

서술형 평가 문항 분석 : 수학과 교육과정의 성격 및 목표와의 적합성을 중심으로¹⁾

이지현²⁾ · 김구연³⁾

이 연구의 목적은 고등학교 정기고사에 제시된 수학 서술형 평가 문항이 2007개정 교육과정의 성격과 목표에 얼마나 잘 부합되는지 살펴보는 것이다. 따라서 이 연구를 위해 서울과 경기지역을 중심으로 24개 학교에서 제시된 서술형 평가 문항이 학생들에게 어떠한 인지적 노력수준을 요구하고 있는지 수학과제 분석하였고, 또한 서술형 평가 문항이 학생들에게 어떠한 능력을 요구하는지 살펴보기 위해 수학적 숙련도를 통해 서술형 문항을 분석하였다. 총 199문항의 서술형 평가 문항을 분석한 결과 학생들에게 낮은 인지적 노력수준을 요구하는 문항은 70%의 비율로 나타났고, 높은 인지적 노력수준을 요구하는 문항은 30%의 비율로 나타났다. 이러한 결과는 본 연구에서 살펴본 대부분의 서술형 평가 문항이 계산 과정을 포함하고 있었으며 단순한 알고리즘을 통해 문제를 해결하는 특징을 가지고 있음을 보여준다.

주요용어 : 서술형 평가 문항, 수학과제 분석, 수학적 숙련도, 교육과정 적합성

I. 서론

21세기 사회는 지식의 생성 속도가 빠르게 증가하고 있는 지식, 정보화 사회이다. 따라서 얼마나 많은 지식의 양을 습득하는지를 초점으로 둔 학습은 더 이상 경쟁력을 가지지 않는다. 그러므로 지식을 기억하는 학습보다는 이러한 지식을 어떻게 활용하는가에 대한 학습이 필요하다. 이러한 추세에 맞추어 평가도 변화하고 있다. 2009년까지 학교 교육의 평가는 선다형 평가로 학생들의 학습된 지식을 단순하고 기계적인 방법으로 평가해왔으며 학생들이 얼마나 많은 지식을 알고 있는지 평가하는 도구였다. 또한 교사들은 선다형 평가가 가지는 채점의 단순함과 편리함으로 선다형 평가를 선호해왔다.

그러나 선다형 평가는 보기가 먼저 주어지기 때문에 출제의 의도에 맞지 않게 학생들은 보기를 통해 답을 추론해 낼 가능성이 있으며 이러한 평가는 과정보다 정답을 중요시하여 학생들의 수학적 사고력 향상에 어려움을 만든다. 이러한 선다형 평가는 학생들에게 답만

1) 이 연구는 2010년도 서강대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임 (201010055)

2) 서강대학교 교육대학원 (ljhlsj1@naver.com)

3) 서강대학교 (gokim@sogang.ac.kr)

맞으면 된다는 생각을 가지게 하며 올바른 수학적 풀이 방법에 관심을 갖지 않게 할 뿐만 아니라 학생들에게 수학적 글쓰기와 같이 논리적 사고와 수학적 추론 능력을 향상시킬 기회를 빼앗아간다. 또한 선다형 평가는 교사들에게 학생들이 어떻게 사고했는지 만약 학생들이 문제를 해결하지 못했다면 어떤 부분에서 사고 오류가 생겼는지에 관한 정보를 알지 못하게 한다(박석순 · 김구연, 2013; 정현도 · 강신포 · 김성준, 2010).

이러한 선다형 평가의 문제점을 해결하고자 교육과학기술부(2011)는 수학 학습의 평가에서는 선다형 위주의 평가를 지양하고 서술형 평가, 관찰, 면담, 자기 평가 등의 다양한 평가 방법을 활용하는 수학 학습에 대한 종합적인 평가를 제안하였다. 2007, 2009 개정 교육과정은 다양한 평가 방법 중에서 서술형 평가를 더욱 두드러지게 강조하였고, 서울특별시교육청(2011)에서도 2010년 2월에 서울 지역 초등학교 3-6학년과 중·고등학교 평가에서 주관식 문제 비중을 단답형 중심에서 서술형 중심으로 전면 확대하는 내용에 초점을 맞춘 '창의성 계발을 위한 평가 개선 기본 계획'을 발표하기에 이르렀다.

대부분의 시·도 교육청에서는 서술형 평가의 확대를 강조함에 따라 서술형 문항의 출제 비율을 30%에서 50%까지 확대하고 있다. 이렇게 정책을 시행하기 위한 노력으로 서술형 평가는 확대되고 있지만 가장 중요한 것은 왜 서술형 평가를 시행하게 되었는지를 생각하는 것이다. 서술형 문항의 출제부터 채점까지 선다형 문항에 비해 어려움이 있음에도 불구하고 서술형 평가를 시행한 이유는 학생들의 특정 지식을 평가하는 것에서 더 나아가 문제 해결력, 종합적인 사고 능력을 평가하기 위함이다. 따라서 서술형 문항의 확대와 같은 형식적인 측면뿐만 아니라 문항의 내용적인 측면까지도 관심을 가져야 한다. 또한 수학과 교육과정은 문제 해결 과정에 대한 평가와 교수 학습 과정의 평가 간의 높은 연계성을 갖는 평가 방식을 강조하고 있다. 그러므로 과정 중심의 질적 평가 확대를 위해 서술형 평가가 가지는 장점들에 기초하여 서술형 평가가 어떻게 실행되고 있는지 알아보는 것은 중요하다(김래영 · 김구연 · 노선숙 · 김민경 · 전지훈 · 김기영 · 이민희, 2012).

서울시 교육청과 경기도 교육청은 서술형 평가를 시행하기 위해 서술형 문항에 관한 연수 프로그램 및 예시 문항을 교사들에게 제공하여 도움을 주고 있다. 시·도 교육청에서 학교 수준의 서술형 평가 확대를 위해 교사 연수를 실시하고 교사 자치 활동을 장려할 뿐만 아니라 문항을 개발하여 보급하고 있다. 이러한 맥락에서 서술형 평가와 교수·학습 과정간의 연계성을 높이기 위한 노력을 교사들이 실제적으로 펼치고 있는지에 관한 심층적인 연구가 필요하다(김민경 · 조미경 · 김래영 · 김구연 · 노선숙, 2012).

따라서 실제 학교 교실 현장에서 수학 교육의 궁극적 목표인 문제 해결력, 수학적 추론 등 수학적 사고력 신장을 위한 서술형 평가가 시행되고 있는지 알아보아야 한다. 본 연구에서는 학교 정기고사에 제시된 서술형 문항의 인지적 노력수준(cognitive demand)과 National Research Council[NRC]에서 제안한 수학적 숙련도(Mathematical proficiency)를 통해 서술형 문항을 분석하고 이를 종합하여 현재 시행되고 있는 서술형 평가와 시·도 교육청에서 추구하는 서술형 평가가 어느 정도 부합(Alignment)되는지를 알아보려고 한다.

II. 이론적 배경

평가는 교수 학습에 중요한 요소이며 학생이 가지고 있는 수학적 지식과 이해, 수학을 활용하는 능력, 수학적 성향에 대한 정보를 모으고 이를 통해 교수방법을 보완하고 재구성하는데 중요한 역할을 한다(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1989). 따라서 수학과 평가는 학생들의 수학 학습에 대한 성취 기준을 다양한 방법으로 파악하고, 이를 통해 교수 학습을 발전시키는 것에 초점을 맞추고 있다. 교육과학기술부(2011)는 다양한 평가 방식의 필요성으로 정적인 시험을 통한 평가뿐만 아니라 관찰과 면담, 수학 학습 일지 작성 등 역동적인 평가에도 관심을 모으고 있다. 2007년 개정 수학과 교육과정에서는 수학 교수 학습에 전반적으로 요구되는 사항들을 다음과 같이 설명하고 있다. ① 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력 ② 수학적 지식과 기능을 활용하여 추론하는 능력 ③ 수학적 표현의 의미를 이해하고 정확하게 사용하는 능력 ④ 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하는 해결하는 능력 ⑤ 생활주변의 여러 가지 현상을 분석하고 조직하는 능력 ⑥ 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력 등이다.

이와 같이 평가는 수학과 교육과정에서 요구하는 분석, 해석, 추론과 같은 다양한 능력이 나타나야 한다. 교육과정에서는 학생들에게 문제 해결력, 수학적 이해, 적용 능력과 같은 고등 정신의 능력을 요구하면서 실제 평가에서는 단순한 암기, 재생 능력을 학생들에게 요구한다면 이는 평가가 잘못되고 있음을 의미한다(경기도 교육청, 2011).

서술형 평가는 출제자가 제시한 문항에 대해 학생이 답이라고 생각하는 지식이나 의견을 서술하는 방식으로 선다형 문제에서 평가할 수 없는 학생들의 문제 해결 과정과 수학적 사고력을 평가할 수 있다(경기도 교육청, 2011). 서술형 평가는 다른 지필 평가에 비하여 풀이 과정이나 생각을 스스로 표현해야 하기 때문에 개념 지식의 이해, 의사소통 능력, 문제 해결력 등 고등 사고 능력의 측정에 효과적이다(서울시 교육청, 2010). 이에 반해 선다형 평가는 출제자가 의도한 답안이 주어졌기 때문에 학생들이 창의적으로 문제를 접근하기 힘들고 열린 사고에 도움이 되지 않는다.

교육과학기술부(2011)는 수학적 창의력과 문제 해결력을 신장시키기 위해서는 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 수학 과제를 통해 학생들의 확산적 사고를 촉진시키고 수학적 개념과 용어를 직접적으로 제시하기보다는 학생 스스로 개념과 용어의 필요성을 인식하도록 하는 교수학습 방법을 강조해야 한다고 했다. 그러나 실제 평가 사례를 보면 서술형 평가 문항을 단답형 또는 완성형으로 간주하여 출제되는 경향이 있거나(서울시 교육청, 2011) 서술형 평가의 취지에 맞지 않는 단순 계산이나 공식 기억하기 문제들도 출제되고 있다. 따라서 시·도 교육청에서는 서술형 평가를 더욱 강조해야 하며 서술형 평가에 관한 관심이 필요하다.

