대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 23 권 제 3 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 23, No. 3, 353 ~ 371. Aug 2013

수학교과서 문제에 대한 예비중등교사의 이해 및 변형 능력1)

이 혜 림* · 김 구 연**

본 연구에서는 예비중등교사들이 2007 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에서 제시하고 있는 문제의 수준 및 특성을 어떻게 이해하고 있으며, 교육과정의 성격과 수업 목표 등에 적합한 문제를 어떻게 선별하고 변형하는지 알아보았다. 그 결과, 많은 예비교사들이 Procedures Without Connections[PNC] 문제를 high-level 문제로 인식하고 있으며, 교육과정의 성격과 수업 목표 등에 부합하는 문제를 제대로 선별한 인원이 전체 예비교사의 절반 이하였다. 또한 대부분의 예비교사는 낮은 인지적 노력수준의 문제를 높은 수준의 문제로 변형하는데 어려움을 느끼는 것으로 나타났다.

Ⅰ. 서 론

교과서는 교육과정에 부합한 교육내용을 체계적으로 학습할 수 있도록 구조화한 것이다. 교사는 교과서를 기본 매체로 수업을 구성하고 학생들은 이러한 수업을 통해 학습목표를 달성하게 된다. 특히 교사는 수업 전반에 걸쳐 교과서에 대한 의존도가 높기(김민혁, 발간예정; Grouws, Tarr, Chavez, Sears, Soria & Taylan, 2013)때문에 교과서는 수업 구성과 학생의 학습에 있어 핵심 매체가 됨을 알 수 있다. 특히 교과서의 수학 과제(task)에 따라 무엇을 가르치고 배울 것인지가 결정(Grouws et al., 2013; Stein, Grove, & Henningsen, 1996)되므로 교과서는 학생들의 사고를 자극할 수 있는 수학 과제들로 구성되어야 하며 교사는 교과서의 과제를 바르게 이해하고 사용할 수 있어야 한다.

교과서의 수학 과제를 Stein & Smith(1998)의 수학 과제 분석 가이드(Mathematics Task Analysis Guide)에 따라 분석한 연구들이 있다. 이 연구들은 교과서의 수학 과제가 대부분 낮은 인지적 노력수준의 과제임을 공통적으로 보여준다(권지현, 김구연, 2013; 김미희, 김구연, 2013; 홍창준, 김구연, 2012; Jones & Tarr, 2007; Özgedi & Esen, 2010).

높은 인지적 노력수준의 과제는 수학적 개념과 내용에 대한 이해와 추론의 기회를 제공(Jones & Tarr, 2007)하며 수학적 개념 간의 관계를 이해함으로 사고를 확장할 수 있게 해준다(Stein & Smith, 1998). 이처럼 높은 수준의 인지적 노력을 요하는 과제들이 학생의 학습에 주는 긍정적인 영향을 고려했을 때, 우리나라 수학 교과서 대부분의 과제가 낮은 인지적 노력수준의 과제임은 상당히 안타까운 실정이다. 그러나 학생의 학습은 교사가 아는 것과 행하는 것, 즉 교사의 지식, 신념, 경험, 학생의 노력과 이전 학습에 대한 지식, 교과서와 같은 수업 자료 등 많은

* 서강대학교 교육대학원(hllee0215@sogang.ac.kr)
** 서강대학교(gokim@sogang.ac.kr)
1) 이 연구는 2011년도 서강대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임(20110065).

요인의 영향을 받는다(Stein & Kaufman, 2010; Tarr, Chávez, Reys & Reys, 2006). 따라서 교사가 교과서의 수학 과제를 어떻게 이해하며, 선별하고 변형하는지에 따라 학생의 학습이 달라진다(Kilpatrick, 2003; Remillard & Bryans, 2004; Stein, Remillard & Smith, 2007).

앞에서 살펴 본 연구들을 통해 우리나라 교과서의 과제가 대부분 low-level 과제임을 알 수 있었다. 따라서 교사는 학생들이 수학적 개념들을 이해하고 발달시킬 수 있는 high-level 과제를 선택하여 사용할 수 있어야 한다(Henningsen & Stein, 1997; National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1989, 2000). 또한 대부분의 과제는 low-level이므로 교사는 이러한 과제들을 높은 수준으로 변형하여 의미 있게 활용할 수 있어야한다(Özgedi & Esen, 2010; Stein, et al., 1996).

본 연구에서는 예비교사가 교과서 수학 문제의 수준 및 특성을 어떻게 이해하며, 이를 의미 있게 선택, 변형하여 사용하는지 알아보기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 예비교사들은 수학 교과서 문제의 인지적 노력수준 및 특성을 어떻게 이해하고 있는가? 둘째, 예비교사들은 수학 교과서의 문제를 제시된 교육과정 및 수업 목표 등의 조건에 따라 어떻게 선별하는가? 셋째, 예비교사들은 낮은 수준의 인지적 노력을 요구하는 수학 문제를 어떻게 변형하는가?

Ⅱ. 이론적 배경

과제는 “학생들이 만들어 낸 생산물이며, 생산물을 만들어내는 과정에서 사용하는 조작과 학생들이 이용할 수 있는 모든 자원”(Doyle, 1983, p. 161)이다. 이와 비슷하게 수업 측면에서는 과제를 “학생들이 특별한 수학적 아이디어에 집중할 수 있게 만들어주는 교실의 활동”(Stein, et al., 1996, p. 460)으로 정의한다. 위의 연구들에서는 과제를 학생이 주체가 되는 활동을 근간으로 하여 설명한다. 이러한 관점에서 볼 때 수업에서의 활동, 즉 과제는 학생들의 학습과 밀접한 관계가 있음을 생각해 볼 수 있다.

Stein, et al.(1996)은 교과서의 수학 과제가 학생의 학습에 이르게 되는 과정을 수학 과제 프레임워(Mathematical Tasks Framework[MTF])으로 제시하였다. MTF에서 수학 과제는 3개의 단계를 거치며 학생의 학습에 이르게 된다. 첫 번째 단계에서 과제는 교과서와 교사용 지도서 등 문서화 된 형태의 교육과정 자료에 제시된 형태이다. 두 번째 단계에서 과제는 교육과정 자료에 제시된 과제를 교사가 임의로 구성한 형태이다. 마지막 단계에서 과제는 실제로 학생들에 의해 실행된 형태이다. 이 연구에서는 과제가 특정 단계에서 다음 단계로 이행하는 과정에서 다양한 변수들의 영향을 받게 된다고 주장한다. 교과서에 제시된 수학 과제가 교사에 의해 구성될 때 영향을 주는 변수로는 교사가 수업에서 달성하고자 하는 목표들, 주제에 대한 교사의 지식, 학생에 대한 교사의 지식 등이 있다. 또한 가르칠 내용에 대한 교사의 경험과 교사 개인의 가치관 또는 신념, 자신이 가르칠 학생의 능력 수준과 학생들이 이전에 배운 내용에 관한 교사의 통찰력 등이 중요한 변수로 작용하게 된다(Remillard, 2005; Stein & Kaufman, 2010).

이처럼 수업에서의 일련의 활동들은 교사에 의해 제시되는 것이므로 교사는 과제와 학생의 학습을 이어주는 중요한 요인이 된다. 따라서 교사는 중요한 개념을 다루는 과제를 신중하게 선택하고 사용하여 교육적 목표를 달성할 수 있어야 한다. 특히 잘 선택된 과제는 학생의 호기심을 자극할 수 있고 그들이 수학에 집중할 수 있

게 해준다(NCTM, 2000). 그렇다면 교사는 수업에서 사용할 수학 과제들을 어떻게 선택하고 활용하는가? 교사는 수업을 구성하는데 있어 교육과정 자료를 참고하게 되는데 그 중에서도 교과서 혹은 교사용 지도서와 같은 교육과정 도서의 활용도가 높다(김민혁, 발간예정). 또한 교사는 수업에서의 모든 활동을 구성하는데 있어 수학 교과서에 제시된 내용을 그대로 사용한다(신성균, 고정화, 권점례, 박선화, 이대현, 이봉주, 최승현, 2005). 교과서의 수학 과제가 학생들의 수학적 사고를 자극하기에 충분한 수준이라면 교사가 이것을 그대로 사용하는 것이 문제가 되지 않는다. 그러나 만약 그렇지 않을 경우에는 수학 과제를 그대로 사용하는 것은 매우 심각한 문제가 될 수 있다.

