

자기장 및 열하중을 받는 복합재료 원통셸의 진동 및 안정성해석 Vibration and Stability of Composite Cylindrical Shells Subjected to Electromagnetic and Thermal Fields

박 상 윤* · 강 성 환* · 서 정 석* · 송 오 섭†

Sang-Yun Park, Sunghwan Kang, Jung Seok Seo and Ohseop Song

(Received May 31, 2013 ; Revised July 11, 2013 ; Accepted August 33, 2013)

Key Words : Composite Laminated Shell(복합재료 적층셸), Dynamic Characteristics(동적특성), Electromagnetic Field(전자기장), Multifunctional Structures(다기능성구조물), Extended Galerkin Method(확장된 Galerkin방법)

ABSTRACT

In this paper vibration and stability analysis of laminated composite shells based on the first order shear deformation theory(FSDT) for two different boundary conditions(clamped-clamped, simply supported) are performed. Structural model of cross-ply symmetric laminated composite cylindrical shells subjected to a combination of magnetic and thermal fields is developed via Hamilton's variational principle. These coupled equations of motion are based on the electromagnetic equations(Faraday, Ampere, Ohm, and Lorenz equations)and thermal equations which are involved in constitutive equations. Extended Galerkin method is adopted to obtain the discretized equations of motion. Variations of dynamic characteristics of composite shells with applied magnetic field, temperature gradient, laminate thickness-ratio and radius ratio for two boundary conditions are investigated and pertinent conclusions are derived.

Nomenclature

- B : 자속밀도벡터
- E : 전기벡터
- H : 자기벡터
- J : 전류밀도벡터
- f : 로렌츠힘벡터
- Θ : 온도구배
- N_L : 적층개수
- $\rho_0^{(k)}$: k번째층의 밀도

- U_i, u_i : 곡선좌표의 3D, 2D 변위성분
- β_1, β_2 : 중립축에 대한 회전각
- L, R : 원통셸의 길이와 반경
- h : 원통셸의 두께
- θ : 섬유각
- z_k : 원점에서 k번째층의 바닥까지 거리
- μ_0 : 진공속에서의 투자율

1. 서 론

원통셸은 압력용기, 보일러를 비롯하여 항공기,

† Corresponding Author ; Member, Mechanical Engineering, Chungnam National University
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel : +82-42-821-5650, Fax : +82-42-822-5642
* Graduate school, Chungnam National University

A part of this paper was presented at the KSNVE 2013 Annual Autumn Conference
‡ Recommended by Editor Hyung-Jo Jung
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

우주선, 원자로에 이르기까지 널리 사용되고 있는 구조형태이다. 최근 구조물의 고강도화 및 경량화의 요구에 따라 복합재료 구조재의 사용이 증가되고 있다. 이에 따라, 복합재료 적층 셀의 진동에 관한 연구도 국내외적으로 활발히 진행해 왔다.

직교 이방성 및 복합재료 원통셀의 진동에 관한 연구는 Dong⁽¹⁾의 연구를 시초로 하여 국내외적으로 활발히 수행되어 왔다.

Jones⁽²⁾와 Rao⁽³⁾ 등은 cross-ply 적층 원통셀의 진동특성에 관한 연구를 수행했으며, Greenberg⁽⁴⁾ 및 Soldatos⁽⁵⁾ 등은 angle-ply 적층 원통셀에서 적층재의 적층각도에 따른 영향을 고찰하였다.

최근에는 탄성(elasticity)외에 탄성-열-자기-전기 등의 물리적 연성이 내재하는 다기능성 구조물(multifunctional structures)에 대한 연구에 관심이 많아지고 있다.

Jang⁽⁶⁾은 구조물에 대한 내진 및 내풍 대책으로 새로운 개념의 MR 감쇠기 기반 스마트 제진 시스템을 개발하였다. 패러데이의 전자기 유도법칙에 따른 진동에 의한 운동에너지를 전기에너지로 변환시키는 전자기유도부(electromagnetic induction system)를 이용하여 단순하고 경제적인 신개념의 스마트 제진 장치를 개발하였다. Kim^(7,8)과 그의 공동연구자들은 다양한 물리적 연성이 내재하는 다기능성 구조물인 핵 융합로 ITER 실험로를 고려하여 복합재료 적층셀에 자기장과 열하중이 가해질 때 나타나는 동적특성을 연구하였다. 이와 같은 구조물은 탄성뿐만 아니라 탄성-열-자기-전기 등이 상호 연성된 구조물이기 때문에 설계 시 상호 연성을 고려해야 한다.

이방성 복합재료의 경우에 그 적층방법(stacking sequence) 및 섬유각(fiber angle)에 따라 전기전도도 행렬이 변하여 로렌츠 힘의 변화를 초래한다^(7,8).

즉 동일한 전자기장이 가해져도 적층방법 및 섬유각에 따라 원통셀의 동적거동의 차이가 발생한다.

또한 동일한 열하중에 대해서도 적층방법 및 섬유각에 따라 동적거동의 차이가 존재한다.