Stein, Grover & Henningsen(1996)은 교육과정 개발자가 만든 문서화된 수학 과제, 교사

가 설정한 (Set up) 수학 과제, 학생들에 의해 실행되는 수학 과제 그리고 이것으로 학습되는 학생들의 학습 결과까지 수학 과제와 학습사이의 관계를 설명하고 있다. Stein, Remillard & Smith(2007)는 이러한 관계를 다양한 교육과정의 의미에 따라 개념화시킨 새로운 교육과정 단계로 제시하였다. 두 번째 단계(교사가 설정한 (Set up) 수학 과제)는 교사들이 의도한 교육과정으로 교사들이 계획하고 선택한 수학 과제와 관련이 있으며 이러한 과제는 학생들의 학습에 영향을 미치므로 교사들이 과제를 선택하는 일은 매우 중요하다. 따라서 교사들은 학생들이 수학적으로 이해하고 추론하는 사고 과정에 관심을 가지고 기대해야 하며(Doyle, 1988) 이에 적합한 수학 과제를 구성해야 한다. 교사들이 과제를 적절하게 선택하고 구성하기 위해서는 교사는 학생들에게 어떤 수학적 능력을 요구하는지 또 그 이유는 무엇인지 생각할 수 있어야 한다(김구연, 2011). 그러나 교사들은 과제를 인지적 수준 관점에서 즉, 과제를 통해 학생들이 사고하는 수준을 생각하지 않고 과제를 분석하는 경향이 있다. Arbaugh & Brown(2002)는 교사는 과제를 표면적인 측면에서 분류하는 경향이 있다며 ‘그래프를 이용하라’ 또는 ‘실생활 문제’와 같이 수학적 내용이나 수학의 표면적인 특성으로 과제를 분류한다고 하였다. 이러한 과제의 분류는 과제를 선택하는 것과 관련이 있을 것이며 교사가 선택하여 구성한 과제를 학습하는 학생들의 사고에도 영향을 미치게 된다. 따라서 교사가 제시하는 과제가 내용적인 측면에서 학생들의 사고 과정에 도움이 되는지 과제를 분석하는 일은 의미가 있다. 본 연구는 교사들이 선택하여 구성된 서술형 문항을 중심으로 Smith & Stein(1998)이 제안한 수학과제 분석틀(Mathematical Task Analysis Guide)과 NRC에서 제안한 수학적 숙련도(mathematical)를 이용하여 분석해보고자 한다. 구체적으로 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항을 수학 과제 분석틀(Mathematical Task Analysis Guide) 과 수학적 숙련도(Mathematical proficiency)에 따라 분석하였을 때, 문항의 인지적 수준은 어떠한가? 둘째, 2007년 개정 교육과정의 목표와 성격이 반영되도록 학교 정기고사의 서술형 평가 문항이 어떻게 제시되고 있는가?

1. 인지적 노력수준(cognitive demand)

먼저 크게 과제 수준을 High Level Demand 와 Low Level Demand로 분류할 수 있으며 분류의 가장 중요한 기준은 학생들의 수학적 이해를 발전시키기 위한 것인지의 유무이다. 다시 High Level Demand에서는 Procedures With Connection Tasks[PWC] 와 Doing Mathematics Tasks[DM]로 Low Level Demand에서는 Memorization Tasks[M]와 Procedure Without connection Tasks[PNC]를 나눌 수 있다.

1) Lower-Level Demands

(1) Memorization Tasks[M]

-Memorization Tasks를 M으로 줄여서 부르기도 한다. M단계 수준의 과제의 특징은 다음과 같다. 전에 배웠던 공식, 사실, 규칙 그리고 정의를 기억에 의존하여 단순하게 해결한다. 그러다보니 과정을 통해 문제를 해결하기보다는 과정 자체가 존재하지 않거나 과정이 있어도 문제 해결 과정에 필요한 시간이 너무 짧다. 이전에 보았던 공식이나 사실을 재생산하는 경우가 많기 때문에 문제가 모호하지 않고 문제에서 요구하는 점이 분명하고 직접적이다. 문제를 풀 때 전에 배웠던 수학적 개념이나 사실과 연결되지 않는다. Memorization Tasks의 예로 ‘0.2를 분수와 백분율로 표현하여라.’ 또는 ‘양의 약수의 개수가 홀수인 수는 무엇이라 하는가?’가 있다.

(2) Procedures Without Connection Tasks[PNC]

-PNC로 불리는 이 과제의 특징은 알고리즘이 들어간다. 즉, 과제에서 절차(procedure)를 구체적으로 요구하거나, 전에 배운 내용 그리고 과제를 본 경험을 기초로 과정이 사용된다. 문제를 해결하는데 제한된 인지적 노력이 요구된다. 무엇이 필요한지 그리고 어떻게 해야 할 지가 거의 모호하지 않다. 문제 해결에 사용되는 과정은 수학적 개념과 의미와 연결되지 않는다. 이 단계의 과제의 초점은 수학적 이해를 발전시키기 보다는 정확한 답을 찾는 것을 강조한다. 또한 문제를 푸는 과정을 설명하라고 요구하지 않는다. Procedures Without Connection Tasks의 예로는 ‘ $\frac{3}{8}$ 을 소수와 퍼센트로 바꾸시오.’가 있다.

2) Higher-Level Demands

(1) Procedures With Connection Tasks[PWC]

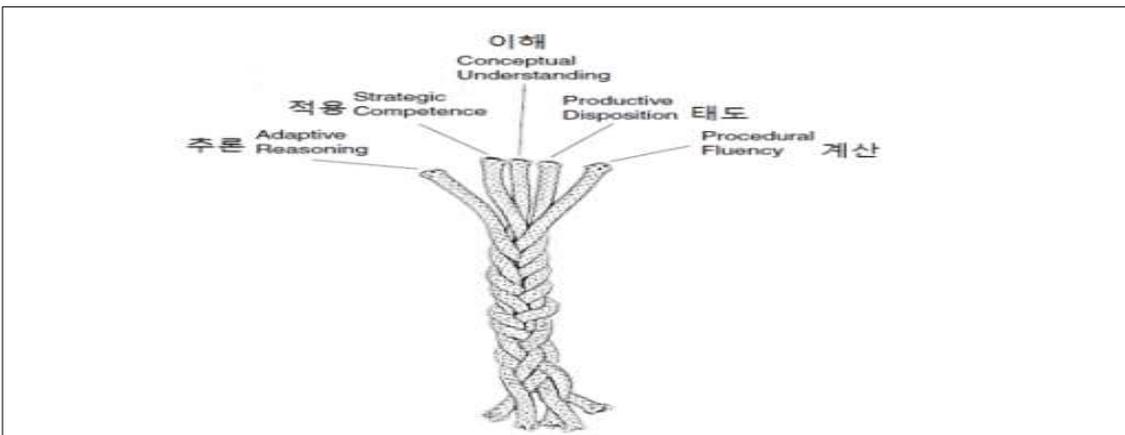
-PWC라 불리는 이 단계의 목적은 더 깊은 수학적 사고와 개념을 발전시키는 위한 것이다. 시각적으로 그림이 주어지거나 문제 상황을 제시하는 등 다양하게 또는 복잡하게 표현된다. 이러한 복잡한 표현 사이에 수학적 연결이 포함되어 수학적 의미를 발전시키는데 도움을 준다. 어느 정도의 인지적 노력이 요구된다. 문제 푸는 과정이 일반적일지라도 문제 속에서 의미를 준다. 학생은 이 단계의 문제를 완벽하게 해결하기 위해서는 수학적인 개념을 정확하게 가져야 하고 수학적인 이해를 발전시킬 필요가 있다. Procedures With Connection Tasks의 예로는 ‘ 7×34 계산을 $7 \times 30 + 7 \times 4$ 로 표현된 그림을 통해 계산하는 예시를 보여준 후 27×3 을 같은 방법으로 계산하는 문제’이다.

(2) Doing Mathematics Tasks[DM]

-DM이라 불리는 이 단계는 복잡한 사고와 비알고리즘을 요구한다. 즉, 문제 푸는 방법이 잘 알려져 있지 않고 예측 불가능하며 학생이 연습해보지 못하여 해결방법이 잘 보이지 않는다. 그리하여 이와 같은 과제는 학생들에게 수학적 개념과 과정 그리고 관계를 이해하고 연구하길 요구하며 문제 해결 과정을 학생 스스로 점검해보길 요구하기도 한다. 문제를 분석하고 적극적으로 검토를 요구한다. 이 단계의 과제를 해결하기 위해서는 학생들은 수학적 지식과 경험을 쌓아 문제 해결하면서 그것을 적절하게 사용하기를 바란다. 문제 해결 과정에서 상당한 인지적 요구가 필요하고 예측하지 못하는 문제 해결 전략이 필요할 수 있으므로 학생들은 다소 힘이 들 수 있다.

2. 수학적 숙련도(mathematical proficiency)

- * 이해(Conceptual understanding) : 수학적 개념, 연산 그리고 관계를 이해하고, 수학적 상징, 그림, 그리고 과정이 무엇을 의미하는지 아는 것.
- * 계산(Procedural fluency) : 더하기, 빼기, 곱하기 그리고 나누기를 유연하고 정확하게, 효율적으로 그리고 시기적절하게 수행하는 것.
- * 적용(Strategic competence) : 수학적으로 문제를 공식화하고 문제를 해결할 때 개념과 과정을 적절하게 사용하기 위해 전략을 수정하는 것.
- * 추론(Adaptive reasoning) : 문제를 해결하고 난 후, 그 답을 논리적으로 설명할 수 있고 정당화시킬 수 있거나 아는 것으로부터 모르는 것을 확장해나가는 것.
- * 태도(Productive Disposition): 수학을 현명하고 유용하며 할 수 있다는 열린 마음. 그리고 노력과 효과에 있어서 신뢰할 만한 연관성을 가지는 것으로 수학을 바라보는 경향.

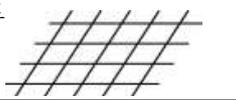
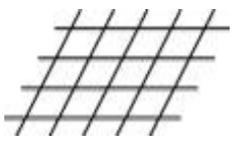


[그림 II-1] 수학적 숙련도의 구성 요소(Intertwined strand of Mathematical proficiency, NRC, 2001, p. 117)

National Research Council[NRC](2001)는 학생들의 바람직한 수학 학습을 위해 5가지의 수학 요소를 제안하였다. 위에서 제시되는 5가지 구성요소는 학생들이 수학을 학습하는데 필수적인 요소들이다. 가장 중요한 것은 이러한 요소들이 독립적이지 않다는 것이다. 수학적 능력을 발전시키기 위해서는 5가지 요소들이 서로 의존적이어 한다. 그리고 위 요소는 1차원적이 아니다. 즉, 하나 둘에만 집중적으로 발전시키는 것이 아니라 5가지 요소를 고르게 향상시켜야 한다. 이러한 학습은 학년이 높아지면서 점차 수학 실력이 향상되고 일상생활에 부딪히는 수학적 문제를 해결할 수 있고 더 나아가 고등학교 또는 이상에서 수학적 연구를 하는데 무리가 없게 된다. [그림 II-1]은 수학적 숙련도의 5가지 구성요소를 그림으로 나타낸 것으로 5가지 구성요소들이 서로 의존적이고 1차원적인 특징을 가지지 않는다는 것을 보여준다.