교과서의 수학 과제를 Stein & Smith(1998)의 인지적 노력수준에 따라 분석한 국내·외의 연구들이 있다. 먼저 Özgedi & Esen(2010)은 터키의 2004년 교육과정 개정에 따른 6~8학년 수학 교과서를 예비교사들에게 분석하도록 한 연구에서 전 학년, 전 범위에 포함된 대다수의 수학 과제가 낮은 인지적 노력수준임을 밝혔다. Jones & Tarr(2007)는 미국 수학 교육을 시대별로 분류하고 각 시대별로 가장 많이 사용하는 교과서와 대체 교과서를 각각 1권씩 선정하여 6~8학년 확률 단원의 수학 과제들을 분석했다. 그 결과 Standards 시대의 대체 교과서를 제외한 나머지 7종의 교과서에 있는 수학 과제들은 낮은 인지적 노력을 필요로 하는 것이 대부분임을 밝혔다. 교과서의 수학 과제 수준이 대부분 낮은 인지적 노력을 요구하는 수준에 머물러있음은 우리나라 2007 개정 교육과정을 따르는 교과서의 수학 과제를 분석한 연구에서도 찾아볼 수 있다. 홍창준, 김구연(2012)은 중학교 교과서 5종의 함수 영역에 해당하는 수학 과제를 분석한 결과, 높은 인지적 노력수준의 과제가 전체의 5%임을 밝혔다. 또한 중학교 교과서 3종의 기하 단원에 해당하는 수학 과제를 분석했을 때 그 중 전체의 5%만이 높은 인지적 노력을 요구하는 과제로 나타났다(권지현, 김구연, 2013). 고등학교 교과서 2종의 수학 과제를 분석한 연구에서는 높은 인지적 노력수준의 과제가 전체의 6%로 나타났다(김미희, 김구연, 2013). 위의 세 연구 결과를 통해 학년과 단원에 관계없이 2007 개정 교육과정에 근거한 대다수 교과서의 과제는 약 95%가 low-level임을 알 수 있다. 이는 교과서에 있는 대부분의 과제가 학생들에게 충분한 수학적 사고의 기회를 제공하지 못한다는 것을 말한다. 따라서 교사는 교과서의 수학 과제를 적절히 선별하여 사용할 뿐 아니라 적합한 형태로 변형하여 사용할 수 있어야 한다.

NCTM(1989, 2000)에서는 교사가 틀에 박힌 절차들을 되풀이하는 문제가 아니라 학생들이 수학적 연결을 형성하고 수학적 개념을 적용할 수 있게 하는 문제를 선택하여 사용할 수 있어야 한다고 말한다. Özgedi & Esen(2010)은 교과서 수학 과제가 교육과정의 목표 달성에 적합하지 않으므로 교사는 학생들에게 적합한 형태로 과제를 변형하여 사용할 수 있어야 한다고 말한다. 실제로 교사가 과제의 도전적인 측면을 덜 강조하거나 더 강조하여 혹은 학생이 이용할 수 있는 자원들을 바꿈으로써 과제의 특성이 달라질 수 있다(Stein, et al., 1996). 즉, 교사는 학생들의 수학적 사고를 자극할 수 있는 문제를 선택, 구성할 수 있어야 하며 또한 교육과정 목표나 수업 목표 등을 충족시키기에 적합하지 않은 과제가 있다면 이를 알맞게 변형할 수 있어야 한다. 나아가 "교사는 가치 있는 수학 과제들을 적절하게 선택하고 구성할 뿐만 아니라 과제의 복잡성과 인지적 노력수준이 떨어지지 않도록 지속적으로 학생들의 인지 활동을 지지 할 수 있어야 한다"(Henningsen & Stein, 1997, p. 546).

과제의 인지적 노력수준이란 앞서 살펴 본 MTF에서 과제의 특성을 설명하는 개념이다. 교사가 제시한 과제를 해결하기 위해 학생들이 암기한 사실이나 공식을 떠올리는지, 수학적 개념에 대한 이해와 관계를 바탕으로 높은 수준의 사고와 추론을 하는지 등을 통해 수학 과제의 인지적 노력수준을 파악할 수 있다(Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000). Stein & Smith(1998)는 학습자의 인지적 노력수준에 따라 수학 과제를 분류하는 수학 과제 분석 가이드(Mathematical Task Analysis Guide)를 제시하였다. 수학 과제를 low-level과 high-level로 구분하였는데 low-level 과제는 Memorization[M] 과제와 Procedures Without Connections[PNC] 과제이며, high-level 과제는 Procedures With Connections[PWC] 과제와 Doing Mathematics[DM] 과제이다. 4가지 수준에 해당하는 과제의 특징은 다음과 같다(Stein, et al., 2000, pp. 13-16). M 과제는 이전에 배우거나 기억하고 있는 사실, 규칙, 공식, 정의를 떠올려서 해결할 수 있으며 해야 할 것이 무엇인지 명확하여 과제 해결에 모호함을 느끼지 않는다. 절차를 아예 포함하지 않거나 너무 짧으며, 규칙, 공식, 정의에 담긴 수학적 개념과 의미에 대한 연결이 전혀 없다. PNC 과제를 해결하기 위해서는 알고리즘을 사용하며 약간의 절차가 필요하지만 특별히 요구되었거나 분명한 절차이다. 수학적 개념과 의미에 대한 연결이 전혀 없으며 정확한 답을 구하는 것이 강조되기 때문에 문제 해결 과정에 대한 설명을 요구하지 않거나 요구한다고 하더라도 절차에 대한 단순한 묘사에 국한된다. PWC 과제를 해결하기 위해서는 수학적 개념과 아이디어에 대한 깊이 있는 이해를 해야 한다. 절차의 사용을 강조하며 생각 없이 과정을 따라할 수는 없다. 과제를 표, 식, 기호, 문제 상황과 같은 다양한 방법으로 표현할 수 있으며 이러한 표현들 사이의 연결을 통해 수학적 의미를 더욱 깊이 이해할 수 있다. DM 과제는 복잡하고 비알고리즘적인 사고를 요구하므로 예상하기 어렵고, 무엇을 어떻게 시작할지 분명하지 않아 쉽게 접근할 수 없는 특징이 있다. 과제를 해결하면서 수학적 개념, 관계들을 탐구하고 추측하는 등 다양한 시도를 통해 자신의 인지 과정을 점검하고 조절하며, 과제를 적극적으로 분석하게 된다.

Ⅲ. 연구 방법

본 연구의 설문 대상자는 일반대학교 교직과정, 사범대학교, 교육대학원 재학생 및 졸업생인 예비교사이다. 저자가 재학 중인 기관을 제외하고 접근이 용이한 학교의 13개의 교원양성기관에서 총 44명의 예비교사에게 설문을 실시하였다.

설문지는 연구 문제에 부합하도록 직접 제작하였으며 설문의 설계 단계부터 마무리까지 저자 간에 협의과정을 거쳐 타당도를 높였다. 설문지를 3개 영역의 50개 문항으로 구성하였다. 첫 번째 영역은 설문 참여자에 관한 정보로 성별, 교원자격증 취득 기관, 이수 학기, 강의 경력 등을 묻는 문항들이다. 두 번째 영역은 수학 문제에 대한 인식, 수학 문제의 인지적 노력수준에 대한 인식, 수학 문제를 다루는 교사의 능력과 자신의 능력에 대한 이해, 수학교과서 분석 및 연구 경험, 수학교과서 활용 수업의 필요성에 대한 인식, 교과서 활용 수업에 대한 경험을 묻는 문항으로 구성하였다. 마지막 영역은 조건에 맞는 수학 문제 선별, 수학 문제의 특성 이해, 수학 문제 변형 문항을 포함하였다. 세 번째 영역에서 사용한 보기의 문제들과 각 문항의 내용은 <표 Ⅲ-1>에 제시하였다. 각각의 보기는 총 4개의 문제로 구성하였는데, 이 문제들은 동일한 단원에 해당하는 것으로 수학 과제 분석 가이드에

따라 구분했을 때 M부터 DM에 해당하는 상이한 수준의 문제들이다.

