

진동해머의 진동특성에 대한 해석적 연구

이승현¹, 김응석¹, 윤기용^{1*}
¹선문대학교 토목공학과

Analytical Study on Vibrational Properties of Vibro-hammer

Seung-Hyun Lee¹, Eung-Seok Kim¹ and Ki-Yong Yoon^{1*}

¹Department of Civil Engineering, Sunmoon University

요 약 진동해머에 의해 시공되는 말뚝의 해석을 위해서는 진동해머의 진동특성을 파악함이 우선되어야 한다. 진동해머의 진동특성을 살펴보고자 해석적 연구를 수행하였다. 진동시스템에 대한 지배방정식 구성에 있어서는 진동기만의 질량에 의해 발생하는 스프링작용력을 말뚝에 작용시키는 개념보다는 기진기와 말뚝이 연결된 단일 질량체를 고려하여 지배방정식을 구성하는 것이 타당할 것으로 판단된다. 공운전시 스프링상수가 증가함에 따라 진폭의 변화량은 크지 않았으나 스프링작용력은 대체로 스프링상수에 비례하여 증가하였다. 공운전시 기진기질량이 증가함에 따라 진폭은 대체로 반비례관계를 보였으며 스프링작용력은 진폭의 변화율과 일치함을 알 수 있다. 스프링작용력과 변위의 방향은 회전운동 중인 편심질량이 가리키는 방향과 반대가 됨을 알 수 있었다.

Abstract In order to analyze a pile constructed by vibro-hammer, vibrational characteristics of vibro-hammer should be investigated first. Analytical studies were conducted in order to investigate vibrational properties of vibro-hammer. It is thought that the concept of acting the spring force to the pile head should be replaced by the concept of considering the lumped mass of the exciter and the pile. For the situation of free vibration, spring force increase with increase of spring constant and the amplitude is little affected by the spring constant. Also for the situation of free vibration, amplitude is inversely proportional to the increase of mass of the exciter and it can be seen that spring force increase with amplitude by the same ratio. It can be seen that directions of the spring force and displacement are opposite to that of rotating mass.

Key Words : Vibro-hammer, Spring force, Spring constant, Amplitude, Mass of the exciter

1. 서론

1930년대 초반 Barkan[1]에 의해 진동해머의 적용성이 연구된 이래 현재까지 진동해머는 말뚝을 설치하는 효과적인 방법으로 사용되고 있다. 그에 따라 최근까지 진동 말뚝의 해석을 위해 매개변수에 의한 방법(parametric method), 하중평형법(force-balance method), 에너지평형법(energy-balance method), 운동량보존법(momentum-conservation method) 그리고 운동방정식에 의한 적분법(integration of the laws of motion) 등이 적용되어 왔다 [2-5]. 진동해머에 의해 시공되는 말뚝에 있어 주된 관심

사는 말뚝의 관입속도 예측이라 할 수 있는데 진동해머에 의해 시공되는 말뚝에 대하여 지배방정식을 세우고 이의 해를 구함으로써 관입속도 예측이 가능하다 할 수 있다. 그러나 지배방정식의 구성에 있어 제안자에 따라 차이를 보이고 있다. 본 연구에서는 주로 진동해머의 진동특성에 초점을 맞추어 공운전시의 진동특성을 규명해 보고 합리적인 지배방정식을 제안하고자 한다. 구체적으로 진동해머의 진동특성 규명에 있어서는 진동해머를 구성하는 스프링상수와 기진기의 질량변화에 따른 진폭과 스프링작용력의 변화양상을 살펴보고자 하였다.

*Corresponding Author : Ki-Yong Yoon(Sunmoon University)

Tel: +82-41-530-2326 email: kyyoon@sunmoon.ac.kr

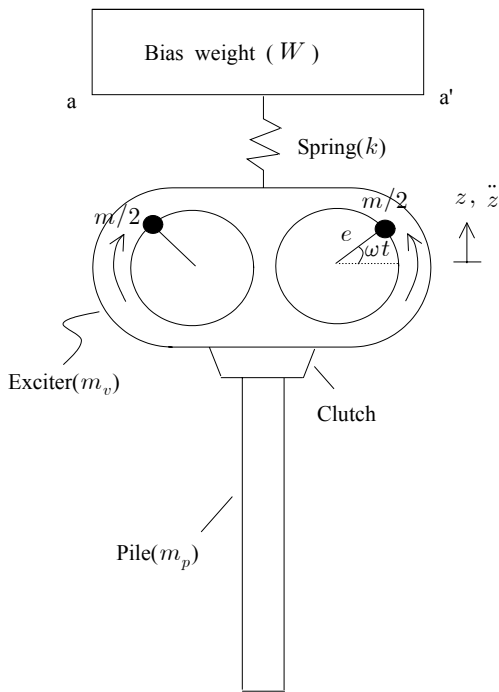
Received April 24, 2013

Revised (1st May 27, 2013, 2nd June 11, 2013)

