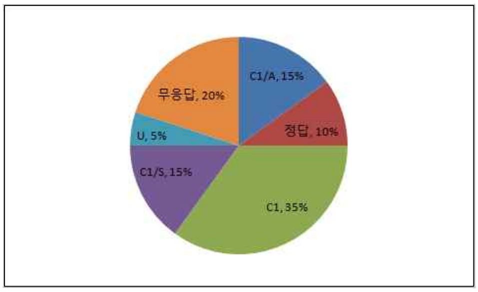
<그림 Ⅳ-18>과 같이 서술한 학생은 문제를 바르게 이해하여 옳은 해결계획을 세우고 해결하였으나 연립방정식을 더하였는지 뺐는지에 대한 연산의 표현을 생략하여 서술하였다. 수학적 표현과 의사소통이 강조되는 수학교육의 현실에서 논리적인 사고와 표현력을 위해서는 표현부분의 평가도 적극적으로 이루어져야 할 것이다.

연립방정식단원에서 하수준의 문항은 연립방정식을 풀 수 있고 연립방정식의 해의 의미가 무엇인지 서술하여 옳게 표현할 수 있는가를 평가하기 위한 목적을 갖는 문항이다.

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y=16 \\ -2x+y=-3 \end{cases}$ 의 해를 구하고, 그 해가 무엇을 의미하는지 서술하시오.

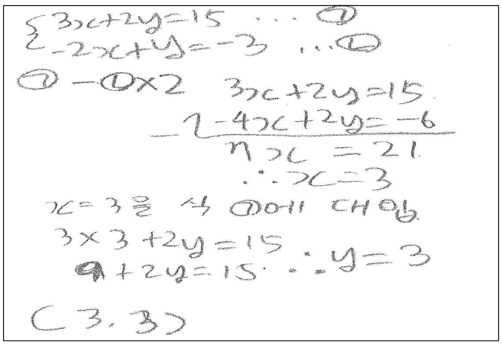
<그림 Ⅳ-19> 연립방정식 하수준 문항

이 문항에서는 연립방정식의 해는 옳게 찾았으나 그 해의 의미를 이해하지 못하는 데에서 나타나는 오류인 학습 내용을 적절히 사용하지 못하는 오류(C1: 35%)가 가장 높은 것으로 분석되었고 정답률은 10%에 불과하였다.



<그림 Ⅳ-20> 연립방정식(하) 문항의 오류

연립방정식의 기본개념을 이해하는지 평가하는 문항이지만 시도도 하지 않은 무응답의 비율도 20%로 높게 나타났다.



<그림 Ⅳ-21> 학습 내용 의미 이해의 오류

<그림 Ⅳ-21>과 같이 서술한 학생은 연립방정식을 해결하는 방법을 정확하게 알고 있지만 그 해의 의미를 이해하지 못하여 서술하지 않았다. 수학교과는 해나 정답을 구하기만 하면 되는 것으로 인식하고 절차적이고 알고리즘으로 학습하려는 경향이 있다. 그러나 수학적 사고를 자극하고 더 깊이 있는 학습을 위해서는 수학적 개념이나 정리들의 의미 있는 이해가 필요하다.

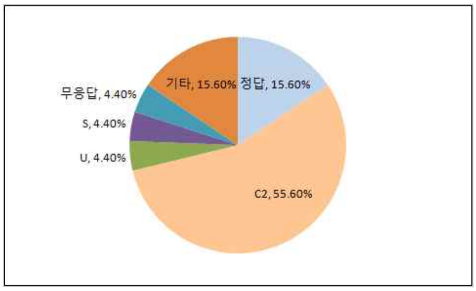
연립방정식단원에서 문항별 오류 유형을 분석한 결과, 상수준의 학생들은 복잡하게 표현된 문제의 정보를 이해하는데에서 나타나는 오류가 많았으나 복합적인 오류는 아니었으며 정답률은 높게 분석되었다. 중수준 학생들은 문제에서 제공하는 정보를 표현하는데 나타나는 오류가 높게 나타났다. 하수준의 학생들은 기본 학습 내용을 이해하지 못하는 오류가 많아 오류 분석 차원을 넘어 기본 학습 내용은 반드시 학습할 수 있도록 더 많은 기회를 제공해야 할 것이다.