이 연구에서는 양단이 단순지지된 경계조건과 고정 경계조건에 대하여 온도구배가 존재하는 cross-ply 적층 복합재료 원통셀에 자기장이 축 방향으로 가해졌을 때, 원통셀의 반경비, 자기장 세기, 온도구배의 변화, 적층두께비에 따른 자유진동 및 안정성

(stability) 경향을 도출하여 각 변수들에 의한 효과를 제시하였다.

2. 운동방정식

2.1 기초방정식

운동방정식을 유도하기 위해서는 탄성, 열, 전자기장과 관련된 수식 정의가 선행되어야 한다. 따라서 변위장과 전자기장에 대한 기초방정식을 유도하고 이를 기반으로 운동방정식을 유도하였다.

(1) 변위장(displacement field)

복합재료 원통셀의 변위장을 정의하기 위해 Fig. 1과 같이 중립면(middle surface)을 기준으로 하는 x, θ, z 좌표계를 사용하며, 이는 각각 원통셀의 축방향, 원주방향, 두께방향 좌표를 나타낸다.

복합재료 원통셀의 모델링을 위해 다음과 같은 운동학적 가정을 고려하였다.

- (a) 각 복합재료 층들은 서로 완전히 접촉되어 있으며 각 층의 두께는 모두 동일하다.
- (b) 원통셀의 두께는 길이와 반경에 비해 상대적으로 매우 작다.
- (c) 횡전단변형률을 고려한다.

위 가정에 따라 Love의 셀이론에 근거한 원통셀의 변위장을 다음과 같이 중립면에 대한 변위장으로 표현한다.

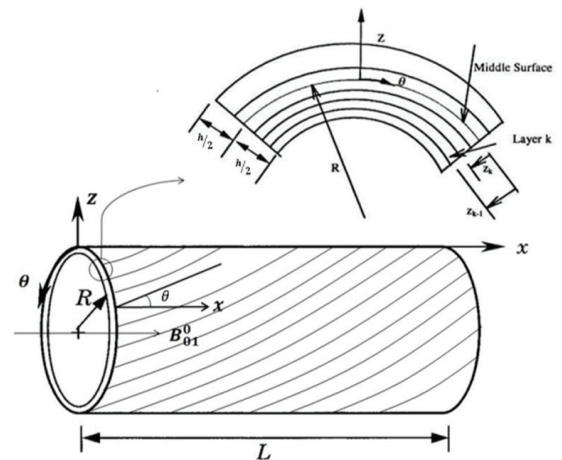


Fig. 1 Geometry of a laminated composite shell

$$U_1(x, \theta, z, t) = u_1(x, \theta, z) + z\beta_1(x, \theta, z) \tag{1a}$$

$$U_2(x, \theta, z, t) = u_2(x, \theta, z) + z\beta_2(x, \theta, z) \tag{1b}$$

$$U_3(x, \theta, z, t) = u_3(x, \theta, z) \tag{1c}$$

식 (1)에서 u_1, u_2, u_3 는 각각 축방향, 원주방향, 두께방향의 중립면에서의 변위이며, β_1, β_2 는 중립축에 대한 기울기를 나타낸다.

식 (1)로부터 변형률을 구하면 다음과 같다.

$$\varepsilon_x = u_{1,1} + z\beta_{1,1} \tag{2a}$$

$$\varepsilon_\theta = u_{2,2} + z\beta_{2,2} \tag{2b}$$

$$\gamma_{x\theta} = u_{1,2} + u_{2,1} + z(\beta_{1,2} + \beta_{2,1}) \tag{2c}$$

$$\gamma_{xz} = \beta_1 + u_{3,1} \tag{2d}$$

$$\gamma_{\theta z} = \beta_2 + u_{3,2} \tag{2e}$$

식 (2)에서 $(\cdot)_{(i)} = \partial(\cdot)/\partial\alpha_i$ 를 나타낸다.

여기서 $\alpha_1 = x, \alpha_2 = \theta, \alpha_3 = z$

(2) 전자기장(electro-magnetic field) 방정식

전기장 및 자기장 방정식은 다음과 같이 일반화된 맥스웰 방정식으로 표현된다^(7,8).

$$\text{페러데이법칙 } \nabla \times E = -\dot{B} \tag{3a}$$

$$\text{앙페르 법칙 } \nabla \times H = J \tag{3b}$$

$$\text{오옴의 법칙 } J = G(E + \dot{V} \times B) \tag{3c}$$

$$\text{로렌츠 힘 } f = J \times B \tag{3d}$$

$$B = \mu_0 H$$

$$\text{변위 벡터 } V = U_1 i + U_2 j + U_3 k \tag{3e}$$

여기서 E, H 는 전기장 및 자기장 벡터를 나타내며, J, B 는 전류밀도 벡터와 자속밀도 벡터를 나타낸다. 또한 식 (3d)에서 f 는 단위 체적당 로렌츠 힘을 나타내며 μ_0 는 진공에서의 투자율을 나타낸다. 식 (3c)에서 G 는 복합재료 섬유각(fiber angle)의 함수인 전기전도도 행렬이며 다음과 같이 표현된다.