설문지는 44부 중 41부가 회수되었고, 이 중 절반 이상의 답이 누락된 1부를 제외한 40부를 최종 분석 자료로 결정하였다. 결과 분석을 위하여 Excel 2007과 SPSS Statistics 19를 사용하였으며 전체 설문 문항에 대한 신뢰도 분석, 설문 참여자의 정보와 관련된 문항들의 보기별 빈도와 비율을 알아보기 위한 빈도 분석, 5점 척도 문항에 대한 평균과 표준편차를 구하기 위한 기술 분석, 문항 간의 상관관계를 알아보기 위한 상관 분석을 실시하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 설문 참여자

설문에 참여한 전체 응답자의 남녀 비율은 각각 28%, 73%였다. 교육대학원에 재학 중인 경우가 55%로 가장 많았으며 일반대 교직과정, 사범대가 각각 18%, 15%로 나타났다. 수학교육, 수학 전공이 각각 47.5%였으며 전공과목 이수 학점이 60학점 이상인 경우가 45%로 가장 많았다. 학원이나 개인교습과 같은 강의 경력은 3~5년인 경우가 35%로 가장 많았다. 교과서에 대한 관심을 알아보기 위하여 예비교사 개인이 보유한 수학 교과서 수를 묻는 문항을 포함하였는데, 보유

<표 Ⅲ-1> 설문지 세 번째 영역 보기의 문제 및 각 문항별 내용

	문제	문제의 수준	문제의 내용 영역	문항 번호	문항 내용
보기1	가	M	고1 (문자와 식)	1	조건에 맞는 수학 문제 선별
	나	PWC		2	수학 문제의 특성 이해
	다	PNC		3	조건에 맞는 수학 문제 선별
	라	DM		3-1)	수학 문제의 특성 이해
보기2	가	M	중3 (함수)	4	조건에 맞는 수학 문제 선별
	나	DM		5	수학 문제의 특성 이해
	다	PWC			
	라	PNC		6	수학 문제의 특성 이해
보기3	가	PWC	고1 (수와 연산)	7	조건에 맞는 수학 문제 선별
				7-1)	수학 문제의 특성 이해
	나	PNC		7-2)	수학 문제 변형
				7-3)	수학 문제의 특성 이해
	다	DM		7-4)	수학 문제 변형
				7-5)	수학 문제의 특성 이해
				7-6)	수학 문제 변형
	라	M		7-7)	수학 문제의 특성 이해
				7-8)	수학 문제 변형
보기4	가	M	중2 (기하)	8	조건에 맞는 수학 문제 선별
	나	DM		9	수학 문제 변형
	다	PNC			
	라	PWC		10	수학 문제 변형

한 교과서가 3~4권인 경우가 27.5%로 가장 많았으며 한 권도 가지고 있지 않은 비율이 12.5%로 나타났다.

2. 수학 문제에 대한 인식 및 경험

예비교사들은 교과서에 포함된 수학 문제에 대하여 교육과정 목표를 충족시키기에 충분하지도 부족하지도 않은 것으로 인식하며, 상황에 따라 교과서의 수학 문제를 그대로 사용하거나 변형하여 사용하는 것을 모두 고려하는 것으로 나타났다. 교사가 수학 문제를 제시하는 방볍에 따라 문제의 인지적 노력수준이 달라질 수 있는지, 달라진다면 기존 수준보다 높아지는지 낮아지는지를 묻는 문항들에 대한 상관분석 결과 교사가 수학 문제를 제시할 때 문제의 인지적 노력수준을 떨어뜨리기보다는 더 높은 수준의 문제로 제시한다고 생각하는 것을 알 수 있었다. 또한 교사가 수학 문제를 기존 유형과 다르게 변형할 수 있는 능력을 갖추는 것이 중요하다고 인식하는 반면 예비교사로서 자신은 수학 문제를 수준이나 특성에 따라 분류하거나 주어진 상황에 적합하게 구성하는 능력을 충분히 갖추지 못하였다고 인식하는 것으로 나타났다.

교과서에서 제시하고 있는 수학 문제에 대하여 전체 예비교사의 90%는 교과서를 전체적으로 살펴 본 경험이 있다고 응답하였다. 교과서를 토대로 강의를 해 본 경험이 있는 응답자는 85%였는데, 교과서를 자세히 연구하거나 분석해 본 적이 있는 경우는 45%에 불과했다. 이와 같은 수치는 교과서를 토대로 강의를 해 본 경험이 있음에도 불구하고 교과서를 연구하거나 분석하지 않은 경우가 있다는 것을 의미한다. 실제로 교과서를 토대로 강의를 해 본 경험이 있다고 답한 예비교사 중 47%는 교과서의 내용을 자세히 연구하거나 분석 한 적이 없는 것으로 나타났다. 교과서를 토대로 강의를 할 때 수학 문제를 변형하여 사용하였다는 응답은 전체의 58%였다. 변형한 내용으로는 문제에 주어진 숫자를 변형한 경우가 19%로 가장 많았으며, 서답형 문제에 보기를 첨가하여 선다형 문제로 제시한 경우와 문제 해결의 단서를 제공했다는 의견이 각각 13.8%로 그 다음으로 많았다.

예비교사 개인이 속한 교원양성기관에서 중·고등학교 수학 교과서를 교재로 다루는 강의가 있다고 응답한 예비교사는 33%였으며, 수학 문제를 유형이나 난이도에 따라 분류해 본 경험이 있는 경우는 13%로 나타났는데 대부분 수업 시연을 위해 분류해 본 경우였다. 수학 문제의 중요성에 대하여 배운 경험이 있다고 응답한 비율은 23%로 나타났는데, 이 중에서 수학 문제 자체의 중요성을 배운 경우가 44%이고 수학 문제를 제시하는 교사의 역할에 대한 중요성을 배운 경우가 56%였다. 예비교사들은 교원양성기관에서 수학 교과서를 활용하는 수업, 교과서의 수학 문제를 분석하는 수업, 수학 문제를 상황에 맞게 변형하는 수업의 필요성을 느끼는 것으로 나타났다.

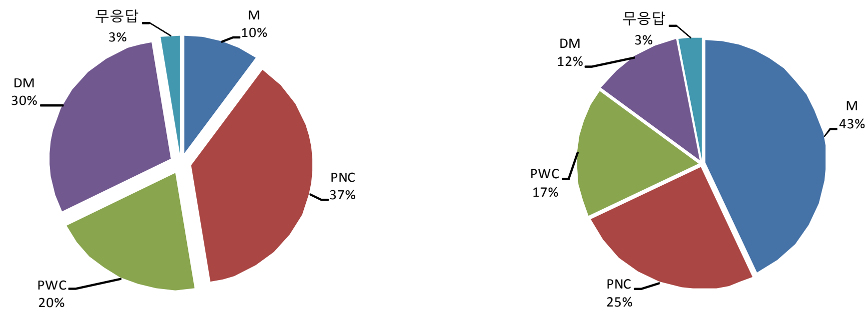
3. 교과서 수학 문제의 이해, 선별, 변형 능력

가. 수학 문제의 특성 이해

예비교사들은 대부분 인지적으로 낮은 노력수준을 필요로 하는 PNC 문제를 높은 인지적 노력을 필요로 하는 문제로 인식하는 것으로 나타났다. 설문지에서 제시한 보기의 문제를 보고 그 문제의 특성을 고르는 유형의 분석 결과를 보기에 따라 2가지로 구분하여 <표 Ⅳ-1>에 제시하였다. 이때 보기의 4가지 문제 중 자신이 선택한 문제의 특성만 고르는 것이며, 복수 응답이 가능