부등식단원에서 상수준의 문항은 실생활 맥락을 기반으로 수학적 내용을 적용하고 문제해결 결과를 맥락에 맞게 해석할 수 있는지를 평가하고자 하는 문항이다. 또 문제의 정보를 수식으로 표현하고 앞서 학습한 방정식을 부등식에 적용할 수 있는지도 평가할 수 있는 문항이다.

규민이는 핸드폰 번호를 변경하고 싶어 한다. 번호의 끝 네 자리를 9889와 같이 대칭으로 하고 싶어 한다. 네 자리를 $xyyx$ ($x\neq y$)라 할 때, y는 x의 3배이고 각 자리의 수를 모두 합하면 16 보다 작게 하고 싶다. 규민이가 선택할 수 있는 네 자리 번호를 구하고 그 과정을 서술하시오.

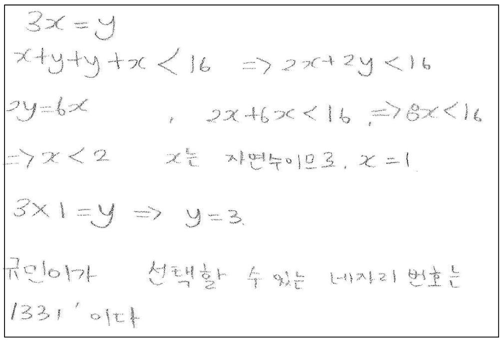
<그림 Ⅳ-22> 부등식 상수준 문항

이 문항에서는 문제를 바르게 이해하고 옳게 해결하였으나 문제에서 제공한 맥락에 맞게 결과를 해석하지 못하는 오류(C2: 55.6%)가 가장 많이 나타났으며 정답률은 15.6%이다.



<그림 Ⅳ-23> 부등식(상) 문항의 오류

정답률이 높지는 않았지만 50%이상의 학생들이 같은 오류인 실생활 상황에 맞지 않은 해석을 하여 나타나는 오류를 나타낸 것으로 보아 수학의 실생활과의 연결성을 강조하여 지도할 필요가 있다고 판단된다.



<그림 Ⅳ-24> 실생활 맥락과의 연결성 오류

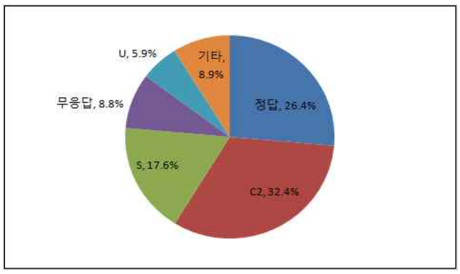
<그림 Ⅳ-24>와 같이 서술한 학생들은 문제에서 제공하는 정보를 방정식과 부등식으로 옳게 표현하여 논리적으로 해결하였으나 문제 맥락을 고려하지 않고 구한 값들은 자연수라는 고정관념 때문에 오류를 나타내었다. 휴대폰번호는 '0'이라는 숫자도 올 수 있음을 고려하지 않는 것으로 보아 학생들에게 더욱 실생활 맥락에 기반한 문항을 해결할 수 있는 기회를 많이 제공해야 할 것이다.

부등식단원 중수준의 문항은 이전에 학습한 순환소수와 부등식을 연결한 수학 내적 연결성이 내포된 문항이다.

일차부등식 $-\frac{4}{5}(3x+2)+2.\dot{6}x \ge 1$ 을 만족하는 x의 범위를 구하고, 그 범위를 만족하는 x 중 최소의 정수를 구하시오.

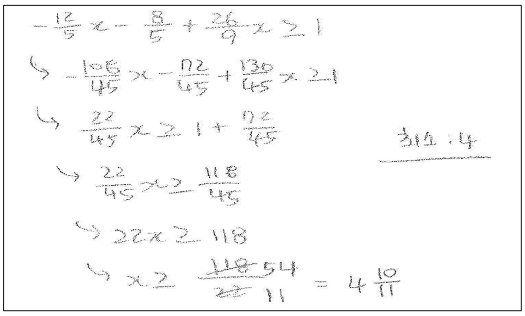
<그림 Ⅳ-25> 부등식 중수준 문항

이 문항에서는 이미 학습한 내용과 본 단원에서 학습한 내용을 유연하게 연결하지 못하는 오류(C1: 32.3%)가 가장 많이 나타났고 계수가 분수인 부등식이므로 계산의 오류(A: 17,6%)가 두 번째로 많이 나타났다. 또한 정답률은 26.4%이었다.