III. 연구 방법

연구 대상은 고등학교 1학년 정기 고사(중간고사, 기말고사)에 제시된 서술형 평가 문항과 서울시 교육청과 경기도 교육청에서 제시한 서술형 평가 문항이다. 연구자의 접근이 용이한 서울, 경기지역의 학교들을 대상으로 하여 2007개정 교육과정이 적용된 2010년에서 2012년도의 고등학교 정기 시험지를 수집하여 분석하였다. 서울 지역의 학교 시험지는 16개의 학교에서 수집하였으며, 인터넷 상에서 쉽게 다운받아 문서화 할 수 있는 시험지를 임의로 선택하였다. 경기 지역의 학교 시험지는 지인을 통해 8개 학교의 시험지를 수집하였다. 서울시 고등학교에서는 한 학교당 한 회의 시험지를 수집하였으며 경기도 고등학교에서는 한 학교에서 1년 동안 출제된 시험지를 모두 수집할 수 있었다. 따라서 수집된 시험지의 총 수는 서울 지역 21개 와 경기 지역 24개이다. 학교 시험지로부터 분석된 서술형 문항의 수를 살펴보면 서울지역은 총 93문항, 경기도 지역은 106문항으로 나타났다.

<p><평가 문항> 그림과 같이 4개의 평행선과 5개의 평행선이 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어지는 평행사변형은 모두 몇 개인지 구하시오. [10점]</p>	
<p><수정 평가 문항> 그림과 같이 4개의 평행선과 5개의 평행선이 만나고 있다. 4개의 평행선 중 인접한 두 평행선 사이의 간격은 6이고, 5개의 평행선 중 인접한 두 평행선 사이의 간격은 모두 1이다. 이때 넓이가 다르게 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 n, 이들 9개의 평행선으로 만들 수 있는 모든 평행사변형의 개수를 m이라고 할 때 $m - n$의 값을 구하시오. [10점]</p>	

[그림 III-1] 서울시 교육청 예시문항

서울시교육청(2011)은 교육과학기술부와 공동제작으로 서술형 평가 문항의 제작에서 채점까지 예시를 보여주고 있다. 이로 인해 현장에서 문항을 개발하는 교사들에게 도움을 주고

있으며 서술형 평가의 내실화를 지원하고 있다. 집합, 명제, 항등원, 이차방정식, 이차부등식, 여러 가지 부등식, 이차함수의 활용, 삼각함수, 순열 과 조합을 각각 2 문항씩 예시되어 있다. 2 문항사이의 관계는 대부분 평가 문항 한 개와 수준이 다른 유사 문항으로 제시되어 있다. 순열과 조합 단원에서는 앞에 제시된 평가 문항의 문제점을 분석하여 수정된 유사문항을 제시해 놓았다. [그림 III-1]은 서울시 교육청에서 제시한 예시문항이며 분석된 총 문항의 수는 24문항이다.

경기도 교육청은(2011)은 다양한 배움 중심 수업을 위해 과정 중심의 평가가 내실 있게 실시될 수 있도록 창의적 문제 해결력 신장을 위한 서술형·논술형 평가 문항 자료를 제시하여 학교의 여건이나 학생의 수준에 맞추어 교사가 재구성하여 활용할 수 있도록 하였다. 평가 방법의 혁신, 평가의 방향, 수학 교과와 서술형·논술형 평가 문항의 제작에 대한 안내 뿐만 아니라 평가 문항에 따른 예시답안, 채점기준, 채점 시 유의사항 등 서술형·논술형 평가 출제 및 채점과 관련하여 구체적인 예시자료를 충실하게 담고 있다. 경기도 교육청은 교사들이 서술형·논술형 평가를 계획하고 실행하는 데에 실질적인 도움을 줄 수 있도록 하였다. 예시 문항은 다항식, 방정식과 부등식, 도형의 방정식, 집합과 명제, 여러 가지 부등식 단원에서 1문제씩 제시되었고, 다양한 평가 방법을 위해 활동을 통한 수행 평가 예시 문항도 서술형, 논술형 평가 문항과 함께 제시되었다.

24개의 학교 정기고사의 서술형 평가 문항은 각 학교마다 다양한 형태로 출제된다. 이러한 문항을 수학 과제 틀과 수학적 숙련도로 분석하기 위해 몇 가지 기준을 세우기로 했다.

첫째, 하나의 문제에 여러 개의 소 문제가 존재할 경우 문제의 성격에 따라 하나의 문제 또는 그 이상의 문제로 구분한다. 예를 들어, 소 문제가 한 가지 문제를 풀기 위한 과정을 나타내는 경우는 전체를 하나의 문제로 보기로 하며, 소 문제에서 물어보는 문제의 성격이 서로 관련성이 없는 경우는 각각을 하나의 문제로 보기로 한다.

둘째, 서술형 평가 문항은 높은 수준의 인지적 노력을 요구하더라도 그 문제가 교과서나 익힘책에 제시되어 있을 경우 기억을 회상하는 복습에 가까운 문제가 될 수 있으므로 낮은 인지적 수준으로 포함시킨다.

셋째, 인지적 노력 수준의 기준은 학생들의 사고 과정이므로 교사들이 제시한 서술형 평가 문항의 출제의도에 관계없이 학생들의 수학적 사고 과정을 기반으로 철저히 수학과제 분석틀을 따르기로 한다.

이 연구는 수학과제 분석틀(Memorization Tasks, Procedure Without Connection Tasks, Procedure With Connection Tasks, Doing Mathematics Tasks) 뿐만 아니라 NRC의 수학적 숙련도(Conceptual Understanding, Procedural Fluency, Strategic Competency, Adaptive Reasoning, Productive Disposition)로도 분석하였다. 학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항을 두 가지 분석틀로 분석할 뿐만 아니라 두 가지 수학과제 분석 방법을 비교하기도 하였다. 수학과제 분석틀에 제시된 4가지 인지적 노력수준을 기준으로 계산, 이해, 적용, 추론의 4가지 능력이 얼마나 포함되어 있는지 분포를 조사하였다. 즉 M, PNC, PWC, DM문항들을 기준으로 각각에 포함된 수학적 숙련도의 비율을 소수로 나타내었다. NCTM(1989)의 평가 규준 중 학생 평가를 위한 7가지 기준으로는 수학적 능력, 문제 해결,

의사소통 추론, 수학적 개념, 수학적 절차, 수학적 성향이 있다. 앞에서 언급한 두 가지 분석틀은 NCTM(1989)의 평가 기준을 잘 반영하고 있다. 수학 과제 분석틀로 199문항을 분석하였을 때, 기준이 모호한 문제는 저자간의 지속적인 협의를 거쳐 결정함으로써 신뢰도와 타당도를 높이려고 노력하였다.

IV. 결과

1. 서술형 평가의 인지적 노력수준(cognitive demand)

서울, 경기 지역을 중심으로 기출 문제 사이트와 지인을 통해 구한 24개 학교의 서술형 평가 문항을 Smith & Stein(1998)이 제안한 수학 과제 분석틀에 따라 분석하였다. High-Level 문항은 총 199문항 중 59문항(30%)으로 나타났고 Low-Level 문항은 139문항(70%)으로 High-Level 문항보다 상대적으로 높은 비율을 차지했다. 지역별 서술형 문항을 유형별로 살펴보면, High-Level 문항은 Procedure With Connection[PWC] 와 Doing Mathematics[DM] 로 구성되어 있다. PWC 문항은 총 24%의 비율을 보였고 서울 지역은 28%, 경기지역은 20%로 나타났으며 DM 문항은 총 6%의 비율을 보였고 서울 지역 4%, 경기지역 8%로 서술형 평가 문항에 출제되는 비율이 가장 낮았다(표 IV-1). 서술형 평가 문항의 Low-Level 문항은 Procedure Without Connection[PNC] 와 Memorization[M]으로 구성되어 있다. PNC 문항은 총 62%로 서울 지역 60% 과 경기지역 64%의 비율을 보여 전반적으로 두 지역에서 모두 높게 나타났다. M문항은 서울 경기 지역에서 모두 8%로 PNC에 비해 비교적 낮게 나타났다.

<표 IV-1> 서술형 평가 문항별 인지적 노력수준

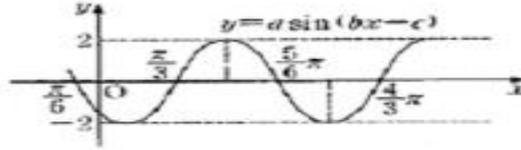
수준 유형 지역	Low Level		High Level	
	M	PNC	PWC	DM
경기도	8% (8/106)	64% (68/106)	20% (21/106)	8% (9/106)
서울	8% (8/93)	60% (55/93)	28% (26/93)	4% (4/93)
소계	8% (16/199)	62% (123/199)	24% (47/199)	6% (12/199)
총계	70% (139/199)		30% (59/199)	

Memorization[M] 문항은 공식을 직관적으로 확인하기 위한 목적으로 과정이 없거나 과정이 짧아 빠른 시간 안에 문제를 정확히 풀 수 있는 문항이다. 서술형 평가 문항에 제시된 M 문항(8%)은 공식을 기억하고 있는지 확인하는 문제의 비율이 높았고, 대부분의 M문항은 서술형 문항 중 첫 번째로 위치되어 있어 M 문항의 유일한 구성상의 특징을 가지고 있었다. M문항으로 출제된 단원으로는 근과 계수와의 관계, 명제의 역, 이, 대우 서술하기, 내분점과 외분점 구하기 등이 있었다. 다음 [그림 IV-1]은 서울 지역 학교 시험지에서 출제된 서술형 평가 문항이며 M 문항으로 분석된 대표적인 문항이다. 주어진 그래프를 보고 “ $y = a \sin(bx + c)$ ”의 문자 a, b, c 가 그래프에서 어떤 역할을 하는지 기억하여 숫자를 찾는 문항이다. [그림 IV-2]은 삼각함수의 그래프 단원의 교과서에 제시된 부분이다. 이 사실만 기억하고 있으면, 주어진 그래프를 눈으로 확인하여 이에 적절한 a, b, c 를 쉽게 찾을 수 있다. 즉, 이러한 문항은 수학적 사실을 기억하고 있는지 확인하는 문제이며 학생이 무엇을 해야 할지가 명확하고 과정이 짧다.

Procedures Without Connection[PNC]문항은 63%로 나타났는데, 서술형 평가 문항 중 가장 높은 비율을 차지하였다. PNC문항은 이전에 배웠던 수학 내용을 기억하거나 전에 해결했던 수학 경험을 이용하여 알고리즘 절차에 따라 문제를 해결하는 문항이다. 수학적 사고력을 높이기보다는 정답을 강조하는 특징을 가지고 있다. PNC 문항이 서술형 문항에서 가장 높은 비율을 차지하는 만큼 PNC 문항만이 가지는 특징을 찾을 수 있었다. 서울과 경기도 지역을 포함하여 학교 정기고사에 출제된 PNC 문항이 가지는 공통적인 특징은 다음과 같다.