<표 Ⅳ-1> 문제에 적합한 특성 선별 문항 분석

문제의 수준	예비교사가 고른 특성		보기 1		보기 3	
			인원(명)	비율(%)	인원(명)	비율(%)
M	low	M	4	44.5	10	66.7
		PNC	2	22.2	0	0
	high	PWC	2	22.2	3	20.0
		DM	1	11.1	2	13.3
	합계		9	100	15	100
PNC	low	M	0	0	2	20
		PNC	3	21.4	2	20
	high	PWC	8	57.2	5	50
		DM	3	21.4	1	10
	합계		14	100	10	100
PWC	low	M	4	16.7	0	0
		PNC	2	8.3	0	0
	high	PWC	10	41.7	1	33.3
		DM	8	33.3	2	66.7
	합계		26	100	3	100
DM	low	M	1	3.2	3	12
		PNC	3	9.7	3	12
	high	PWC	7	22.6	10	40
		DM	20	64.5	9	36
	합계		31	100	25	100



(가) PWC 특성을 제시한 문항에서 응답자가 고른 문제의 수준별 비율

(나) PNC 특성을 제시한 문항에서 응답자가 고른 문제의 수준별 비율

[그림 Ⅳ-1] 특성에 적합한 문제 선별 문항 분석

하여 문제마다 응답자 수가 다르다.

예비교사의 약 70%가 M 문제를 low-level의 특성을 가진 문제로, 75% 이상이 PWC 문제와 DM 문제를 high-level의 특성을 가진 문제로 이해하는 것으로 나타났다. 즉, 각 문제들을 수행하는 데 필요한 인지적 노력수준을 분명히 파악

하고 있는 것으로 드러났다. 그러나 low-level의 PNC 문제의 경우에는 60% 이상의 예비교사가 이 문제를 high-level의 특성을 가진 문제로 이해하고 있는 것으로 나타났다.

특성에 적합한 문제를 고르는 두 문항에서 연구자는 각각 PWC와 PNC 문제의 특성을 제시하였다. PWC의 특성을 보고 high-level 문제를 고른 비율은 전체의 50%였으며, PNC 문제를 고른 응답자가 37%로 가장 많았다(그림 IV-1). 이를 통해 PNC 문제를 high-level 특성을 가진 문제로 이해하는 예비교사가 많음을 알 수 있다. PNC의 특성을 보고 low-level 문제를 고른 비율은 전체의 68%였다. 이 중 PNC 문제를 고른 비율이 25%인데 이를 통해 PNC 문제의 특성을 이해하는 데 어려움을 느낀다는 것을 짐작할 수 있다.

나. 수학 문제 선별

예비교사가 조건에 맞는 수학 문제를 어떻게 선별하는지 알아 본 결과 평균 43%의 예비교사가 조건에 적합한 문제를 선별했다. high-level 문제의 특성과 유사한 Principles and Standards for school Mathematics(NCTM, 2000)의 내용을 고려할 때 교사가 수업에서 제시해야 할 문제를 고르도록 한 문항에서 전체의 65%가 high-level 문제를 선별하였다. 이와 비슷하게 수학적 과정(mathematical process)을 강조하는 2007 개정 교육과정의 내용을 제시하고 이 내용을 근거로 수업에서 활용해야 할 문제를 고르도록 하였다. 이 문항은 복수 응답이 가능한 문항으로, 분석 결과 high-level 문제 2개를 정확히 고른 비율은 10%였으며, high-level에 해당하는 DM 문제 또는 PWC 문제를 하나만 고른 비율은 20%였다. 이 문항에서 39%로 가장 높은 응답률을 보인 것은 분수를 통해 최댓값을 구하는 [그림 Ⅳ-2]의 문제를 고른 경우였다. 이는 2007 개정 교육과정의 내용 중 ‘수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회 현상이나 자연 현상의 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.’는 내용 때문인 것으로 추측할 수 있다. 그러나 [그림 Ⅳ-2]의 문제는 단지 문제를 표현하는데 자연 현상을 도입했을 뿐 수학적 개념에 대한 이해를 바탕으로 자연 현상의 문제를 해결하는 것으로 보기 어렵다.

[그림 Ⅳ-3]의 PNC 문제를 보고 이 문제에서 요구하는 인지적 노력수준과 동일한 문제를 고르는 문항에서 low-level 문제를 고른 비율은 단 25%였다. 이때 [그림 Ⅳ-4] 문제를 고른 비율이 45%로 가장 많았는데 이 문제는 직관적으로 봤을 때 보기의 4가지 문제 중 [그림 Ⅳ-3]의 문제와 가장 형태가 유사해 보이기 때문인 것으로 보인다. 그러나 [그림 Ⅳ-4] 문제의 절차가 더욱 복잡하며 수학적 개념에 대한 이해 없이 절차를 따라할 수 없다는 점에서 두 문제는 인지적 노력수준의 차이가 있다는 것을 알 수 있다. [그림 Ⅳ-5] 문제를 고른 응답자는 28%로 비교적 많았는데 이는 두 문제가 표현 방식만 다를 뿐 궁극적으로 구해야 하는 것이 같기 때문인 것으로 보인다. 그러나 [그림 Ⅳ-3] 문제는 인수분해 공식만 알고 있다면 쉽게 계산하여 답을 구할 수 있지만 [그림 Ⅳ-5] 문제는 식에 대한 힌트가 전혀 없을 뿐만 아니라 답에 제한이 없기 때문에 두 문제는 인지적 노력수준에 차이가 있음을 알 수 있다.

‘명제와 조건의 의미를 이해한다.’라는 수업목표 달성을 위해 다뤄야 할 문제를 고르도록 한 문항에서 49%는 수업에서 다뤄야 할 문제에 DM 문제를 포함해야 한다고 응답했다. 복수 응답을 고려하지 않고 설문 참여자 수를 기준으로 봤을 때, low-level 문제만을 고른 응답자는 28%였으며 high-level 문제만을 고른 응답자는 45%였다. 이러한 결과를 통해, 설문에 참여한 예비

수면 위에서 초속 $19.6\,\mathrm{m}$로 수직으로 물을 뿜는 분수가 있다. x초 후의 물의 높이를 $y\,\mathrm{m}$라고 하면 $y=19.6x-4.9x^2$의 관계가 성립한다. 물이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

[그림 Ⅳ-2] 자연현상을 도입한 교과서의 문제

이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 $x^3+x^2-14x-24$일 때, 두 다항식을 구하여라.

[그림 Ⅳ-3] 연구자가 제시한 PNC 문제

초롱이와 승권이가 두 이차 다항식 $A=x^2+x+a,\ B=x^2+bx+4$의 최대공약수를 구하는데 초롱이는 a값을 착각하여 $x-4$, 승권이는 b의 값을 착각하여 $x+2$로 구하였다. 올바른 최대공약수를 구하여라.

[그림 Ⅳ-4] 응답자가 고른 high-level 문제 I

최대공약수는 일차식이고 최소공배수는 삼차식인 두 다항식의 예를 찾아 발표해 보아라.

[그림 Ⅳ-5] 응답자가 고른 high-level 문제Ⅱ

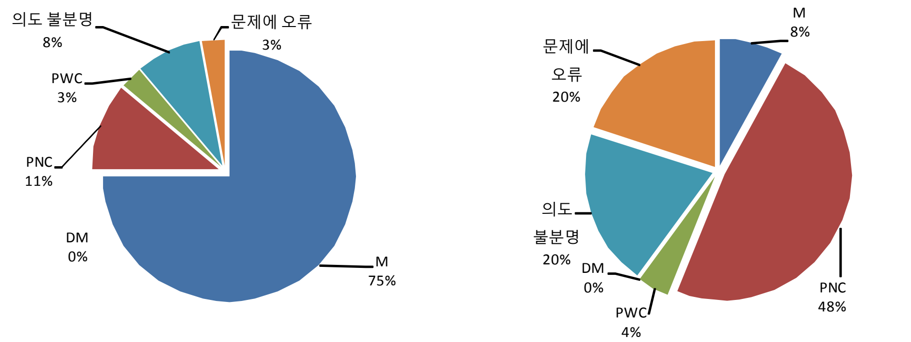
교사들은 명제와 조건의 의미를 이해한다는 수업목표 충족을 위해서는 low-level 문제보다는 high-level의 문제가 더욱 적합하다고 생각하고 있음을 알 수 있다.

