한국학교수학회논문집 제 16 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 16, Number 4, 771-796, December 2013

게임 이론을 이용한 사교육 현상에 대한 이론적 접근

노은환[1] · 강정기[2] · 노문기[3]

공교육과 대비되는 개념으로서 사교육은 여러 가지 측면에서 국가차원의 문제로 대두된 지 오래다. 하지만 그간의 연구는 사교육 과열현상에 대한 실태 파악과 사교육비 경감을 위한 정책의 효과를 검증하는 등에 치우쳐 근본적인 대안의 마련에는 어려움을 겪고 있는 실정이다. 본 연구에서는 사교육이 공교육에 미치는 영향을 부정하지 않으면서 사교육 현상을 분석하기 위한 두 가지 수학적 모델을 만들어 게임 이론으로 해석을 시도하였다. 하나는 2인으로 구성된 모델로서, 학교 내에서 이루어지는 경쟁을 단순화한 것이다. 이 모델에서는 교사의 역량 강화보다는 학교 시험과 사교육과의 연결고리 차단이 사교육 근절의 핵심으로 파악되었다. 다른 하나는 외부 경쟁자를 상징하는 제 3의 학생이 개입된 3인으로 구성된 모델로서, 학교 간에 이루어지는 경쟁을 단순화한 것이다. 이 모델에서는 학교 시험과 사교육과의 비 연결은 물론이고, 교사의 역량 강화가 사교육 근절의 핵심으로 파악되었다. 2인 모델에 기반한 접근은 학교 간에 불거지는 공정성 문제를 제어할 수 없는 만큼, 3인 모델에 기반한 접근이 요구되며, 이에 따르면 사교육 현상의 해법을 위한 정책은 교사의 역량 강화와 학교 시험과 사교육과의 비 연결을 위주로 이루어져야 한다. 결국 국가에서는 교사의 역량을 강화할 수 있는 지원을 아끼지 말아야 할 것이다. 본 연구가 사교육 현상에 대한 교육 정책 결정에 도움이 되며, 수학의 영향력이 사회 현상의 해석까지 미칠 수 있음을 인식하는 계기가 되길 바란다.

주요용어 : 사교육 현상, 게임 이론, 수학적 모델

Ⅰ. 서론

사교육은 학교의 정규 교육과정을 중심으로 이루어지는 공교육에 대비되는 개념으로, 학교 안팎에서 행해지는 ‘학교에서의 정규 교육과정 이외의 다양한 교육’을 의미한다. 즉, 학부모나 학생은 학교의 정규교육과정을 통하여 충족하지 못하는 다양한 교육적 필요나 욕구가 있으며, 그 욕구를 충족시키기 위한 목적으로 학교 안팎에서, 예컨대 방과 후 학교 또는 학원, 가정 등과 같은 곳에서 실시되는 다양한 교육을 의미한다(오만숙 · 김진희, 2011).

1) 진주교육대학교 (idealmath@gmail.com, ehroh@cue.ac.kr)
2) 교신저자, 남산중학교 (jeonggikang@gmail.com)
3) 창원과학고등학교 (moonghiroh@gmail.com)

그런데 우리나라에서는 이러한 사교육이 점차 과열되어 가계지출 중에서 차지하는 비중이 지나치게 높다는 인식이 널리 퍼져 있다. 심지어 과도한 교육비 부담에 대한 걱정이 결혼은 물론 저 출산의 원인이라는 얘기도 있고, 노후 대비 저축도 줄이게 한다. 그럼에도 가계의 교육비가 지속적으로 늘어나는 이유는 계층 간 빈부격차, 세대 간 부의 대물림 등이 교육 정도에 따라 결정된다고 믿고 있기 때문일 것이다(강성호・임병인, 2012).

사교육비에 대한 가계 부담은 사회적 문제로 대두되기에 이르렀으며, 실태 파악을 위한 많은 연구가 진행되고 있다(강성호・임병인, 2012; 박소현・이금숙, 2011; 오만숙・김진희, 2011; 이성림, 2005). 사교육비 경감을 위한 정책을 평가하는 연구(백우정・최종덕, 2011), 대안적 방법을 평가하고 효과를 검증하는 연구(김성희, 2002; 김재완, 2003), 공교육과 사교육의 차이를 비교하는 연구(김숙・황우형, 2005) 등이 있어왔다.

하지만 사교육 현상[4]에 대한 근본적 대안을 마련하기 위해서는 단순히 대안적 방법과 정책의 효과를 검증하는 것만으로는 부족하며, 사교육 현상의 이면을 들여다보는 것이 필요하다. 사교육 현상은 여러 변인이 작용하는 복합적 사회 현상이기에, 이와 관련한 모든 변인을 고려한 접근은 현상의 본질을 파악하기에 어려움이 따를 수 있을 것으로 판단된다. 사교육 현상은 사실 가계의 경제적 부담으로 사회적 문제로 이슈화된 만큼, 사교육 현상을 근본적으로 이해하기 위해서는 이를 경제적인 시각에서 접근하는 것이 필요하다. 즉, 인간을 합리적인 경제인이라고 가정한 상태에서 사교육 현상을 조망하는 것이 필요하다고 생각된다.

이에 본고에서는 사교육 현상에 대하여 여러 변인을 동시에 고려하기보다 단순화한 접근과 더불어 수학적 모델링을 시도하고 게임 이론을 이용하여 현상을 분석하고, 이 분석에 기반한 대책을 마련하는 것을 연구 목적으로 설정하였다. 이를 위해 다음과 같은 연구문제를 설정하였다. 먼저, 게임 이론을 이용하여 사교육 현상을 분석할 수학적 모델을 수립할 것이다. 또한 이 모델을 통해 사교육 현상을 해석하고, 사교육 현상에 대한 대안을 탐색해보고자 한다. 이러한 일련의 과정을 통해 우리나라 사교육 현상에 대한 근본적 이해를 돕고, 나아가 사교육 현상에 대한 대안 마련에 도움이 되는 이론적 기초를 제공하고자 한다.

Ⅱ. 수학적 모델링과 게임 이론

본 장에서는 사교육 현상에 대한 수학적 모델링을 시도해 보기 위해, 먼저 수학적 모델링에 대해 살펴보고, 모델링의 도구로서 사용되는 게임 이론을 살펴보고자 한다. 아울러 사교육에 관한 선행 연구를 고찰해 보고자 한다.

---

4) 본 연구에서 '사교육 현상'은 사교육과 관련한 사회적으로 문제시되고 있는 현상을 의미한다.

1. 수학적 모델링

Doerr & English(2003)는 '모델은 요소, 조작, 관계, 규칙의 체계로 몇몇 다른 유사한 체계의 활동을 묘사하고 설명하고 예견하는데 사용할 수 있는 것'이라고 정의한다. 즉, 수학적 모델은 어떤 현상의 특성들에 근접하는 수학적 구조이며, 그것을 고안하는 과정이 수학적 모델링이다(Swetz & Hartzler, 1991). 이러한 수학적 모델링은 비 구조화된 실세계 현상에 수학을 응용하여 실세계의 관계를 재해석하고 수학적 표상으로 표현함으로써 문제를 해결하는 하나의 방법이다(Edwards & Hamson, 1989; Galbraith & Clatworthy, 1990; Zbiek, 1998).

Burghes(1980)는 현실 문제에서 변수와 변수들 간의 법칙을 가정한 것을 수학적 형식으로 바꾼 결과를 수학적 모델이라고 더욱 구체적인 정의를 제시하였다. 이러한 수학적 모델을 얻기 위한 조건으로 권기석・박배훈(1997)은 다음 두 가지를 제시하고 있다. 하나는 수학적 모델은 현실적으로 실세계 상황을 나타낼 만큼 충분히 상세해야하는 것이고, 또 다른 하나는 수학적 분석이 가능하도록 충분히 간단해야 하는 것이다. 이 모순된 두 조건은 만약 모델이 너무 간단하다면, 그 결과는 현실성이 떨어질 수 있고, 반대로 모델이 너무 상세하여 물리적인 상황을 완전히 나타낸다면, 수학적인 분석을 행하기 어려울 것이므로 두 가지 조건이 잘 조화를 이루어야 함을 시사한다(신경희・김연지, 2011).

김인경(2012)에 의하면, 수학적 모델링은 다음의 과정을 거치면서 이루어진다. 먼저, 문제해결을 시작하려면, 문제와 직접적으로 관련되는 핵심적인 개념을 확인함으로써 복잡한 상황을 간단하게 한다. 이런 단순화 단계는 어떤 것을 무시할 것인지에 관해 결정을 하고 핵심적인 개념들을 어떻게 관련지을지에 대해 생각하는 것과 관련되며 원래 상황에 대한 현실적인 모델에 이르게 된다. 다음으로 형식적인 수학적 개념과 기호를 도입하는 단계이다. 이 추상화 단계에서는 현실적인 모델의 핵심적인 특징을 표현하기 위해 수학적 개념을 선택한다. 흔히 추상화 단계는 주어진 표현의 의미를 이후의 계산 단계에서 이용 가능하도록 한다는 생각을 바탕으로 진행된다. 세 번째 과정에서는 수학적 결론을 연역하기 위해 수학적 표현을 다루고 추론한다. 이 단계에서 문제 해결자가 가진 사실, 기능, 수학적 추론능력 등이 작용하게 된다. 마지막으로 수학적 추론의 결과를 해석하고 이를 문제의 원래 맥락에 적용한다. 흔히 이 결과는 모델 개발 단계가 시작될 때 예상치 못했던 것이 드러나게 된다. 그리하여 수학적 모델을 만드는 순환과정을 자연스럽게 반복한다.