첫째, 교과서나 문제집에서 자주 볼 수 있는 익숙한 문제로 출제되어 학생들이 문제를 모호하지 않게 해결할 수 있고 이전에 학습한 경험에 기초하여 문제를 해결할 수 있도록 구성되었다. 이러한 예시로 교과서에 제시된 문제를 숫자만 바꿔서 서술형 문항으로 출제된 문항이 있다. 이러한 문항을 학습한 학생들은 단순히 풀이 과정을 기억하여 그대로 따라할 수 있으며 내용을 얼마나 기억하고 있는지를 평가하는 문제가 될 수 있다. 또한 이러한 문항이 교과서에 제시되어 있다면 자연스럽게 이미 학습할 기회를 갖게 되어 학습을 확인하는 복습으로서의 평가가 될 수 있다. [그림 IV-3]은 $y=x$ 대칭일 때, 유리함수의 그래프가 가지는 의미를 통해 수학적 개념 과 이해를 우선적으로 하는 PWC 문항이다. 하지만 [그림 IV-4]를 보면 A학교에서 출제된 문제가 교과서에서 숫자만 바뀌어서 나온 문제로 PNC 문항으로 볼 수 있다.둘째, PNC 문항들은 대부분 여러 개의 소문항으로 구성되어 있어 한 문제를 풀기 위해 필요한 과정을 단계별로 제시하는 것으로 나타났다. 수학적 개념과 이해를 스스로 탐구하고 사고하는 과정을 소문항으로 제시하면, 학생들은 사고가 제한되고 주어진 문제에 학생들이 이끌려 문제를 해결하게 된다. 따라서 노력보다는 단순히 알고리즘을 통해 답을 구하는 문제로 파악되기 쉽다. [그림 IV-5]는 하나의 문항을 소문항으로 나누어 과정을 직접적으로 제시한 서술형 문항이다.

$y = a \sin(bx + c)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, b > 0, c$ 는 최소의 양수)



[그림 IV-1] ㄱ 학교 정기고사의 M 문항

- $-1 \leq \sin x \leq 1$
 $-1 \leq \cos x \leq 1$
- 함수
 $y = \sin(ax + b)$ 와 $y = \cos(ax + b)$ 는 주기가 $\frac{2\pi}{|a|}$ 인 주기함수이고, 함수
 $y = \tan(ax + b)$ 는 주기가 $\frac{\pi}{|a|}$ 인 주기함수이다.

[그림 IV-2] ㄱ 학교에서 사용하는 교과서(A출판사 수학 익힘책, 2012, p. 253)

유리함수 $y = \frac{kx}{x+1}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 풀이 과정을 써서 구하시오.

[그림 IV-3] ㄴ 학교 정기고사의 PNC 문항 1

유리함수 $y = \frac{kx}{x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하여라. (5점)

[그림 IV-4] ㄴ 학교에서 사용하는 교과서 예시 문항 (B출판사, 2012, p. 235)

직선 $y = 2x - 4$ 를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 a 만큼 평행이동 하면 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 10$ 에 접한다고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 직선 $y = 2x - 4$ 를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 a 만큼 평행이동한 직선의 방정식을 구하시오.
- (2) (1)에서 구한 직선의 방정식과 원의 방정식을 연립하여 x 에 대한 이차방정식을 구하시오. (단, x 에 대한 내림차순으로 정리)
- (3) (2)에서 구한 이차방정식을 이용하여 실수 a 의 값들의 합을 구하시오.

[그림 IV-5] PNC 문항 2

셋째, 실생활에서 볼 수 있는 현상을 수학과 연관시켜 문제가 출제되었지만 실제로 학생들이 문제를 해결하는 과정에는 수학적 의미를 탐구하는데 도움이 되지 않았다. 실생활 문항은 4문항이었고 그 중 3문항은 PNC문항으로 나타났다. 이러한 3 문항의 특징은 실생활 문제이지만 실생활과 관련된 소재를 문제에 적용했을 뿐 수학적 의미와 연결하지 못했다. 2007 개정 수학과 교육과정에서는 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하는 해결하는 능력과 생활주변의 여러 가지 현상을 분석하고 조직하는 능력을 강조하고 있다. 하지만 학교 정기고사에 제시된 서술형 문항 중 실생활 관련 문항의 비율은 낮았으며 서술형 문항에 제시된 실생활 관련 문제를 통해 수학의 외적 부분을 수학적으로 표현하는 학습을 기대하기 어려울 것으로 예상되므로 실제 학교 현장에 수학 교육과정의 목표가 반영되지 못하고 있음을 알 수 있었다. 실생활 문제는 주어진 상황을 이해하면서 주변 상황을 수학적인 생각과 관련시켜 깊이 있는 사고로 발전시킬 수 있도록 도움을 주지만 [그림 IV-6]을 보면 주어진 문제가 수학적 의미와 연관이 없으며 단순한 계산 문제에 실생활 상황이 포장되었다는 것을 알 수 있다.

이제 서술형 평가 문항의 High-Level 문항 분석 결과를 살펴보면, 총 30%의 비율이 나타났으며 그 중에서 24%은 Procedures With Connection[PWC]문항으로 6%만이 Doing Mathematics[DM]문항으로 나타났다. Low-Level 문항과 High-Level 문항의 가장 큰 차이는 과제를 해결하는 과정 속에 수학적인 개념과 이해가 포함되느냐의 여부이다. 서술형 평가 문항이 학교 정기고사에 도입된 이유는 단순 지식과 기능을 암기하고 습득하는 것이 중요한 것이 아니라, 널려있는 많은 자료들을 스스로 평가하고 취사선택하며 이를 분석하고 종합하여 자신의 기존 지식과 함께 융화시켜 스스로의 언어로 표현할 수 있는 고등정신능력이 요구되기 때문이다(서울시교육청 서술형 평가 장학자료집, 2010, p. 3). 이러한 이유로 서술형 평가 문항은 학생들에게 수학적인 개념을 사고하도록 요구하는 High-level 문항을 필요로 한다는 것을 알 수 있다. 먼저 PWC 문항으로 분석된 서술형 평가 문항의 예는 [그림 IV-7]과 같다. 이 서술형 평가 문항은 삼각형의 넓이가 최소가 되기 위해서는 점 p의 위치를 스스로 생각해야 하는 문제이다. 학생들은 다양한 접근법을 시도할 것이고 이 때 선분 AB와 같은 기울기를 가지는 원의 접점이 점 p라는 사실을 파악하기까지 어느 정도의 인지적 노력과 수학적 이해를 필요로 한다. 이 문제는 과제를 해결하는 과정 속에 수학적 개념과의 연결성을 요구하는 PWC 문항이다.

실생활에서 접할 수 있는 상황을 수학적인 구조로 변화시켜 식으로 완성시키는 PWC문항도 있다. [그림 IV-8]은 실생활의 문제를 삼차방정식을 이용하여 풀 수 있는 서술형 평가문항이다. 이 문제는 시각적인 자료인 그림이 제시되지 않아 학생들 스스로 상황을 생각하거나 직접 그림을 그려서 상황을 이해해야 한다. 이와 같이 외부의 문제를 수학적으로 표현하는 과정은 수학적 이해와 개념을 발전시키는데 도움을 줄 수 있다. 또한, 이 문항은 학생 스스로 내놓은 정답에 논리적으로 설명을 해야 하는 특징이 있다. 이유를 서술하는 과정에서 논리적인 관계를 생각할 수 있는 기회를 가질 수 있고 문제 해결 과정을 정리하여 정답을 확신할 수 있게 해준다. 다시 말해서 정답에 대한 근거를 서술해야 하므로 이 문제는 문제 해결력뿐만 아니라 의사소통 능력과 표현력까지 확인할 수 있다.

보안 유지를 위하여 반침이 없는 한글을 다음과 같이 전송하려고 한다. 자음 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ...에 순서대로 1, 2, 3, ..., 14를 대응시키고, 모음 ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ...에 순서대로 1, 2, 3, ..., 10을 대응시킨 다음 각 낱말을 순서쌍으로 만든다. 예를 들어 '나'는 (2, 1), '너'는 (2, 3)이다.

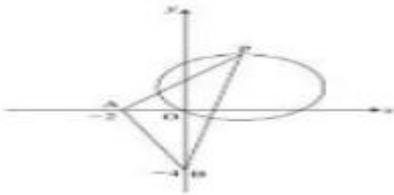
어떤 낱말을 전송하는 대신에 그 낱말에 대응하는 순서쌍을 (x, y) 라 할 때, $(x-y, x^2+y^2)$ 를 전송한다고 하자. 만일 순서쌍이 (1, 13)이 수신되었다고 할 때, 원래 보내려고 한 낱말을 구하시오.

(단, $\{(x, y) \mid x \leq 14, y \leq 10 \text{인 자연수}\}$)

- (1) 낱말을 구하는 식을 세우시오.
- (2) 풀이과정을 쓰시오.
- (3) 답을 쓰시오.

[그림 IV-6] PNC 문항 3

다음 그림과 같이 두 점 $A(-2, 0)$, $B(0, -4)$ 와 원 $x^2 + y^2 - 2(x+y) = 0$ 의 둘레를 움직이는 동점 P 가 있다. 이 때, 삼각형 ABP 의 넓이의 최솟값을 구하여라.



[그림 IV-7] PWC 문항 1

한 모서리의 길이가 x m인 정육면체를 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 1 m 이고 높이가 $\frac{x}{2}$ m 인 직육면체 모양으로 구멍을 파내었다니 남은 부분의 부피가 $62m^3$ 가 되었다. x 를 구하기 위한 방정식을 만들고 풀이과정을 써서 x 의 값을 구하여라. 또 방정식의 근 중 x 의 값이 될 수 없는 것을 찾고 그 이유를 설명하시오.

