

## 중·고등학교 수학 내신 평가문항 개발 가이드라인 연구<sup>1)</sup>

이환철<sup>2)</sup> · 김동원<sup>3)</sup> · 황혜정<sup>4)</sup> · 김부미<sup>5)</sup> · 김선희<sup>6)</sup> · 이형주<sup>7)</sup>

본 연구는 수학교육 선진화 방안(12.1)에 따라 중·고등학교 수학교사가 내신 평가문항을 출제함에 있어 유념해야 할 개발 절차를 안내하는 것을 목적으로 하였다. 연구 결과, 평가문항 개발 가이드라인을 크게 '지도 내용 분석 과정', '평가 문항 구성 과정', '평가 문항 완성 과정'으로 범주화하여 제시하였다. 본 연구의 적용 과정에서 연구 결과가 수학교사의 평가전 문성 신장에 기여할 것이며 교사의 평가문항 출제 후 자기진단 도구로도 활용될 수 있음을 확인하였다.

주요용어 : 수학 평가문항, 평가 가이드라인

### I. 서론

#### 1. 연구의 필요성과 목적

교육과학기술부(2012)는 수학교육 선진화 방안에서 기본 원리와 개념의 이해에 충실한 평가를 장려하여 과도한 사교육을 유발하는 평가풍토나 소모적인 문제풀이를 요구하는 평가풍토를 개선하겠다고 하였다. 예를 들어 박경미 외(2011)는 수학 내신 시험의 난이도를 분석하면서 중학교 수학 교육과정의 내용 범위를 넘어서는 문항이 포함되어 있거나 계산이 복잡하여 해결하는데 시간이 오래 걸리는 문제가 포함되어 있다고 하였다. 또한 고등학교 내용을 학습했을 때 쉽게 해결할 수 있는 문항이 포함되어 선행학습을 조장하는 경우가 있다고 하였다. 교육과학기술부(2012)는 또한 교육과학기술부, 시도교육청, 수학교육 전문가 공동으로 교육과정 운영 실태에 대한 주기적 점검 실시 및 위반사례에 대한 장학지도를 강화하겠다고 하였다. 이러한 교육과학기술부의 의지는 기존에 학교 수학교육에서 사용해 오던 잘못된 평가 관행을 변화시키겠다는 것으로 볼 수 있다.

2009 개정 교육과정 총론(교육과학기술부, 2009)의 학교급별 교육과정 편성과 운영 항목에

- 1) 이 논문은 교육과학기술부 재원으로 한국과학창의재단의 지원을 받아 수행된 성과물의 일부임.
- 2) 한국과학창의재단, singgri@kofac.re.kr
- 3) 한국과학창의재단, pourpeda@kofac.re.kr, 교신저자
- 4) 조선대학교, sh0502@chosun.ac.kr
- 5) 원광대학교, bmkim@wku.ac.kr
- 6) 신라대학교, mathsun@silla.ac.kr
- 7) 세종과학고등학교, failnot@daum.net

는 다음과 같이 학교에서의 평가가 가르친 내용과 기능을 평가해야 한다는 점을 분명히 하고 있다.

(배) 학교와 교사는 학교에서 가르친 내용과 기능을 평가하도록 한다. 학생이 학교에서 배울 기회를 마련해 주지 않고, 학교 밖의 교육 수단을 통해서 익힐 수밖에 없는 내용과 기능은 평가하지 않도록 유의한다.

가르친 내용과 기능을 평가해야 한다는 의미에서 교사는 교육과정 내용 성취기준과 학생들의 성취수준을 고려하여 평가문항을 제작해야 한다. 2009 개정 교육과정 총론에는 국가수준 지원 사항 중 하나로, 학교에서 교육과정의 정신을 구현한 평가 활동이 이루어질 수 있도록 ‘평가기준’(이하 ‘성취기준’)을 개발 보급해야 한다고 하였다. 이에 지난 8월말까지 완료된 성취기준·성취수준 연구는 교육과학기술부(2011)가 2011년 12월에 발표한 ‘성취평가제’ 시행과 맞물려 더욱 심도있게 추진되었다. 성취평가제 시행으로 인해 교사들은 학교 내신 평가문항을 출제함에 있어 학생들의 도달점을 미리 생각하고, 그 출제 범위가 관련 성취기준·성취수준 내에 있도록 더욱 주의해야 한다.

수학교육 선진화 방안이나 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 내용들이 학교에서의 수학 평가에 적용되기 위해서는 교사들의 많은 노력이 필요하다. 이와 같은 내용들이 이전의 교육과정에서도 충분히 논의되어 왔고 강조되어 왔음에도 불구하고 계속해서 강조되고 있다는 점에서 변화를 위한 실질적인 지원 방안이 만들어져야 한다.

본 연구는 중·고등학교 수학 내신 평가문항 개발 가이드라인을 구성하는 것을 목적으로 한다. 기존에도 평가문항 개발과 관련하여 많은 연구들이 수행되어 왔으나 대부분의 연구가 평가문항의 완성도를 높이기 위해 고려해야 할 사항이나 평가문항을 개발하기 위해 필요한 교사의 평가전문성 신장 방안에 초점을 두었다(신범영, 2010; 김진구, 2011; 이석현, 2010). 그러나 완성도를 높이기 위해 여러 노력을 하여도 교사가 처음 생각한 평가문항의 내용과 형식의 기본 틀은 쉽게 변하지 않는다. 그런 면에서 평가문항의 초안을 작성하는 과정에서 교사들이 유념해야 할 점들을 제시해 준다는 것은 교육과정의 준수, 수업과 평가의 연계라는 측면에서 긍정적으로 작용할 것이라 생각한다. 이에 본 연구는 중·고등학교 수학 내신 평가문항 개발 특히 문항의 초안 수준이 개발되는 과정에 초점을 두어 평가문항 개발 가이드라인을 제시하고자 한다.

