

모서리 경계조건을 만족하는 접지된 2개의 유전체층 위의 도체띠 격자구조에 의한 TM 산란의 해

Solution of TM Scattering by a Conductive Strip Grating Over the Grounded Two Dielectric Layers with Edge Boundary Condition

윤의중*

Uei-Joong Yoon*

요 약

본 논문에서는 모서리 경계조건을 만족하는 접지된 2개의 유전체층 위의 완전도체띠 격자구조에 의한 TM (Transverse Magnetic) 산란 문제를 수치해석 방법인 FGMM (Fourier Galerkin Moment Method)를 이용하여 해석하였다. TM 산란에 대하여 도체띠에 유도되는 표면 전류밀도는 스트립 양 끝에서 매우 큰 값이 예측되므로, 이때 도체띠에 유도되는 표면 전류밀도는 1종 Chebyshev 다항식과 적절한 모서리 경계조건을 만족하는 함수의 곱의 급수로 전개하였다. 전반적으로, 접지평면 위에 유전체층의 비유전율의 값이 증가하면, 반사전력의 급변점에 대한 스트립 폭은 더 큰 값으로 이동하였다. 수치결과들은 기존 논문들과 비교하여 급속한 수렴해와 좋은 일치를 보였다.

Abstract

In this paper, the TM (Transverse Magnetic) scattering problems by a perfectly conducting strip grating over a grounded two dielectric layers with edge boundary condition are analyzed by applying the FGMM (Fourier Galerkin Moment Method). For the TM scattering problem, the induced surface current density is expected to the very high value at both edges of the strip, then the induced surface current density on the conductive strip is expanded in a series of the multiplication of the Chebyshev polynomials of the first kind and the functions of appropriate edge boundary condition. Generally, when the value of the relative permittivity of dielectric layers over the ground plane increased, the strip width according to the sharp variation points of the reflected power is shifted to a higher value. The numerical results shown the fast convergent solution and good agreement compared to those of the existing papers.

Key words : TM scattering, Chebyshev polynomials of the first kind, edge boundary condition, FGMM.

I. 서 론

격자구조 (Strip Grating)에 의한 산란문제는 광학,

필터, 레이더, 안테나 및 전자기학의 이론 및 응용분야에서 널리 이용되어 왔으며, 격자구조에 대한 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 여러 연구자들에 의

* 가천대학교 의공학과(Dept. of Biomedical Engineering, Gachon University)

· 제1저자 (First Author) : 윤의중(Uei-Joong Yoon), Tel : +82-32-820-4252 , email : ujyoon@gachon.ac.kr)

· 접수일자 : 2013년 7월 8일 · 심사(수정)일자 : 2013년 7월 9일 (수정일자 : 2013년 8월 24일) · 게재일자 : 2013년 8월 30일

<http://dx.doi.org/10.12673/jkoni.2013.17.4.429>

해서 많은 관심을 가져왔다 [1]-[9]. 격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond [2]는 자유공간상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 간단히 Fourier 급수로 전개하여 FGMM (Fourier Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치해석하였으며, 자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 SGMM (Spectral Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치해석하였다 [3]. 또한 도체띠 (Conductive Strip) 격자구조에 의한 산란 문제에 대해 유전체 접지층 위에 도체띠를 가지는 경우에 대해 수치방법중의 하나인 PMM (Point Matching Method)을 이용하여 수치 계산하였다 [4][5].

TE (Transverse Electric)산란 문제를 취급함에 있어, 저항띠에 유도되는 전류밀도를 sine 함수와 cosine 함수로 나누어 수치해석하였으며 [6], 전류밀도를 간단한 지수함수를 사용하여 접지층 위에 1개 유전체 층을 가진 문제 및 접지된 2개의 유전체 층의 도체 격자구조에 대해 모서리 경계조건을 적용하여 수치해석한 바 있다 [7][8].

TM (Transverse Magnetic) 산란 문제를 취급함에 있어, 접지된 2개의 유전체층 위에 도체 격자구조에 대해 도체띠에 유도되는 전류밀도를 미지의 계수와 지수함수의 곱의 급수로 전개하고 FGMM을 이용하여 수치해석한 바 있다 [9].