이외에도 신은주・이종희(2004)는 모델링 과정을 세 단계로 설명하고 있다. 그들은 첫째, 경험을 기반으로 하여 실세계 맥락을 탐구하는 과정. 둘째, 실세계 맥락을 단순화하면서 비형식적인 상황 모델을 개발하는 과정, 셋째, 상황 모델을 실세계 맥락에 반영하여 해석하고 수정하고 정교화하여 일반화 가능한 모델을 개발하는 과정을 제시하고 있다.

이상의 내용을 볼 때, 수학적 모델링은 일반적으로 실세계 맥락을 단순화하여 수학적 맥락으로 전환하는 과정, 수학적 맥락에서 추론하고 그 결과를 해석하는 과정, 이 결과를 실세

계 맥락에 적용하는 과정의 순으로 진행되는 과정 순으로 진행되는 일련의 절차로서 이해할 수 있을 것이다. 본 연구에서도 이와 같은 과정으로 먼저, 사교육 현상이라는 실세계 맥락을 게임 이론을 이용하여 단순화한 수학적 모델을 수립할 것이며, 수립된 모델을 기반으로 사교육 현상을 해석하고 그 대안을 탐색해 볼 것이며, 마지막으로 이 결과를 바탕으로 사교육 현상에 대한 대안적 시사점을 제시해보고자 한다.

2. 게임 이론

본 절에서는 '죄수의 딜레마(prisoner's dilemma)'를 통해 본 연구에서 모델링의 도구로써 이용할 게임 이론을 살펴볼 것이며, 본 연구에서 자주 사용할 용어인 보수 행렬(payoff matrix), 우월 전략(dominant strategy), 내쉬 균형(Nash equilibrium), 파레토 최적(pareto optimum)에 대해 설명할 것이다.

인간의 행동에 대한 게임 이론적인 딜레마의 연구는 죄수의 딜레마 게임의 형태로 널리 알려져 있으며 다양한 모델들이 제시되고 연구되고 있다(Axelrod, 1984). 죄수의 딜레마는 게임 이론의 유명한 사례로, 2명이 참가하는 게임의 일종이다. 이 사례는 협력할 경우 서로에게 가장 이익이 되는 상황일 때, 개인적인 욕심으로 서로에게 불리한 상황을 선택하는 문제를 보여주고 있다.

상황은 다음과 같다. 두 명의 사건 용의자가 체포되어 서로 다른 취조실에서 격리되어 심문을 받으며 서로 간의 의사소통은 불가능하다[5]. 이들에게 자백여부에 따라 다음의 선택이 가능하다. 둘 중 하나가 배신하여 죄를 자백하면 자백한 사람은 즉시 풀어주고 나머지 한 명이 9년을 복역해야 한다. 둘 모두 서로를 배신하여 죄를 자백하면 둘 모두 5년을 복역해야 한다. 둘 모두 죄를 자백하지 않고 부인하게 되면 둘 모두 1년을 복역한다. 이상의 내용은 다음 <표 1>과 같이 표현할 수 있다.

<표 1> 죄수의 딜레마 게임의 보수 행렬

		B	
		부인	자백
A	부인	(−1,−1)	(−9,0)
	자백	(0,−9)	(−5,−5)

여기서 A와 B는 죄수들이다. 두 명의 죄수는 자백과 부인의 행동을 할 수 있고 이들 각각의 경우에 참여자가 받을 수 있는 이익의 내용을 위의 <표 1>과 같이 나타낸 것을 보수 행렬이라고 한다. 위의 보수 행렬은 각각의 죄수들의 행동에 따른 형벌을 수치적으로 보여

5) 이는 죄수의 딜레마가 비협력 게임임을 나타내며, 본 연구에서 만들고자 하는 모델 역시 비협력 게임이다.

주고 있다. 각각의 순서쌍에서 앞의 숫자는 A의 형벌, 뒤의 숫자는 B의 형벌로서 징역을 살아야할 기간을 나타낸다. 이 때 숫자가 음수로 나타낸 것은 그에 해당되는 년도만큼 감옥에 감금되어 있어야 함을 의미한다. 예를 들어서 (−1,−1)은 A와 B 모두 1년 동안 감옥에 있어야 된다는 뜻이고, (−9,0)은 A는 9년 동안 감옥에 있어야 하고, B는 바로 석방된다는 뜻이다.

<표 1>을 통해 우월 전략, 내쉬 균형, 파레토 최적에 대해 보다 자세히 알아볼 것이다. 게임의 균형이란 모든 경기자가 최적이라 생각하는 전략을 선택한 상태를 말한다. 특히 상대방이 선택한 전략에 대하여 최적의 대응을 하고 있기 때문에 어느 경기자도 자신의 선택을 바꿀 이유가 없는 상태를 내쉬 균형이라고 한다(성백남・정갑영, 2002).

<표 1>에서도 이러한 내쉬 균형이 존재한다. 먼저 죄수 A가 부인하였을 때 죄수 B가 가지는 최선의 선택은 자백하는 것이다. 죄수 A가 자백하였을 때 죄수 B가 가지는 최선의 선택 역시 자백하는 것이다. 따라서 두 경우 모두 죄수 B는 자백을 하는 것이 더 유리하므로 이 때 죄수 B의 우월 전략은 자백이다. 여기서 우월 전략은 상대방이 어떠한 전략을 선택하는지와 관계없이 자신의 이익을 더욱 크게 만드는 전략을 말한다. 마찬가지로, 죄수 A의 우월 전략 역시 자백을 하는 것이 될 것이다. 따라서 죄수의 딜레마의 내쉬 균형은 두 죄수 모두 자백을 하는 것이다. 하지만 여기서의 내쉬 균형이 파레토 최적은 아니다. 파레토 최적이란, 하나의 자원배분 상태에서 다른 사람에게 손해가 가도록 하지 않고서는 어떤 한 사람에게 이득이 되는 변화를 만들어내는 것이 불가능한 상태를 말한다(이준구, 2008). 여기서는 죄수 A와 B 모두 부인하는 것이 파레토 최적이 된다. 이것은 내쉬 균형과 파레토 최적이 반드시 일치하는 것은 아니라는 점을 보여준다.

3. 선행연구 고찰

통계청 자료에 따르면, 2012년을 기준으로 우리나라 초·중·고등학교 학생의 사교육 참여율은 71.7%로 캐나다의 20%, 미국의 11% 등과 비교할 때 월등하게 높은 수치이다. 이러한 사교육의 과잉 현상이 왜 발생하는 것인가? 사교육 현상에 대한 근본 문제 해소를 위해서는 현상 발생의 본원적 질문에 답할 수 있어야 한다.

사교육의 원인으로 안선희(2009)와 임천순·우명숙·채재은(2008)은 사교육을 학업보충론이나 미래투자론 등으로 설명하고 있다. 즉, 학교 교육만으로 불충분하므로 사교육으로 학업을 보충해야 한다는 심리와 장기적 미래를 위한 투자 목적이 사교육 과잉 현상의 원인으로 지목되고 있다. 또한 영재에 대한 기대심리 역시도 사교육의 과잉 현상에 일조하였는데, 김단영(2011)과 김수경(2010)은 '영재도 만들어질 수 있다'는 기대심리의 자극이 과도한 선행학습의 유발로 이어졌으며, 오늘날 사교육 현상을 초래하게 되었음을 지적한다. 이외에도 사교육비의 과도한 지출 원인을 높은 교육열에서 찾고 있는 연구(김영화 외, 1993)도 있다. 이처럼 사교육의 원인은 다양하게 지목되고 있으며, 그 주요 원인은 심리적 측면이 반영된 것이 대

다수임을 알 수 있다.

사교육 현상은 다양하며 구체적인 실태 조사 연구가 있었으며, 한기순·박유진(2013)은 영재학급 학생들과 일반학생들의 사교육 실태를 비교 조사하였는데, 연구 결과 영재학생의 95.9%, 일반학생의 94.6%가 현재 사교육에 참여하고 있어 영재 여부에 상관없이 대부분의 학생들이 사교육을 받고 있음을 지적하였다. 또한 강성호·임병인(2012)은 사교육비 결정요인을 전업주부의 영향 관점에서 재고해 봄으로써, 여성전업주부가 가구의 사교육비 증대에 영향을 주고 있는 것으로 보고하였으며, 소득이 많을수록 전업주부의 영향력은 감소되고, 비근로자 가구가 근로자 가구에 비해 더 강한 영향력을 행사함을 보여주었다. 또한 박소현·이금숙(2011)은 수도권 지역의 사설학원을 중심으로 수요와 공급적 측면에서 나타난 사교육의 공간적 특성을 구체화하여 보여주었다.

사교육 현상은 외적으로 명백히 규정 가능한 사회 현상이므로, 이를 적합하게 해결하는 모델은 향후 사교육 현상 개선을 위한 이론으로 자리매김할 수 있게 된다. 이에 대한 주목할 만한 연구로 이종재·이희숙(2008)의 연구를 들 수 있으며, 그들은 사교육 참여결정을 Vroom의 기대이론과 경제학에서 유명한 게임이론으로 설명한 바 있다. 기대이론은 대입에서 좋은 성적을 내고자 하는 기대감과 그 결과 명문대 진학에 대한 기대감이 사교육에 투자하게 하는 것이다. 반면, 게임이론이란 남들이 사교육에 의존하는 상황에서 본인은 원하지 않더라도 학교교육에만 의존할 수 없다는 불안감, 즉, 일종의 '딜레마'라는 입장에서 사교육 현상을 설명한 것이다.