[그림 IV-8] PWC 문항 2

DM문항은 30%를 차지하는 서술형 평가 문항의 High-Level 문항 중에서도 6%의 비율로 나타났으며 전체 199개의 서술형 평가 문항 중 12개의 문항만이 DM 문항인 것으로 파악되었다. DM 문항의 비율은 수학 과제 분석틀인 4가지 유형 중에서 가장 낮은 것으로 나타났다. 서울시 교육청(2010)은 학생들이 답을 쓸 의욕을 불러일으키기 위해 응답곤란도가 낮은 평이한 문항을 다수 출제하려는 의도를 가지고 있고 이러한 점이 DM문항의 낮은 비율에 어느 정도 반영되었을 것으로 짐작할 수 있다. 또한, DM 서술형 평가 문항은 대부분 마지막에 제시되었다는 점에서 그 구성상의 특징을 가지고 있다는 것을 알 수 있었다. [그림 IV-9]는 DM으로 분석된 서술형 평가 문항인데 증명에 대한 문제로 상당한 인지적 노

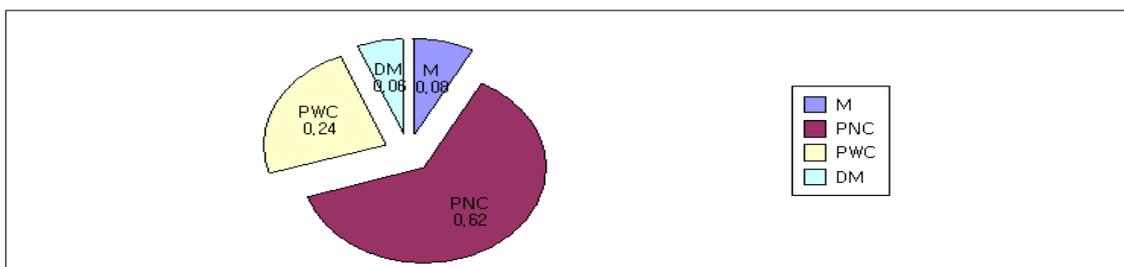
력을 필요로 한다. [그림 IV-9]의 식이 성립하는지 증명하는 문제와는 다르게 두 다항식이 서로소이라는 조건을 확인하고 식을 어떻게 구성해야하는지 아이디어가 필요하다. 학생들이 익숙하게 풀어왔던 정답 중심의 문제가 아니기 때문에 처음부터 상당한 어려움을 느낄 수 있다. 또한, 이전에 학습한 지식과 경험을 토대로 식을 구성하고 문제 해결에 적절한 식인지 인지적 사고를 해야 한다. 따라서 [그림 IV-9]는 풀이과정을 서술하는데 상당한 시간이 소요되고 상당한 인지적 노력을 요구하는 DM문항이다.

학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항을 수학과제 분석틀에 의해 분석한 결과를 종합적으로 보면 [그림 IV-10]과 같다. 구체적으로, Low-Level 문항에 속하는 PNC문항이 63%로 가장 높은 비율로 나타났으며, 그 다음은 High-Level 문항에 해당하는 PWC문항이 26%로 비율로 나타났다. M문항과 DM문항은 각각 7%, 6%로 낮은 비율을 보였다. PNC문항은 두 번째로 높은 비율을 보였으나 반 이상의 비율을 차지한 PNC문항에 비해 상대적으로 비율이 낮다는 것을 알 수 있었다. 또한, 단순한 지식과 공식을 암기하여 문제를 해결할 수 있는 과제는 학생들이 수학을 공부하기 위해 필요한 부분이지만 다양한 수학적 사고력 향상과 수학적 힘을 기르기 위한 서술형 문항 도입 목적을 고려할 때 PNC문항으로 편중된 것으로 나타났다. 총 45개의 학교 정기고사에 출제된 서술형 평가 문항에서 DM으로 분석된 문항은 5개의 시험지에서만 나타났고, 모두 Low-Level(M, PNC)문항만 출제한 시험지의 개수가 45개 중 11개로 나타났다.

다음 명제를 증명하시오.

“두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 서로소면 $f(x)+g(x)$ 와 $f(x)-g(x)$ 가 서로소다. (단, $f(x), g(x)$ 는 1차 이상의 다항식이다.)” (단, 대우는 이용하지 마시오.)

[그림 IV-9] DM 문항



[그림 IV-10] 인지적 노력수준에 따른 서술형 평가 문항 분석결과

2. 수학적 숙련도 (Mathematical proficiency)

National Research Council(2001)은 수학을 성공적으로 학습하기 위해 필요한 5가지의 구성요소들을 제시하였는데, 계산(procedural proficiency), 이해(conceptual understanding), 적

용(strategic competence), 추론(adaptive reasoning), 태도(productive disposition) 의 다섯 가지 요소들의 연결된 총합체를 수학적 숙련도(Mathematical proficiency)라 정의한다. 이 연구에서는 태도는 서술형 평가 문항에서 분석하기 어려운 요소이므로 제외시키기로 한다. 이 5가지 요소는 서로 독립적이지 않으므로 한 문제에 2개 이상의 요소가 포함될 수 있다. 따라서 하나의 서술형 문항 안에 포함된 여러 개의 수학적 숙련도를 조사하여 전체 문항에서 각각의 수학적 숙련도가 포함된 문항의 비율을 조사하였다.

전체적으로, 수학적 숙련도의 4가지 구성요소를 살펴보면 계산능력이 89%로 가장 높은 비율로 나타났고 이해능력은 45% , 적용능력은 30% 그리고 추론 능력은 17%로 서술형 문항에 포함되어 있었다(표 IV-2). 계산은 대부분의 서술형 평가 문항에서 요구되는 구성 요소이며 사칙연산과 같은 수학적 과정을 유연하고 정확하고 적절하게 사용하는 능력이다. ‘수학적 개념, 수학적인 용어를 묻는 문제’나 ‘공식을 확장하여 서술하는 문제’ 를 제외하고 모두 포함되는 것으로 나타났다. 계산(절차의 능숙함)은 계산을 효과적으로 정확하게 수행하는 능력 과 절차를 언제 어떻게 적절하게 사용할 것인가를 판단하는 능력을 말하는데, 학생들에게 절차의 유연성을 갖게 해주기 때문에 필수적인 요소이지만 개념적인 이해 없이 과정만 배운다면 단지 그 과정만 사용할 뿐 문제에 과정을 적용하는 능력에 어려움이 있을 것이다. 그러므로 계산만을 포함한 문제는 수학적인 개념과 연결성이 적어 학생들은 배운 과정만 사용하게 되고 해결할 수 있는 문제의 수가 제한된다. 경기도와 서울 학교 정기고사의 서술형 평가 문항을 수학적 숙련도로 분석한 결과, 오직 계산만을 포함한 서술형 평가 문항은 전체 문항 중 38%로 3문제 중 1문제 이상이 수학적 의미가 없는 단순 계산 위주의 문제라는 사실을 알 수 있었다.

<표 IV-2> 수학적 숙련도에 따른 서술형 문항 분석 결과

지역 \ 유형	계산	이해	적용	추론
경기도	91% (96/106)	44% (47/106)	20% (21/106)	17% (18/106)
서울	86% (80/93)	45% (42/93)	42% (39/93)	17% (16/93)
총계	89% (177/199)	45% (89/199)	30% (60/199)	17% (34/199)

지역별로 수학적 숙련도의 구성요소의 비율을 살펴보면, 경기도와 서울 학교의 서술형 평가 문항에서 계산(Procedural Fluency)이 각각 91%, 86%로 높은 비율로 나타났고 그 다음으로 이해(Conceptual Understanding)는 경기도 44%, 서울 45% 로 경기도와 서울 학교의 서술형 평가 문항에 비슷한 비율로 구성되는 것으로 나타났다. 적용(Strategic Competence)은 경기도 20%, 서울 42%로 서울 지역 학교에서 출제된 서술형 평가 문항에서 경기도 학교의 서술형 평가 문항보다 비교적 많이 포함되었으며, 추론(Adaptive Reasoning)은 두 지

역 모두 17%로 같은 비율로 나타났다.

[그림 IV-11]은 서울 학교에 출제된 서술형 평가 문항으로, 이 문제를 해결하기 위해서는 무리함수에 $|x|$ 가 있는 경우 어떤 그래프의 성질을 갖는지 생각해야 한다. 기존에 이해를 바탕으로 습득한 무리함수와 절댓값 함수를 습득했다면 쉽게 해결가능한 문제이다. 또한 직선 $y=x-k$ 와 $y=\sqrt{x+|x|}$ 이 서로 다른 세 점에서 만난다는 상황을 이해하고 이에 맞는 적절한 전략을 세워야 한다. 따라서 이 문항은 수학적 숙련도의 구성요소 중 ‘계산, 이해, 적용’을 포함한 서술형 평가 문항으로 볼 수 있다. 이와 유사한 문제로 경기도 학교에서도 출제된 문제는 함수와 직선사이의 관계를 묻는 문제(그림 IV-12)를 쉽게 찾을 수 있다. [그림 IV-12]는 [그림 IV-11]의 문제와 다르게 두 그래프를 그리지 않아도 두 함수 값이 같다고 가정하면, 학생들에게 익숙한 이차방정식이 나오므로 절차의 능숙함만으로 문제를 해결할 수 있다. 이러한 경우 학습자에게 원과 직선이 기하학적으로 어떻게 만나는지 그리고 만나는 경우에 따라 왜 이러한 풀이 과정이 만들어지는지에 관한 관계를 탐구할 기회를 제공하지 않게 되며, 계산 능력만을 요구하는 문항으로 볼 수 있다. 다음 [그림 IV-13]에 제시한 문항은 수학 구성요소 중 추론 능력(Reasoning)을 포함한 서술형 평가 문항을 잘 보여주는 예이다. 추론 능력은 문제 해결 과정 안에 패턴, 유추, 귀납적 추론 등 광범위한 수학적 추론을 포함한다. [그림 IV-13]은 방정식의 허근을 구하고 허근의 거듭제곱을 통해 순환하는 값을 귀납적으로 추론하여 집합 A 의 원소의 개수를 구하는 문제이다. 나아가 근과 계수와의 관계를 이용하고 적절한 연산 작용을 통해 집합 A 에 존재하는 원소의 개수를 구하는 문항으로 계산, 개념적 이해 그리고 추론 능력을 포함한다.

[주관식] 함수 $y=\sqrt{x+|x|}$ 와 직선 $y=x-k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

[그림 IV-11] 계산, 이해, 적용이 포함된 문항

원 $x^2+y^2=4$ 와 직선 $y=-x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위를 구하시오.