본 논문에서는 TM 산란문제의 경우 접지된 2개의 유전체 층위에 매우 얇은 도체띠가 주기적으로 배열되어 있을 때, 도체띠의 양끝에서 전류밀도의 크기가 매우 큰값이 예측되므로 도체띠에 유도되는 전류밀도를 모서리 경계조건을 만족하는 함수와 1종 Chebyshev 다항식의 곱의 급수로 전개하여 수치해석하고자 한다.

II. 문제의 구조해석

문제의 구조는 그림 1과 같이 E-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 유전체 층위에 도체띠가 y 방향으로 무한하게 배열되어 있다. 도체띠 격자는 $x-y$ 평면상에 위치하고 있으며, x 방향으로 주기적으로 배열되어

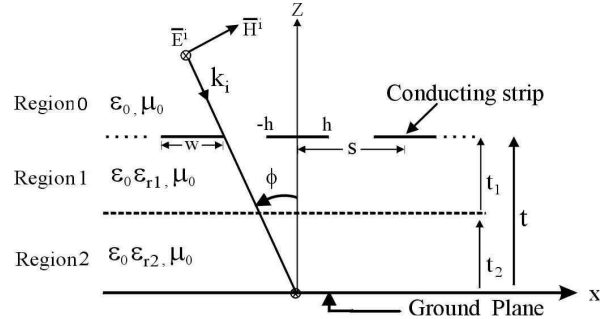


그림 1. 문제의 TM 산란 구조

Fig. 1. TM scattering structure of the problem

있다. 그림 1에서 스트립 주기 s , 스트립 폭은 w 이며, h 는 스트립폭의 반($h=w/2$)이다. 영역 1와 2의 비유전율(relative permittivity)은 ϵ_{r1} 및 ϵ_{r2} 및 유전체 두께는 각각 t_1 및 t_2 , 유전체층의 전체두께는 $t=t_1+t_2$ 이다. 이 때 입사되는 전계 \overline{E}^i 및 자계 \overline{H}^i 는 다음과 같다 [9].

$$\overline{E}^i = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \cos \phi} e^{jk_0 z \sin \phi} \quad (1)$$

$$\overline{H}^i = \frac{k_0 (\hat{a}_x \cos \phi + \hat{a}_z \sin \phi)}{\omega \mu_0} E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, k_0 는 매질의 전파상수이고, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, E_0 는 입사전계의 진폭으로서 본 논문에서는 1로 정규화하였다. 영역 0에서 접선성분의 전체 산란전계 \overline{E}^s 및 산란자계 \overline{H}^s 는 다음과 같은 평면파(plane wave)의 합으로 표시할 수 있다 [9].

$$\overline{E}^s = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\overline{H}^s = -\hat{a}_x \frac{E_0}{\omega \mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n \gamma_n e^{-\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 A_n 은 구해야 할 미지의 계수이며,

$\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ 이고 γ_n 은 다음과 같이 전파모드(propagation mode)와 감쇠모드(evanescent mode)로 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 1과 영역 2의 접선성분의 전체 자계 \overline{H}_i^t 와 전계 \overline{E}_i^t 는 미지의 급수들의 합으로 다음과 같이 표현할 수 있다 [9].

$$\overline{E}_i^t = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n \cdot (B_{ni} e^{-j\eta_{ni} x} + C_{ni} e^{j\eta_{ni} x}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\overline{H}_i^t = -\hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \mu_0} \sum_n \eta_{ni} \cdot (B_{ni} e^{-j\eta_{ni} x} - C_{ni} e^{j\eta_{ni} x}) e^{j2n\pi x/s} \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)에서 i 는 유전체 영역 1과 2를 의미하며, B_{ni} 와 C_{ni} 는 구해야 할 미지의 계수, η_{ni} 는 다음과 같이 유전체 층에서 2가지 모드로 구분한다.

$$\eta_{ni} = \begin{cases} \sqrt{k_i^2 - \beta_n^2}, & k_i^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_i^2}, & k_i^2 < \beta_n^2 \end{cases}, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