이종재·이희숙(2008)의 연구는 사회 현상을 이론에 입각하여 해석하려는 시도였다는 점에서 그 의의를 갖지만, 현상 해석을 위해 사용된 이론이 현상의 근원을 해석할 만큼 구체적인 것은 아니었다. 이에 본 연구에서는 사교육 현상에 대한 구체적 해석이 가능한 이론적 모델을 수립할 목적으로, 게임이론을 이용한 수학적 모델 구축을 시도해 보고자하며, 이를 통해 사교육 현상 해석의 이론적 토대를 마련하고자 한다.

Ⅲ. 게임 이론을 이용한 사교육 현상에 대한 접근

본 장에서는 게임 이론을 이용한 수학적 모델을 구축하여 사교육 현상을 해석할 것이며, 궁극적으로 사교육 현상에 대한 대안을 탐색해 볼 것이다. 먼저, 게임 이론을 이용하여 2인 모델과 제 3의 학생이 개입된 3인 모델을 수립할 것이다. 2인 모델은 가장 단순한 형태의 모델로서 학내 경쟁을 수학적 모델링시킨 것이다. 가장 단순한 모델인 2인 모델에서 사교육 현상을 해석해 볼 것이며, 이를 통한 교육 정책상의 시사점을 유도하고자 한다. 그런데 2인 모델은 외부와의 경쟁을 고려하지 않은 것이기에 외부와의 경쟁을 고려한 모델을 설정할 필요가 있으며, 이를 위해 제 3의 학생이 개입된 3인 모델을 수립하게 되었다. 3인 모델은 외부와의 경쟁까지 고려하여 학교 간 경쟁을 수학적으로 모델링시킨 것이며, 본 장에서는 2인 모델과 3인 모델 각각에서 사교육 현상을 해석해 보고, 그 대안을 논의해 보고자 한다.

1. 만족도 함수의 결정

모델을 수립하기 위해 가장 먼저 해야 할 작업은 각 모델에서 참여자가 선택한 행동에 대한 이익의 내용을 수치로 표현하는 것이다. 이와 같은 이익의 내용을 지닌 용어를 만족도라고 명명할 것이며, 본 연구의 첫 번째 작업은 사교육에 대한 만족도를 결정하는 것이 될 것이다.

사교육에 대한 만족도 S를 수학적으로 정의하기 위해서 여러 가지 변인 및 요소들을 생각할 수 있었는데, 그 중에서 비용, 석차, 시험 점수, 시간 등이 학생의 만족도에 영향을 줄 수 있는 것으로 보였다. 이 중 단일 요소의 고려만으로 만족도를 결정하는 것은 무리라고 판단하였다. 비용만을 고려할 경우, 사교육을 많이 받을수록 비용은 증가하므로 사교육에 대한 만족도는 낮아지게 될 것이다. 석차만을 고려할 경우, 사교육을 많이 받을수록 석차 향상에 대한 심리적 기대감은 증대될 것이므로 사교육에 대한 만족도는 높아지게 될 것이다. 이에 본 연구에서 다루는 '석차'라는 용어는 사교육을 받음으로써 석차 향상이 될 것이라는 심리적 기대감도 반영한 결과로 사용될 것이다. 이는 사교육을 받게 되면 자기 주도적으로 학습하는 것보다 더 영향력이 있을 것이라는 생각을 반영한 것으로 볼 수 있다. 즉, 학부모나 학생들이 자기 주도적 학습[6]과 동시에 사교육에 매달리는 현실을 본 연구의 모델링에서도 그대로 반영하고자 하는 것이다.

학생이나 학부모의 입장에서 사교육을 받는 두 가지 측면의 문제는 학교 시험의 석차와 비용에서 빚어지는 것으로 볼 수 있다. 즉, 사교육은 학교 시험의 석차를 향상시키는 목적으로 하는 것이며, 이때 문제가 되는 것은 가계에 부담을 초래하는 비용의 문제가 있다. 여기서 시험 점수가 아닌 석차라고 본 것은 사교육에 대한 만족도가 절대 평가의 시각보다 상대 평가의 시각이 적절하다는 판단 때문이다. 이에 본 연구에서는 사교육에 대한 만족도는 석차와 비용이라는 두 가지 변수로 이루어진 함수가 적절할 것이라고 생각하였다. 사교육에 대한 만족도 함수를 구성하기 위해서는 먼저 다음의 문제가 해소되어야 할 것이다: 석차가 1만큼 증가할 경우, 어느 정도의 비용을 감수할 수 있는가?

본 연구에서는 n명인 모델($n \geq 2$)[7]에서 사교육을 받는 비용이 20만원이라고 가정하고, 최저 석차에서 최고 석차에 오를 것이라는 기대감에 의해 증대되는 만족도를 금전으로 환산하여 50만원으로 결정하였다[8]. 이와 같이 50만원이라는 상당한 수치로서 환산한 이유는 사교육비 20만원에 비해 최저 석차에서 최고 석차로 오르는 가치가 그것의 2배 이상이 되어야한다고 판단했기 때문이다. 이러한 판단 하에 석차가 한 등수 향상될 경우 금전적인 만족

6) 본 연구에서 자기 주도적 학습이란, 자기 스스로 하는 학습뿐 만 아니라, 교사의 수업에 의한 학습까지 포괄하는 것을 의미하며, 이후의 논의에서도 이 용어는 이와 같은 의미로 사용된다.

7) 본 연구에서는 2인 모델과 3인 모델 두 경우를 고려하므로, n의 값이 될 수 있는 것은 2 또는 3이 될 것이다.

8) 물론 이와 같은 결정은 본 연구에서 사교육에 대한 사회적 경향을 감안하여 연구자가 임의적으로 결정한 사항에 해당하며, 이를 통해 하나의 모델을 수립하여 사교육 현상을 이론적으로 해석해보고자 하는 것이다. 그러나 이것이 절대적이라고 보기는 어려우며, 다른 식의 수치 환산을 통해 사교육 현상을 해석해 볼 수도 있을 것이다. 이에 대해서는 Ⅳ장에서 보다 자세히 다룰 것이다.

감은 $\dfrac{50}{n-1}$만원으로 볼 수 있고 석차가 a인 경우, 만족감은 $\dfrac{50}{n-1}(n-a)$만원이 될 것이다. 그런데 사교육을 받는 경우와 받지 않는 경우가 있으므로 이를 고려하면, 만족감은 $\dfrac{50}{n-1}(n-a)$에서 사교육비를 뺀 값이 될 것이다. 이러한 이유로 n명인 모델에서 사교육에 대한 만족도 함수를 다음과 같이 설정할 수 있었다. 여기서 a는 학생의 석차이고 b는 사교육을 받는데 드는 비용이다.

$$\therefore S = \frac{50(n-a)}{(n-1)} - b$$

이와 같은 만족도 함수는 아래의 절에서 제시될 2인 모델과 제 3의 학생이 개입된 3인 모델 모두에 적용될 것이다. 그리고 이 후의 논의에서 사교육을 받는 것을 '사'라고 표기하고 사교육을 받지 않는 것을 '주[9]'라고 표기할 것이며, $T=\{사, 주\}$에 대해 만족도 함수 S를 구성하는 함수 $a: T\times T \to \mathbb{R}$ 와 $b: T\times T \to \mathbb{R}$ 를 정의할 것이다. 이것은 함수 S를 보다 정교화하기 위함이다. 석차에 대한 함수 a는 사교육과 학교 교육의 영향을 받는다는 가정 하에 함수가 정의되어야 한다고 생각하였다. 이에 본 연구에서는 함수 a는 모델과 모델에 주어진 조건에 따라 다르게 정의될 것이며, 이는 궁극적으로 함수 S에 영향을 미치게 될 것이다. 그러나 사교육의 비용에 대한 함수 $b: T\times T \to \mathbb{R}$ 는 사교육을 받느냐 받지 않느냐의 문제이므로, 모델과 모델에 주어진 조건에 관계없이 일정하도록 다음과 같이 정의하여 사용할 것이다.

$$b(x,y) = \begin{cases} 20 & , \ x = 사 \\ 0 & , \ x = 주 \end{cases}$$

여기서 함수 b는 사교육을 받는데 드는 비용을 나타내는 함수로서 사교육을 받으면 20만원의 비용이 들고, 받지 않으면 0원의 비용이 든다는 것을 나타낸다.

한편, 만족도를 이루는 식을 결정했지만, 여전히 해야 할 일이 더 남아있다. 참여자가 두 명이기 때문에[10] 이 만족도가 누구의 만족도인지를 결정하는 작업이 필요하다. 다음의 내용은 이것을 명백히 하고 정교화 하는 수학적 모델링으로 탄생한 함수들이다.

9) '주'는 자기 주도적 학습에서 '주'를 따온 것이다.

10) 본 연구에서 제 3의 학생이 개입된 3인 모델을 수립하겠지만, 이 모델 역시 실제적 참여자는 2명에 해당되게 구성하고자 한다. 제 3의 학생이 실제적 참여자로서 개입하게 되면, 게임 이론을 이용한 모델 수립은 매우 복잡한 양상을 띄게 된다. 또한 제 3의 학생이 참여자로서 동일한 영향력을 행사하게 되면, 참여자들 사이의 그 영향력 구분에 문제가 발생할 수도 있다. 이런 이유로 제 3의 학생은 가상적 참여자에 해당하며, 실제적 참여자는 2명에 해당하도록 모델을 구성하고자 한다. 이 경우 제 3의 학생은 가상적 참여자이지만, 더 실질적인 영향력을 행사하며 실질적 참여자 2명과의 영향력 구분을 분명히 할 수 있게 된다. 따라서 본 연구의 어떠한 모델에서도 참여자는 2명이 되도록 설정하고자 하는 것이다.