보기의 4개의 문제 중에서 문제 해결을 위하여 비교적 많은 인지적 노력을 필요로 하는 두 개의 문제를 고르고 그 이유를 기술하도록 한 문항에서 high-level 문제 2개를 정확하게 고른 비율은 53%였으며, DM과 PNC, PWC와 PNC를 고른 비율이 각각 23%, 25%였다. PNC 문제를 선택한 이유를 몇 가지로 범주화하였을 때 이 문제가 개념을 이해하고 적용하여 푸는 문제라는 응답과 문제의 해결 과정이 복잡하다는 응답, 문제 해결에 단서가 없다는 응답 등이 있었다. 이러한 결과를 통해 PNC 문제를 포함하여 답을 선택한 48%는 PNC 문제를 high-level 문제의 특성을 가진 문제로 인식하고 있음을 알 수 있다.

다. 수학 문제 변형

예비교사들이 수학 문제를 어떻게 변형하는지 알아 본 결과 대부분의 예비교사는 보기에서 제시한 교과서의 문제를 변형하여 사용하기 보다는 그냥 사용하겠다고 응답하였으며, 낮은 인지적 노력수준의 문제를 높은 수준의 문제로 변형하는 것에 어려움을 느끼는 것으로 나타났다. 설문지에서 제시한 보기의 수학 문제를 변형하여 사용하겠다고 응답한 경우에는 단답형 문항을 서술형 문항으로 바꾸겠다는 의견과 학생들에게 풀이 과정에 대하여 설명하도록 하겠다는 의견 등이 있었다.

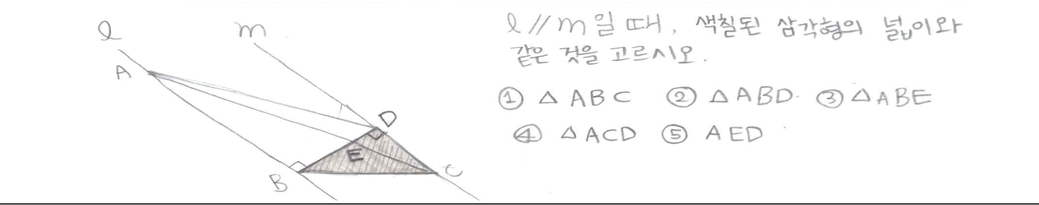
평행선과 넓이 단원에서 low-level인 M 문제와 PNC 문제를 기존의 문제의 수준보다 높은 인지적 노력수준의 문제로 변형하도록 한 문항에서 예비교사가 변형하여 제시한 문제들을 Stein & Smith(1998)의 수학 과제 분석 가이드에 따라 분



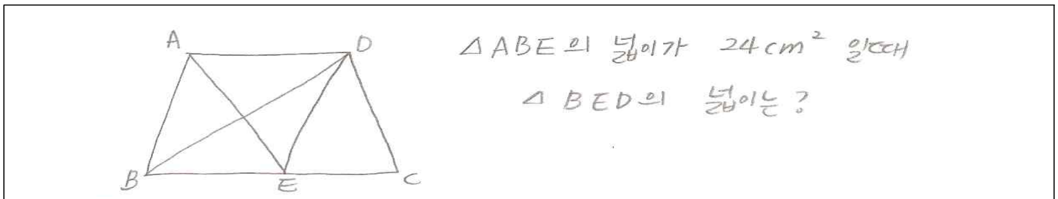
(가) M 문제를 변형하여 제시한 문제의 수준별 비율

(나) PNC 문제를 변형하여 제시한 문제의 수준별 비율

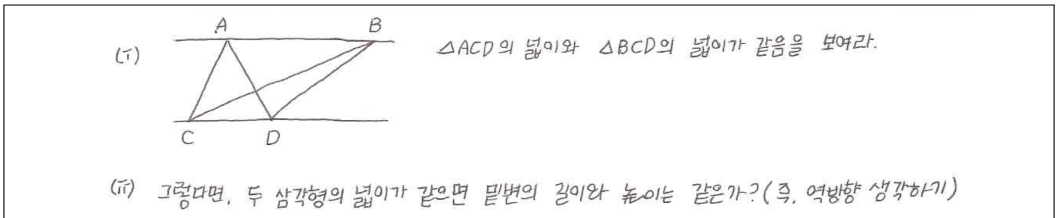
[그림 Ⅳ-6] 예비교사가 변형하여 제시한 문제의 인지적 노력수준 분석



[그림 Ⅳ-7] 예비교사가 변형한 문제가 M 수준인 예 1



[그림 Ⅳ-8] 예비교사가 변형한 문제가 M 수준인 예 2



[그림 Ⅳ-9] 예비교사가 변형한 문제가 PWC 수준인 예

류하여 제시하였다(그림 Ⅳ-6).

M 수준 문제의 경우 예비교사가 변형하여 제시한 문제의 인지적 노력수준이 기존 문제의 수준과 동일한 경우는 전체의 75%였으며, 인지적 노력이 좀 더 복잡한 형태인 PNC로 변형한 경우가 11%였다. 응답자가 변형하여 제시한 문제의 인지적 노력수준이 M인 경우 중 34%는 <그림 Ⅳ-7>과 같이 평행선을 제시하고 두 삼각형

의 넓이가 같음을 묻는 형태의 문제였다. 이러한 문제는 평행선상의 두 삼각형의 높이가 같음을 떠올린다면 바로 해결할 수 있는 것으로 문제 해결 과정에 모호함이 전혀 없다. 또한 응답자의 19%는 <그림 Ⅳ-8>과 같이 평행한 두 직선을 사다리꼴 또는 평행사변형을 통해 제시하고 두 삼각형의 넓이가 같음을 묻는 형태의 문제로 변형하였다. 이러한 문제 역시 '사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하다.', '평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행하다.'라는 성질만 떠올린다면 바로 해결할 수 있는 문제이므로 M 수준의 문제이다. 예비교사들이 변형하여 제시한 문제의 인지적 노력수준이 PNC인 경우는 대부분 보기에 있는 PNC 문제와 유사한 문제였다. 따라서 응답자가 새롭게 만들어 낸 문제라고 보기는 어렵다. 예비교사들이 변형하여 제시한 문제가 PWC 수준인 경우는 <그림 Ⅳ-9>에서 볼 수 있듯이, 증명을 통한 절차의 사용을 강조하며 수학적 개념에 대한 이해를 바탕으로 풀이 과정을 기호로 표현할 것을 요구한다. 이러한 문제는 생각 없이 절차적 지식만을 적용해서는 문제를 해결 할 수 없다. 뿐만 아니라, '삼각형의 넓이가 같다면 밑변의 길이와 높이는 항상 같은가?'라는 질문을 통해 넓이가 같은 삼각형이 될 수 있는 여러 가능성을 고려해 볼 기회를 제공한다.