[그림 IV-12] 계산이 포함된 문항

방정식 $x^3-3x^2+3x-2=0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, 집합 $A=\{\alpha^n+\beta^n \mid n \text{은 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[그림 IV-13] 계산, 이해, 추론이 포함된 문항

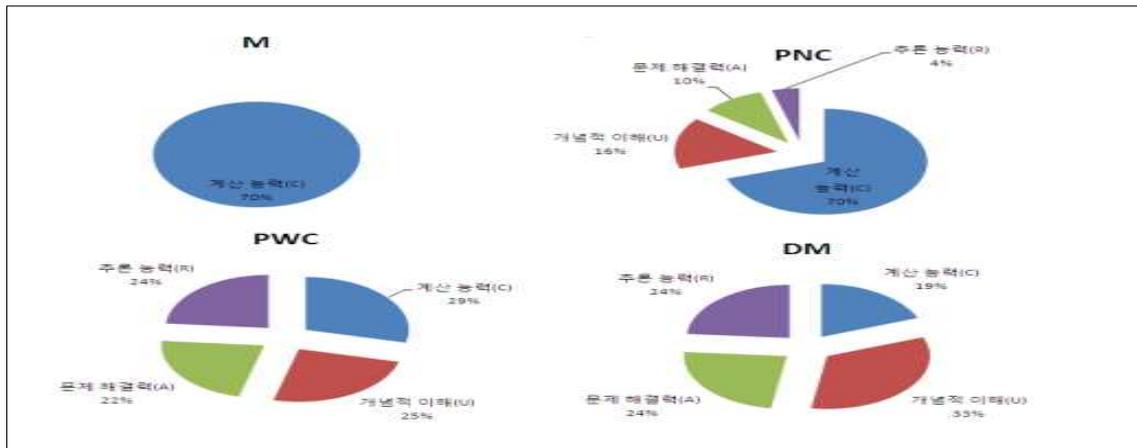
지금부터는 서술형 평가 문항을 인지적 노력수준(cognitive demand)과 수학적 숙련도(mathematical proficiency)로 분석한 결과를 종합적으로 자세히 살펴보고 있다. 수학적 숙

련도는 한 문항 안에 2개 이상의 요소가 포함될 수 있으므로 인지적 노력수준을 기준으로 수학적 숙련도의 구성 비율을 살펴보았다. 먼저, 서술형 문항을 수학 과제 분석틀로 분석하였을 때, High-Level로 분석된 문항(PWC, DM)들은 수학적 숙련도의 4가지 요소가 종합적으로 포함되어 있었고 Low-Level(M, PNC)로 분석된 문항들은 수학적 숙련도의 4가지 요소가 단편적으로 포함되어 있었다(표 IV-3).

<표 IV-3> 인지적 노력수준에 포함된 수학적 숙련도의 비율

수학적 숙련도 \ 인지적 노력수준	M	PNC	PWC	DM
계산	0.70	0.97	0.98	0.5
이해	0	0.22	0.85	0.87
적용	0	0.14	0.76	0.62
추론	0	0.06	0.80	0.62

Low-Level의 M문항은 계산 능력만을 포함하고 있으며 PNC문항은 계산 능력이 0.97, 개념적 이해 0.22, 문제 해결력 0.14 그리고 추론 능력 0.06으로 수학적 숙련도 중 계산 능력이 가장 높은 비율을 차지했다. 이에 반해 High-Level 문항 중 PWC문항은 수학적 숙련도의 4가지 요소가 모두 0.70 이상의 비율을 나타냈으며 DM은 계산 능력을 제외한 3가지 능력에 모두 0.62 이상의 비율을 보였다. [그림 IV-14]는 <표 IV-3>에 나타난 수학 과제 분석틀과 수학적 숙련도 사이의 관계를 나타낸 원형 그래프이다.



[그림 IV-14] 인지적 노력수준의 수학적 숙련도 비율에 관한 원형그래프

M 문항은 ‘공식을 알고 그 공식에 숫자를 대입하여 해결하는 문항’과 ‘수학적 용어나 공식을 기억하고 있는지 물어보는 문항’으로 출제된다. 따라서 M문항은 수학적 숙련도 중에서 계산 능력만을 요구하는 문항 (11 문항) 과 수학적 숙련도를 모두 포함하지 않는 문항(5문항)으로 분석되었다. PNC 문항 살펴보면, PNC 문항에 포함된 계산 능력의 비율이 0.97 로 대부분의 PNC 문항은 계산 위주의 문제라는 걸 알 수 있다. 실제로 PNC문항에서 계산 능력만 포함된 문항은 65문항으로 50%이상 차지하였다.

PWC 문항은 수학적 숙련도의 4가지 구성요소를 모두 복합적으로 포함하고 있으며 PWC 문항은 추론을 제외하고 계산, 이해 그리고 적용을 포함한 문항이 19문항으로 가장 많이 나타났다. DM 문항은 문항의 특성상 계산 능력보다는 수학적 의미를 스스로 탐구하여 논리적으로 분석하는 문항이므로 다른 인지적 수준에 비해 계산 능력을 적게 포함되어 있었다. DM 문항은 수학적 숙련도의 구성요소 4가지를 모두 포함한 문항이 3문항으로 가장 많이 나타났다.

수학적 숙련도(Mathematical Proficiency)는 계산, 이해, 적용, 추론이 모두 독립적이지 않고 서로 의존적일 때, 수학적 숙련도 발전에 도움이 된다(NRC, 2001). 서술형 평가 문항은 단순 계산 문제를 지양하고 수학적 글쓰기를 통한 구성 능력 향상과 논리적 사고력 향상을 위해 만들어진 새로운 평가 수단이다. 인지적 수준이 높은 High-Level의 서술형 문항은 수학적 숙련도의 4가지 구성 요소를 모두 포함한 비율이 높으므로 서술형 평가 문항의 출제 목적과 잘 부합된다고 생각할 수 있다. 이에 반해 Low-Level 문항은 M 문항에서 70%, PNC 문항에서 55%는 계산 능력만을 요구한 문항이었다.

2. 서울시 교육청에서 제시한 서술형 예시 문항 분석

2010년 ‘수학과 서술형 평가 문항 자료집(고등학교)’을 발간하였다. 수학과 서술형 평가의 중요성과 출제 원리, 출제 계획에서 채점 완료까지의 절차 안내와 문항 구성상 유의사항, 채점 기준, 채점 시 유의사항 등 서술형 평가 출제 및 채점과 관련하여 구체적인 예시 자료가 포함되어 있었다. 수학과 서술형 평가 문항 자료집에 담긴 예시 문항은 현장에 있는 교사들에게 서술형 문항을 계획하고 제작하는데 기준이 될 수 있다. 따라서 ‘수학과 서술형 평가 문항 자료집’에 담겨 있는 수학 10-가, 나 예시 문항을 Smith & Stein(1998)이 제시한 수학 과제 분석틀로 분석하고자 한다.

<표 IV-4>는 서울시 교육청 서술형 평가 문항을 수학 과제 분석틀에 따라 분석한 결과와 서울 지역 고등학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항 분석 결과이다. ‘수학과 서술형 평가 문항집’은 집합부터 조합까지 12단원에 포함된 23개의 수학 10-가, 나 의 서술형 예시 문항이 제시되어 있으며 그 중 M문항으로 분석된 서술형 예시 문항은 없었다. PNC 문항은 70%로 가장 높은 비율을 차지하였고 PWC문항은 26%, DM문항은 4%로 나타났다.

<표 IV-4> 서울 학교와 서울시 교육청 문항의 인지적 노력수준

수준	Low-Level		High-Level	
	M	PNC	PWC	DM
서울 학교	8%	60%	28%	4%
정기고사	(8/93)	(55/93)	(26/93)	(4/93)
서울시 교육청	0%	70%	26%	4%
예시문항	(0/23)	(16/23)	(6/23)	(1/23)

‘수학과 서술형 평가 문항집’은 한 단원에 서술형 2문항을 서로 다른 수준으로 나누어 제시하였고, 조합 단원의 경우 잘못 출제된 서술형 문항과 이를 수정한 예시 문항으로 제시했다. 여기서 조합 단원의 서술형 예시 문항은 수정한 예시 문항만 분석하기로 한다. 나머지 단원에 제시된 서술형 예시 문항은 난이도를 다르게 제시하였지만 수학 과제 분석틀로 분석한 결과, 모두 PNC 문항으로 분석된 문항은 12단원 중 6단원으로 50%가 한 단원 전체의 예시 문항이 PNC 문항이었다.

2007 개정 수학과 교육과정은 수학적 사고력 신장과 현실세계에서의 수학의 역할과 유용성 인식을 강화를 강조하고 있다. 평가에는 의사소통 능력을 평가 항목에 제시하고 문제 해결력 신장을 위해 새로운 문항을 만들기를 교수, 학습방법 중 하나로 제시하였다(교육인적자원부, 2007). 서술형 평가 문항은 수학적 글쓰기로 통해 학생들의 수학적 의사소통을 평가 할 수 있는 방법이 되며 또한 결과 중심의 선다형으로 확인하기 어려운 논리적 추론 능력을 평가할 수 있다. 그러나 교육청 서술형 예시 문항과 학교 정기고사의 서술형 문항을 보면 대부분이 PNC 문항이었다. 2010년부터 서울시 교육청과 경기도 교육청은 서술형 문항 반영 비율 30%에서 50%까지 확대하고 있다. 그러나 학교 정기고사에 출제되고 있는 서술형 문항의 High-Level 문항은 1~2문제 출제되는 것으로 나타났다.

V. 요약 및 결론

이 연구는 2007 개정 교육과정에서 지향하는 서술형 평가의 성격과 목표가 실제 학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항과 얼마나 잘 부합되고 있는지 알아보기 위함으로 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다. 첫째, 학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항을 수학 과제 분석틀(Mathematical Task Analysis Guide)과 수학적 숙련도(Mathematical Proficiency)에 따라 분석하였을 때, 문항의 인지적 수준은 어떠한가? 둘째, 2007년 개정 교육과정의 목표와 내용이 반영되도록 정기고사의 서술형 평가 문항이 어떻게 제시되고 있는가? 따라서 2007 개정 교육과정에 해당되는 2010년~2012년 고등학교 1학년의 학교 정기고사 중 199개의 서술형 평가 문항을 분석하였다. 또한 서술형 문항의 인지적 노력수준(cognitive demand)과 수

학적 숙련도의 구성 비율을 조사하였으며 학교 정기고사에 제시된 서술형 문항들의 특징을 살펴보았다.

Smith & Stein(1998)이 제안한 수학 과제 분석틀로 분석한 결과를 살펴보면 서울과 경기 지역의 서술형 평가 문항은 High-Level 문항이 30%, Low-Level 문항이 70%로 나타났다. 다시 High-Level 문항에 속하는 PWC 문항은 24%, DM 문항은 6%로 나타났고 Low-Level 문항에 속하는 PNC 문항은 62%, M 문항은 8%로 분석되었다. 또한 NRC에서 제안한 수학적 숙련도에 따른 서술형 평가 문항 분석 결과를 살펴보면 계산(Procedural Fluency)은 89%로 가장 높은 비율을 차지하였고 이해(Conceptual Understanding)는 45%, 적용(Strategic Competence)은 30% 그리고 추론(Adaptive Reasoning)은 17%로 나타났다. 위의 결과를 통해 대부분의 문항은 계산 과정을 포함하고 있었으며 수학적 이해를 발전시키기보다는 단순한 알고리즘을 통해 문제가 해결되는 특징을 가지고 있었다. 따라서 이러한 특징을 전반적인 서술형 문항의 특징이라 볼 수 있겠다. 이러한 결과는 학교 정기고사 뿐만 아니라 교육청에서 제시한 서술형 예시 문항에서도 비슷한 결과로 나타났다. 교육청 예시 문항을 살펴보면, High-level 문항은 30%, Low-level 문항은 70%로 정기고사에 제시된 서술형 문항의 인지적 노력수준이 같게 나타났다. 그러나 High-level에 속하는 DM 문항은 4%, PWC 문항은 26%로 나타났으며, Low-level 문항에 속하는 M 문항은 0%, PNC 문항은 70%로 조사되었다.