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서, $g_{11} = g_1 \cos^2 \theta + g_2 \sin^2 \theta, g_{33} = g_3, G_{12} = (g_1 - g_2) \sin \theta \cos \theta, g_{22} = g_2 \cos^2 \theta + g_1 \sin^2 \theta, g_i (i = 1, 2, 3)$ 은 복합재료의 주방향(principal directions) 전기전도도를 나타낸다.

2.2 탄성-열-전기-자기 연성 운동 방정식

(1) 응력-변형률(stress-strain) 관계식

복합재료 원통셸의 응력과 변형률 사이의 관계식은 다음 식 (5)와 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{16}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} & \overline{Q_{26}} \\ \overline{Q_{16}} & \overline{Q_{26}} & \overline{Q_{66}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \Theta \tag{5a}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \overline{Q_{11}} & \overline{Q_{12}} \\ \overline{Q_{12}} & \overline{Q_{22}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \end{Bmatrix} \tag{5b}$$

여기서 $[\overline{Q_{ij}}]^{(k)} (i, j=1, 2, 6)$ (layer)의 환산탄성계수이며 $\overline{\alpha_{ij}} (i, j=1, 2, 6)$ 환산 열팽창계수이다. Θ 는 온도구배를 뜻한다.

(2) 합응력과 합 모멘트

식 (5)를 두께에 따라 적분한 합 응력과 합 모멘트(stress resultants and stress couples) 식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N_l} \int_{h^{(k)}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} dz \tag{6a}$$

$$\begin{Bmatrix} N_{\theta x} \\ N_{xz} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N_l} \int_{h^{(k)}} \begin{Bmatrix} \sigma_{\theta x} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} dz \tag{6b}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{N_l} \int_{h^{(k)}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} z dz \tag{6c}$$

(3) 운동방정식

아래의 Hamilton 원리를 이용하여 운동방정식 및 경계조건식을 유도한다.

$$\delta J = \delta \int_{t_0}^{t_1} [T - U + W_e] dt = 0 \tag{7}$$

* $t=t_0, t=t_1 : \delta u_i=0, \delta \beta_\zeta=0 (i=1, 2, 3 \quad \zeta=1, 2)$

여기서 T , U 는 각각 운동에너지, 변형에너지를 나타내며 이들의 변분 및 외력에 의한 가상일 δW_e 는 다음과 같다.

$$\delta T = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} \rho \dot{U}_r \delta \dot{U}_r d\Omega dx_3 \tag{8a}$$

$$\delta U = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} [\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij}] d\Omega dx_3 \tag{8b}$$

$$\delta W_e = \int_{\tau} \rho H_i \delta U_i d\tau + \int_{\tau} \underline{\sigma}_i \delta U_i d\Omega \tag{8c}$$

여기서 H_i 는 체적력(body force), $\underline{\sigma}_i$ 는 표면력(surface traction vector)을 나타낸다. 원통셀에 축 방향으로 자기장이 가해질 때 발생하는 로렌츠 힘과 그에 의한 모멘트를 구하면 다음과 같다.

$$\int_{-h/2}^{h/2} f_1 d\alpha_3 = 0 \tag{9a}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} f_2 d\alpha_3 = -hM_0 [g_{33}] \dot{u}_2 (B_{01}^0)^2 = -h \overline{g_{33}} \dot{u}_2 (B_{01}^0)^2 \tag{9b}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} f_3 d\alpha_3 = -hM_0 [g_{22}] \dot{u}_3 (B_{01}^0)^2 = -h \overline{g_{22}} \dot{u}_3 (B_{01}^0)^2 \tag{9c}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \alpha_3 f_1 d\alpha_3 = 0 \tag{9d}$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \alpha_3 f_2 d\alpha_3 = -hM_2 [g_{33}] \dot{\beta}_2 (B_{01}^0)^2 = -C_{33}^g \dot{\beta}_2 (B_{01}^0)^2 \tag{9e}$$

여기서

$$C_{\alpha\beta}^g = hM_2 [g_{\alpha\beta}], \overline{g_{\alpha\beta}} = M_0 [g_{\alpha\beta}], (\alpha, \beta) = 1, 2$$

$$M_0 [g_{\alpha\beta}] = \sum_{i=1}^{N_L} g_{\alpha\beta}^{(i)} / N_L$$

$$M_2 [g_{\alpha\beta}] = \sum_{i=1}^{N_L} g_{\alpha\beta}^{(i)} (z_{i+1}^2 + Z_{i+1} Z_i + Z_i^2) / 3N_L$$

2.3 축 방향으로 자기장이 가해질 때의 지배방정식

Cross-ply 대칭적층(symmetrically laminated) 원통셀에 축 방향으로 자기장이 작용하고 셀의 내외부에 온도구배가 존재할 때의 운동방정식과 경계조건을 변위⁽⁹⁾의 함수로 나타내면 식⁽¹⁰⁾과 같다.