식 (8)에서 $k_i = w \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{ri}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{ri}}$, i 는 유전체 영역 1과 2를 의미한다. 그리고 $z=0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전체전계는 사라져야 하며, 또한 영역 0과 1의 경계면인 $z=t$ 에서 접선성분의 자계 및 전계는 연속이므로 경계조건들을 정리하면 B_{n1} 를 A_n 의 향으로 표현할 수 있다 [9].

$$B_{n1} = (A_n \gamma_n + e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n) / p_{n1} \quad (9)$$

$$p_{n1} = e^{-j\eta_{n1} t} + p_{n2} e^{j\eta_{n1} t} \quad (10)$$

$$p_{n2} = \frac{-1 - j \frac{\eta_{n1}}{\eta_{n2}} \tan(\eta_{n2} t_2)}{1 - j \frac{\eta_{n1}}{\eta_{n2}} \tan(\eta_{n2} t_2)} \cdot e^{-j(\eta_{n1} + \eta_{n2}) t_2} \quad (11)$$

식 (9)에서 δ_n 는 $n=0$ 일 때만 1, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta 함수, $z=t$ 인 경계면에서 도체띠에 유도되는 전류밀도는 기저함수 $G_p(x)$ 의 급수로 미지의 계수를 포함한 식으로 전개하였다.

$$\overline{J}_y(x) = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (12)$$

식 (12)의 f_p 는 구해야 할 미지의 계수이며, 본 논문은 TM 산란의 경우이므로 도체띠에 유도되는 전류밀도는 도체띠의 양끝에서 매우 큰 값이 예측되므로 기저함수를 적절한 모서리경계조건을 만족하는 함수와 직교다항식의 일종인 제1종 Chebyshev 다항식의 곱의 급수로 전개하였으며, 그 이유는 다음에 구하게 될 식 (15)의 적분방정식에 대해 적분 테이블을 이용할 수 있기 때문이다 [10].

$$G_p(x) = \frac{T_p(x/h)}{\sqrt{1-(x/h)^2}} P_x(-h, h) \quad (13)$$

식 (12)에서 $P_x(-h, h)$ 는 도체띠 구간에서 1, 이외의 구간에서는 0이며, $\overline{J}_y(x)$ 는 도체띠에 유도되는 전류밀도(induced current density)이며, 이때 유도전류는 영역 0과 1의 자계의 차이에 의해 결정되므로 식 (2), (4), (7), (9), (12)를 이용하여 정리한 후, 양변에 $e^{j2n\pi x/s}$ 를 곱하고 $-s/2 < x < s/2$ 구간에서 양변을 적분하면 다음과 같이 A_n 를 얻는다.

$$A_n = -\frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_{p=0}^M f_p \left(\frac{T_p}{\gamma_n - \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}} \right) + e^{k_0 t \cos \phi} \left(\frac{k_0 \cos \phi + \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}}{\gamma_n - \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}} \right) \delta_n \quad (14)$$

$$T_{pn} = \int_{-h}^h \frac{T_p(x/h)}{\sqrt{1-(x/h)^2}} e^{j2\pi n x/s} dx \quad (15)$$

$$p_{n3} = e^{-j\eta_{n1}t} - p_{n2} e^{j\eta_{n1}t} \quad (16)$$

그리고 $z = t$ 인 경계면에서 완전도체의 경계조건을 적용한다. 따라서 영역 0에서의 전체 전계는 사라져야 하므로 식 (1) 와 (3)을 정리한 후 양변에 $T_q(x/h)$ 를 곱하고, $-h < x < h$ 구간에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$\sum_{n=-N}^N A_n T_{qn}^* = -e^{jk_0 t \cos\phi} T_q \quad (17)$$

$$T_{qn}^* = \int_{-h}^h T_q(x/h) e^{-j2\pi n x/s} dx \quad (18)$$

$$T_q = \int_{-h}^h T_q(x/h) dx \quad (19)$$

여기서 asterisk(*)는 공액복소를 의미하며, 식 (17)에 식 (14)의 A_n 을 대입하여 정리하면 다음과 같은 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{p=-M}^M f_p Z_{pq} = V_q \quad (20)$$

$$Z_{pq} = \frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_{n=-N}^N \left(\frac{T_{pn}}{\gamma_n - \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}} \right) T_{qn}^* \quad (21)$$

$$V_q = e^{jk_0 t \cos\phi} \cdot \left[T_q + \left(\frac{k_0 \cos\phi + \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}}{\gamma_n - \eta_{n1} p_{n3}/p_{n1}} \right) \delta_n \right] T_{qn}^* \quad (22)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