<그림 Ⅳ-26> 부등식(중) 문항의 오류

기타는 수학 내적 연결성의 오류와 함께 기호사용의 오류 혹은 기호사용의 오류 등과 같이 복합적인 오류를 나타내는 것으로 분석되었다.



<그림 Ⅳ-27> 수학 내적 연결성의 오류

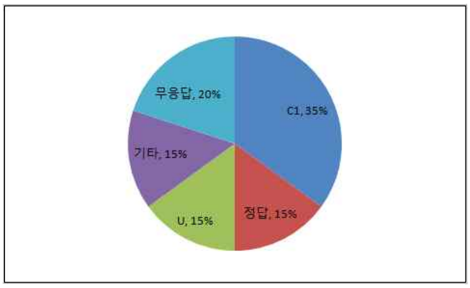
<그림 Ⅳ-27>과 같이 서술한 학생들은 순환소수를 유리수로 옳지 않게 변환하고 부등식을 해결하여 옳지 않은 답을 찾아내었다. 순환소수와 유리수의 관계는 2학년 1학기 첫 번째 단원에서 학습한 내용으로 이러한 문항을 통해 수학 학습 내용을 폭넓게 이해하는 기회를 제공하는 것이 필요할 것이다.

부등식단원 하수준의 문항도 중수준 문항과 같이 이미 학습한 내용과 본 학습 내용과의 연결을 요구하는 문항이다. 또한 이러한 연결성은 연립부등식 학습에서 집합과 관련지어 학습내용을 교과서에서 제시하고 있으므로 익숙한 문항이다.

두 집합 $A=\{x \mid 2(x-1)+3\le 7\}$, $B=\{x \mid x-3(x-2)<0\}$에 대하여 $A\cap B$를 구하고 그 과정을 서술하시오.

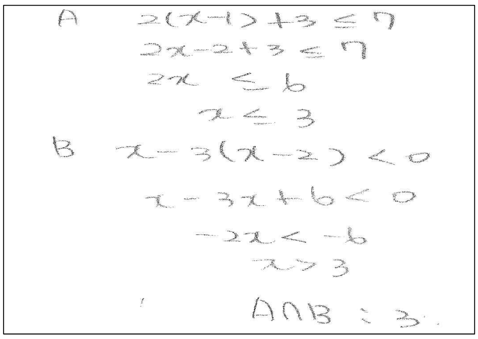
<그림 Ⅳ-28> 부등식 하수준 문항

이 문항에서는 이미 학습한 내용인 집합과 본 부등식 단원에서 학습한 내용을 연결하지 못하는 오류(C1: 35%)가 가장 많이 나타났고 문제에서 주어진 정보를 잘 못 이해하여 나타나는 오류(U: 15%)가 그 다음이었으며 정답률은 15%로 분석되었다.



<그림 Ⅳ-29> 부등식(하) 문항의 오류

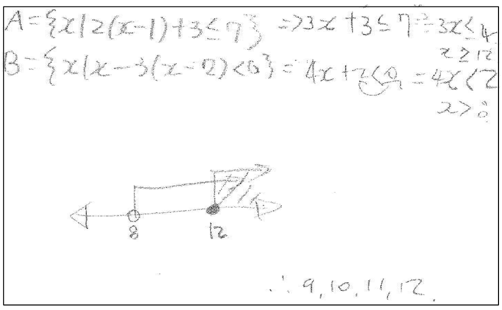
기타는 수학 내적 연결성의 오류와 더불어 문제에서 제공하는 정보를 바르게 이해하지 못하는 오류 혹은 풀이과정의 생략에 따른 오류들과 나타남으로써 복합적인 오류이다.



<그림 Ⅳ-30> 수학 내적 연결성의 오류

<그림 Ⅳ-30>과 같이 서술한 학생들은 두 개의 부등식 각각은 올바르게 해결하였으나 연립 부등식을 해결하기 위해 수직선을 사용하지 않았으며 집합으로 답을 해야 하는 문항임에도 집합이 아닌 형태로 서술하였다.