운동방정식

$$A_{11} u_{1,11} + \frac{A_{12}}{R} (u_{2,12} + u_{3,1}) + A_{66} \left(\frac{u_{2,12}}{R} + \frac{u_{1,22}}{R} \right) - m_u \ddot{U}_1 = 0 \tag{10a}$$

$$A_{66} \left(U_{2,11} + \frac{u_{1,12}}{R} \right) + \frac{A_{12} u_{1,12}}{R} + A_{22} \left(\frac{u_{2,22}}{R^2} + \frac{u_{3,2}}{R^2} \right) - m_1 \ddot{u}_2 + \int_{\alpha_3} f_2 d\alpha_3 = 0 \tag{10b}$$

$$A_{55} (\beta_{1,1} + u_{3,11}) + A_{44} \left(\frac{\beta_{2,2}}{R} + \frac{u_{3,22}}{R^2} \right) - \frac{A_{12} u_{1,1}}{R} - A_{22} \left(\frac{u_{2,2}}{R^2} + \frac{u_3}{R^2} \right) - A_{11}^\alpha \Theta u_{3,11} - \frac{A_{22}^\alpha \Theta u_{3,22}}{R^2} - m_1 \ddot{u}_3 + \int_{\alpha_3} f_3 d\alpha_3 = 0 \tag{10c}$$

$$D_{11} \beta_{1,11} + \frac{D_{12} \beta_{2,12}}{R} + D_{66} \left(\frac{\beta_{2,12}}{R} + \frac{\beta_{1,22}^2}{R} \right) - A_{55} (\beta_1 + u_{3,1}) - m_3 \ddot{\beta}_1 = 0 \tag{10d}$$

$$D_{66} \left(\beta_{2,11} + \frac{\beta_{1,12}}{R} \right) + \frac{D_{12} \beta_{1,12}}{R} + \frac{D_{22} \beta_{2,22}}{R^2} - A_{44} \left(\beta_2 + \frac{u_{3,2}}{R} \right) - m_3 \ddot{\beta}_2 + \int_{\alpha_3} \alpha_3 f_3 d\alpha_3 = 0 \tag{10e}$$

여기서, 양단이 단순지지 된 경우와 고정된 경우의 경계조건은 아래와 같다.

단순 지지경계조건

at $x = 0, L$:

$$A_{11} u_{1,1} + \frac{A_{12}}{R} (u_{2,2} + u_3) = 0, u_2 = u_3 = 0, \tag{10f}$$

$$D_{11} \beta_{1,1} + \frac{D_{12} \beta_{2,2}}{R} = 0, \beta_2 = 0$$

at $\theta = 0, 2\pi$:

$$u_1 = 0, \frac{A_{12}u_{1,1}}{R} + A_{22}\left(\frac{U_{2,2}}{R^2} + \frac{u_3}{R^2}\right) = 0, \quad (10g)$$

$$u_3 = 0, \beta_1 = 0, \frac{D_{12}\beta_{1,1}}{R} + \frac{D_{22}\beta_{2,2}}{R^2} = 0$$

고정 경계조건

at $x = 0, L$:

$$u_1 = u_2 = u_3 = \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad (10h)$$

2.4 경계조건에 따른 변위함수 선정과 진동해석

위에서 구한 단순지지 경계조건을 만족하는 변위 근사함수⁽⁹⁾는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{m\pi}{L}x\right)\sin(n\theta) \\ \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right)\cos(n\theta) \\ \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right)\sin(n\theta) \\ \cos\left(\frac{m\pi}{L}x\right)\sin(n\theta) \\ \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right)\cos(n\theta) \end{Bmatrix} q(t) \quad (11)$$

고정경계조건을 만족하는 변위 근사함수⁽¹⁰⁾는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \left[1 - \cos\left(\frac{2m\pi}{L}x\right) \right] \sin(n\theta) + \sin\left(\frac{2m\pi}{L}x\right) \cos(n\theta) \right\} q(t) \quad (12)$$

여기서 m, n 은 각각 복합재 원통셀의 축방향과 원주 방향의 모드형상의 차수를 의미한다.

확장된 Galerkin 방법을 사용하여 식 (11,12)를 식 (7)에 대입하여 정리하면 단순지지와 고정 경계조건을 만족하는 이산화된 운동방정식을 얻는다.

$$[M]\dot{q}(t) + [C]q(t) + [K]q(t) = 0 \quad (13)$$

식 (13)은 감쇠항을 포함하는 운동방정식으로서,

이 식을 아래와 같은 상태방정식으로 변환한다.

$$[M]^* \dot{x}(t) + [K]^* x(t) = 0 \quad (14)$$

여기서, $[M]^* = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix}$, $[K]^* = \begin{bmatrix} CK \\ K0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix}$
 $[M]^*$, $[K]^*$ 는 $2n \times 2n$ 대칭행렬이고, $x(t)$ 는 $2n \times 1$ 상태벡터(state vector)이다. $[M]$, $[C]$, $[K]$ 행렬의 요소는 부록에 수록하였다.

여기서, $n=5 \times M \times N$ 이고, M 은 축 방향 모드 수를 나타내고 N 은 원주 방향 모드 수를 나타낸다.