설문지에서 제시한 PNC 문제(부록-수학문제 변형 문항 참고)의 경우, 응답자의 48%가 기존의 문제에서 요구하는 인지적 노력수준과 같은 수준으로 문제를 변형하였으며 기존의 문제보다 높은 수준의 문제로 바꾼 경우는 단 4%로 나타났다. 응답자의 8%는 변형하여 제시한 문제에서 요구하는 인지적 과정이 기존의 문제에서 요구하는 인지적 과정보다 더 단순한 형태로 변형하였다. 변형하여 제시한 문제의 수준이 기존 문제의 수준과 같았던 경우의 대부분은 주어진 문제의 서술 형태나 조건을 약간 변형하여 제시한 것으로 기존 문제와 크게 다르지 않았다. 예비교사들이 바꾸어 제시한 문제가 기존 문제의 인지적 노력수준보다 높아진 경우는 다음과 같이 문제를 구조적으로 바꾼 경우로 '삼각형과 사각형의 넓이가 같은 경우를 그려보고, 어떤 조건이 필요한지 설명하여라.' 등이 제시되었다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 평행선과 사각형 단원에서 배운 내용을 이해하고, 관련된 수학적 개념들을 바탕으로 작도를 하는 등 다양한 시도를 해야 한다. 특히 무엇을 어떻게 해야 할 지에 대한 힌트가 없어 추측과 추론 등 많은 사고 과정을 거쳐야한다. 예비교사가 변형한 문제가 M 수준인 예를 보면, 주어진 문제에서 '$\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{DE}}$'인 조건을 '$\triangle ADC$의 넓이와 $\triangle ACE$의 넓이가 같다.'와 같이 조건만을 바꾸어 제시한다. 설문에서 제시하고 있는 예시 문제를 해결하기 위해서 학생들은 '$\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{DE}}$이면 $\triangle ADC$의 넓이와 $\triangle ACE$의 넓이가 같다.'는 사실을 스스로 생각해내야 한다. 그러므로 응답자가 제안한 것과 같이 문제를 바꿀 경우 오히려 학생들의 사고 과정을 제한시킬 수 있다.

Ⅴ. 결론 및 논의

본 연구는 중등 예비교사들이 2007 개정 교육과정에 따른 수학 교과서 문제의 수준 및 특성을 어떻게 이해하고 있으며, 교육과정의 성격과 수업 목표 등에 적합한 문제를 선별하고 변형할 수 있는지 알아보기 위한 것이다. 이 연구에 참여한 예비교사의 약 43%가 연구자가 제시한 조건에 적합한 문제를 선별할 수 있는 것으로 나타났다. 예비교사가 수학 문제의 특성을 어떻게 이해하는지 분석한 결과 Memorization 문제에 대하여 약 70%가 그 특성을 잘 이해하고 있으며 Doing Mathematics, Procedures With Connections

문제의 경우에는 75% 이상의 예비교사가 문제의 특성을 바르게 이해하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 Procedures without Connections 문제의 경우 이 문제를 high-level 문제로 인식하고 있음이 여러 문항에서 드러났다. 예비교사가 수학 문제를 어떻게 변형하는지 알아본 결과 낮은 인지적 노력수준의 문제를 높은 수준으로 변형하는 것에 어려움을 느끼는 것을 알 수 있었다. 위와 같은 분석 결과에서 나타난 특성을 토대로 몇 가지 사항에 관하여 논의하고자 한다.

첫째, 전체 예비교사의 30%만이 2007 개정 교육과정의 목표를 보고 이 목표를 충족시키기에 적합한 문제로 high-level 문제를 골랐다. 이는 예비교사가 교육과정에서 의미하는 바를 아예 이해하지 못하거나 또는 교육과정의 목표는 이해하였으나 그것을 구현하는 문제를 선별하지 못하기 때문인 것으로 보인다. 그러나 설문지에 2007 개정 교육과정의 목표 및 성격이 분명하고 구체적으로 제시되었기 때문에 예비교사들이 교육과정의 목표를 이해하는데 어려움을 느꼈을 것으로 보기는 어렵다. 그렇다면 예비교사들이 교육과정의 목표를 이해하였으나 그에 적합한 문제를 고르지 못하는 것으로 생각할 수 있다. 교사는 교과서를 토대로 수업을 구성하고 실행하므로 교과서가 교육과정에서 지향하는 바를 구현하는 문제들로 구성되었다면 교사들이 교육과정에 적합한 문제가 어떤 문제인지 알기 쉽고 그러한 문제를 수업에서 활용할 수 있을 것이다.

실제로 Standards에 근거한 미국의 초, 중등 교과서(Everyday Mathematics, Investigations in Number, Data & Space, Connected Mathematics)에 포함된 과제의 대부분이 high-level의 과제이다 (Jones & Tarr, 2007; Stein & Kim, 2009). 이러한 교과서는 공식에 의한 대입이나 단순한 절차보다는 수학적 문제해결력, 의사소통, 추론능력, 연결성 등을 강조한 것으로 교육과정에 적합한 과제들로 구성되었음을 알 수 있다. 그러나 앞에서 살펴본 것처럼 2007 개정 교육과정에 따른 우리나라 중·고등학교 수학 교과서의 대부분은 약 95%가 low-level 문제이므로 교육과정에서 지향하는 바를 제대로 구현하고 있지 못하다는 것을 알 수 있다. 교과서의 문제가 low-level에 치중되었기 때문에 학생들은 수학적 과정을 강조한 교과서의 문제들을 통해 높은 인지적 사고를 경험하기 어렵다. 따라서 위에서 살펴 본 미국 교과서처럼 우리나라에서도 교육과정 내용과 목표에 부합한 높은 인지적 노력수준의 문제를 바탕으로 교과서를 구성하는 것이 필요하겠다. 특히 올해부터 학교 현장에 적용되는 2009 개정 교육과정에서는 창의적 학습자를 위한 교육과정 목표 및 내용, 교수 학습 방법의 활용을 강조한다(교육과학기술부, 2011). 또한 수학적 사고를 경험할 수 있는 문제해결, 의사소통, 추론 능력, 연결성 등 수학적 과정을 더욱 강조하며 이에 관한 구체적인 성취 기준을 제안한다. 그러므로 앞으로 교과서를 개발, 출판하는 과정에서는 교과서의 문제가 low-level에 편중되지 않도록 high-level 문제들을 충분히 포함하여 교과서를 균형 있게 구성하는 것이 필요하다. 또한 교과서를 검·인정하는 과정에서 수학 교과서가 교육과정에서 지향하는 바를 충족시킬 수 있는 문제들로 구성되었는지 면밀하게 검토해야 한다.

둘째, 전체 예비교사의 60% 이상이 low-level에 해당하는 Procedures without Connections 문제를 높은 인지적 노력수준을 요구하는 문제로 인식하고 있음을 알 수 있었다. 중요한 점은 2007 개정 교육과정의 중·고등학교 수학교과서 문제 중 가장 많은 비중을 차지하는 것이 PNC 문제이며, 이는 전체 문제의 약 95% 수준(권지현, 김구연, 2013; 김미희, 김구연, 2013; 홍창준, 김구연, 2012)이라는 사실이다. 즉, 예비교사들은 교과서의 약 95%에 해당하는 PNC 문제를 높은 인지적

노력이 요구되는 문제로 인식한다는 것을 생각해 볼 수 있다. 이러한 결과를 통해 유추해볼 때, 예비교사들이 교과서에 있는 낮은 인지적 노력수준의 문제를 학생들의 수학적 사고를 자극하기에 적합한 문제로 생각하기 때문에 이를 변형하여 사용할 필요성을 인식하지 못할 수 있다. 실제로 PNC 문제를 더 높은 수준의 문제로 변형하여 제시할 것을 요구한 문항에 대하여, "이 문제에서 요구하는 인지적 노력수준이 충분히 높기 때문에 변형하여 사용할 필요가 없다"고 응답한 예비교사도 있었다. 나아가 예비교사들은 교과서에 있는 낮은 인지적 노력수준의 문제를 높은 수준의 문제로 변형하는 것에 어려움을 느끼는 것으로 나타났다. 변형한 문제의 인지적 노력수준이 기존 문제와 비슷한 경우가 대부분이었고, 기존보다 더 간단한 형태로 변형한 경우도 있었다. 이는 교육과정 문서인 교과서의 수학 문제가 교사에 의해 구성되고, 학생과 교사에 의해 실행되면서 다양한 변수의 영향을 받아 달라질 수 있다(Stein, et al., 1996)는 내용을 뒷받침해주는 결과이다. 학생들에게 수학적 과정을 포함하는 높은 인지적 노력수준의 문제를 제공하기 위해서는 앞에서 언급한 것처럼 교과서를 개발할 때 high-level 문제를 충분히 포함시키는 것만 아니라 "수학 교사가 과제의 수준을 규명 및 조정할 수 있는 능력을 계발하는 것이 매우 중요"(김미희, 김구연, 2013, p. 57)하다. 또한 교사가 수학 문제를 상황과 조건에 적절하게 변형하여 활용하기 위해서는 수학 문제를 분석하고 연구하는 개인의 노력뿐만 아니라 이를 뒷받침해주는 교사 교육이 필요하다. 그러나 설문 참여자 개개인이 속한 전체 교원양성기관의 68%에서는 교과서에 대한 논의를 포함하는 강의가 전혀 없는 것으로 나타났고, 수학 문제를 유형이나 난이도에 따라 분석하는 내용을 전혀 다루지 않는 교원양성기관이 88%에 달하는 것으로 나타났다. 홍창준, 김구연(2013)은 "수학 과제를 심사숙고하여 고르는 것 또한 교사의 역할이며 이렇게 준비된 교사들을 양성하기 위하여 사범대학교, 교육대학교, 교육대학원 등에서도 교사교육에 관심을 가져야 한다(p. 229)."고 말하며 교원양성기관에서 예비교사 교육의 필요성을 강조했다. 일례로 수학 과제 분석 가이드를 교사들에게 제시하여 수업을 구성하고 고찰하는데 활용하도록 한 연구(Stein & Smith, 1998)에서 한 교사는 다음과 같이 말했다.