분석된 결과를 통해 서술형 평가 문항을 자세히 논의하면, 2007 개정 교육과정의 성격과 목표를 잘 반영하는 High-level 문항(Procedure With Connection[PWC], Doing Mathematics[DM]) 30%, 추론 능력 17%이다. 2007 개정 교육과정에서는 수학적 사고력의 신장을 기본 방향으로 교수, 학습 방법에서 수학적 의사소통과 추론 능력을 명시하여 더욱 강조하고 있다. 이러한 교육과정의 기본 방향은 서술형 평가에 영향을 주기 때문에 수학적 사고력을 높일 수 있는 창의적인 문항으로 구성되어야 한다. 그러나 실제로 학교 정기고사에 제시된 서술형 평가 문항은 낮은 인지적 수준을 요구하는 문항들로 구성되어 있어 문항을 통해 복합적인 사고를 기대하기 어려울 것이다. 이러한 결과는 서술형 문항을 출제하는 교사들의 인식과도 관련이 있다. 김민경 외(2012)는 서술형 평가에 대한 여러 가지 정의를 살펴보고 다음과 같은 점을 지적하고 있다. 즉, 교사들은 절차적 지식보다는 수학적 개념, 문제 해결력과 같은 개념적 지식을 측정하는 것을 서술형의 정의로 생각하고 있었으며 계산의 실수가 있다고 하더라도 문제 해결 과정의 논리성을 중시해야 한다는 인식을 가지고 있다는 것이다.

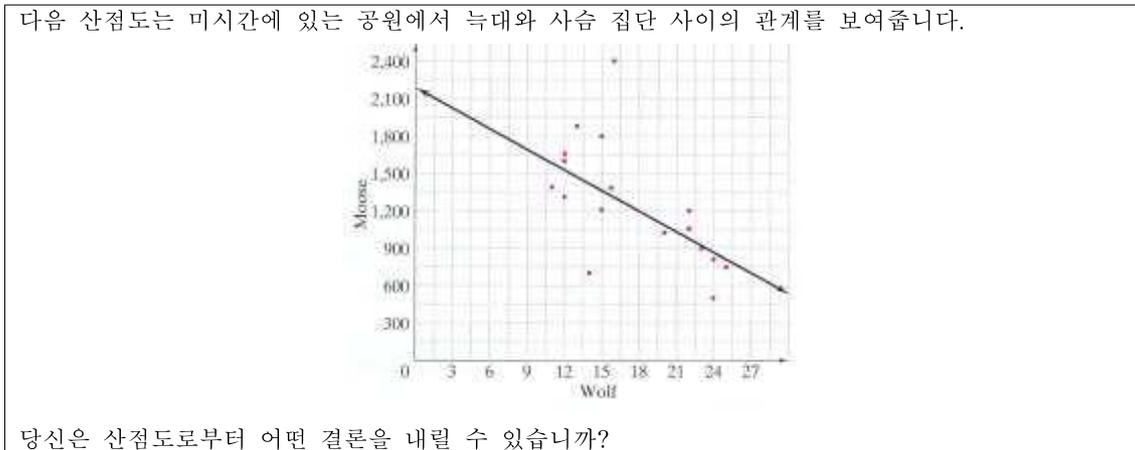
Arbaugh & Brown(2002)은 교사들이 과제를 볼 때 그래프를 이용하는 문항, 실생활 문항과 같이 문항의 형태나 문항에 이용되는 소재로 문항을 구분하는 경향이 있다고 하였다. 이것으로부터 교사들은 서술형 문항의 정의와 필요성을 제대로 인식하고 있음에도 불구하고 문항을 인지적인 측면에서 분석하고 분류하는데 어려움이 있는 것으로 생각할 수 있다. 이러한 문제점은 학교에 있는 교사뿐만 아니라 시·도 교육청에서도 나타나고 있다. 시·도 교육청에서는 교사들의 서술형 문항 개발에 어려움을 인식하고 서술형 예시 문항을 제공하

지만 제공된 문항 역시 Low-Level의 비율이 70%로 지필고사에 제시된 서술형 문항과 같은 비율로 나타났다. 따라서 교육기관은 문항을 표면적인 측면보다 인지적 노력수준과 같이 문항의 내용적인 측면으로 분석해야 하며 이러한 안목을 교사들이 가질 수 있도록 다양한 연수를 제공해야 할 것이다. 또한 교육양성기관에서도 예비교사들에게 문항을 올바르게 바라볼 수 있도록 교육해야 할 것이다.

선다형에서도 확인 가능한 수학적 능력들이 서술형 문항에 많이 포함되어 있었다. 특히, 계산 능력은 선다형 문항으로도 충분히 확인 가능한 요소이다. 서술형 문항은 계산 능력뿐만 아니라 학생들의 사고 과정을 글로 표현하여 파악할 수 있는 다양한 능력을 포함해야 한다. 즉, 서술형 평가는 문제 해결력, 수학적 추론, 수학적 의사소통 그리고 수학적 개념 등이 평가되어야 한다. 본 연구 결과를 보면 서술형 평가 문항은 계산능력을 포함한 문항이 89%를 보이고 있으며 특히 계산 능력만 요구하는 문항의 비율은 38%로 나타났다. 이 수치는 평균적으로 학교 정기고사에 출제되는 서술형 문항의 수가 대략 4개인 것을 생각하면 한 시험지에 제시되는 서술형 문항 중 한 문항은 계산 능력만을 요구하는 문항이라는 것을 의미한다. 학생들에게 다양한 인지적 수준의 사고를 요구하는 문항을 제시하는 것이 필요하다. 그러므로 정기고사에 제시되는 선다형 문항과 서술형 문항은 각각의 역할에 맞게 다양한 수준의 사고를 요구하도록 제시되어야 한다. 특히, 서술형 문항은 등장하게 된 배경을 생각할 때 수학적 글쓰기 능력, 수학적 의사소통과 같은 서술형 평가만이 가지는 장점이 나타나야 한다. 그러나 실제로 서술형 평가는 인수분해, 삼각방정식, 삼각부등식과 같이 풀이과정이 간단한 절차만을 요구하는 문항이 많이 제시되어 수학적 글쓰기가 적절히 평가되기 어려웠으며 이러한 문항은 자신의 아이디어를 다른 사람에게 표현하고 전달하는데 적절하지 못하다. 따라서 교사는 서술형 문항을 출제할 때 선다형 문항을 통해 알 수 없는 학생들의 수학적 능력을 고려하여 신중하게 출제해야 하며, 서술형 문항은 학생들의 다양한 수학적 능력에 관한 정보를 교사와 학생이 파악할 수 있는 의미 있는 평가가 되어야 할 것이다. 그러므로 교사에게는 서술형 평가의 필요성과 의미를 구현하기 위해 다양한 문제 해결을 요구하는 문항개발에 대한 노력이 필요하다.

정기 고사에 출제된 서술형 문항들은 대부분 교과서나 참고서에 익숙하게 나오는 유형으로 제시되었고 문항 곤란도가 낮아 오히려 선다형 문항보다 문제 해결이 어렵지 않은 문항으로 구성되어 있었다. 교사들은 서술형 평가 문항 제작할 때 교과서를 가장 많이 참고한다(김민경 외, 2012; 김민혁, 2013). 고등학교 1학년 교과서에 포함된 수학 과제를 분석한 김미희·김구연(2013)은 High-Level 과제가 6%, Low-Level 과제가 94%로, 특히, PNC 과제는 89%임을 밝혀냈다. 이와 같은 연구 결과와 비교하였을 때 서술형 평가 문항은 교과서에 제시된 수학 과제에 비해 High-Level 문항의 비율이 30%라는 수치로 상대적으로 높게 나타났다. 그러나 서술형 평가 문항에서 Low-Level 문항은 70%로 나타나 아직까지 교사들은 교과서의 문항을 높은 인지적 수준으로 구성하는데 부족함이 있다는 것을 알 수 있었다. 위와 같이 교과서에 제시된 수학 과제가 서술형 문항 제작에 가장 많이 참고 되는(김민경 외, 2012; 김민혁, 2013) 사실로부터 서술형 문항의 대부분이 PNC문항으로 분석되는 이유를 생

각할 수 있었고, 교사는 교과서의 문항을 어느 정도 수준을 높여 구성한다는 것을 알 수 있었지만 아직까지 교사들은 문항을 재구성하는 능력이 필요함을 알 수 있었다. 다른 한편으로 교과서 제시된 과제와 유사한 문항은 이미 연습된 문제이므로 학생들은 문제를 해결하는 과정을 학습하고 이러한 절차를 기억하여 과제를 해결한다(Hiebert 외, 1993). 앞에서 제시한 과제가 Procedures With Connection Tasks[PWC]라 된다고 하더라도 같은 구성인 과제를 숫자 또는 문자만 변형하여 사용한다면 그 과제는 결국 Memorization Tasks[M] 나 Procedures Without Connection Tasks[PNC]로 분석된다(홍창준 · 김구연, 2012). 또한 학생들은 교사로부터 이미 풀이 과정을 학습한 상태보다는 스스로 문제를 구성하고 계산 과정을 서술하는 것으로 학습할 때 학습이 더욱 촉진된다(Hiebert 외, 1993). 이러한 낮은 인지적 수준의 서술형 문항은 학생들의 수학적 힘을 평가하기에 적절하지 못하다. 즉, 앞에서 이미 학습된 절차를 기억하여 기술하는 문항은 2007개정 교육과정에서 요구하는 문제 해결력, 수학적 추론과 같은 고차원 사고 능력을 평가하지 못한다. 따라서 정기고사에 제시되는 서술형 문항은 교과서에 있는 유형을 그대로 옮겨 제시되기 보다는 교과서를 통해 학습한 과제를 기반으로 학생 스스로 풀이를 구성하여 해결 가능한 문항을 제시하는 것이 필요하다.