식 (14)의 해는 $x(t) = e^{-\lambda t} x$ 의 형태를 가지며, 이를 식 (14)에 대입하여 아래와 같은 고유치 문제를 유도한다.

$$\lambda[M]^* x + [K]^* x(t) = 0 \quad (15)$$

여기서, λ 는 복소수 고유치로 $\lambda_r = \sigma_r \pm i\omega_{dr}$ 으로 표현된다. 여기서 σ_r 은 시스템의 감쇠를, ω_{dr} 는 감쇠 고유진동수를 의미한다. x 는 모드형상을 나타내는 고유벡터이다.

식 (15)를 변형시키면 식 (16)과 같다.

$$Px = \lambda x \quad (16)$$

여기서

$$P = -M^{*-1}K^* = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

3. 수치해석 및 고찰

수치해석에서 사용된 Graphite/epoxy 복합재료 원통셀에 대한 물성치는 다음과 같다.

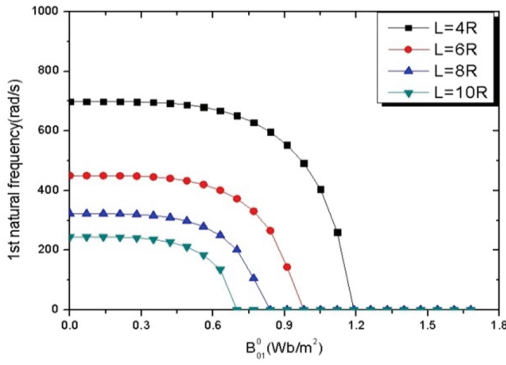
$$E_1 = 25E_0, G_{12} = G_{13} = 0.5E_0, G_{23} = 0.2E_0, E_3 = E_2,$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = 0.25, \nu_{23} = 0.01, \rho = 1528 \text{ kg/m}^3$$

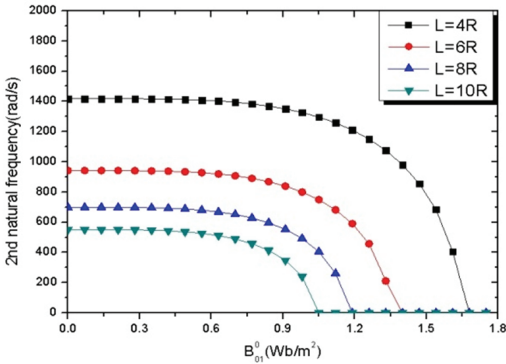
$$\alpha_1/\alpha_0 = 0.1, \alpha_2/\alpha_0 = 2, \alpha_3/\alpha_0 = 1,$$

$$E_0 = 5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \alpha_0 = 10^{-3}, g_0 = 10^8 \text{ S/m}^3$$

Figs. 2, 3은 각각 단순지지와 고정경계조건의 경우에 대해, 그리고 원통셀의 길이가 반경의 4, 6, 8, 10배인 네 가지 경우에 대해, 자기장의 세기 B_0^0 의 증가에 따른 1, 2차 고유진동수 변화를 나타내고 있다. 단순지지인 경우에서는 네 경우 모두 자기장의 세기가 커질수록 고유진동수는 감소했고, L/R 이 작을수록 고유진동수는 높게 나타났다. 이는 자기장의



(a) 1st natural frequency



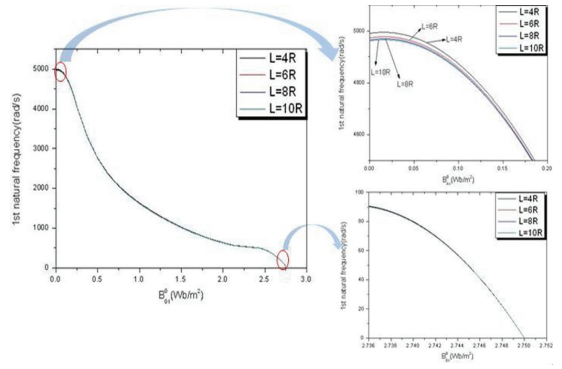
(b) 2nd natural frequency

Fig. 2 Variation of natural frequency with B_{01}^0 for different values of radius ratio(simply supported)

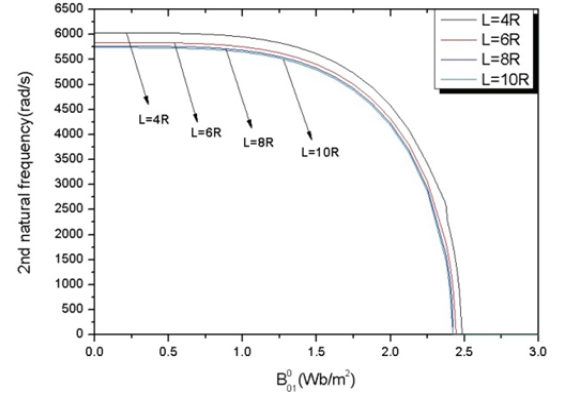
세기가 감쇠를 증가시켜 고유진동수를 낮추는 역할을 하기 때문이며 이는 자기장의 존재가 감쇠를 생성시켰기 때문이다 (부록 참조). 또한, L/R 이 작을수록 L/R 이 큰 경우보다 질량에 대한 강성비가 커져서 고유진동수가 증가하는 현상을 확인할 수 있다.