드물기는 하지만 부등식의 의미를 이해하지 못하여 수학문제의 답은 어떤 정수나 자연수로 나와야한다는 그릇된 인식으로 인해 범위형 답이 아닌 수치형 답으로 서술한 경우도 조사되었다. 이 경우도 부등식과 그 범위, 자연수와의 관계를 연결하지 못하여 발생하는 오류로 분류할 수 있다.



<그림 Ⅳ-31> 수학 내적 연결성의 오류

부등식을 학습하기 바로 앞 단원에서 방정식을 학습함으로써 해가 어떤 수치로 나오는 것에 익숙해지고 새롭게 학습한 부등식을 의미 있게 학습이 완성되지 않았기 때문에 발생한다고 판단된다. 따라서 선행학습 내용과 본 학습 내용을 명확히 구분하고 비교·분석할 수 있는 기회를 학생들에게 제공할 필요가 있다.

부등식단원을 문항별 오류유형을 분석한 결과, 상수준의 학생들은 부등식과 방정식을 명확하게 이해하고 구분할 수 있었으나 중하수준의 학생들은 부등식과 방정식, 부등식과 집합을 명확히 구분하여 이해하지 못하여 수학 내적 연결성의 오류를 많이 나타내었다. 학습 내용에 대한 정확한 이해가 먼저 이루어진 후 맥락에 기반한 문항을 다양하게 제공할 필요가 있다.

본 연구에서 개발하여 제시한 9개의 대수영역 서술형 평가문항에 따른 오류유형을 정리하면

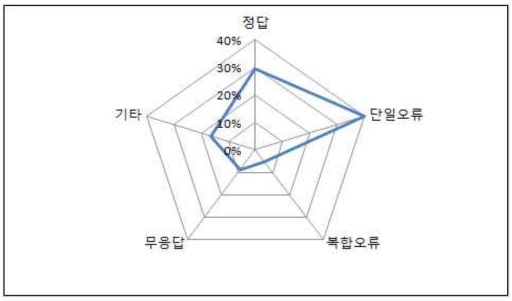
실생활 맥락 문항에서 수학외적 연결성에 대한 오류가 나타나는 것과 같이 문항에서 평가하고자하는 평가내용에서 오류가 드물게 나타나는 경향이 있었다. 따라서 학생들의 다양한 수학적 사고와 능력을 평가할 수 있는 다양한 문항을 개발하고 적용함으로써 내실 있는 수학 교수·학습이 되도록 해야 한다.

2. 학생 수준에 따른 오류

본 연구에서는 학생 수준을 상, 중, 하 세 수준으로 구분하여 수준별 서술형 평가를 실시하였다. 학생의 수준은 해당 학생들을 담당하는 수학교사에 의해 학교 정기고사 점수와 교사 관찰을 통해 구별되었다.

문항에서 요구하는 평가내용에 따라 학생들이 나타내는 오류의 유형이 다른 것을 감안하여 학생 수준에 따른 오류 유형을 분석하고자 한다.

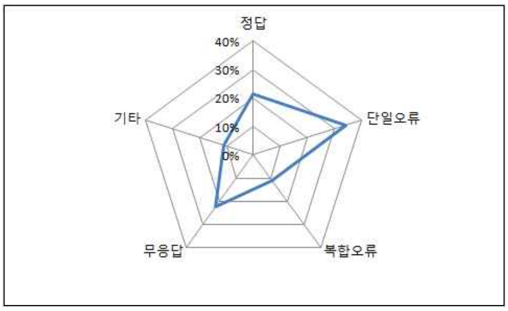
먼저 상수준의 학생의 경우, 식의 계산, 연립방정식, 부등식 각 단원에서 정답률이 29.6%로 중하수준의 학생들보다 높게 나타났다. 또한 기호, 수식사용의 오류, 계산실수에 의한 오류, 문제에서 제공하는 정보를 바르게 이해하지 못하는 데에서 발생하는 오류 등과 같이 한 가지 오류를 나타내는 경우가 대부분이었다. 식의 계산에서 두 가지 오류가 동시에 나타나는 복합적 오류가 5.2% 존재하였으며 기타로 16.4%가 나타났으며 이 안에 복합적 오류가 일부 포함되어 있다.