## 2. 이론적 배경

교육과학기술부는 2011년 12월 중등학교 학사관리 선진화 방안의 하나로 성취평가제를 발표하였다. 성취평가제는 국가 수준의 교육과정에 근거하여 개발된 교과목별 성취기준에 대한 학생의 도달정도를 평가하는 제도로 교육과정과 교수·학습과의 긴밀한 연계 속에서 이루어지는 평가를 말한다(교육과학기술부, 2012). 기본적으로 교육과정, 수업, 평가는 일관되게 이루어져야 하고 수업과 평가가 교실 내에서 연결되어 있어야 한다(Katims, Nash & Tocci, 1993). 또한 수업 내용과 과정이 분명하며 신뢰있고 타당한 평가와 더불어 설계될 때, 학생들은 더 향상될 것이고 교육에 대한 책무성 체계가 더 잘 이루어질 것이다(Peck & Scarpati, 2005). 이처럼 학생 평가와 수업은 서로 연관되어 있으므로, 수학 교사는 수학 교

수(teaching)를 평가하고 조정하기 위해 학생들의 학습을 모니터해야 한다(NCTM, 1991). 따라서 본 연구에서 평가문항이라 함은 수학 수업과 밀접한 연계성을 가지는 개념으로, 수업과 연계된 평가문항을 의미하는 것이다.

교육과정, 수업, 평가가 일관되게 이루어져야 한다는 것은 수학 교과 이외의 다른 교과에서도 연구가 진행되어 왔다. 특히 교사가 평가 결과를 이용하여 수업을 개선하고 수업 중 의사결정에 활용해야 한다는 내용의 연구가 많이 진행되었다(Hamilton, 2010; Stanford & Reeves, 2005). 또한 수학 평가를 개선하고 평가 방법을 다양하게 해야 한다는 취지하에 수업의 변화를 연구한 논문도 상당수 있다(Lambdin & Forseth, 1996; Katims, Nash & Tocci, 1993; 손정화·강옥기, 2012). 하지만 지필평가 문항이 수학 수업과 어떻게 연계되어 출제되어야 하는지에 대한 연구는 국내외에서 찾아보기 어렵다.

한편, 수업과 연계된 평가 문항을 개발하는 것은 교사의 평가 전문성을 요구한다. 평가문항 개발 절차와 관련하여 서울시교육청(2011)은 평가 목적 확인, 평가 목표 결정, 문항 초안 작성, 예시 답안 및 채점 기준 작성, 문항 검토·수정의 5단계를 제시하고 있으나, 교사들은 기존에 개발된 표준화 검사나 문제집 등에서 경험한 문항 등을 참고하거나 유추하여 문항의 초안을 작성하는 경우가 있다. 또한 기존 평가문항 개발 과정 관련 연구는 평가문항 개발 과정을 소개하여 교사의 평가 전문성 신장에 기여하고자 한 연구(신범영, 2010; 김진구, 2011; 이석현, 2010)가 있었으나 문항 초안이 어떤 수정 과정을 거쳐 완성된 문항으로 만들어지는지에 초점을 맞춘 연구였다. 그러나 교사들은 평가의 전 과정 중 문항 개발에 가장 어려움을 겪는 편이다(이인제 외, 2004). 이러한 점에서 평가문항의 초안이 만들어지는 과정에 대한 안내는 반드시 필요하다.

따라서 본 연구는 수업과 연계된 평가로서, 평가문항의 초안이 만들어지는 과정을 중심으로 전반적인 과정을 분석하여 평가문항 개발 가이드라인을 제시하고자 한다. 특히 교육과정을 준수하고, 수업과 연계된 평가문항이 제작되어야 한다는 점에서 평가문항 개발 가이드라인을 제시하고자 한다.

## II. 연구의 실제

### 1. 연구 방법

#### 1) 연구진 구성

본 연구는 중·고등학교 수학교사의 평가문항 개발 과정을 분석함으로써 평가문항 개발 가이드라인을 만드는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 공동연구원으로는 수학교육 평가관련 전문가인 3명의 수학교육학 교수, 문항개발진으로는 현장에서 문항 개발 경험이 많은 교사 5명을 다양한 방법으로 추천받아 구성하였다. 문항개발진의 경우 중학교 교사와 고등학교 교사가 적절히 분포되도록 하였고, 재직 학교의 학력 수준에 따라 출제 문항의 교육과정 준수 여부가 나타날 수도 있다는 생각에서 학력 수준이 높은 학교와 그렇지 학교 교사가 적절히 분포되도록 하였다. 다만 연구의 원활한 진행을 위해 문항개발진 모두 서울 지역 교사로 하였으며, 서울 지역 이외의 교사는 다양한 전문가 활용을 통해 의견을 수렴하는 것으로 하였

다. <표 II-1>은 문항개발진의 경력 및 재직 학교의 특성을 정리한 것이다.

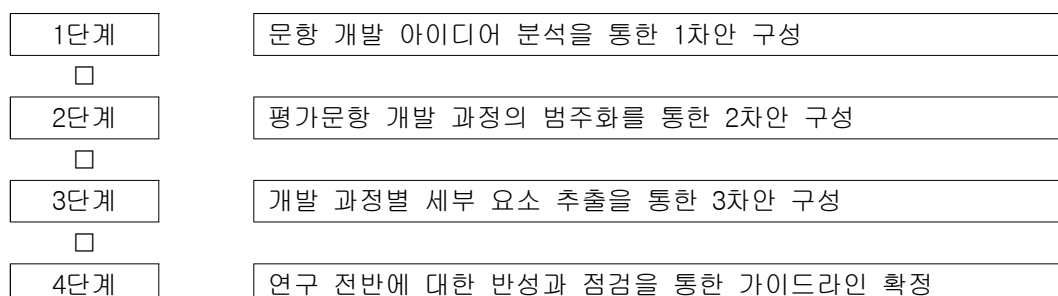
<표 II-1> 문항개발진의 경력 및 재직 학교 특성

| 교사 | 교직경력(년) | 중·고교 근무 경력 | 재직 학교 학력 수준 |
|----|---------|------------|-------------|
| A  | 9       | 중(현)       | 상           |
| B  | 11      | 중(전), 고(현) | 상           |
| C  | 10      | 중(전), 고(현) | 하           |
| D  | 5       | 고(현)       | 중           |
| E  | 22      | 중(현)       | 중, 하        |

## 2) 연구의 방법 및 절차

본 연구는 수업과 연계된 평가로서, 평가문항의 초안이 만들어지는 과정에 초점을 두되 전반적인 개발 과정을 분석하여 평가문항 개발 가이드라인을 제시하고자 한다. 이를 위해 평가문항 개발 과정을 분석하여 몇 가지 과정으로 범주화하고, 각 과정에 대하여 세분화된 요소를 찾아 이를 제시하고자 한다.