Fig. 3의 고정단 경계조건에서도 L/R 이 작을수록 고유진동수가 높게 나타났고, 그 값의 차이가 단순히 지지의 경계조건보다 상대적으로 작았다.

자기장은 옴의 법칙(Ohm's law)에 따라 구조물의 속도에 비례하는 로렌츠 힘을 발생시키며 이 힘은 일종의 감쇠력으로서 작용한다. 따라서 자기장이 작용하면 구조물의 고유치(eigenvalue)는 순허수가 아닌 복소수가 된다. 다자유도 M-C-K 시스템에서 안정성 문제는 고유치의 실수부(감쇠)와 허수부(고유진동수)에 의해서 판단된다. 고유진동수가 영인 경우 실수부의 부호에 따라 지수함수적인 발산(다이버



(a) 1st natural frequency



(b) 2nd natural frequency

Fig. 3 Variation of natural frequency with B_{01}^0 for different values of radius ratio(clamped)

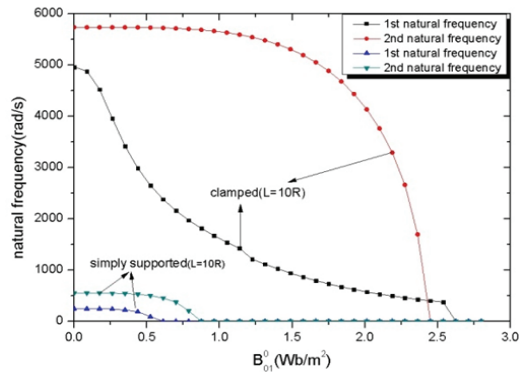


Fig. 4 Variation of 1st and 2nd natural frequencies with B_{01}^0 ($L=10R$, simply supported and clamped BCs)

전스)과 수렴(안정)이 결정되며, 고유진동수가 영이 아닌 경우에는 실수부의 부호에 따라 진동하는 발산

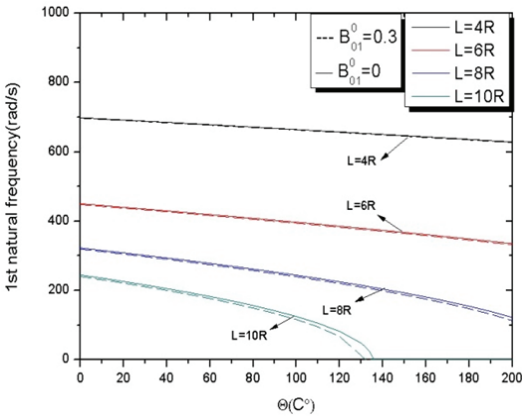
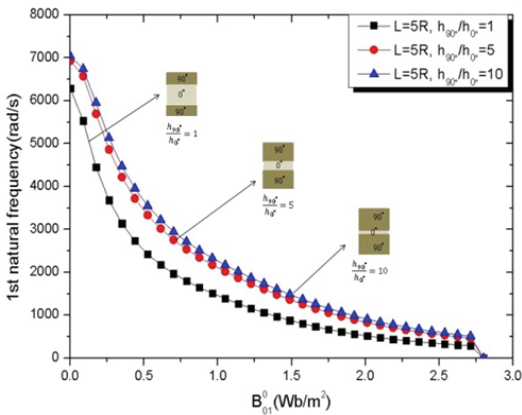
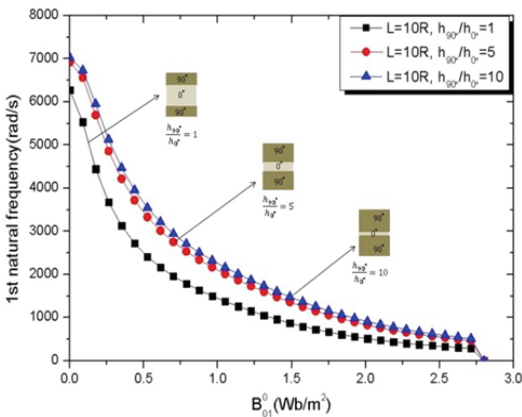


Fig. 5 Variation of 1st natural frequency with θ for different values of aspect ratio and B_{01}^0 (simply supported)