먼저, 학생 A, B가 각각 사교육을 받는 것을 ‘A사’, ‘B사’라 표기하고, 학생 A, B가 각각 사교육을 받지 않는 것을 ‘A주’, ‘B주’라고 표기하겠다. $T_A = \{\text{A사}, \text{A주}\}$, $T_B = \{\text{B사}, \text{B주}\}$에 대해 함수 $u_i : T_A \times T_B \to T \times T$를 다음과 같이 정의하였다.

$$u_i(Ax, By) = \begin{cases} (x, y) & , \ i = A \\ (y, x) & , \ i = B \end{cases}$$

여기서 함수 u_i는 학생 A와 B의 관점을 분명히 하고 식을 보다 단순화하기 위해서 고안된 함수이다. 즉, u_A는 학생 A의 관점에서 바라본 함수이고, u_B는 학생 B의 관점에서 바라본 함수이다. 이 함수의 순서쌍에서 μ_A의 앞의 성분은 ‘A’의 전략이고, μ_B의 앞의 성분은 ‘B’의 전략이 되는 것이다.

그러면 앞서 제시한 함수 $S = \frac{50(n-a)}{(n-1)} - b$를 기반으로 사교육에 대한 만족도 함수 $S_i : T_A \times T_B \to \mathbb{R}$을 함수 $a(x,y)$와 $b(x,y)$에 관한 함수로서 더욱 정교하게 다음과 같이 정의할 수 있을 것이다. 여기서 S 대신 S_i로 정의한 것은 학생 A와 학생 B의 만족도를 구분하고, 이를 정교화하여 표현하기 위한 것이다.

$$S_i(Ax, By) = \frac{50\{n - a(u_i(Ax, By))\}}{n-1} - b(u_i(Ax, By)) \ \cdots ①$$

여기서 $i \in \{A,\ B\}$이다.

2. 2인 모델

본 절에서는 복잡한 사회 현상인 사교육 현상을 수학적으로 해석하기 위해, 여러 변인을 단순화하여 접근할 수 있는 수학적 모델을 구축하고자 한다. 이를 위해 먼저, 두 명의 학생이 게임의 참가자로 설정된 2인 모델을 구축하여 사교육 현상을 해석해보고자 한다. 전술하였듯, 2인 모델은 학내 경쟁을 모델화한 것이며, 이렇게 두 명의 참가자로 이루어진 단순한 모델의 설정은 앞 장에서 소개한 게임 이론을 이용하기 위한 것이다. 두 명의 참가자는 동등한 능력을 지닌 학생으로 아무런 변인이 투입되지 않은 상태에서는 우열을 가릴 수 없는 것으로 가정한다. 또한 두 명의 참가자는 같은 학교 학생으로서 사교육을 받는 것과 받지 않는 행동을 할 수 있다. 한편, 앞 절에서 설정한 만족도 함수 ①을 2인 모델에 적용하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$S_i(Ax, By) = 50\{2 - a(u_i(Ax, By))\} - b(u_i(Ax, By)) \ \cdots ②$$

그러면 학생 A의 만족도와 학생 B의 만족도로 이루어진 순서쌍은 (S_A, S_B)가 될 것이다. 이제 이러한 상황 설정에서 다음 <표 2>와 같은 보수 행렬[11)]을 얻을 수 있다.

<표 2> 2인 모델에서 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	$(S_A(A주,B주), S_B(A주,B주))$	$(S_A(A주,B사), S_B(A주,B사))$
	사	$(S_A(A사,B주), S_B(A사,B주))$	$(S_A(A사,B사), S_B(A사,B사))$

1) 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우

여기에서는 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우에 대해 살펴볼 것이다. <표 2>의 보수 행렬을 수치로서 표현하기 위해서는 먼저, 석차에 관한 함수 a를 정의해야 할 것이다. 이 게임은 2인 게임이므로 a에 관해서는 1등, 2등이 가능하다. 학생 A와 B가 있을 때 자신의 입장에서 보면 1등, 2등, 동일 석차 세 경우가 가능한데, 1등은 $a=1$로, 2등은 $a=2$로 주고, 동일 석차는 단독 1등을 하는 것보다 안 좋고, 단독 2등을 하는 것보다 좋으므로, 동일 석차는 1과 2의 산술적인 평균인 1.5를 사용하기로 한 것이다. 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우에 대해 함수 a가 정의되어야 하므로, 석차를 나타내는 함수 a는 사교육의 효능이 반영되도록 정의되어야 하는 것이다. 따라서 사교육을 'A'만 받게 되면 A가 단독 1등이고 사교육을 'B'만 받게 되면 A는 단독 2등이며, 사교육을 둘 모두 받게 되면 1.5등이 되어야 하므로 함수 $a: T \times T \rightarrow \mathbb{R}$를 다음과 같이 정의하였다.

$$a(x,y) = \begin{cases} 1.5 & , \ x=y \\ 1 & , \ x=\text{사}, y=\text{주} \\ 2 & , \ x=\text{주}, y=\text{사} \end{cases}$$

이와 같은 석차에 관한 함수 a의 정의는 사교육이 석차에 영향을 미친다는 가정 하에 나타난 결과로, 실제로 학부모와 학생들이 사교육에 대한 기대를 반영한 것으로 볼 수 있을 것이다. 이제 이 식을 바탕으로 <표 2>에 나타난 보수 행렬의 식을 계산하여 수치로 나타내 보기로 하자. 학생 A에 관해서 만족도 함수 S_A의 값을 계산해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_A(A주,B주) &= 50\{2-a(u_A(A주,B주))\} - b(u_A(A주,B주)) = 50\{2-a(주,주)\} - b(주,주) \\ &= 50(2-1.5) - 0 = 25 \end{aligned}$$

11) 게임 이론에서의 보수행렬은 지불의 관점에서 수립된 것이다. 하지만 여기에서의 보수 행렬은 만족도 함수에 기반한 것이기에 지불이 아닌, 이득의 관점에서 수립된 것이다.

$$S_A(A주,B사) = 50\{2-a(u_A(A주,B사))\} - b(u_A(A주,B사)) = 50\{2-a(주,사)\} - b(주,사)$$
$$= 50(2-2) - 0 = 0$$
$$S_A(A사,B주) = 50\{2-a(u_A(A사,B주))\} - b(u_A(A사,B주)) = 50\{2-a(사,주)\} - b(사,주)$$
$$= 50(2-1) - 20 = 30$$
$$S_A(A사,B사) = 50\{2-a(u_A(A사,B사))\} - b(u_A(A사,B사)) = 50\{2-a(사,사)\} - b(사,사)$$
$$= 50(2-1.5) - 20 = 5$$

학생 B에 관해서 만족도 함수 S_B의 값을 계산해 보면 다음과 같다.

$$S_B(A주,B주) = 50\{2-a(u_B(A주,B주))\} - b(u_B(A주,B주)) = 50\{2-a(주,주)\} - b(주,주)$$
$$= 50(2-1.5) - 0 = 25$$
$$S_B(A주,B사) = 50\{2-a(u_B(A주,B사))\} - b(u_B(A주,B사)) = 50\{2-a(사,주)\} - b(사,주)$$
$$= 50(2-1) - 20 = 30$$
$$S_B(A사,B주) = 50\{2-a(u_B(A사,B주))\} - b(u_B(A사,B주)) = 50\{2-a(주,사)\} - b(주,사)$$
$$= 50(2-2) - 0 = 0$$
$$S_B(A사,B사) = 50\{2-a(u_B(A사,B사))\} - b(u_B(A사,B사)) = 50\{2-a(사,사)\} - b(사,사)$$
$$= 50(2-1.5) - 20 = 5$$

이제 이 계산 결과를 바탕으로 학생 A와 B에 관한 보수 행렬을 수치로 표현하면 다음 <표 3>과 같다.

<표 3> 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 2인 모델에서 수치로 표현된 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	(25,25)	(0,30)
	사	(30,0)	(5,5)

만약 학생 A가 '주'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 '사'이다. 학생 A가 '사'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 다시 '사'가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 '사'가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 '사'이다. 따라서 2인 게임에서의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 '사'를 선택하는 것이다. 이 게임의 파레토 최적은 모두 '주'를 선택하는 것이지만, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 작은 불리한 상황을 선택한 것이다.

이것은 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우, 각 학생들의 입장에서는 사교육을 받는 것이 최선의 전략이 되겠지만, 집단 전체를 고려하면 사실 가장 불리한 상황을 초래하는

결정이 됨을 보여준다. 학내 경쟁 상황에서 모든 학생이 동등한 사교육을 받는다면, 이는 사교육을 받지 않고 경쟁하는 것과 별반 차이가 없게 되며 이러한 결과가 수립한 모델에서도 여지없이 나타나게 되는 것이다. 본 연구에서 수립한 모델을 통해 이렇듯 당연해 보이는 결과를 도출해내는 것처럼 보이지만, 사회적 현상을 이론적인 모델에 기반하여 해석하고 그 결과를 도출한 것은 의미 있는 작업이라고 생각된다.

2) 교사의 개입으로 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우

이제 교사의 개입으로 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우에 대해 생각해 보자. 교사가 만약 시험 문제를 자신이 특수하게 가르친 내용에 한해 출제를 한다면, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치기는 어려울 것이다. 다음은 이러한 상황을 가정한 상태에서 2인 모형은 어떤 식으로 변형될 수 있는지 생각해 볼 것이다.

교사가 개입하여서 사교육을 받으므로 인해 학교 시험에 대한 석차가 올라가는 것을 방지하는 시험 문제를 출제한다면, 상황은 다음과 같이 달라질 수 있다. 즉, 석차에 관한 함수 $a: T\times T \to \mathbb{R}$ 는 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\forall (x,y) \in T\times T,\ a(x,y) = 1.5$$

그러면 함수 a의 변형에 의해 <표 2>의 보수 행렬은 다음 <표 4>와 같이 표현될 수 있다.