본 연구를 위해 본격적인 연구 단계에 앞서 연구의 목적과 내용에 대한 발제와 토론을 두 차례에 걸쳐 진행하면서 전반적인 연구의 방향에 대해 공유하는 자리를 가졌다. 이후 [그림 1]과 같이 크게 네 단계의 절차를 통해 평가문항 개발 가이드라인 연구가 수행되었다.



[그림1] 연구의 절차

첫 번째 단계의 목적은 교사가 평가문항을 개발할 때 어떤 아이디어에 의해 개발하는지를 살펴보는 것이었다. 문항개발진은 자신의 출제했던 평가문항 중에서 수업과 연계된 평가문항으로 판단되는 문항을 선택하여 그 문항을 개발하게 된 아이디어를 진술하였다. 진술된 내용에 대한 분석을 통해 가이드라인 1차안을 구성하였다.

두 번째 단계의 목적은 평가문항 개발 과정을 보다 범주화, 세분화하는 것이었다. 문항개발진은 가이드라인 1차안에 따라 문항 개발 과정을 진술하면서 추가 또는 수정 보완 사항을 찾아 언급하였다. 이에 문항 개발 과정을 크게 세 가지 과정으로 구분하고 각 과정에 대한 세부 요소를 언급하는 가이드라인 2차안을 구성하였다.

세 번째 단계의 목적은 평가문항 개발 과정의 과정별 특징과 세부 요소를 명료화하여 제

시하는 것이었다. 문항개발진은 가이드라인 2차안에 따라 한 번은 동일한 학습 내용에 대하여 문항 개발 과정을 작성하였고, 다른 한 번은 기말고사 출제 시기와 맞물려 있어서 실제 기말고사 문항을 출제하면서 작성하였다. 이를 통해 가이드라인 3차안을 구성하였다.

마지막 단계의 목적은 가이드라인 3차안이 연구 목적에 적합한지에 대한 토론을 통해 평가문항 개발 가이드라인 전반에 대한 반성과 점검을 하는 것이었다. 이를 통해 평가문항 개발 가이드라인을 확정하였다.

## 2. 분석 결과

본 연구는 수업과 연계된 평가로서, 평가문항의 초안이 만들어지는 과정에 초점을 두되 전반적인 개발 과정을 분석하여 평가문항 개발 가이드라인을 제시하고자 하였다. 이에 따라 평가문항 개발 과정을 분석하여 몇 가지 과정으로 범주화하고, 각 과정에 대하여 세분화된 요소를 찾아 이를 제시하고자 하였다. 연구에 따른 분석 결과를 제시하면 다음과 같다.

### 1) 평가문항 개발 과정의 범주화

중·고등학교 수학교사가 평가문항을 개발할 때 영향을 미치는 아이디어는 무엇인가에 대한 분석이 필요하다는 지적에 따라, 문항개발진이 몇 차례에 걸쳐 작성해 온 문항에 대하여 그 개발 과정 아이디어를 분석하였다. 예를 들어, <표 II-2>는 연구 절차 1단계에서 교사들이 제시한 문항 개발 아이디어와 그에 대한 분석결과를 나타낸 것이다.

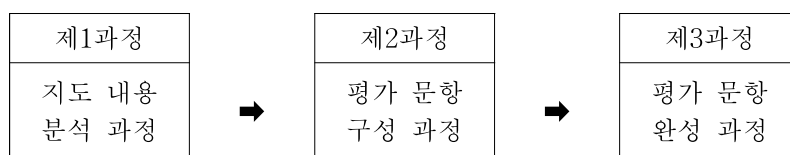
<표 II-2> 문항 개발 아이디어 분석

| 교사 | 문항 개발 아이디어   | 분석       |
|----|--|----------|
| A  | ① 이차방정식의 풀이에서 학생들이 우변이 0이 아닌데도 인수분해를 시도하는 경우를 관찰한 경험을 말하면서 이를 문항으로 제작하였다.  | 학생 오류 주목 |
|    | ② 교사는 평소 사용하던 서로 닮음인 A4용지와 B4용지의 넓이를 비를 제시하여 닮음비를 구하도록 함으로써 제곱근표를 이용하여 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값을 근사적으로 구하도록 하였다.  | 실생활 연계   |
| B  | ① 미분을 활용한 수학적 모델링 문항을 출제하기 위해 일상에서 변화를 나타낼 수 있는 소재를 대학 미적분학 교재에서 참고하여 제작하였다.   | 문항 참고 변화 |
|    | ② 정적분의 정의를 이해하는지를 평가하기 위해 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$ 를 $\int_a^b f(x) dx$ 의 꼴로 다양하게 바꾸는 문항을 출제하였다.   | 개념 중심    |
| C  | ① 근과 계수의 관계에서 언급되는 $\alpha + \beta$ , $\alpha\beta$ 와 관련지어 학생들이 학습하였던 내용을 생각하면서 $\alpha^2 + \beta^2$ , $ \alpha - \beta $ 을 $\alpha + \beta$ , $\alpha\beta$ 를 이용한 식으로 표현, $G(\alpha + \beta, \alpha\beta)$ 와 $G(\alpha, \beta)$ 의 관계 등을 이용하는 문항을 제작하였다. | 선수 학습 연결 |
| D  | ① 수열 문항의 조건 중 하나인 $a_{n+2} - a_n = 3$ 에서 $a_{n+2}$ 에서 2를 변화시킴으로써 난이도를 조정할 수 있다고 하면서 출제하였다.   | 문항 조건 변화 |

[표2]과 같이 분석한 결과, 문항 A①, B②는 학생들을 지도한 내용이나 학생의 반응에 주목한 것이며, A②, C①은 실생활 요소나 선수 학습 내용과 연결시킨 것이었다. 그리고 B①, D①은 특정 문항을 변형한 것이었다.