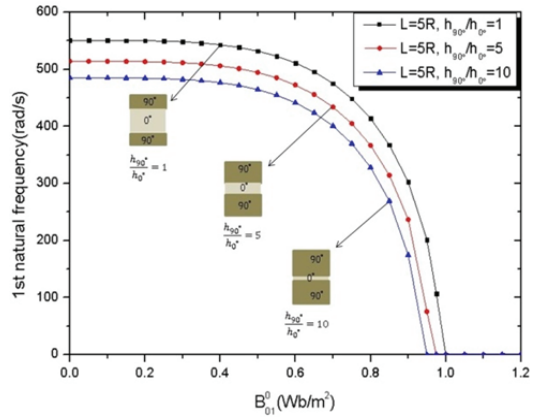


(a) Radius ratio, L=5R

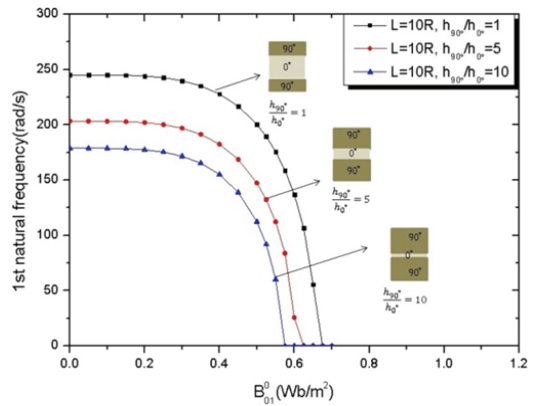


(b) Radius ratio, L=10R

Fig. 6 Variation of 1st natural frequency with B_{01}^0 for different values of thickness ratio and L/R (clamped)



(a) Radius ratio, L=5R



(b) Radius ratio, L=10R

Fig. 7 Variation of 1st natural frequency with B_{01}^0 for different values of thickness ratio and L/R (clamped)

(플러터)과 수렴(안정)이 결정된다. 자기장이 증가하면 감쇠도 증가하며 어느 특정 자기장 값에서 특정 모드의 고유진동수가 영이 된다. 이러한 조건에서 구조물을 해머로 가진하면 그 모드에 해당되는 응답은 진동하지 않고 시간에 따라 지수함수적으로 변화하는 형태를 보인다. 이 연구에서 자기장이 감쇠의 역할을 하므로 고유치의 실수부가 언제나 음수가 되어 플러터는 발생하지 않는다.

Fig. 4는 $L/R=10$ 인 경우에 단순지지 경계조건과 고정단 경계조건에서의 1, 2차 고유진동수를 한 그림에 나타내어 비교하고 있다.

Fig. 5는 단순지지 경계조건에서, $L/R=4, 6, 8, 10$ 인 각 경우에 대해 온도구배의 증가에 따른 1차 고유진동수의 변화를 보여 준다. 네 경우 모두 온도구

배가 커질수록 고유진동수는 감소하는 경향을 보였고, L/R 이 커질수록 더 낮은 온도에서 고유진동수가 0이 되는 현상을 확인할 수 있다. 온도구배가 강성의 저하를 초래하여 고유진동수가 감소하였다(부록 참조). 온도구배는 작동온도와 무응력(stress-free) 상태에서의 온도의 차이를 의미한다.

Figs. 6, 7은 적층각이 $[90^\circ 0^\circ 90^\circ]$ 인 경우, 섬유각이 90° 와 0° 인 적층판의 두께비가 1, 5, 10일 때, 자기장의 세기에 따른 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. Fig. 6의 고정조건에서는 섬유각이 90° 인 적층판의 두께가 상대적으로 커질수록 고유진동수가 증가하는 경향을 보였는데, 이는 90° 적층판의 강성이 0° 보다 크기 때문이다. 또한, 고정조건에서는 L/R 의 차이가 고유진동수 변화에 큰 영향을 미치지 않는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 7의 단순지지 경계조건에서는 고정 경계조건과는 반대로 90° 적층판의 두께가 커질수록 고유진동수가 감소하는 경향을 보였다. 이는 경계조건에 따라 섬유각 변화가 구조강성에 영향을 줄 수 있음을 보여주고 있다. 단순지지 경계조건에서는 두께비와 L/R 에 따른 고유진동수의 차이가 고정 경계조건에서 보다 좀 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 복합재료 원통셀에 축 방향으로 자기장이 작용할 때, 전자기-열-탄성이 연성된 운동방정식과 경계조건을 Hamilton의 원리를 이용하여 유도하였다.

원통셀의 양단이 단순지지된 조건과 고정된 조건을 만족하는 근사함수를 이용하여 고유치문제(EVP)를 유도하고 자기장의 세기와 온도구배, 반경비, 두께비에 따른 복합재료 원통셀의 진동 및 안정성을 고찰하였다. 이 연구를 통하여 외부에서 가해진 자기장이 구조물의 감쇠를 증대시키는 효과를 가져오며 그 효과는 경계조건, 반경비, 두께비에 따라 달라짐을 확인하였다. 또한, 강성행렬의 요소인 온도구배의 변화는 시스템의 강성을 감소시켜 고유진동수를 감소시켰다. 반경비와 두께비에 따른 고유진동수의 변화는 고정 경계조건보다 단순지지경계조건에서 크게 나타남을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(20120007946).