<표 4> 교사의 개입으로 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 2인 모델에서 수치로 표현된 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	(25,25)	(25,5)
	사	(5,25)	(5,5)

만약 학생 A가 ‘주’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘주’이다. 학생 A가 ‘사’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 다시 ‘주’가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 ‘주’가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 ‘주’이다. 따라서 이 경우의 2인 게임에서의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 ‘주’를 선택하는 것이다. 한편 이 게임의 파레토 최적 또한 모두 ‘주’를 선택하는 것이므로, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 큰, 유리한 상황을 선택한 것이다.

이것은 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우, 각 학생들의 입장에서 사교육을 받지 않는 것이 최선의 전략이 되며, 집단 전체를 고려하더라도 가장 합리적인 상황을 초래

하는 결정이 된다.

이상의 사실로부터 2인 모델에서는 사교육을 받았을 때 석차가 오른다면 내쉬 균형은 파레토 최적의 상황이 되지 못하고, 교사의 개입으로 인해 사교육이 석차에 영향을 미치지 못하게 되면 내쉬 균형과 파레토 최적이 일치하게 되어 결국 최상의 선택을 하게 되는 것을 알 수 있다. 이는 2인 모델에서 내쉬 균형이 파레토 최적과 일치하게 하기 위해서는 사교육이 석차에 영향을 미치지 않도록 하는 정책의 수립이 필요함을 보여주는 것이다.

교육부에서 대입과 관련하여 학교 내신을 강화하는 정책은 2인 모델에 기반하여 해석하는 것이 적합하다고 생각된다. 왜냐하면 학교 내신의 강화는 학교 간 경쟁은 고려하지 않고, 학내 경쟁만을 고려하기 때문이다. 따라서 학교 내신을 강화하는 정책이 사교육 문제에 대한 성공적 해결로 이어지도록 하기 위해서는 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않도록 학교 시험에 교사가 적극적으로 개입할 것을 권장해야 할 것이다.

3. 제 3의 학생이 개입된 3인 모델

전술한바와 같이, 2인 모델은 학내 경쟁을 염두에 두고 수립한 모델이기에 이 모델은 외부와의 경쟁을 고려하지 못한 한계가 따른다. 따라서 외부와의 경쟁을 고려한 모델을 설정할 필요가 있으며, 본 절에서는 이를 위해 제 3의 학생이 개입된 3인 모델을 수립하고자 한다. 이미 수립해 본 2인 모델에 같은 학교 학생이 아닌 학생 C를 이 게임에 개입시켜 보자. 이 때 학생 C는 전국에 있는 외부 경쟁자를 하나의 대상으로 만든 이상적 표준 모델이다. 즉, 학생 C는 전국의 모든 학생들을 대표하고 아우를 수 있는 학생이다. 이처럼 이상적 표준 모델 일인을 설정한 이유는 수학적 모델링을 가장 단순하게 만들기 위해서이다. 학생 C가 또 다른 참여자로서 모델에 개입될 경우, 모델은 보다 복잡한 양상을 띠게 될 것이다. 이에 본 연구에서는 학생 C가 참가자가 아닌, 고려해야할 외부 경쟁자로서 도입하여 모델을 보다 단순화해 보고자 한다.

이 상황의 경우 2인 모델에서와는 달리 만족도 함수가 다음과 같이 변형된다. 즉, 3인 모델에서 사교육에 대한 만족도 함수 $S_i : T_A \times T_B \rightarrow \mathbb{R}$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$S_i(Ax, By) = 25\{3 - a(u_i(Ax, By))\} - b(u_i(Ax, By)) \ \cdots ③$$

2인 게임에서 등장하는 식 ②와의 차이점은 50만원이 25만원으로 바뀐 것과 $2-a$가 $3-a$로 바뀌는 것인데, 이는 3명의 학생이 게임에 참여하므로 논리적으로 당연한 결과라고 볼 수 있을 것이다. 한편, 이 모델에서의 보수 행렬은 <표 2>와 같게 된다. 왜냐하면 비록 제 3의 학생이 개입된 3인 모델이지만, 여전히 참여자는 2인이기 때문이다.

1) 학교 교육이 보편적이어서 외부 학생 C가 사교육을 받은 효과가 나는 경우

첫 번째 상황으로는 학교의 교육이 너무 보편적이어서 외부 경쟁자인 학생 C가 사교육을 받은 것과 같은 효과가 나는 경우이다. 여기서는 학교의 교육이 보편적이므로 사교육의 결과가 시험에 영향을 미치게 된다. 따라서 이 경우 함수 $a: T \times T \rightarrow \mathbb{R}$ 는 다음과 같이 정의될 수 있을 것이다.

$$a(x,y) = \begin{cases} 2 & , \ x = 사, y = 사 \\ 1.5 & , \ x = 사, y = 주 \\ 3 & , \ x = 주, y = 사 \\ 2.5 & , \ x = 주, y = 주 \end{cases}$$

학생 A의 관점에서 함수 a의 구성 과정을 설명해보도록 할 것이다. 외부 경쟁자인 학생 C가 무조건 사교육을 받은 것과 같은 효과가 나는 상황에서 $(x,y) = (사,사)$이면 학생 A, B, C가 모두 사교육을 받는 것이므로 셋 모두 동일 석차가 나타나야 한다. 학생 A의 입장에서 이것은 단독 1등을 하는 것보다 좋지 않고 단독 3등을 하는 것보다는 좋은 것이므로 1과 3의 산술적인 평균인 2를 함숫값으로 설정하였다. $(x,y) = (사,주)$이면 학생 A는 학생 C와 공동 1등 이므로 앞의 2인 게임에서와 같이 1.5등이 된다. $(x,y) = (주,사)$이면 학생 B와 C가 공동 1등이므로 학생 A는 단독 3등이 된다. 마지막으로, $(x,y) = (주,주)$일 때는 학생 A는 학생 B와 공동 2등인데, 이것은 단독 2등 보다는 좋지 않고 단독 3등 보다는 좋으므로 2와 3의 산술적인 평균인 2.5로 설정하였다. 이러한 함수 a에 대한 정의는 학교 교육이 보편적이어서 외부 학생 C가 사교육을 받은 효과가 나는 것을 반영한 결과이다.

이 함수식을 바탕으로 3인 게임에서의 만족도 함수에 대한 함숫값을 구하면, 다음 <표 5>와 같이 수치로 표현된 보수 행렬을 얻을 수 있다.

<표 5> 3인 모델에서 학교 교육이 보편적이어서 외부 학생 C가 사교육을 받은 효과가 나는 경우의 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	(12.5,12.5)	(0,17.5)
	사	(17.5,0)	(5,5)

만약 학생 A가 ‘주’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘사’가 될 것이다. 학생 A가 ‘사’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘사’가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 ‘사’가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 ‘사’이다. 따라서 이 경우의 3인 게임에서의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 ‘사’를 선택하는 것이다. 한편, 이 게임의 파레토 최적 또한 모두 ‘주’를 선택하는 것이지만, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 작은 불리한 상황을 선택한 것을 알 수 있다.

이것은 학교 교육이 보편적이어서 외부 학생 C가 사교육을 받은 효과가 나는 경우, 각 학생들의 입장에서는 사교육을 받는 것이 최선의 전략이 되지만, 이것은 사실 가장 불리한 상황을 초래하는 결정이 된다. 이는 현실적인 상황에서 왜 다수의 가정이 사교육을 받는 행동을 선택하고, 이러한 행동이 왜 사회적 문제로서 대두되고 있는지를 모델에 기반하여 명확히 보여주고 있다. 즉, 사교육에 대한 국민들의 불만이 고조되고 있는 것은 이와 같이 모두가 최고의 만족을 추구할 수 있는 전략이 있음에도 불구하고, 그 전략의 위험성 때문에 울며 겨자 먹기 식의 선택으로 집단 전체의 만족도가 최악인 경우를 선택하는 상황이 빚어지는 것으로 해석할 수 있을 것이다.

2) 학교 교육이 특별해서[12] 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우

여기에서는 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우에 대해 생각해 보자. 이 경우에는 학교 교육이 특별하므로 외부 학생 C가 사교육을 받든 받지 않던 간에 그것을 받은 효과가 나지 않는 상황이다. 그러나 학생 A와 학생 B의 경우에는 사교육의 효과는 학교 시험에 의해 결정되므로, 사교육의 효과가 나는 경우와 나지 않는 경우가 있을 수 있다. 여기에서는 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우에 대해 생각해 볼 것이다. 첫 번째 상황과는 달리 외부 학생 C가 사교육을 받지 않은 결과가 나타나므로, 석차에 관한 함수 $a: T\times T \rightarrow \mathbb{R}$는 다음과 같이 정의될 수 있을 것이다.

$$a(x,y)=\begin{cases} 1.5 & ,\ x=\text{사},\ y=\text{사} \\ 1 & ,\ x=\text{사},\ y=\text{주} \\ 2.5 & ,\ x=\text{주},\ y=\text{사} \\ 2 & ,\ x=\text{주},\ y=\text{주} \end{cases}$$

앞의 경우와 마찬가지로, '나'를 학생 A로 설정하여 함수 a의 구성 과정을 설명해보도록 할 것이다. 외부 경쟁자인 학생 C가 무조건 사교육을 받지 않은 것과 같은 효과가 나는 상황에서 $(x,y)=$(사,사)이면 학생 A, B는 모두 사교육을 받고, 학생 C는 사교육을 받지 않게 되므로 학생 A는 학생 B와 공동 1등이므로 함숫값은 1.5로 설정하였다. $(x,y)=$(사,주)이면 학생 A만 사교육을 받은 상황이므로 학생 A는 단독 1등이므로 함숫값은 1로 설정하였다. $(x,y)=$(주,사)이면 학생 B만 사교육을 받은 상황이므로, 학생 A는 학생 C와 공동 2등이므로 함숫값은 2.5로 설정하였다. 마지막으로, $(x,y)=$(주,주)일 때는 셋 모두 사교육을 받지 않은 경우이므로 동일 석차에 해당한다. 따라서 이 경우 함숫값은 단독 1등과 단독 3

12) 학교 교육이 특별하다는 것은 학교 교육이 사교육의 충동을 느끼지 않고, 외부와의 경쟁력을 갖출 수 있을 만큼 우수하다는 것을 의미한다. 이후의 논의에서도 이 용어는 같은 의미로 사용될 것이다.