<그림 Ⅳ-32> 상수준 학생들의 오류유형

그리고 무응답이 8.9%로 중하수준의 학생들보다는 낮아 상수준의 학생들은 과제집착력이 높다는 것을 알 수 있다. 상수준의 학생들은 단일오류의 비율이 높게 나타났으므로 교사는 수학 교수·학습에 학생들이 자주 범하는 오류를 고려하여 수업을 계획하고 실행할 필요가 있다. 또한 다양한 유형의 서술형문항을 제공하여 수학적 사고를 자극함과 동시에 그 능력을 향상시켜야 할 것이다.

중수준의 학생의 경우, 식의 계산, 연립방정식, 부등식 각 단원에서 정답률이 21.6%로 상수준에 비해 다소 낮은 수치를 나타내었다. 또한 단일오류는 34.1%로 상수준보다 다소 낮았고 기호, 수식사용의 오류, 수학 내적 연결성에 의한 오류, 수학 외적 연결성에 의한 오류, 문제에서 제공하는 정보이해의 부족에 의한 오류, 풀이과정 생략에 의한 오류와 같이 상수준보다 많은 유형의 오류를 나타내었다. 또한 여러 오류가 동시에 나타나는 복합적 오류는 11%로 상수준의 5.2%보다 다소 높게 나타났다.

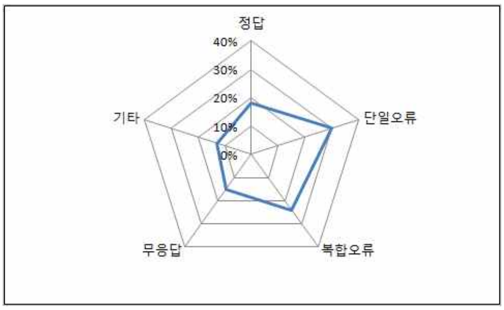


<그림 Ⅳ-33> 중수준 학생들의 오류유형

그리고 무응답의 비율이 22.5%로 상수준의 8.9% 보다 높은 수치를 나타내었다. 중수준 학생들도 문항의 길이가 길거나 스스로 해결하기 어려울 것으로 판단되면 해결을 위한 시도도 하지 않는다는 점을 알 수 있다. 이러한 현상이 누적된다면 수학에 대한 흥미는 매우 저조할 것이며 수학의 본래의 목적에 위배되어 입시를 위한

교과로 전락할 수 있다. 따라서 중수준의 학생들이 수학에 관심과 흥미를 가질 수 있도록 효과적인 교수에 대하여 교사와 연구자들은 심사숙고해야 할 것이다.

마지막으로 하수준의 학생의 경우, 식의 계산, 연립방정식, 부등식 각 단원에서 정답률이 18%로 상중수준의 학생들보다 낮은 비율을 나타내었다. 또한 단일오류는 29.8%로 상중수준보다 다소 낮았고 기호, 수식사용의 오류, 수학 내적 연결성에 의한 오류, 문제에서 제공하는 정보이해의 부족에 의한 오류, 풀이과정 생략에 의한 오류, 계산의 오류와 같이 단일오류일지라도 상수준보다 더 많은 오류유형을 나타내었다.



<그림 Ⅳ-34> 하수준 학생들의 오류유형

그리고 복합적 오류의 경우 24.3%로 상·중수준보다 높은 비율을 나타내었다. 이는 하수준의 학생들의 수학학습에 있어 한 가지 요인에 의한 성취도가 낮은 것이 아니라 다양한 요인이 학습되지 못하거나 충분하게 학습되지 않아 발생한다고 판단된다. 따라서 하수준의 학생을 교수·학습할 때 수학적 기본개념을 명확히 이해하는 것으로부터 시작하여 수식이나 기호의 표현, 수학 내외적 연결성들을 고려하여야 할 것이다.