"수학 과제 분석 가이드에 대한 지식이 없을 때는 수업에서 실행 한 활동에 대한 아쉬움을 느낄 뿐 무엇이 문제인지 정확히 집어낼 수 없었지만, 분석 가이드에 대해 알고 난 이후에는 교실에서 일어난 모든 상황에 대하여 설명할 수 있었으며 왜 내가 계획한대로 활동이 실행되지 않았는지 이해할 수 있었다." (Stein & Smith, 1998, p. 271)

이처럼 우리나라에서도 교과서의 수학 과제를 분석하고 활용하는데 있어 기준이 될 수 있는 일련의 틀을 제시하여 교사들이 활용할 수 있도록 교육한다면 교사가 의도한 목표를 달성하기에 적합한 수업을 구성할 수 있을 것이며, 그 결과 학생들의 학습에 많은 긍정적인 효과를 줄 수 있을 것이다.

셋째, 예비교사들은 실생활에서 흔히 볼 수 있는 현상을 소재로 한 문제를 높은 인지적 수준의 문제로 이해하고 있음을 볼 수 있었다. 또한 좋은 문제란 무엇이라고 배웠는지 묻는 문항에 '실생활과 관련된 문제'라고 응답한 비율이 높았다. 실생활과 연결된 수학은 수학교육 전반에서 강조하는 중요한 내용임에는 틀림없다. 그러나 교과서에 포함된 대부분의 실생활 문제들은 수학적 의미와 실제 상황과의 연결을 강조하기보다는 문제의 내용을 실생활 소재로 표현하는 데 그치고 있다(권지현, 김구연, 2013). 따라서 예비

교사들은 수학 문제를 바르게 이해하기 위해서 문제의 외용에만 집중할 것이 아니라 인지적 노력수준과 같은 문제의 내용 및 특성에 유의하여 교과서의 문제를 분석, 연구해야 한다. 그런데 설문에 참여한 예비교사 중 45%만이 중·고등학교 수학 교과서의 내용을 자세히 연구하거나 분석 해 본 적이 있다고 응답하였다. 교사는 교과서의 수학 문제가 학생에 의해 실행되기까지의 전반적인 과정에서 중추 역할을 하는 만큼 문제의 수준과 특성을 제대로 이해하고 활용하려는 노력을 해야 한다. 예비교사는 학교 현장에서 이러한 교사의 역할을 감당하기 위해 준비하는 단계이므로 수학 교과서 및 교과서의 문제들에 대하여 관심을 가지고 문제의 속성을 정확하게 이해할 수 있는 통찰력을 기르기 위해 노력해야 한다.

참고문헌

교육인적자원부(2007). **고등학교 교육과정**. 서울: 교육과학기술부

교육인적자원부(2007). **중학교 교육과정**. 서울: 교육과학기술부

교육과학기술부(2011). **고등학교 수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부

교육과학기술부(2011). **중학교 수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부

권지현 · 김구연(2013). 중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석. **수학교육, 52**(1), 111-128.

김미희 · 김구연(2013). 고등학교 교과서의 수학 과제 분석. **학교수학, 15**(1), 37-59.

김민혁(발간예정). **수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사**. 학교수학.

김원경 · 김영주 · 김윤희 · 방황선 · 윤기원 · 이춘신 · 조민식(2009). **중학교 수학 3**. 서울: ㈜비유와 상징

신성균 · 고정화 · 권점례 · 박선화 · 이대현 · 이봉주 · 최승현(2005). **수학과 교육과정 개선 방안 연구**. 한국교육과정평가원 연구 보고서.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재춘 · 박인 · 이영란 · 고현주 · 김은경(2010). **중학교 수학 익힘책2**. 서울: 두산동아.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재춘 · 박인 · 이영란 · 고현주 · 김은경(2011). **중학교 수학 익힘책3**. 서울: 두산동아.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재춘 · 신보미 · 최인선 · 박인 · 지은정(2012a). **고등학교 수학**. 서울: 두산동아.

우정호 · 박교식 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 임재춘 · 신보미 · 최인선 · 박인 · 지은정(2012b). **고등학교 수학 익힘책**. 서울: 두산동아.

최용준 · 김덕환 · 이한주 · 위경아 · 김윤경(2012). **고등학교 수학 익힘책**. 서울: 천재문화.

홍창준 · 김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학 과제 분석. **학교수학, 14**(2), 213-232.

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of Educational Research, 53*, 159-199

Grouws, G. A., Tarr, J. E., Chavez, O., Sears, R., Soria, V. M., & Taylan, R. D. (2013). Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*, 416-463.

Henningsen, M., & Stein, M, K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 28(5), 524-549.

Jones, D, L., & Tarr, J, E. (2007). An Examination of the level of cognitive demand required by probability in middle grades mathematics textbooks. *Statistical Education Research Journal, 6*(2), 4-27.

Kilpatrick, J. (2003). What works? In S. L. Senk & D. R. Thompson (Eds.), *Standards-based school mathematics curricula: What are they? What do students learn?* (pp. 471-493). Mahwah, NJ: Erlbaum.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: Author.

Özgedi, M., & Esen, Y, (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Prodedia Social and Behavioral Sciences, 2*, 2277-2281.

Remillard, J. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematic curricula. *Review of Educational Research, 75*(2), 211-246.

Remillard, J. T., & Bryans, M. B. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*, 352-388.

Stein, M. K., & Kaufman, J. H. (2010). Selecting and supporting the use of mathematics curricula at scale. *American Educational Research Journal, 47*, 663-693.

Stein, M. K., Remilard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-370). Charlotte, NC: Information Age.

Stein, M, K., Smith, M, S., Henningsen, M, A., & Silver, E. A. (2000). I*mplementing standards-based mathematics instruction*: A case book for professional development. New York: Teachers College Press.

Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37-55). New York: Routledge.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*, 268-275.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal, 33*, 455-488.

Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2006). From the Written to the Enacted Curricula: The Intermediary Role of Middle School Mathematics Teachers in Shaping Students' Opportunity to Learn. *Intermediary role of middle school math teachers, 106*(4), 191-201

Pre-service Secondary Mathematics Teachers' Understanding and Modification of Tasks in Mathematics Textbooks

Lee, Hye Iim (Graduate School of Education, Sogang University)
Kim, Goo Yeon (Sogang University)

The purpose of this study is to investigate preservice secondary teachers' understanding and modification capacity of tasks from mathematics textbooks. This study conducted a survey about how preservice teachers understand the features of mathematical tasks and how they would select and modify tasks appropriately from the curriculum and for lesson goals. The findings from the analysis suggest that the preservice teachers seem to recognize Procedures Without Connections tasks as the high-level tasks. Further, 43 percent of the total numbers appropriately selected the tasks from the curriculum and for lesson goals. Most of the preservice teachers appear to find it difficult to modify low-level tasks into high-level tasks.