등의 산술적 평균인 2로 설정하였다. 이러한 함수 a에 대한 정의는 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 것을 반영한 결과이다.

이 함수식을 바탕으로 3인 게임에서의 만족도 함수에 대한 함숫값을 구하면, 다음 <표 6>과 같이 수치로 표현된 보수 행렬을 얻을 수 있다.

<표 6> 3인 모델에서 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 받지 않은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우의 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	(25,25)	(12.5,30)
	사	(30,12.5)	(17.5,17.5)

만약 학생 A가 '주'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 '사'이다. 학생 A가 '사'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 '사'가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 '사'가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 '사'이다. 따라서 이 경우의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 '사'를 선택하는 것이다. 한편 이 게임의 파레토 최적 또한 모두 '주'를 선택하는 것이지만, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 작은 불리한 상황을 선택한 것이다.

이것은 3인 모델에서 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 받지 않은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우, 각 학생들의 입장에서 사교육을 받는 것이 최선의 전략이 되지만, 집단 전체를 고려할 때 이것은 사실 가장 불리한 상황을 초래하는 결정이 된다.

한편, 이 경우에서의 보수 행렬과 첫 번째 상황에서의 보수 행렬에서 같은 전략에 대한 만족도를 비교해보면 확연한 차이를 볼 수 있다.

<표 7> 3인 모델에서 학교 교육이 보편적인 경우와 특별한 경우의 비교

전략	학교의 교육이 보편적인 경우	학교의 교육이 특별한 경우
내쉬 균형: (사, 사)	(5,5)	(17.5,17.5)
파레토 최적: (주, 주)	(12.5,12.5)	(25,25)
(사, 주)	(17.5,0)	(30,12.5)
(주, 사)	(0,17.5)	(12.5,30)

이 결과를 보면 3인 모델에서 학교 교육이 특별할 경우, 어떠한 전략 하에서도 만족도가 큰 차이를 가짐을 알 수 있다. 이것은 외부와의 경쟁을 고려할 경우, 학교 교육의 중요성을

시사하며, 아울러 교사의 영향력을 암시한 결과로 볼 수 있을 것이다.

3) 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우

여기에서는 학교 교육이 특별하여서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 것과 같은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우에 대해 생각해 보자. 이 경우에는 학교 교육이 특별하므로 외부 학생 C가 사교육을 받든 받지 않던 간에 그것을 받은 효과가 나지 않는 상황이다. 또한 학생 A와 학생 B의 경우에는 교사가 학교 시험을 사교육이 영향을 미치지 않도록 출제하여 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우이다. 따라서 이 경우 석차에 관한 함수 a는 다음과 같이 정의될 수 있을 것이다. 왜냐하면 학교 교육이 특별하여 언제나 외부 학생 C를 비롯하여 내부의 학생 A와 학생 B 역시 사교육을 받은 효과가 나지 않으므로 석차는 항상 2가 되어야 하기 때문이다. 이러한 정의는 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 것을 반영한 결과이다. 따라서 석차에 관한 함수 $a: T\times T \to \mathbb{R}$ 는 다음과 같이 정의될 수 있을 것이다.

$$\forall (x,y) \in T\times T,\ a(x,y) = 2$$

그러면 함수 a의 변형에 의해 보수 행렬은 다음 <표 8>과 같이 수치로 표현할 수 있다.

<표 8> 3인 모델에서 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 받지 않은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우의 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	(25,25)	(25,5)
	사	(5,25)	(5,5)

만약 학생 A가 '주'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 '주'이다. 학생 A가 '사'를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 '주'가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 '주'가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 '주'이다. 따라서 이 경우의 3인 게임에서의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 '주'를 선택하는 것이다. 한편 이 게임의 파레토 최적 또한 모두 '주'를 선택하는 것이므로, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 큰, 유리한 상황을 선택한 것이다.

이것은 학교 교육이 특별해서 외부 학생 C가 사교육을 안 받은 효과가 나고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우, 각 학생들의 입장에서 사교육을 받지 않는 것이 최선의 전략이 되며, 집단 전체를 고려하더라도 사실 가장 합리적인 상황을 초래하는 결정이

된다.

한편, 학교 교육이 특별한 두 번째 경우와 세 번째 경우의 내쉬 균형을 비교하면 다음과 같은 차이점이 나타난다.

<표 9> 3인 모델에서 학교 교육이 특별한 경우에 한하여 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우와 미치지 않는 경우의 내쉬 균형 비교

학교의 교육이 특별하고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않는 경우	학교의 교육이 특별하고, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 경우
(17.5,17.5)	(25,25)

이 둘을 비교하면 두 번째 경우가 만족도가 높다는 것을 알 수 있다. 이것은 학교 교육이 특별할 경우, 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않도록 해야 사회적으로 더욱 합리적인 선택의 결과를 이끌어낼 수 있음을 시사한다.

이상의 사실로부터 3인 모델에서는 학교 교육이 보편적인 경우에는 내쉬 균형과 파레토 최적이 일치하지 못하는 상황이 벌어지며, 심지어 낮은 만족도를 형성하게 됨을 알 수 있다. 따라서 학교 교육이 특별해야하며, 이것이 실현되더라도 사교육이 학교 시험에 영향을 미치게 될 경우, 내쉬 균형은 파레토 최적과 일치하지 않게 된다. 그런데 학교 교육이 특별하고 동시에 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않게 될 경우에는 내쉬 균형과 파레토 최적이 일치하며, 이 경우의 내쉬 균형은 세 경우의 내쉬 균형 중 가장 높은 만족도를 나타내게 된다. 이것은 사교육 현상을 해소하기 위한 정책 방향이 학교 교육의 특별함과 학교 시험이 사교육에 의존적이지 않아야 함을 위주로 진행되어야 함을 시사한다.

교육부에서 대입과 관련하여 수능 시험의 비중을 강화하는 정책은 3인 모델에 기반하여 해석하는 것이 적합하다고 생각된다. 왜냐하면 수능 시험의 비중 강화는 학교 간 경쟁을 고려한 것이기 때문이다. 따라서 수능 시험의 비중 강화을 강화하는 정책이 사교육 문제에 대한 성공적 해결로 이어지도록 하기 위해서는 먼저, 학교 교육이 특별해질 수 있도록 교사들의 역량 강화에 중점을 두어야하며, 아울러 사교육이 학교 시험에 영향을 미치지 않도록 학교 시험에 교사가 적극적으로 개입할 것을 권장해야 할 것이다.

Ⅳ. 일반화된 모델

본 장에서는 Ⅲ장에서 설정한 만족도 함수를 보다 일반화하여 보고, 이 일반화된 함수식을 바탕으로 본 모델의 구조적 특징을 되짚어 보고자 한다. 아울러 이를 통하여 사교육 현상에 대한 수학적으로 이상적인 대안은 무엇인지에 대하여 살펴보고자 한다.

Ⅲ 장에서는 n인 모델($n \geq 2$)에서 사교육을 받는 비용이 20만원이라고 가정하고, 최저 석차에서 최고 석차에 오를 것이라는 기대감에 의해 증대되는 만족도를 금전으로 환산하여 50만원으로 결정하여 만족도 함수를 구성하였다. 이런 이유로 본 연구에 대해 이와 같은 금전적 결정에 대해 의구심을 가질 수 있다. 여기에서는 이러한 의구심을 해소해 보고자 보다 일반적인 설정을 통해 모델을 되짚어 보고, 이를 통해 왜 이와 같은 금전적 선택을 하였는지에 대해 살펴볼 것이다.

만족도 함수의 일반적 설정을 위해 n인 모델($n \geq 2$)에서 사교육을 받는 비용이 Y만원이라고 가정하고, 최저 석차에서 최고 석차에 오를 것이라는 기대감에 의해 증대되는 만족도를 금전으로 환산하여 X만원이라고 하자. 그리고 나머지 조건은 변함없는 것으로 설정하자. 그러면 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 2인 모델의 보수 행렬은 다음과 같이 일반화될 수 있을 것이다.

<표 10> 사교육이 학교 시험에 영향을 미치는 2인 모델의 일반화된 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	$\left(\frac{1}{2}X, \frac{1}{2}X\right)$	$(0, X-Y)$
	사	$(X-Y, 0)$	$\left(\frac{1}{2}X-Y, \frac{1}{2}X-Y\right)$

여기에서 만약 $\frac{1}{2}X < X-Y$(즉, $Y < \frac{1}{2}X$)라면, 학생 A가 ‘주’를 선택할 경우, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘사’가 될 것이다. 학생 A가 ‘사’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘사’가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 ‘사’가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 ‘사’이다. 따라서 이 경우의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 ‘사’를 선택하는 것이다. 이 게임의 파레토 최적은 모두 ‘주’를 선택하는 것이지만, 결과적으로 학생 A와 B는 만족도 함숫값의 합이 가장 작은 불리한 상황을 선택한 것이다.