위와 같은 방법으로 여러 출제 문항에 대한 분석을 4차례 정도 실시하고 난 후, 수학교사들은 문항의 내용을 선택하기 위해 지도한 내용, 학생들의 오류, 관련 실생활 상황, 관련 문항 및 참고자료 등에 관심을 둔다는 점과, 문항의 형식을 구성하기 위해 문항의 유형, 관련 행동 영역, 기존 문항의 변화 등에 관심을 둔다는 것을 발견하였다. 또한 문항이 초안 수준으로 개발된 후 답안 작성, 문항의 오류 점검 등의 과정을 통해 문항의 완성을 위한 조정 과정이 나타나는 것을 발견하였다. 따라서 문항 개발 과정을 문항의 내용적 측면과 형식적 측면으로 구분할 수 있으며 부가적으로 문항의 완성 과정이 포함된다는 결론을 이끌어 내었다.

이상으로부터 평가문항 개발 과정은 [그림2]와 같이 크게 세 가지 과정 즉, 문항의 내용을 선택하는 ‘지도 내용 분석 과정’, 문항의 형식을 구성하는 ‘평가 문항 구성 과정’, 문항의 완성도를 높이는 ‘평가 문항 완성 과정’으로 범주화하였다. 특히 수업과 연계된 평가문항이라는 측면에서 ‘지도 내용 분석 과정’을 처음에 제시하여 세 가지 과정을 순서화하였다.



[그림2] 평가문항 개발 과정

## 2) ‘지도 내용 분석 과정’의 세부 요소

평가문항 개발 과정 중 제1과정인 ‘지도 내용 분석 과정’과 관련한 요소로서, 평가문항 가이드라인 1차안에서는 ‘지도 내용 분석’이라고만 되어 있었으나 이에 대해 보다 명료화, 세분화할 필요성이 제기되어 2차안에서는 ‘어떤 학습 내용을 평가할 것인가?’, ‘수업시간에 어떻게 지도하였는가?’, ‘학습 내용과 관련하여 학생들에게 무엇을 강조하였는가?’, ‘학생들이 어떤 사고 과정을 보였는가?’의 네 가지 요소를 제시하였다. 여기서 첫 번째 요소와 두 번째 요소가 겹쳐진다는 지적과 첫 번째 요소는 가이드라인 전체의 기본이 되는 요소라는 분석에 따라 가이드라인의 세 가지 과정에 앞서 맨 앞에 기본요소로서 제시하기로 하였다.

따라서 ‘지도 내용 분석 과정’은 2, 3차안의 명료화 단계를 거쳐, <표 II-3>과 같이 수업에서 이루어진 교수·학습 방법을 확인하는 ‘어떤 방법으로 학생들을 지도하였는가?’, 수업에서 가장 강조한 개념, 용어, 표현 등을 확인하는 ‘어떤 점에 중점을 두어 지도하였는가?’, 수업에서 학생들이 보인 수학적 사고 과정이나 오개념 등을 확인하는 ‘학생들은 어떤 학습 반응을 보였는가?’의 세 가지 요소로 정리하였다.

<표 II-3> 지도 내용 분석 과정

| 지도 내용 분석 과정          | 설명 |
|----------------------|----|
| 어떤 방법으로 학생들을 지도하였는가? |    |
| 어떤 점에 중점을 두어 지도하였는가? |    |
| 학생들은 어떤 학습 반응을 보였는가? |    |

3) ‘평가 문항 구성 과정’의 세부 요소

평가문항 개발 과정 중 제2과정인 ‘평가 문항 구성 과정’과 관련하여, 가이드라인 1차안에서는 참고자료 분석, 문항 유형 선택, 문항의 행동 영역 선택의 세 가지 요소를 제시하였다. 연구 과정에서 문항의 난이도(곤란도)도 평가문항의 형식적 측면에 영향을 준다는 지적에 따라 추가되었다. 참고자료 분석의 경우는 단순히 제시하는 것이 아닌 문항 구성에 어떤 영향을 주었는지 그 반영사항을 생각하도록 하였다. 또한 행동영역, 문항 형식, 난이도에 대한 세부 정보가 필요하다는 지적에 따라 세부 정보<sup>8)</sup>를 체크한 후 그에 따른 반영사항을 생각하도록 하였다.

따라서 ‘평가 문항 구성 과정’은 <표 II-4>와 같이 네 가지 요소로 정리하였다.

<표 II-4> 평가 문항 구성 과정

| 평가 문항 구성 과정  | 설명          |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
|--|-------------|------|------|------|------|--|--|--|--|--|--|
| 어떤 행동영역을 반영할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>계산</td> <td>이해</td> <td>문제해결</td> <td>추론</td> <td>의사소통</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table> | 계산          | 이해   | 문제해결 | 추론   | 의사소통 |  |  |  |  |  |  |
| 계산   | 이해          | 문제해결 | 추론   | 의사소통 |      |  |  |  |  |  |  |
|  |             |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
| 어떤 문항 형식으로 출제할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>선다형</td> <td>단답형</td> <td>서술형</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>  | 선다형         | 단답형  | 서술형  |      |      |  |  |  |  |  |  |
| 선다형  | 단답형         | 서술형  |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
|  |             |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
| 어떤 난이도로 출제할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>어려움</td> <td>보통</td> <td>쉬움</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>   | 어려움         | 보통   | 쉬움   |      |      |  |  |  |  |  |  |
| 어려움  | 보통          | 쉬움   |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
|  |             |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
| 문항을 구성하기 위해 참고한 문항 또는 자료는 무엇인가?  | 참고 문항 또는 자료 |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |
|  | 반영사항        |      |      |      |      |  |  |  |  |  |  |

8) 행동영역, 문항 형식, 난이도를 몇 가지로 구분할 것인지에 대한 논의가 진행되었으며, 성취평가제 시행에 따라 안내된 수학과 예시자료에 제시된 이원목적분류표에 제시된 항목으로 구분하자는 의견으로 정리되었다.