식 (20)의 미지의 계수 f_p 를 구한 후 식 (14)에 대입하여 반사전력을 계산한다. 기존 논문의 경우 [9], 도체피에 유도되는 전류밀도를 지수함수의 급수로

전개한 경우는 식 (20)의 정방행 매트릭스 Z_{pq} 의 행의 크기가 $p = [-M:M]$ 를 가지나, 본 논문에서는 정방행 매트릭스의 행의 크기 $p = [0:M]$ 를 가지므로 지수함수를 사용한 기존 논문보다 거의 반정도로 정방행 매트릭스의 크기가 작아지므로 역변환시 수치해석 시간을 절약할 수 있다는 것이 기존 논문 [9]과 차별화되며, 본 논문에서는 행렬의 크기 $M=10, N=100$ 으로 한정하여 수치계산하였다.

그림 2는 반사전력의 수렴곡선을 보인 것으로 사용된 격자상수는 $s = 1.2, w = 0.8, t_1 = 0.2, t_2 = 0.3, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 1.2$ 일 때, 본 논문에서 제안한 방법인 모서리 경계조건을 만족하는 함수와 1종 Chebyshev 다항식의 곱의 급수로 전개한 본 논문의 경우와 기존의 지수함수 [9]를 사용한 경우에 대한 정규화된 반사전력의 크기를 비교하였을 때, 본 논문의 경우가 빠르게 수렴함을 알 수 있었으며, 실제로 본 논문의 경우 정방행 행렬의 행의 크기를 $p = 5$ 인 정도로 적은 행의 크기를 가지고도 충분히 만족할 만한 반사전력의 해를 구할 수 있으므로 기존논문과 차별화 된다.

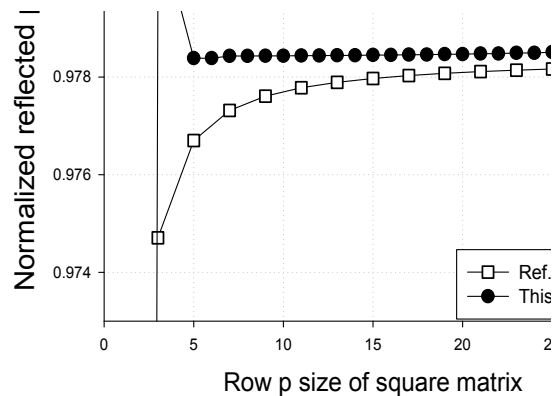


그림 2. 정방 행렬의 행 p의 크기에 따른 수렴곡선
Fig. 2 Convergence curve according to row p size of square matrix

그림 3은 수직 입사의 경우, 격자상수는 $w = 0.8, h = w/2, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 1.3, t_1 = 0.2, t_2 = 0.3$ 일 때 격자주기 s 를 증가시켰을 때의 계산결과로서 전류밀도의 크기가 좌우대칭이고 도체피의 양 끝에서 전류밀도의 크기가 매우 크게 수렴함을 알 수 있으며, 이는 모서리 경계조건을 만족하는 식 (13)을 사용했기 때문으로 수치해석의 타당성을 입증하였으며, 격

자주기 s 가 증가할수록 도체띠에 유도 전류밀도의 크기가 작아지는 것을 확인할 수 있었다.