사교육을 사회적 문제로서 보는 현 실태를 고려할 경우, 이와 같은 설정이 이루어져야 사교육 현상에 대한 적절한 해석이 가능하다고 판단하였다. 즉, 위와 같은 해석이 이루어져야 사교육 현상이 문제점으로 대두된 현 실태를 적절하게 해석할 수 있다고 판단한 것이다. 이에 본 연구의 Ⅲ장에서는 $\frac{1}{2}X < X-Y$(즉, $Y < \frac{1}{2}X$)이 성립하도록 $X=50$, $Y=20$으로 설정하였던 것이다. 그러나 X와 Y의 값이 반드시 이와 같을 필요는 없으며, $Y < \frac{1}{2}X$이 성립하도록 X와 Y의 값이 설정된다면 같은 식의 해석이 가능하게 될 것이다.

이러한 일반화된 관점에서 사교육 문제를 해결해보고자 한다면, 결국 현 실태에서 성립하

는 $Y < \frac{1}{2}X$에 대한 변화가 올 수 있도록 조치를 취하는 것이 문제 해결의 근본적 대안이 될 수 있을 것이다. 만약 $Y \geq \frac{1}{2}X$라면, 학생 A가 ‘주’를 선택할 경우, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘주’가 될 것이다. 학생 A가 ‘사’를 선택한다면, 학생 B의 관점에서 최선의 전략은 ‘주’가 될 것이다. 결국 학생 B의 우월 전략은 ‘주’가 된다. 같은 논리로, 학생 A의 우월 전략 또한 ‘주’이다. 따라서 이 경우의 내쉬 균형은 학생 A와 B 모두 ‘주’를 선택하는 것이며, 이 게임의 파레토 최적 역시 모두 ‘주’를 선택하는 것이다. 결국 사회적으로 최상의 결과를 초래하는 선택을 하게 되는 것이다.

식 $Y \geq \frac{1}{2}X$을 해석해보면, 사교육에 의한 석차 향상에 대한 만족감의 절반이 그 비용을 초과하지 않는 사회 분위기가 조성된다면 내쉬 균형과 파레토 최적이 일치하는 이상적 상황을 이끌어낼 수 있게 되는 것이다. 이는 수학적으로 이상적인 대안에 해당하며, 이와 같은 풍토 조성이 근본적 대안이 될 수 있음을 보여준다.

한편, 이와 같은 해석이 비단 2인 모델에서만 가능한 것은 아니며, 3인 모델에서도 같은 식의 해석이 가능하다. 본 연구의 Ⅲ장에서 다룬 3인 모델은 $\frac{1}{4}X < \frac{3}{4}X - Y$(즉, $Y < \frac{1}{2}X$)인 경우에 해당하도록 설정된 X와 Y의 값에 의해 해석된 모델이며, X와 Y의 값이 변하더라도 $Y < \frac{1}{2}X$이 만족되도록 값이 설정된다면 같은 식의 해석이 가능할 것이다. 또한 이 모델에서도 식 $Y \geq \frac{1}{2}X$이 성립하도록 사회 풍토가 조성된다면, 이것은 사교육 문제에 대한 수학적으로 이상적인 근본적 대안이 될 수 있을 것이다.

<표 11> 학교 교육이 보편적이어서 외부 학생 C가 사교육을 받은 효과가 나는 경우의 보수 행렬

		학생 B	
		주	사
학생 A	주	$\left(\frac{1}{4}X, \frac{1}{4}X\right)$	$(0, \frac{3}{4}X - Y)$
	사	$\left(\frac{3}{4}X - Y, 0\right)$	$\left(\frac{1}{2}X - Y, \frac{1}{2}X - Y\right)$

이상에서 일반화된 설정을 통해 Ⅲ장에서의 설정이 왜 그러했는지를 살펴보았으며, 이를 통해 수학적인 이상적 대안은 무엇인지를 알 수 있었다. 식 $Y \geq \frac{1}{2}X$이 성립하도록 사회적인 풍토를 조성한다면, 교사의 개입이나 사교육에 대한 학교 시험의 비연계 없이도 자연스럽게 사회적인 최상의 선택을 이뤄낼 수 있음을 알 수 있었다.

Ⅴ. 결론

본 연구는 사교육 현상을 분석하기 위한 두 가지 수학적 모델을 만들어 경제학에서의 게임 이론으로 해석을 시도해 보았으며, 이를 통해 사교육 근절을 위한 정책적 대안을 제시해 보고자 하였다. 또한 이것은 수학의 방법과도 연계되기에 이 이론 모델을 형성하여 현상을 해석하는 방법은 수학이 갖는 이론적 힘과 이론을 인식시킬 수 있는 계기가 될 수 있을 것으로 생각된다.

학내 경쟁은 2인 모델로 풀어내었으며, 2인 모델에서 사교육 현상에 대한 그 해결책은 사교육과 학교 시험간의 연계성을 끊어내는 것[13]이었다. 여기서 학교 교육이 특별할 필요는 없으며, 단지 사교육과 학교 교육 간의 비연계가 그 핵심임을 알 수 있다. 교육부에서 ‘내신 강조’를 주장하는 정책은 외부와의 경쟁을 고려하지 않은 것이므로, 2인 모델에서 사교육을 근절하고자하는 취지를 갖는다. 따라서 이 정책이 성공적이기 위해서는 학교 시험을 사교육과 동떨어지게 하는 것이 하나의 대안이 되는 것이다. 그러나 이 모델은 학교 간의 공정성 문제를 불러일으키게 되므로, 사교육 현상에 대한 현실적 접근은 3인 모델이 적합하다고 생각하였다.

이에 본 연구에서는 외부와의 경쟁이 포함된 3인 모델로 사교육 현상을 풀어냈으며, 3인 모델에서 사교육 현상은 학교 교육의 특별함과 사교육에 비 의존적인 학교 시험 출제가 그 대안이 될 수 있음을 이론적으로 보여주었다. 이는 사교육 문제를 해결하기 위해서는 교사의 역할이 매우 중요함을 보여준다. 즉, 교사의 노력으로 학교 교육이 특별해질 경우 학생들이 선택하는 내쉬 균형은 높은 만족도에 해당하는 수치를 보여주었으며, 이에 더해 교사가 학교 시험을 사교육에 영향을 받지 않도록 출제할 경우 내쉬 균형은 더욱 높은 만족도에 해당하는 수치를 보여줄 뿐만 아니라, 파레토 최적과도 일치하게 되는 것이다. 교육부에서 ‘수능 시험의 비중을 강화’하는 정책은 외부와의 경쟁을 우선시하므로 이 정책은 3인 모델에서 사교육을 근절하고자 하는 취지를 지닌다. 따라서 이 정책이 성공적이기 위해서는 학교 교육의 특별함과 사교육에 영향을 받지 않는 학교 시험의 출제가 수반되어야 할 것이다. 결국 이 정책이 성공적으로 이루어지기 위해서는 학교 교육이 특별해질 수 있도록 교사의 역량과 전문성을 강화하는 노력이 이루어져야 할 것이다.

한편, 보다 일반화된 만족도 함수를 구성하여 기존의 설정이 왜 그러했는가를 되짚어 보았으며, 일반화된 설정 속에서 사교육 현상에 대한 근본적인 이상적 대안을 찾아 볼 수 있었다. 사교육에 의한 석차 향상에 대한 만족감의 절반이 그 비용을 초과하지 않는 사회 분위기가 조성된다면 내쉬 균형과 파레토 최적이 일치하는 이상적 상황을 이끌어낼 수 있게 됨을 알 수 있었다.

이상의 논의에 의하면, 2인 모델에서는 교사의 역량 강화가 필요 없으며, 단지 학교 시험

13) 학습 결손을 보충하는 사교육의 순기능을 부정하는 것은 아님. 즉, 본 연구에서는 사교육의 역기능을 순기능으로 전환하고자 하는 것이지, 사교육의 순기능 자체까지 부정하는 것은 아님.

과 사교육과의 비 연결이 사교육 근절의 핵심이었다. 그러나 3인 모델에서는 학교 시험과 사교육과의 비 연결 뿐 만 아니라, 교사의 역량 강화가 사교육 문제 해법의 핵심이었다. 2인 모델에 기반한 접근은 학교 간에 불거지는 공정성 문제를 제어할 수 없는 만큼, 3인 모델에 기반하여 접근하는 것이 필요하며, 이 모델에 기반하여 접근하면 사교육 문제의 해법을 위한 정책은 교사의 역량 강화와 학교 시험과 사교육과의 비 연결을 위주로 이루어져야 하며, 이를 위해서는 결국 교사의 역량을 강화할 수 있는 지원을 아끼지 말아야 할 것으로 생각된다. 구체적으로 교사 역량 강화를 위한 노력으로 '우수한 인재가 교육자로 등용될 수 있는 사회 분위기 조성', '예비교사의 질적 향상을 돕는 교육자 양성 기관의 교육내용 프로그램의 질적 개선', '학교 업무가 아닌, 교재 연구와 같은 교육 자체의 상승에 집중할 수 있는 교육 풍토 조성' 등이 수반되어야 할 것이다. 또한 학교 시험과 사교육과의 비 연결을 위한 노력으로 '교육자의 시험 출제 능력 함양을 돕는 프로그램 마련', '사교육과의 차별화를 위한 시험 출제의 자율성 강화' 등의 수반되어야 할 것이다.