4) ‘평가 문항 완성 과정’의 세부 요소

본 연구의 목적은 수업과 연계된 평가로서, 평가문항의 초안이 만들어지는 과정에 초점을 두었으므로 앞의 두 과정은 과정별 세부 요소에 대한 반영사항을 기록할 수 있도록 가이드라인을 구성하였다. 그러나 문항 초안에서 완성된 문항으로 변화되는 과정은 반드시 필요한 과정이지만 본 연구의 주된 목적이 아니므로 <표 II-5>와 같이 체크리스트 형태로 하여 제시하는 것으로 하였다.

<표 II-5> 평가 문항 완성 과정

| 평가 문항 완성 과정            | 예 | 아니오 |
|------------------------|---|-----|
| 평가목표에 적합한가?            |   |     |
| 수학적인 오류나 모호함이 없는가?     |   |     |
| 풀이에 오류는 없는가?           |   |     |
| 동료교사 또는 전문가와 검토를 하였는가? |   |     |

이상의 과정을 거쳐 평가문항 개발 가이드라인은 [그림3]과 같이 확정하였다. 특히 제1과정 후에 지도 내용 분석 결과로서 출제 방향과 평가 목표를 설정하게 함으로써, 수학 내신 평가 문항이 수업과 연계된 평가문항임을 분명히 하였다.

|                      |    |
|----------------------|----|
| [참고] 성취기준 관련 지도 내용   |    |
| ① 지도 내용 분석 과정        |    |
| 개발 가이드라인             | 설명 |
| 어떤 방법으로 학생들을 지도하였는가? |    |
| 어떤 점에 중점을 두어 지도하였는가? |    |
| 학생들은 어떤 학습 반응을 보였는가? |    |
| □ 지도 내용 분석 결과        |    |
| 출제 방향 및 평가 목표        |    |
| 출제 방향                |    |
| 평가 목표                |    |
| ② 평가 문항 구성 과정        |    |



| 개발 가이드라인                                 |    |      |                  |      | 설명 |
|--|----|------|------------------|------|----|
| 어떤 행동영역을 반영할 것인가?                        |    |      |                  |      |    |
| 계산                                       | 이해 | 문제해결 | 추론               | 의사소통 |    |
| 어떤 문항 형식으로 출제할 것인가?                      |    |      |                  |      |    |
| 선다형                                      |    | 단답형  | 서술형              |      |    |
| 어떤 난이도로 출제할 것인가?                         |    |      |                  |      |    |
| 어려움                                      |    | 보통   | 쉬움               |      |    |
| 문항을 구성하기 위해 참고한 문항 또는 자료는 무엇인가?          |    |      | 참고 문항 또는 자료 반영사항 |      |    |
| □ 평가 문항 구성 결과                            |    |      |                  |      |    |
| 평가 문항 및 풀이 과정                            |    |      |                  |      |    |
| ▪ (풀이)                                   |    |      |                  |      |    |
| ③ 평가 문항 완성 과정                            |    |      |                  |      |    |
| ※ 다음 물음에 예/아니오를 체크하면서 문항을 완성하는 것을 권장합니다. |    |      |                  |      |    |
| 개발 가이드라인                                 |    |      | 예                | 아니오  |    |
| 평가목표에 적합한가?                              |    |      |                  |      |    |
| 수학적인 오류나 모호함이 없는가?                       |    |      |                  |      |    |
| 풀이에 오류는 없는가?                             |    |      |                  |      |    |
| 동료교사 또는 전문가와 검토를 하였는가?                   |    |      |                  |      |    |

[그림3] 평가문항 개발 가이드라인

### Ⅲ. 연구의 결론

본 연구는 중·고등학교 수학 내신 평가문항 개발 가이드라인을 만드는 연구이다. 연구 제목에서 살필 수 있듯이, 대상은 중·고등학교이며 평가문항은 학교 중간·기말고사에 해당하는 내신 평가문항이다. 이러한 중·고등학교 수학 내신 평가문항을 개발함에 있어 지침 또는 기준선을 만드는 것이다. 중·고등학교 수학 내신 평가문항이 개발됨에 있어 기존에는 소모적인 문제 풀이 위주의 문항이나 교육과정 밖의 문항이 출제되기도 하였다. 이러한 점을 바로 잡아 수업과 연계된 평가문항이 출제되도록 하는 것은 수학교육을 선진화, 정상화시키는 것이라는 점에서 본 연구의 의의가 있다.

이에 선행연구 분석과 문항 분석 등을 통해 수업과 연계된 평가문항을 개발하는 과정을 크게 ‘지도 내용 분석 과정’, ‘평가 문항 구성 과정’, ‘평가 문항 완성 과정’의 세 가지로 범주화하고 각 과정별 세부 요소를 물음 형태로 하여 교사가 문항을 출제함에 있어 생각할 기회를 제공하는 방법으로 제시하였다. 이렇게 만들어진 중·고등학교 평가문항 개발 가이드라인 연구를 통해 다음의 사항이 학교 수학교육에 기여할 것으로 판단된다.

첫째, 본 연구를 통해 개발된 가이드라인을 통해 수업과 연계된 즉 수업에서 이루어진 상황에 충실한 평가문항이 만들어질 것이다. 수학교사가 평가문항을 출제함에 있어 ‘지도 내용 분석 과정’을 먼저 거침으로 인해 수업에서 사용한 교수·학습 방법, 중점 사항, 학생들의 반응과 성취도가 평가문항에 반영될 것이다. 이는 공교육의 정상화에 기여할 수 있는 계기가 되었다는 점에서도 의미를 찾을 수 있다.