* key words : pre-service teachers(예비 교사), task modification(문제 변형), cognitive demand(인지적 노력수준), mathematics textbooks(수학 교과서), mathematical tasks(수학 문제)

논문접수 : 2013. 7. 9
논문수정 : 2013. 8. 12
심사완료 : 2013. 8. 19

<부록 1> 설문지 문항 예시

Ⅰ. 설문 참여자의 정보에 대한 사항입니다. 자신에게 해당하는 것에 표시(√)하시오.

· 성별
① 남자 ② 여자

· 교원자격증 취득(예정) 기관
① 사범대학교 ② 교육대학원 ③ 일반대(교직과정) ④ 기타 (   )

· 학부에서 수강한 수학 전공과목의 이수 학점
① 20학점이하 ② 20~29학점 ③ 30~39학점 ④ 40~49학점 ⑤ 50~59학점 ⑥ 60학점이상

· 개인적으로 보유하고 있는 중·고등학교 교과서의 수
① 전혀 없음 ② 1~2권 ③ 3~4권 ④ 5~6권 ⑤ 7~8권 ⑥ 9~10권 ⑦ 10권 이상

<참고자료> 2007 개정 수학과 교육과정

기본적인 수학적 지식과 기능을 습득하고 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회나 자연의 현상과 문제를 수학적으로 고찰하고 합리적으로 해결하는 능력을 기르며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

가. 사회 현상이나 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 경험을 통하여 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력을 기른다.
나. 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 사회 현상이나 자연 현상의 문제를 합리적으로 해결하는 능력을 기른다.
다. 수학에 대한 관심과 흥미를 지속적으로 가지고, 수학의 가치를 이해하며, 수학에 대한 긍정적 태도를 기른다.

Ⅱ. 다음은 교과서의 수학 문제에 대한 예비 교사의 인식 및 경험을 알아보기 위한 문항입니다. 자신에게 해당하는 것에 표시(√)하거나 기술하시오.

선택형 문항

· 나는 교과서의 수학 문제들이 교육 과정의 목표(참고자료) 충족에 부합하다고 생각한다.
① 전혀 그렇지 않다 ② 그렇지 않다 ③ 보통이다 ④ 그렇다 ⑤ 매우 그렇다

· 교과서의 수학 문제는 교육과정을 토대로 구성된 것이므로 그대로 사용한다.
① 전혀 그렇지 않다 ② 그렇지 않다 ③ 보통이다 ④ 그렇다 ⑤ 매우 그렇다

· 교사가 교과서의 수학 문제를 어떻게 제시하느냐에 따라 문제 해결을 위한 학생들의 인지적 노력수준이 달라질 수 있다.
① 전혀 그렇지 않다 ② 그렇지 않다 ③ 보통이다 ④ 그렇다 ⑤ 매우 그렇다

· 나는 교과서를 토대로 수업(교수)을 할 때, 수학 문제를 변형하여 사용하였다.

① 아니다 ② 그렇다

그렇다면, 수학 문제를 어떻게 재구성하였는지 보기에서 고르시오. (복수선택가능)

① 숫자 변형 ② 제시순서 변경 ③ 보기 삭제 ④ 보기 첨가 ⑤ 특정문제 제외

⑥ 특정문제 첨가 ⑦ 빈칸 삭제 ⑧ 빈칸 첨가 ⑨ 소 문항 추가 ⑩ 소 문항 삭제

⑪ 풀이 과정에 대해 설명하도록 요구 ⑫ 풀이 과정에 대한 설명을 제외

⑬ 문제 해결 단서 삭제 ⑭ 문제 해결 단서 제공 ⑮ 기타 ( )

진술형 문항

· 나는 교원양성기관에서 좋은 수학 문제란 무엇인지 배운 경험이 있다.

① 아니다 ② 그렇다

그렇다면, 좋은 수학 문제의 특징은 무엇이라고 배웠습니까?

Ⅲ. 다음은 예비 교사의 교과서 수학 문제의 특성에 대한 이해와 선별, 변형 능력을 알아보기 위한 문항입니다.

※ <보기 1>은 고등학교 1학년 수학 Ⅲ.식의 계산 1.다항식 04.약수와 배수에 해당하는 4가지 문제입니다. 문제를 읽고 해당하는 것에 표시(√)하거나 기술하시오.

<보기 1>

가	다음 $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 써넣어라. 두산 익힘책 p. 96 23번 (1) 다항식 $\boxed{}$(이)가 다항식 $B(B\neq 0)$로 나누어떨어질 때, B를 A의 $\boxed{}$(이)라 하고, A를 B의 $\boxed{}$(이)라고 한다. (2) 두 다항식 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라고 할 때, ① $A=A'G$, $B=B'G$ (단, A', B'는 $\boxed{}$) ② $L=\boxed{}\times G$ ③ $AB=A'B'G^2=\boxed{}$
나	초롱이와 승권이가 두 이차 다항식 $A=x^2+x+a$, $B=x^2+bx+4$의 최대공약수를 구하는데 초롱이는 a값을 착각하여 $x-4$, 승권이는 b의 값을 착각하여 $x+2$로 구하였다. 올바른 최대공약수를 구하여라. 천재 익힘책 p. 73 도전하기 4번
다	다음은 두 다항식 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 할 때, 다항식 AB와 B^2의 최대공약수를 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 써넣어라. 두산 익힘책 p. 101 9번 $A=A'G$, $B=B'G(A',B'$은 서로소)로 놓으면 $AB=A'B'\times\boxed{}$, $B^2=B'^2\times\boxed{}$이므로 AB와 B^2의 최대공약수는 $\boxed{}$이다.
라	최대공약수는 일차식이고 최소공배수는 삼차식인 두 다항식의 예를 찾아 발표해 보아라. 두산 수학책 p. 104 생각나누기 2번

수학문제 선별

· The Principles and standards for school mathematics(NCTM, 2000)에서는「익숙한 절차들을 반복하는 문제를 넘어서 학생들이 수학적 연결(connection)을 만들고 수학적 개념을 발전하고 적용시킬 수 있는 문제를 사용할 것을 장려한다. 또한 교사는 학생들이 추측, 추론하고 새로운 수학적 개념들을 발달시킬 수 있는 기회를 제공해야 한다.」고 말한다. 이와 같은 관점에서 볼 때 교사가 수업에서 제시 할 문제로 가장 적절하다고 생각하는 것을 <보기 1>에서 고르시오.

① 가 ② 나 ③ 다 ④ 라

수학문제 특성 이해

(문제를 보고 적합한 특성 고르기)

· 위와 같이 답한 이유는 선택한 문제의 어떠한 특성 때문인지 고르시오.

① 암기하고 있는 공식이나 법칙에 의존하여 문제 해결 과정이 명확하고 모호함이 없다.
② 수학적 개념, 의미에 대한 이해 없이도 정확한 답을 구하는 것이 강조된다.
③ 문제해결 시 수학적 개념을 이해하고 절차의 활용을 통해 수학적 의미를 발전시킨다.
④ 수학적 개념, 절차, 관계를 탐구하고 추측하는 등의 다양한 시도로 문제를 해결한다.

(제시된 특성에 적합한 문제 고르기)

· <보기 2> 중 다음 설명에 알맞은 문제를 고르시오.

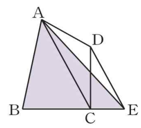
· 비절차적 사고를 요구한다. · 수학적 개념, 과정, 관계들의 본성을 이해하고 탐험하도록 한다. · 예측할 수 없고, 이전에 연습한 절차를 분명하게 제시하고 있지 않다.

① 가 ② 나 ③ 다 ④ 라

수학문제 변형

· 다음은 <보기 4>의 다 문제입니다. 이 문제를 기존의 문제에서 요구하는 인지적 노력수준보다 더 높은 수준의 문제로 변형해보시오.

오른쪽 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이고, □ABCD의 넓이가 53 cm² 일 때, △ABE의 넓이를 구하여라.



⇩