학생 수준에 따른 오류유형을 분석한 결과, 모든 수준에서 단일오류가 높은 비율로 나타났지만 상수준의 경우가 가장 높았다. 또한 수준이 낮아질수록 단일적 오류라 할지라도 그 유형의 개수가 상수준보다 더 다양하게 나타났다. 복합적 오류의 경우에도 하수준의 경우가 가장 높게 나타났으므로 하수준의 학생들을 대상으로 수업을 할 때 기본개념의 확실한 이해를 기반으로 하는 수업이 이루어져야 할 것이다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구를 위하여 학생들의 수학적 사고과정이 드러나도록 표현할 수 있는 문항, 실생활 맥락에 기반한 문항, 수학 내적 연결성이 내포된 문항, 문제에서 제공하는 정보를 문제해결과정에 맞게 선택할 수 있는 것을 요구하는 문항 등 다양한 서술형 문항을 2009개정교육과정과 PISA 평가에서 강조하는 수학적 소양을 기반으로 하여 개발하고 예비검사를 거쳐 다양한 단계를 통해 수정된 문항을 중학교 2학년 학생들에게 평가하였다. 평가 후 중복 채점을 통해 채점 신뢰성을 높이고 학생들이 나타내는 수학적 오류유형을 분석하였다. 또한 학생들에게 제공된 서술형 평가문항은 담당교사의 조언에 의해 학습 수준별로 다르게 제공하였으며 각 수준별로 나타나는 오류의 패턴을 분석하였다.

기존의 연구들은 1970-80년대에 활발히 연구된 경우가 많았고 이 연구들을 기반으로 하여 오류를 분석한 연구가 주를 이루었다. 그러나 본 연구에서는 문항개발 원리가 현 수학교육 흐름에 부합하도록 하였기 때문에 기존 연구에서 제시하는 오류 유형의 범위를 넘어서는 경우가 있어 문항과 학생들의 응답을 통해 오류유형을 기존 연구들을 토대로 수정·보완하고 이를 중심으로 분석하였다.

그 결과 문항 특성별 학생들이 나타내는 오류가 다양하게 나타났다. 문항에서 평가하고자하는 평가내용에서 빈번한 오류들이 나타났다. 또한 수준별 학생들이 나타나는 오류 패턴은 상수준

의 학생들은 단일 유형의 오류의 비율이 높게 나타났고 복합적인 오류나 중하수준과 같이 여러 유형의 오류가 나타나지는 않았다. 반면 중수준이나 하수준의 학생들은 상수준보다는 여러 유형의 오류가 나타났고 복합적인 오류도 많았으며 기본 학습이 명확하지 않아 나타나는 오류가 많았다.

최근에 중등 수학과 서술형 평가에서의 오류에 대한 연구가 미비했던 만큼 본 연구는 최근 대두되고 있는 서술형 평가에서 학생들이 범하기 쉬운 오류 유형과 패턴을 분석함으로써 학생과 교사, 교육 전문가 등에게 시사하는 바가 많다. 학생들이 자신의 수학적 사고과정을 자세히 서술할 수 있는 서술형 평가를 통해 학생들은 빈번히 일어나는 오류가 무엇인지 파악함으로써 효과적인 학습 전략을 세우는 데 도움을 받을 수 있을 것이다. 또한 오류 유형에 대한 정보는 교사들이 학생들의 수학 학습에서 겪는 어려움이 무엇인지 파악하고 패턴을 앎으로써 학생들의 필요와 수준에 맞는 효과적인 교수법을 개발하는 데 도움이 될 것이다. 이로써 학생들의 효과적인 학습과 더불어 교사들의 교수 효능감의 상승도 기대해 볼 수 있을 것이다. 따라서 학교 현장에서 학생들이 학습에서 겪는 어려움을 파악하고 교정하기 위해서는 다양한 서술형 문항을 개발하고 활용할 필요가 있다. 물론 교육전문가가 개발하여 제공하는 것도 유용할 수 있지만 본 연구의 결과에서 볼 수 있듯이 학생들의 오류 유형은 매우 다양하고 학생의 수준에 따라 오류가 나타나는 패턴도 다양하기 때문에 학생 개개인의 학습 준비도, 성향, 수학적 소양, 학습 성취도 등을 고려한 적절한 평가 문항을 개발하고 적용할 수 있는 교사의 역할이 중요하다고 볼 수 있다. 또한 이를 뒷받침할 수 있는 정책적인 노력과 지원도 매우 중요할 것이다. 그리고 본 연구에서는 중학교 2학년 대수 영역에서의 오류만을 분석하였지만 향후 다른 학교급과 영역에서 나타나는 오류들도 분석하여 패턴을 발견한다면 효과적인 교수·학습 전략 개발에 도움이 될 수 있는 정보를 제공할 수 있을 것이다.