둘째, 수학교사의 평가 전문성 신장에 기여하게 될 것이다. 이환철·장미숙(2012)은 수학교육 관련 교사연수 현황을 분석한 결과 다른 교과에 비해 연수의 양이 적을 뿐 아니라 평가에 관한 다양한 연수가 부족하다고 하였다. 본 연구를 통해 개발된 가이드라인은 문항의 초안이 개발되는 과정에 연구의 초점을 둠으로써 교사에게 문항 개발의 지침이 될 뿐 아니라 그 개발 방법을 습득하는데 도움을 줄 것이다. 향후 이 가이드라인에 따라 작성된 사례를 제공함으로써 보다 실제적인 평가 전문성 신장의 기회가 마련될 것으로 기대된다.

셋째, 평가문항 개발 후 수학교사의 자기진단 도구로서 사용될 것이다. 자신이 출제한 평가문항의 개발 과정을 가이드라인에 따라 진술해 봄으로써 문항에 대한 반성의 계기가 만들어질 것이다. 실제로 문항개발진 중 한 명은 다음과 같이 언급하였다.

문항을 출제하면서 느낀 건데 제가 학생들의 반응과, 문항의 소재에 굉장히 집착하여 문제를 낸다는 것을 깨달았습니다. 이렇게 단계별로 정리해보니까 제 문제 내는 스타일이 보이네요.

## 참고 문헌

- 교육과학기술부(2009). 2009 개정 교육과정 총론.
- 교육과학기술부(2011). 중등학교 학사관리 선진화 방안.
- 교육과학기술부(2012). 수학교육 선진화 방안.
- 김진구(2011). 농업교사의 대학수학능력시험 문항개발과정에 관한 사례 연구. 한국농업교육학회.
- 박경미, 김현철, 김영화, 신혜숙, 전현욱, 최수일, 김성여, 강은주, 김동원, 이동환 (2011). 우리나라의 수학교육 현안 조사연구. 한국과학창의재단 정책연구 2011-9.
- 손정화, 강옥기(2012). 수학교육의 교수-학습 참평가 모형 및 예시 도구 개발 : 프로젝트법을 중심으로. 대한수학교육학회지 <학교수학>, 14(1), 109-134.
- 서울특별시교육청(2011). 수학과 서술형평가 문항 자료집 -고등학교용-. 서울시교육청 서교

연 2011-49.

- 신범영(2010). 바람직한 수학 평가 문항 제작에 대한 연구. 석사학위 논문, 서울시립대.
- 이석현(2010). 평가 문항 제작에 필요한 교사의 지식에 대한 연구 - 중등학교 수학과 평가 문항 컨설팅 내용을 중심으로, 박사학위 논문, 단국대학교.
- 이인제, 이범홍, 박정, 진재관, 김옥남, 서수현, 김신영(2004). 교사의 학생평가 전문성 신장 모형과 기준. 한국교육과정평가원. 연구보고 RRE 2004-5-2.
- 이환철, 장미숙(2012). 수학교육 관련 교사 연수 현황 분석을 통한 정책 방안 모색. 한국학교수학회 <한국학교수학회논문집>, 15(1), 171-182.
- Hamilton, S.(201). Assessment-based instruction. *Army Medical Department Journal*, Oct-Dec, pp. 63-64.
- Katims, N., Nash, P. & Tocci, C. M.(1993). Linking instruction and assessment in a middle school mathematics classroom. *Middle School Journal*, 25(2), pp. 28-35.
- Lambdin, D. V. & Forseth, C.(1996). Seamless assessment/instruction=Good teaching. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), pp. 294-298.
- Peck, A. & Scarpati, S.(2005). Instruction and assessment. *Teaching exceptional children*, Mar/Apr, p.7.
- NCTM(1991). *Professional Development Sandards*. NCTM
- Stanford, P. & Reeves, S.(2005). Assessment that drives instruction. *Teaching Exceptional Children*, Mar/Apr, pp. 18-22.

## A Study on a Guide-Line for Assessment Items Development in Middle and High School Mathematics

Lee, Hwan Chul<sup>9)</sup> · Kim, Dong-Won<sup>10)</sup> · Hwang, Hye Jeang<sup>11)</sup> ·  
Kim, Bu mi<sup>12)</sup> · Kim, Sun Hee<sup>13)</sup> · Lee, Hyung Joo<sup>14)</sup>

### Abstract

This study aims to suggest a Guide-Line for Assessment Items Development in Middle and High School Mathematics that was included in the plan for advancement of mathematics education(2012). Consequently, we categorized a Guide-Line for Assessment Items Development as three process: 'Lesson content analysis process', 'Assessment items making process', 'Assessment items completed process'. This study will contribute to improve teacher's assessment professionalism and can be used as self-diagnosis tools.

Key Words : Mathematics Assessment Items, a Guide-Line for Assessment Items

Received September 23, 2013

Revised December 17, 2013

Accepted December 26, 2013

---

9) Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity (singgri@kofac.re.kr)

10) Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity (pourpeda@kofac.re.kr)

11) Department of Mathematics Education, Chosun University (sh0502@chosun.ac.kr)

12) Department of Mathematics Education, Wonkwang University (bmkim@wku.ac.kr)

13) Department of Mathematics Education, Silla University (mathsun@silla.ac.kr)

14) Sejong Science High School (failnot@hanmail.net)

[부록] 평가문항 개발 가이드라인 적용 사례

| 성취기준   |
|--|
| 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을 구할 수 있다. |

| 평가 문항 아이디어  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>천재적인 수학자 가우스는 10세 때 1부터 50까지의 합을 다음과 같이 구하였다.</p> <p style="text-align: center;">1에서 50까지의 합 <math>1+2+3+\dots+50</math>은 <math>50+49+48+\dots+3+2+1</math>과 같다.<br/>따라서 1에서 50까지의 합의 두 배는</p> $(1+50)+(2+49)+(3+48)+\dots+(50+1)=51 \times 50$ <p style="text-align: center;">와 같다. 따라서 구하고자 하는 총 합은 <math>\frac{51 \times 50}{2}</math>이다.</p> <p>위에서 소개된 가우스의 방법은 다음과 같이 그림을 이용하여 구할 수 있다.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th colspan="2"></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th></tr> <tr><th>1</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>2</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>3</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>4</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>5</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>6</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>7</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> <tr><th>8</th><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td style="background-color: #cccccc;"></td></tr> </table> </div> </div> <p>다음 그림에서 주어진 규칙대로 색칠해 나갈 때, <math>n</math>번째 줄에 색칠해진 칸의 수를 수열로 나타내고 위 방법을 이용하여 20번째 줄까지 색칠된 모든 칸의 총 개수를 구하여라.</p> <div style="text-align: center;"> </div> |  |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|   |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