참 고 문 헌

- (1) Dong, S. B., 1986, Free Vibrations of Laminated Orthotropic Cylindrical Shells, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 44, No. 6, pp. 1628~1635.
- (2) Jones, R. M. and Morgan, H. S., 1975, Buckling and Vibration of Cross-ply laminated Circular Cylindrical Shells, *AIAA Journal*, Vol. 13, No. 5, pp. 664~671.
- (3) Sadasiva Rao, Y. V. K. and Raju, P. C., 1981, Vibrations of Antisymmetrically Laminated Cylindrical Shells, *Development of Composite Material*, Vol. 74, No. 3, pp. 331~350.
- (4) Greenberg, J. B. and Stavsky, Y., 1981, Vibration of Laminated Filament-wound Cylindrical Shells, *AIAA Journal*, Vol. 19, No. 8, pp. 1055~1062.
- (5) Kostas, P. S., 1983, On the Buckling and Vibration of Antisymmetric Angle-ply Laminated Circular Cylindrical Shells, *Int. J. Engineering Science*, Vol. 21, No. 3, pp. 217~222.
- (6) Jang, D. D. and Jung, H.-J., 2011, Case Study of Seismic Protection/Vibration Mitigation Technology Development Using Smart Vibration Control Devices, *KSSIVC*, Vol. 13, pp. 57~66.
- (7) Kim, S. K., Lee, K. W., Moon, J. K., Choi, J. W., Kim, Y. J., Park, S. Y. and Song, O. S., 2011, Dynamic Characteristics of Composite Plate Subjected to Electromagnetic and Thermal Field, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 21, No. 6, pp. 536~545.
- (8) Park, S. Y., Kim, S. K., Choi, J. W. and Song, O. S., 2012, Vibration Analysis of Composite Cylindrical Shells Subjected to Electromagnetic and Thermal Field, Vol. 22, No. 8, pp. 791~799.
- (9) Reddy, J. N., 2004, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis 2nd Edition*, CRC Press, New York.

(10) Jack, R. V., 1992, The Behavior of Shells Composed of Isotropic and Composite Material, Kluwer Academic Publishers.

부 록

A.1 식 (10)의 행렬, 행렬 및 질량계수

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N_L} \overline{Q_{ij}^{(k)}} (z_{k+1} - z_k),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N_L} \overline{Q_{ij}^{(k)}} (z_{k+1}^3 - z_k^3),$$

$$A_{11}^\alpha = \sum_{k=1}^{N_L} [A_{11}^{(k)} \alpha_{11}^{(k)} + A_{12}^{(k)} \alpha_{22}^{(k)} + A_{16}^{(k)} \alpha_{12}^{(k)}],$$

$$A_{22}^\alpha = \sum_{k=1}^{N_L} [A_{12}^{(k)} \alpha_{11}^{(k)} + A_{22}^{(k)} \alpha_{22}^{(k)} + A_{26}^{(k)} \alpha_{12}^{(k)}]$$

$$m_1 = \sum_{k=1}^{N_L} \rho_0^{(k)} (z_{k+1} - z_k)$$

$$m_3 = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N_L} \rho_0^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3)$$

A.2 질량행렬, 감쇠행렬 및 강성행렬 (Simply supported boundary condition)

$$M_{11} = m_1, M_{22} = m_1, M_{33} = m_1,$$

$$M_{44} = m_3, M_{55} = m_3$$

$$C_{22} = (B_{01}^0)^2 h \bar{g}_{33},$$

$$C_{33} = (B_{01}^0)^2 h \bar{g}_{22},$$

$$C_{55} = (B_{01}^0)^2 C_{33}^g$$

$$K_{11} = A_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{A_{66} n^2}{R^2}$$

$$K_{12} = K_{21} = \left(\frac{mn\pi}{LR^2} \right)^2 (A_{12} + A_{66})$$

$$K_{13} = K_{31} = -A_{12} \frac{m\pi}{LR}$$

$$K_{22} = A_{66} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{A_{22} n^2}{R}$$

$$K_{23} = K_{32} = -\frac{A_{22} n}{R^2}$$

$$K_{33} = A_{55} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{A_{44} n^2}{R^2} + \frac{A_{22} n}{R^2} A_{11}^\alpha \Theta \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 - \frac{A_{22}^\alpha \Theta n^2}{R^2}$$

$$K_{34} = K_{43} = \frac{A_{55} m\pi}{L}, \quad K_{35} = K_{53} = \frac{A_{44} \pi}{L}$$

$$K_{44} = D_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{D_{66} n^2}{R^2} + A_{55}$$

$$K_{45} = K_{54} = \frac{mn\pi}{LR} (D_{12} + D_{66})$$

$$K_{55} = D_{66} = \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{D_{22} n^2}{R^2} + A_{44}$$



Ohseop Song received his BS degree from the Department of Mechanical Design Engineering at Seoul National University in 1978 and MS degree from Mechanical Engineering at New Jersey Institute of Technology. His PhD degree was awarded by Virginia Polytechnic Institute and State University. He is currently a professor in the Department of Mechanical Engineering at Chungnam National University, Daejeon, Korea. His research interests encompass vibration and control of composite structures, instability of nanopipes, and rotor-dynamics.