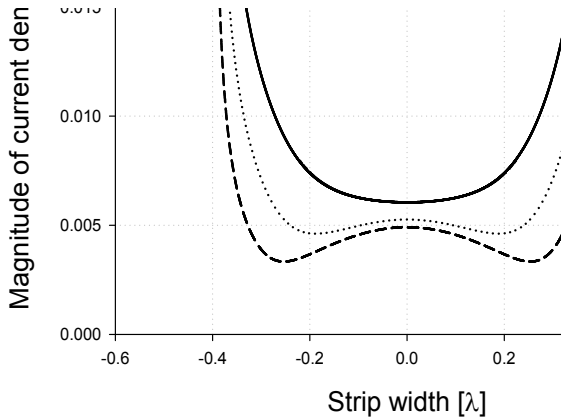


그림 3. 수직입사시 전류밀도의 크기
Fig. 3. Magnitude of current density for normal incidence angle

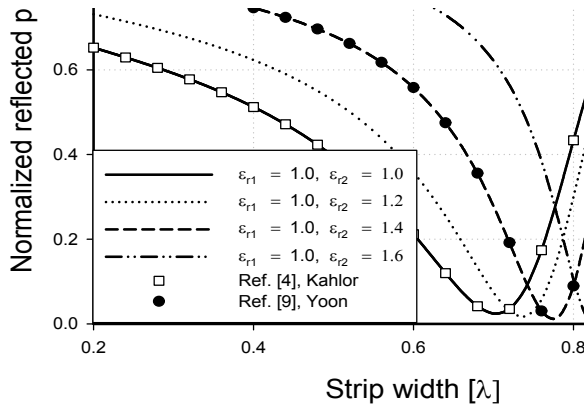


그림 4. 수직입사시 여러 가지 비유전율 ϵ_{r2} 에 따른 반사전력

Fig. 4. Normalized reflected power according to several relative permittivity ϵ_{r2} for normal incidence angle

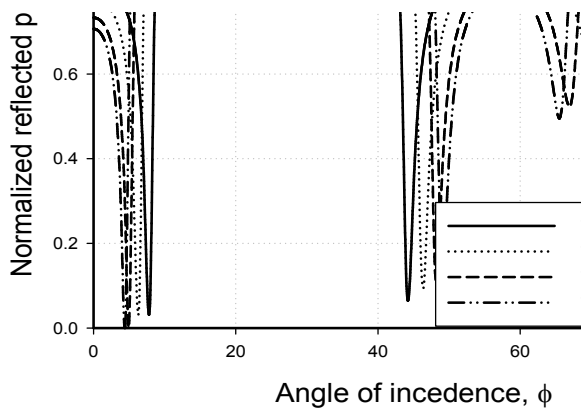


그림 5. 입사각에 따른 반사전력
Fig. 5 Normalized reflected power according to incident angle ϕ

그림 4는 수직입사시 주기 $s = 1.2$, $t_1 = t_2 = 0.2$, $\epsilon_{r1} = 1$ 일 때, $\epsilon_{r2} = 1, 1.2, 1.4, 1.6$ 을 증가시켰을 때 스트립 폭에 대한 반사전력의 변화를 보인 것으로 ϵ_{r2} 이 증가할수록 반사전력은 스트립 폭 w 가 증가하는 방향으로 변곡점이 이동함을 알 수 있었으며, 표시 “□”는 동일한 격자상수일 때 기존의 논문 [4] 및 표시 “●”는 기존의 논문 [9]의 계산결과로서 계산결과가 매우 일치하여 수치계산의 타당성을 확인하였다.

그림 5는 입사각에 따른 반사전력을 계산하였으며, 사용한 격자상수는 $s = 1.2[\lambda]$, $w = 0.7s$, $\epsilon_{r1} = 2$, $\epsilon_{r2} = 3$, $t_1 = 0.2$ 일 때, 영역 2의 두께 $t_2 = 0.33, 0.35, 0.37, 0.38$ 로 증가시켜 수치계산을 하였으며, 수치계산 결과, 전반적으로 영역 2의 두께 t_2 가 증가할수록 반사전력은 작아짐을 알 수 있었으며, 2개의 반사전력 급변점들이 발생하였다. 이 때 영역 2의 유전체 층의 두께가 증가하면 변곡점 사이의 각도가 더욱더 넓게 분포되어 대역통과 필터(band pass filter)의 역할을 하였으며, 이러한 급변점에서는 입사각 이외의 다른 방향으로 모든 에너지가 산란된다는 것을 의미하며, “Wood's anomaly”라고 언급한 바 있다 [3].