[참고] 성취기준 관련 지도 내용

**등차수열의 일반항**

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이  $a$ 이고, 공차가  $d$ 인 등차수열이라고 할 때, 제  $n$ 항  $a_n$ 과 제  $n+1$ 항  $a_{n+1}$  사이에는

$$a_{n+1} = a_n + d \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

와 같은 관계가 성립한다. 이 때,

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= a+d \\ a_3 &= a+2d \\ a_4 &= a+3d \\ &\vdots \\ a_n &= a+(n-1)d \end{aligned}$$

이므로 일반항은  $a_n = a + (n-1)d$ 임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

**등차수열의 일반항**

첫째항이  $a$ 이고, 공차가  $d$ 인 등차수열의 일반항  $a_n$ 은

$$a_n = a + (n-1)d$$

**등차수열의 합**

자연수의 합에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

① 다음은 가우스가 10세 때 1부터 50까지의 합을 계산한 방법이다. 여기서 ③은 ①, ②를 번끼리 더한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + 3 + \dots + 48 + 49 + 50 \quad \dots \textcircled{1} \\ +) \quad S &= 50 + 49 + 48 + \dots + 3 + 2 + 1 \quad \dots \textcircled{2} \\ \hline \square \times S &= 51 + \square + \square + \dots + 51 + 51 + \square \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

즉,  $2S = \square \times 51$ 이므로  $S = \frac{\square \times 51}{2} = \square$

② 위의 방법으로 1부터 100까지의 합을 계산하여 보아라.

등차수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을 구하는 방법에 대하여 알아보자.

첫째항이  $a$ 이고, 공차가  $d$ 인 등차수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 라 하고, 제  $n$ 항을  $l$ 이라 하면

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-d) + l \quad \dots \textcircled{1}$$

①의 우변의 항을 역순으로 쓰면

$$S_n = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+d) + a \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 번끼리 더하면

$$2S_n = (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) = n(a+l)$$

따라서,

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2}$$

또,  $l = a + (n-1)d$ 이므로

$$S_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

**등차수열의 합**

첫째항이  $a$ 이고 공차가  $d$ , 제  $n$ 항이  $l$ 인 등차수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 은

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$$

**예제** • 첫째항이 2이고 공차가 2인 등차수열의 첫째항부터 제 10항까지의 합은

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{10[2 \cdot 2 + (10-1) \cdot 2]}{2} \\ &= \frac{10 \times 22}{2} = 110 \end{aligned}$$

[(주)중앙교육진흥연구소 수 | 교과서]

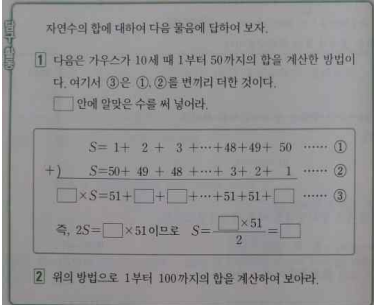
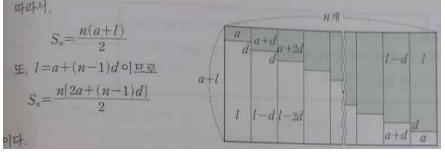
1. 지도 내용 분석 과정

| 개발 가이드라인             | 설명  |
|----------------------|---|
| 어떤 방법으로 학생들을 지도하였는가? | <ul style="list-style-type: none"> <li>등차수열의 뜻을 이용하여 등차수열의 특징을 설명함</li> <li>가우스의 일화를 소개하고 가우스의 계산법이 갖는 의미를 설명함</li> <li>등차수열의 합은 초항과 마지막 항, 그리고 항의 수를 이용하여 구할 수 있음을 설명함</li> <li>등차수열의 합은 초항과 공차, 항의 수를 이용하여 구할 수 있음을 설명함</li> </ul>  |
| 어떤 점에 중점을 두어 지도하였는가? | <ul style="list-style-type: none"> <li>등차수열의 합은 구체적인 수열을 예로 들고 그림을 이용하여 주어진 항의 순서를 거꾸로 더함으로써 구할 수 있음을 강조함</li> <li>등차수열을 초항, 공차 항의 수를 이용하여 일반항을 나타내고 기호화 하였을 때, 위에서 강조한 방법을 이용하여 일반화 할 수 있음을 강조함</li> <li>등차수열의 합은 초항과 마지막 항을 아는 경우와 일반항을 통하여 초항, 공차를 아는 경우로 나누어 구할 수 있고 두 방법이 결국 같은 식임을 강조하였음</li> </ul> |
| 학생들은 어떤 학습 반응을 보였는가? | <ul style="list-style-type: none"> <li>학생들은 그림을 통하여 등차수열의 합이 직사각형의 넓이와 같아진다는 것에 직관적으로 더 쉽게 이해하였음</li> <li>등차수열의 합의 공식이 단순 암기가 아닌 공차와 초항 또는 초항과 마지막 항의 관계에 의해 유도되는 것을 자연스럽게 연결하여 사고하였음</li> </ul>  |

□ 지도 내용 분석 결과

| 출제 방향 및 평가 목표 |   |
|---------------|---|
| 출제 방향         | <ul style="list-style-type: none"> <li>제시된 상황에서 등차수열의 요소를 파악하고 식으로 표현할 수 있고, 그 합을 구할 수 있는지 평가하는 문항 가능</li> <li>등차수열의 합공식의 단순 암기 보다는 합을 구하는 원리를 이해하고 있는지 평가하는 문항 가능</li> </ul> |
| 평가 목표         | <ul style="list-style-type: none"> <li>등차수열의 뜻을 이해하고 등차수열의 성질을 이용하여 그 합을 구할 수 있다.</li> </ul>  |