[그림 V] 미주리주 교육부에서 제시한 예시문항

이 연구에서 살펴본 서술형 문항의 대부분이 단답형과 풀이과정을 기술하는 폐쇄적인 형태인 것으로 나타났다. 김민경 외(2012)는 서술형 평가 문항의 인식 정도를 조사한 결과, 교사들은 개방형 문항(open-ended question)을 서술형 평가 문항과 가장 유사하다고 응답하였다. 그러나 실제 정기고사에 제시되는 서술형 문항은 답이 하나로 정해져 있는 폐쇄형 문항이었다. 본 연구의 대상과 같은 고등수준은 아니지만 중학생을 대상으로 한 미국의 서술형 예시 문항이 존재한다. [그림 V]은 미주리 주교육부에서 제시한 서술형 예시 문항으로, 중학교 3학년에 해당하는 것으로 그래프를 보고 x 축과 y 축사이의 관계를 묻는 문제이다. 이

문항은 학생에게 무엇을 해야 할지 구체적으로 명시하지 않고 그래프를 통해 알 수 있는 점을 서술하는 방식으로 구성되었다. 이 문항에는 어떤 답이 정해져 있지 않으며 그래프를 보고 알 수 있는 사실을 글로 표현해야 하므로 의사소통 능력과 그래프 해석 능력 등을 요구한다. 이 문항은 개방형 서술형 문항으로 정답이 하나로 정해져 있지 않으며 이러한 개방적인 서술형 문항은 학생들에게 다양한 생각을 가질 수 있으므로 발산적 사고를 요구한다. 김래영 외(2012)는 경기도와 오하이오 주의 서술형 평가 체제를 비교 분석하였을 때, 오하이오 주의 서술형 평가 문항은 응답 자유형이 5문항 중 2문항이었으며 해석적 추론, 분석적 추론, 예측하는 추론 등이 골고루 분포되어 있었지만 경기도 평가는 10문항 모두 응답 제한형으로 나타났다는 연구 결과를 제시하였다. 이는 본 연구와 유사한 결과를 가지며 학생들에게 다양한 수학적 사고 능력을 향상시키고자 하는 서술형 평가의 취지를 고려하여 문항을 개발하는 일이 필요하다는 공통된 결론을 가진다. 우리나라에서는 서술형 평가에 대한 관심이 높아지면서 서술형 문항의 출제 비율을 30%에서 50%까지 확대할 계획이라는 방침을 세웠지만(경기도 교육청, 2011; 서울특별시교육청, 2010) 이러한 형식적인 변화보다는 실제 서술형 평가의 궁극적인 목표인 수학적 추론과 문제 해결력과 같은 수학적 힘을 신장시키기 위한 내용적인 변화가 우선시되어야 한다. 또한 학생들이 논리적으로 생각하고 탐구하고 추론하는 수학적 힘을 구현할 수 있도록 개방형 문항과 같은 비정형적인 문제가 제시되어야 한다.

전반적인 연구 결과를 통해 수집된 서술형 문항들은 학생들의 인지적 수준을 높이기 위한 문항으로 보기 어려우며 2007 개정 교육과정에서 강조하는 수학의 방향으로 구현되지 못하고 있다. 또한 평가를 통해 교사들은 학생들의 정보를 얻을 수 있어야 하는데(NCTM, 2000) 선다형 문항으로도 알 수 있는 학생들의 학습 능력이 서술형 문항에 대다수 제시되는 경향이 보였으며 학교마다 제시되는 서술형 문항의 형태가 비슷했고 출제되는 단원도 학기별로 유사하였다. 따라서 교사들은 교과서나 참고서에 제시된 유형에만 의존할 것이 아니라 학생들의 학습을 향상시키기 위한 목적으로 참신하고 창의적인 문항을 구성해야 한다는 인식을 가져야 할 것이다. 이를 위해서 교육기관은 교사들에게 학생들의 인지적 수준을 고려한 문항 개발과 출제를 위해 다양한 교사 연수를 제공해야 할 필요가 있으며 서술형 문항의 다양한 예시와 채점 기준을 보여주기 보다는 수학적 힘을 길러줄 수 있는 문항이 되기 위해 필요한 수학과제분석틀을 제공하는 것이 중요하다. 수학과제분석틀을 제공함으로써 교사는 문항을 분석하고 분류하는 안목을 가지게 될 것이고 이러한 문항을 학습하는 학생들에게도 좋은 기회가 될 것이다.

참고 문헌

- 권지현, 김구연(2013). 중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학과제 분석. *수학교육*, 52(1), 111-128.
- 교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 8].
- 경기도 교육청(2011a). 수학과 서술형 평가 문항 제작.
- 경기도 교육청(2011b). 수학과 서술형 평가 문항의 출제원리와 유의점.
- 김구연(2011). How teachers use mathematics curriculum materials in planning and implementing mathematics lessons. *학교수학*, 13(4), 485-500.
- 김남준, 배중수(2006). 서술형 평가가 초등학생의 수학적 성향에 미치는 영향 연구. *한국초등수학교육학회지*, 10(2), 195-219.
- 김래영, 김구연, 노선숙, 김민경, 전지훈, 김기영, 이민희(2012). 중등 수학과 서술형평가 체계의 실제와 대안적 발전 방향 모색-경기도 창의·서술형 평가와 미국 오하이오 주 평가를 중심으로-. *수학교육논문집*, 26(3), 273-299.
- 김미희, 김구연(2013). 고등학교 교과서의 수학과제 분석. *학교수학*, 15(1), 37-59.
- 김민경, 조미경, 김래영, 김구연, 노선숙(2012). 한국과 미국의 초등수학 서술형 평가의 제도 및 문항 비교. *한국학교수학회논문집*, 15(2), 239-258.
- 김민경, 조미경, 주유리(2012). 서술형 평가에 대한 인식 및 실태에 관한 조사연구-서울시 소재 초등교사를 중심으로-. *한국초등수학교육학회지*, 16(1), 63-95.
- 김민혁(2013). 수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. *학교수학*, 15(3), 503-531.
- 김숙, 강현석(2009). 교육과정 정렬에 근거한 중학교 수학과 교육과정 분석. *교육과정연구*, 27(1), 111-139.
- 박석순, 김구연(2013). 수학 논술형 문항에 대한 중학생들의 인식 및 수학적 숙련도. *한국학교수학회논문집*, 16(1), 63-86.
- 서울특별시교육정보연구원(2010). 서술형 평가의 출제에서 채점까지(중학교 수학과).
- 서울특별시교육정보연구원(2011). 수학과 서술형평가 문항 자료집.
- 정현도, 강신포, 김성준(2010). 초등수학 서술형 평가에서 나타나는 오류 유형 분석. *한국초등수학교육학회지*, 14(3), 885-905.
- 홍창준, 김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석. *학교수학*, 14(2), 213-232.
- Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., & Faulconer, J.(2010). Assessing Understanding Through Reading and Writing in Mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 11(5), 1-22.
- Arbaugh, F., & Brown, C. A.(2002, April). Influences of the mathematical tasks framework on high school mathematics teachers' knowledge, thinking, and teaching. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research

- Association, New Orlean, LA.
- Borasi, R., & Siegel, M.(1990). Reading to learn mathematics: new connections, new questions, new challenges. *For the learning of mathematics*, 10(3), 9-16.
- Boston, M. D., & Smith, M. S.(2009). Transforming secondary mathematics teaching: increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156.
- Doyle, W.(1983). Academic work. *Review of Educational Research*, 53(2), 159-199.
- Henningsen, M., & Stein, M. K.(1997). Mathematical task and student cognitive demand: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathmatics Education*, 28(5), 524-549.
- Hiebert, J., & Stigler, J. W.(2004). Improving Mathematics Teaching. *Educational Leadership*, 61(5), 12-16.
- Hiebert, J., & Wearne, D.(1993). Instructional, classroom discourse, and student's learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30, 393-425.
- National Research Council.(2001). Adding it up: helping children learn mathematics. Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B (Eds.). Washington, DC: National Academies Press.
- National Council of Teachers of Mathematics.(1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics.(2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Newton, J. A., & Kasten, S. E.(2013). Two models for evaluating alignment of state standards and asesment: competing or complementary perspectives?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 550-581.
- Shavelson, R. J., Baxter, G. P., & Pine, J.(1992). Performance assessments: political rhetoric and measurement reality. *Educational Researcher*, 21(4), 22-27.
- Smith, M. S., & Stein. M. K.(1998). Selecting and creating mathematical: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344-350.
- Steadman, M. (1998).Using classroom assessment to change both teaching and learning. *New Directions for Teaching and Learning*, 75, 23-35.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M.(1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning. An analysis of mathematical used in reform calssrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S.(2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.

- Stein, M, K., Smith, M, S., Henningsen, M, A., & Silver, E. A.(2000). Implementing standards-based mathematics instruction: A case book for professional development. New York: Teachers College Press.
- Strayer, J. F., & Brown, E.(2012). Teaching with High-Cognitive-Demand Mathematical Tasks Helps Students Learn to Think Mathematically. *Notices of the American Mathematical Society*, 59(1), 55-57.
- Porter, A. C.(2002). Measuring the content of instruction: Uses in research and practice. *Educational Researcher*, 31(7), 3-14.
- Porter, A. C., & Smithson, J. L.(2001). Are content standards being implemented in the classroom? a methodology and some tentative answers. *National Society for the Study of Education-Yearbook*, 2, 60-80.
- Webb, N. L.(1997). Criteria for alignment of expectations and assessments in mathematics and science education(Research Monograph No. 8). Washington, DC: Council of Chief State School Officers.
- Webb, N. L.(1999). Alignment of science and mathematics standards and assessments in four states. (Council of Chief State School Officers and National Institute for Science Education Monograph No. 18). Washington, DC: Council of Chief State School Officers.
- Webb, N. L.(2007). Issues related to judging the alignment of curriculum standards and assessments. *Applied Measurement in Education*, 20(1), 7-25.
- Wiliam, D.(2007). Keeping learning on track. In F. K. Lester, Jr. (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 1053-1098). Charlotte, NC: Information Age.

An Examination of the Alignment between 2007 Mathematics Curriculum and Constructed-Response Assessment

Lee, JiHyun⁴⁾ · Kim, Gooyeon⁵⁾

Abstract

The purpose of this study was to examine how constructive-response questions in regular test was in aligned with the nature and goals of 2007 Curriculum Amendment. For this purpose, data were collected and analysed by using the framework for mathematical task and the cognitive demand of tasks suggested by Smith & Stein(1998) and mathematical proficiency suggested by National Research Council(2001). In particular, it aimed to reveal the overall picture of the level of cognitive demand and the proportion of mathematical proficiency of constructed-response items created by secondary mathematics teachers. The findings from the analysis showed that 70 percent of the constructed-response items were at low-level and the rest at high-level in terms of cognitive demand. Also, the constructed-response assessment focused on computing (89%), understanding(45%), applying(30%) and least reasoning(17%). Most of the constructed-response items included computing and were algorithmic.

Key Words: Constructed-Response Assessment, Task Analysis, Mathematical Proficiency, Curriculum Alignment

Received September 5, 2013

Revised December 23, 2013

Accepted December 26, 2013

4) Graduate School of Education, Sogang University (ljhlsj1@naver.com)

5) Sogang University (gokim@sogang.ac.kr)