아울러 극단적 사교육을 막을 수 있는 국가적 차원의 제도적 장치가 필요하다고 생각된다. 최근에 불거진 타워 팰리스 현상[14]은 극단적 사교육의 행태를 보여준 것으로 이를 게임이론의 관점에서 조명해보면, 극단적 사교육을 받지 못하는 학생들[15]은 최악의 만족도를 얻을 수밖에 없는 상황을 초래함을 알 수 있다. 왜냐하면 극단적 사교육을 받은 학생과 그렇지 않은 학생은 (사, 주)라는 전략 선택이 이루어지기 때문이다. 이 경우 '사'를 선택한 학생은 최상의 만족도를 얻는 반면, '주'를 선택한 학생은 최악의 만족도를 얻게 된다. 이와 같은 현상은 개인의 사욕에 의해 언제든지 나타날 수 있는 것으로 사회적 위화감을 조성하고, 사회적 신뢰를 훼손하게 할 것이다. 따라서 사교육 현상의 근절을 위해서는 국가적 차원의 제도적 개선이 더해져야 할 것으로 생각된다.

학생들은 수학이 갖는 위력에 대해 잘 인식하지 못하며, 수학은 수학 그 자체로 그친다고 생각하는 경향이 있다. 이런 이유로 그들은 수학을 왜 학습해야 하는지를 이해하지 못하며, 수학은 이론적 학문이지 실용적 학문은 될 수 없다고 생각하기 쉽다. 본 연구는 수학으로 사교육 현상을 해석함으로써, 수학의 응용력이 사회 현상에까지 미칠 수 있음을 보여주었다. 이런 점에서 본 연구는 수학의 위력을 인식하게 하는 수학교육적 함의점을 가진다고 볼 수 있겠다.

---

14) 최근 사회에 불거진 이 현상은 학부모들이 모여 고액의 비용을 들여 대치동 스타 강사를 1년 계약으로 초빙하고, 타워 팰리스를 임대하여 1년간 합숙하여 학생 전원을 서울대에 합격시켰던 극단적인 사교육의 행태를 보여주는 것이다(중앙일보, 2013).

15) 이들은 평범한 사교육을 받는 학생조차 포함하는 것이다. 왜냐하면 평범한 사교육을 받는 학생을 극단적 사교육을 받은 학생과 비교하면, 사교육을 받지 않는 효과가 나기 때문이다.

에필로그

본 연구는 게임 이론을 적용하여 사교육 현상을 이론적으로 접근하였다는 측면에서 의의를 갖는다. 그러나 복잡한 현상을 단순화시킴으로서 구체적 본질을 규명할 수 있는 장점이 있는 반면, 그 현상의 해석을 위해 그 무게가 결코 적지 않은 많은 요소들이 단순화 과정에서 간과되는 문제도 불가피하게 발생한다. 예를 들어, 사교육을 받으면 무조건 석차가 오르는가? 비용이 많이 들면 석차가 오르는가? 모든 학생들에게 같게 적용될 수 있는가? 더 많은 변수들은 어떻게 해석할 것인가? 만족도 함수를 설정함에 있어서도 사교육에 사용되는 비용과 만족도 측면을 가지고 다룸으로서 교육을 지나치게 경제적 논리에서 해석하고자 한 경향을 갖는 것은 아닌가? 등이 그것이다. 이런 측면에서 본 연구 모델이 지나치게 이론적이라는 한계를 지니고 있는 것은 분명하지만, 사교육 현상에 대한 수학적인 이론적 모델 구축의 시도라는 측면에서 현상 해석의 발판을 마련하였다는 의의를 지닌다. 즉, 단순화 자체에 몇 가지 문제점이 상존하지만, 단순화시킨 모델에서는 객관적인 근거 하에 본 연구의 결과가 도출된다는 점이 그 의의이다. 이런 점에서 본 연구는 사교육 현상에 대한 보다 근본적 대안의 밑거름이 될 수 있을 것으로 생각된다. 예컨대 본 연구의 결과에 의하면 사교육 현상의 해법을 위한 정책은 교사의 역량 강화와 학교 시험과 사교육과의 비 연결을 위주로 이루어져야 하며, 국가에서는 교사의 역량을 강화할 수 있는 지원을 아끼지 말아야 할 것을 강조하고 있다. 이는 공교육의 변화에 대한 사교육의 적응력 측면 즉, 사교육이 공교육의 변화보다 빠르게 움직이는 현실적 요소에 대한 시사점을 제공한다. 교사의 역량 강화는 사교육의 적응력보다 속도나 수위가 낮아서는 결코 안 되며 개인이나 소규모 교육기관에 일임할 일이 아니라는 것이다. 다만 그러한 교사의 역량강화를 어떻게 구현해 낼 것인가에 대한 논의는 불가피하게 후속연구로 남겨야 한다.

참고 문헌

강성호 · 임병인(2012). 사교육비 결정요인 분석: 전업주부를 중심으로. 한국데이터정보과학회지, 23(3), 543-558.

권기석 · 박배훈(1997). 고등학교 수학적 모델링의 활용에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 36(2), 149-159.

김단영(2011). 사설 과학영재교육기관에 대한 청소년들의 인식에 관한 연구. 연세대학교 석사학위논문.

김성희(2002). 온라인 교육에 대한 사교육비 지출 실태 및 효과 분석. 한국가족지원경영학회지, 6(1), 53-72.

김수경(2010). 초등 영재 학생들과 일반 학생들의 사교육에 대한 학부모들의 인식 비교. 인천대학교 석사학위논문.

김숙 · 황우형(2005). 공교육과 사교육에서 교수자의 교수방법 분석. 한국학교수학회논문집, 8(2), 273-289.

김영화·박현정·이인효(1993). 한국인의 교육열 연구. 서울: 한국교육개발원.

김인경(2012). 수학적 모델링과 수학화 및 문제해결 비교 분석. 한국수학사학회지, 25(2), 71-95.

김재완(2003). Will U-learning Replace Any Private Lesson? 한국산업정보학회: 학술대회논문집, 227-237.

박소현 · 이금숙(2011). 사교육 시설의 수요와 공급에 나타나는 공간적 특성: 수도권 지역 사설학원을 중심으로. 한국경제지리학회지, 14(1), 33-51.

백우정 · 최종덕(2011). 시스템사고를 통한 사교육비경감정책 평가: 노무현 정부와 이명박 정부를 중심으로. 한국 시스템다이내믹스 연구, 12(4), 5-34.

성백남 · 정갑영(2002). 미시경제학. 서울: 박영사.

신경희 · 김연지(2011). 절댓값 기호를 포함한 일차함수와 그 그래프의 개념발달에 관한 수학적 모델링 사례연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 50(2), 165-184.

신은주 · 이종희(2004). 중학생들의 모델링 활동에서 메타인지 분석에 관한 사례연구, 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 14(4), 403-419.

안선희(2009). 영어무상교육과 영어교육혁신을 통한 영어사교육비 경감대책. 서울: 한국교육연구소 여의도연구소.

오만숙 · 김진희(2011). 초 · 중 · 고생의 사교육비 지출에 대한 통계 분석. 응용통계연구, 24(1), 193-206.

이성림(2005). 사교육비 부담과 가계의 소비지출. 한국가정관리학회, 23(3). 63-76.

이종재·이희숙(2008). 사교육 현상에 대한 세계적 동향분석. 아시아교육연구, 9(2), 203-228.

이준구(2008). 미시경제학, 서울: 법문사.

임천순·우명숙·채재은(2008). 사교육 수요분석. 교육재정경제연구, 17(2), 1-27.

중앙일보(2013). http://joongang.joinsmsn.com/article/269/10797269.html.

한기순·박유진(2013). 영재들은 왜 사교육을 받을까?: 초등 영재의 사교육 실태 및 참여 결정요인 분석. 영재교육연구, 23(4), 505-521.

Axelrod, R.(1984). The evolution of cooperation. New York: Basic Books.

Burghes, D.(1980). Mathematical modeling: a positive direction for the teaching of applications of mathematics at school, Educational Studies in mathematics, 11, 113-131.

Doerr, H. M. & English, L.(2003). "A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data". Journal of Research in Mathematics Education 34(2), 110-136.

Edwards, D. & Hamson, M.(1989). Guide to Mathematical Modelling. Boca Raton, FL: CRC Press.

Galbraith, P. L. & Clatworthy, N. J.(1990). Beyond standard models-Meeting the challenge of modelling. Educational Studies in Mathematics, 21, 137-163.

Swetz, F. & Hartzler, J. S.(1991). Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum: A Resource Guide of Classroom Exercises. Reston, VA: NCTM.

Zbiek, R. M.(1998). Prospective teachers' use of computing tools to develop and validate functions as mathematical models. Journal for Research in Mathematics Education, 29(2), 184-201.

An Theoretical Approaches to the Phenomenon of Private Education using the Game Theory

Roh, Eun Hwan[16) · Kang, Jeong Gi[17) · Roh, Moon Ghi[18)

Abstract

The purpose of the study is to analyze the phenomenon of private education and to get the countermeasures of it. To do this, we approached the phenomenon of private education from the game theory, which is famous in economics. As result, we could make the mathematical model. One is a model consisted of two-person. This is a mathematical model simplifying the competition within the school. The problem of private education can be solved by the disconnection with private education and exam of school in this model. The other is a model consisted of three-person. This is a mathematical model simplifying the interscholastic competition. The problem of private education can not only be solved by the disconnection with private education and exam of school, but can be also solved by the specificity of school education in this model. We will hope that our study can give an aid in deciding an educational policy.

Key Words : Phenomenon of private education, Game theory, Mathematical model

Received July 27, 2013
Revised November 23, 2013
Accepted December 26, 2013

16) Chinju National University of Education (idealmath@gmail.com; ehroh@cue.ac.kr)
17) Corresponding Author, Namsan Middle School (jeonggikang@gmail.com)
18) Changwon Science High School (moonghiroh@gmail.com)