2. 평가 문항 구성 과정

| 개발 가이드라인   |             | 설명   |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
|--|-------------|--|-------|-------|-------|---|--|--|--|--|---|
| 어떤 행동영역을 반영할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>계산</td> <td>이해</td> <td>문제 해결</td> <td>추론</td> <td>의사 소통</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | 계산          | 이해   | 문제 해결 | 추론    | 의사 소통 |   | ○  |  |  |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>등차수열을 이루는 그림을 제시하여 학생들이 등차수열을 이해하고 있는지 평가하고 등차수열의 성질을 이용하여 합을 구할 수 있음을 이해하고 있는지 알아보고자 함</li> </ul> |
| 계산   | 이해          | 문제 해결  | 추론    | 의사 소통 |       |   |  |  |  |  |   |
|  | ○           |  |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
| 어떤 문항 형식으로 출제할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>선다형</td> <td>단답형</td> <td>서술형</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>○</td> </tr> </table>  | 선다형         | 단답형  | 서술형   |       |       | ○ | <ul style="list-style-type: none"> <li>(서술형) 문제를 해결하기 위해 주어진 상황을 등차수열로 표현하고 등차수열의 합을 구하는 원리를 올바르게 설명할 수 있는지 평가하기 위해 문항을 서술형으로 출제하고자 함</li> </ul> |  |  |  |   |
| 선다형  | 단답형         | 서술형  |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
|  |             | ○  |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
| 어떤 난이도로 출제할 것인가?<br><table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>어려움</td> <td>보통</td> <td>쉬움</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>○</td> </tr> </table>   | 어려움         | 보통   | 쉬움    |       |       | ○ | <ul style="list-style-type: none"> <li>(쉬움) 문항에 주어진 상황을 등차수열로 표현할 수 있도록 함</li> <li>그림을 이용하여 등차수열의 공식을 쓰지 않고도 그 합을 쉽게 구할 수 있도록 함</li> </ul>       |  |  |  |   |
| 어려움  | 보통          | 쉬움   |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
|  |             | ○  |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
| 문항을 구성하기 위해 참고한 문항 또는 자료는 무엇인가?  | 참고 문항 또는 자료 | <ul style="list-style-type: none"> <li>교과서의 탐구활동에 제시된 가우스의 일화를 이용하여 일반적으로 주어진 등차수열의 합을 구하는 아이디어를 얻을 수 있음을 참고함</li> </ul>  |       |       |       |   |  |  |  |  |   |
|  | 반영 사항       | <ul style="list-style-type: none"> <li>등차수열의 합을 그림으로 표현하는 것에서 그림으로 표현된 상황을 등차수열의 합을 이용하여 구할 수 있도록 문항으로 구성함</li> </ul>    |       |       |       |   |  |  |  |  |   |



□ 평가 문항 아이디어

**문항 초안**

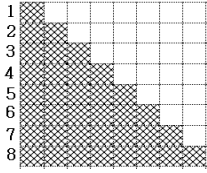
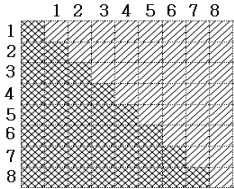
천재적인 수학자 가우스는 10세 때 1부터 50까지의 합을 다음과 같이 구하였다.

1에서 50까지의 합  $1+2+3+\dots+50$ 은  $50+49+48+\dots+3+2+1$ 과 같다.  
 따라서 1에서 50까지의 합의 두 배는

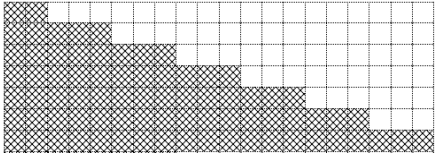
$$(1+50)+(2+49)+(3+48)+\dots+(50+1)=51 \times 50$$

와 같다. 따라서 구하고자 하는 총 합은  $\frac{51 \times 50}{2}$ 이다.

위에서 소개된 가우스의 방법은 다음과 같이 그림을 이용하여 구할 수 있다.

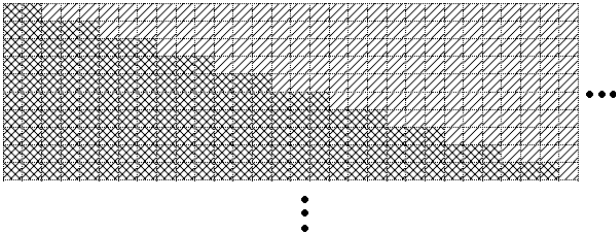



다음 그림에서 주어진 규칙대로 색칠해 나갈 때,  $n$ 번째 줄에 색칠해진 칸의 수를 수열로 나타내고 위 방법을 이용하여 20번째 줄까지 색칠된 모든 칸의 총 개수를 구하여라.



**[풀이]**

- 그림에서 색칠된 칸의 수는 2, 5, 8, ...와 같다. 첫 번째 줄로부터 다음 줄에 색칠된 칸의 수는 3개 씩 증가한다. 따라서  $n$ 번째 줄에 색칠된 칸의 수는 초항이 2이고 공차가 3인 등차수열의 일반항과 같다. 즉,  $a_n = 2 + 3(n-1) = 3n - 1$ 이다.
- 아래 그림과 같이 색을 칠하면



직사각형의 높이가 20이고 가로가  $59+2=61$ 이므로 색칠된 칸의 수는  $\frac{20 \times 61}{2} = 610$ 이다.

3. 평가 문항 완성 과정

※ 다음 물음에 예/아니오를 체크하면서 문항을 완성하는 것을 권장합니다.

| 개발 가이드라인               | 예                     | 아니오 |
|------------------------|-----------------------|-----|
| 평가목표에 적합한가?            | <input type="radio"/> |     |
| 수학적인 오류나 모호함이 없는가?     | <input type="radio"/> |     |
| 풀이에 오류는 없는가?           | <input type="radio"/> |     |
| 동료교사 또는 전문가와 검토를 하였는가? | <input type="radio"/> |     |