IV. 결 론

본 논문에서는 TM 산란의 경우, 접지평면 위에 2개의 유전체층 위에 완전 도체띠가 주기적으로 배열되어 있을 때, 기존 논문에서는 유도되는 전류밀도를 미지의 계수와 지수함수의 곱의 급수로 전개하였으나 [9], 본 논문에서는 전류밀도를 모서리 양끝에서 매우 큰 값이 예측되므로, 모서리 경계조건을 만족하는 함수와 1종 Chebyshev 다항식의 곱의 급수로 전개하였다. 또한 지수함수를 사용한 기존 논문에서는 사용된 정방형 매트릭스의 행의 크기 $p = [-M:M]$ 이나, 본 논문에서는 $p = [0:M]$ 이므로, 기존 논문과 같은 행의 M 을 사용할 경우 정방형 행렬의 크기가 반정도로 작아져 역변환 시간이 절약되어 기존 논문과 차별화 된다.

수치계산 결과들은 기존논문과 거의 일치하였으며, 전반적으로 접지층 위의 비유전율 값이 증가할수

록 반사전력의 변곡점이 스트립 폭이 증가하는 방향으로 이동하였다. 또한 유전체 층의 두께가 증가할수록 변곡점 사이의 각도의 범위가 조금씩 넓어지는 것을 알 수 있었으며, 또한 대역통과 필터의 역할을 할 수 있음을 확인하였다.

앞으로 모서리 경계조건을 만족하는 접지된 2개의 유전체층 위의 저항띠 격자구조에 대한 TM 및 TE 산란 해석에 관해서는 조만간 논문으로 발표할 예정이며, 다층 구조에 대한 해석, 유전체 층 사이의 격자구조 해석 및 접지된 2중 유전체 층 사이의 격자구조에 대한 수치해석을 위해서 지속적인 연구가 필요하다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 가천대학교 교내연구비 지원에 의한 결과임. (GCU-2013-M029)

Reference

- [1] M. Ando and K. Takei, "Reflection and Transmission Coefficient of a Thin Strip Grating for Antenna Application," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no.4, pp. 367-371, 1987.
- [2] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, 1980.
- [3] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, 1985.
- [4] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36 no. 1, pp. 147-151, 1988.
- [5] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-Polarized Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating with a Grounded Dielectric Layer Using Fourier-Galerkin Moment

Method," *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, pp. 15-19, 1996.

- [6] Y. S. Choi and S. I. Yang, "Analysis of the Electromagnetic Scattering of Resistive Strip Grating with Uniform Resistivity on a Grounded Dielectric Layer-H-Polarization Case," *Journal of KICS*, vol. 31, no. 3A, pp. 321-327, 2006.
- [7] U. J. Yoon, "Solution of TE Scattering by a Resistive Strip Grating Over the Grounded Dielectric Multilayers," *Journal of KICS*, vol. 31, no. 9A, pp. 913-919, 2006.
- [8] U. J. Yoon, "Solution of TE Scattering by a Perfectly Conducting Strip Grating Over the Grounded Two Dielectric Layers Applying Fourier-Galerkin Moment Method," *Journal of Korea Navigation Institute*, vol. 16, no. 4, pp. 635-640, 2012.
- [9] U. J. Yoon, "Analysis of the Electromagnetic Scattering by a Conducting Strip Grating with Two Dielectric Layers On a ground Plane by Using FGMM," *Journal of KICS*, vol. 27, no. 8T, pp. 101-107, 2002.
- [10] I. S. Gragshteyn and I. M. Ryzhik, *Talble of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1980.

윤 의 중 (Uei-Joong Yoon)



1993년 8월 : 숭실대학교 전자공학과(공학박사)

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 한국항공대학교 통신정보공학과 및 숭실대학교 전자공학과 강사

1997년 6월 ~ 1997년 8월 : Bemidji State University in

Minnesota (USA), 미국연수

2008년 7월~2012월 1월 : 가천의과학대학교 학생처장

2006년 3월~현재 : 가천대학교 의공학과 교수

관심분야 : 전자파산란 수치해석, 생체전자기장, 생체영상처리 등