참고문헌

교육과학기술부(2010). 교육과학기술부고시 제 2009-41호에 따른 고등학교 교육과정 해설 총론.

교육과학기술부(2011). 교육과학기술부고시 제 2011-361호에 따른 수학과 교육과정.

김래영 · 김구연 · 노선숙 · 김민경 · 전지훈 · 김기영 · 이민희(2012). 중등 수학과 서술형 평가 체계의 실제와 대안적 발전 방향 모색: 경기도 창의 · 서술형 평가와 미국 오하이오 주 평가를 중심으로. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집> 26**(3), 277-311.

김민경 · 조미경 · 주유리(2012). 서술형 평가에 대한 인식 및 실태에 관한 조사 연구. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 63-95.

김옥경(1990). **고등학교 수학에서 발생하는 수학적 오류의 분류모델에 대한 연구**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

김용호 · 오후진(2002). 일차부등식의 문제 해결과 정에서 발생하는 오류유형 분석: 중학교 교육과정을 중심으로. **한국학교수학회 논문집, 5**(1), 69-86.

노선숙 · 김민경 · 조성민 · 정연숙 · 정윤아(2008). 중등수학과 서술형 평가의 현황 분석 연구. **한국학교수학회논문집, 11**(3), 377 -397.

문혜영 · 김응환(2011). 고등학교 1학년 함수단원 문제해결에서의 오류에 대한 분석. **한국학교수학회논문집, 14**(3), 277-293.

박효진(2006). 문자와 식 단원에서 학생들이 보이는 오류분석: 중학교 1학년 수학을 중심으로. **교육문화연구, 4**(1), 105-133.

송순희 · 오정현(1997). 중학교 함수영역에서 발생하는 수학적 오류에 대한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈A <수학교육>, 35**(1), 11-22.

정현도·강신포·김성준(2010). 초등수학 서술형 평가에서 나타나는 오류 유형 분석. 한국초등수학교육학회지, 14(3), 885-905.

조지민 · 김수진 · 이상하 · 김미영 · 옥현진 · 임해미 · 박연복 · 이민희 · 한희진 · 손수경(2011). 2011년 국제 학업성취도 평가 연구(PISA/TIMSS): PISA2012 예비검사 시행보고서. 한국교육과정평가원 RRE 2011-4-2.

Clements, M. A. (1980). Analyzing children's errors on written mathematical tasks. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 1-21.

Clements, M. A., Lochhead, J., & Monk, G. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *American Mathematical Monthly, 88*, 286-290.

Ginsburg, H. (1977). The Psychology of Arithmetic Thinking. *Journal of Children's Mathematical Behavior, 14*, 1 - 89.

Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*(1), 3-14.

Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. In M. A. Clements, and J. Foyster (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australia*, Vol. 1, Melbourne, (pp. 239-258).

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 10*(3), 163-172.

Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics, 1*(1), 16-20.

Wollman, W. (1983). Determining the sources of error in a translation from sentence to equation. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(3), 169-181.

Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics; Teaching developmentally.* (6th ed.) Boston, MA: Pearson Education.

Analyzing eighth grade students' errors in the constructed-response assessment: A case of algebra

Rae Young Kim · Min Hee Lee (Ewha Womans University)

The purpose of this study is to analyze eighth grade students' errors in the constructed-response items to improve teaching and learning of mathematics in schools. By analyzing 99 students' responses to nine constructed-response items, we found several types of students' errors in their responses to the assessment items involving with mathematical reasoning and representations, problems within realistic contexts, and mathematical connections. Not only a single error but also multiple errors (a combination of two or more types of errors) were discovered. In particular, high achieving students showed more simple errors than multiple errors while low achieving students had more multiple errors in various kinds.

* Key words : mathematical errors(수학적 오류), error analysis(오류 분석), constructed-response assessment(서술형 평가)

논문접수 : 2013. 7. 10
논문수정 : 2013. 8. 12
심사완료 : 2013. 8. 19