Accepted July 11, 2013

2. 진동특성 분석

진동타입기는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 크게 정적하중(bias weight)과 기진기(exciter)로 되어 있다. 정적하중과 기진기 사이는 스프링(또는 elastomer)으로 연결되어 있어 기진기의 진동이 정적하중에 전달되지 않도록 되어 있다. 진동타입기의 작동원리는 Fig. 1에 나타나 있는 바와 같이 각각 $m/2$ 의 질량을 갖는 한 쌍의 편심질량체가 서로 반대방향으로 회전함으로써 편심질량체의 수평방향 성분력은 상쇄되고 연직방향성분력은 배가되어 연직으로만 운동하게 되어 있는 것이다[6]. Fig. 1에서 W 는 정적하중의 무게를 나타내고 k 는 스프링상수를 의미하며 m 은 편심질량을, ω 는 회전각속도를, t 는 시간을, e 는 편심질량체의 편심거리를, m_v 는 기진기의 질량을, m_p 는 말뚝질량을, 그리고 z 는 연직변위를 의미한다.



[Fig. 1] Vibro-hammer

진동타입기의 진동특성을 살펴보기 위해 Fig. 1에서 a-a'단면을 고정단으로 고려하고 말뚝이 연결되어 있지 않은 경우를 먼저 고려한다. Fig. 1에서 한 개의 편심질량체에 작용하는 힘은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\frac{m}{2} \frac{d^2}{dt^2}(z + e \sin \omega t) = \frac{m}{2} (\ddot{z} - e \omega^2 \sin \omega t) \quad (1)$$

따라서 기진기에 대한 운동방정식은 식 (2)와 같이 표현되고 식 (3)와 같이 정리된다.

$$(m_v - m) \ddot{z} = -m (\ddot{z} - e \omega^2 \sin \omega t) - kz \quad (2)$$

$$m_v \ddot{z} + kz = m e \omega^2 \sin \omega t \quad (3)$$

식 (3)의 일반해(general solution)는 제차미분방정식(homogeneous differential equation)의 해와 특수해(particular solution)의 합으로 표현된다. 식 (3)에 있어 제차미분방정식을 고려할 때 실제로는 감쇠(damping)가 발생하므로 정상상태(steady state)하에서는 0이 된다. 따라서 식 (3)의 일반해는 정상상태하에서 특수해와 같게 되며 식 (4)와 같이 표현된다.

$$z = Z \sin \omega t \quad (4)$$

식 (4)에서 진폭 Z (amplitude)는 식 (5)에서와 같고 식 (5)에서 ω_n 은 자연진동수(natural frequency)이며 $\omega_n = \sqrt{k/m_v}$ 가 된다.

$$Z = \frac{m e \omega^2}{m_v (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (5)$$

식 (3),(4),(5)를 고려하면 스프링에 작용하는 작용력(kz)을 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$kz = \frac{m e \omega^2 \omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \sin \omega t = F_k \sin \omega t \quad (6)$$

기존문헌에 따르면 진동해머에 의해 시공되는 말뚝에 대한 지배미분방정식은 식 (7)과 식 (8)로 표현되는 2가지 형태로 나타난다. 식 (7),(8)에서 R_s 는 지반의 동적저항력을 의미하고 식 (8)에서 g 는 중력가속도를 의미하며 m_{v+p} 는 기진기와 말뚝의 질량을 합한 질량을 의미한다.

$$m_p a = W + F_s \sin \omega t - R_s \quad (7)$$

$$m_{v+p} a = m e \omega^2 \sin \omega t + W + m_{v+p} g - R_s \quad (8)$$

식 (7)은 Wong 등[7]에 의해 제안된 식으로 식 (6)을 이용한 경우인데 말뚝이 달려있지 않은 진동기만의 진동에 의해 스프링에 작용하는 힘을 계산하고 이를 정지된 말뚝에 작용하는 것으로 가정한 것이다. 스프링작용력을 말뚝에 작용하는 하중으로 보기 위해서는 진동시스템에서 스프링만 있는 경우와 그에 추가하여 다른 저항력이 있는 경우에 있어 말뚝에 발생하는 가속도가 일정해야 한다. 그러나 저항력의 존재 유무에 따라 말뚝에 발생하는 가속도는 달라질 것이므로 식 (7)이 적절한 지배방정식이 될 수 없다. 식 (8)은 Viking[8]의 논문에 언급된 식으로 진동질량의 관점에서 운동방정식을 나타내고 있다. 그러나 Fig. 1을 참조하여 볼 때 m_{v+p} 로 표현되는 질량체에 작용하는 힘에 스프링 작용력이 빠져 있어 적절한 운동방정식이 될 수 없다. 따라서 식 (8)은 식 (9)와 같이 수정되어야 할 것이다.

$$m_{v+p}a = m\omega^2 \sin\omega t + W + m_{v+p}g - kz - R_s \quad (9)$$

따라서 식 (7)과 같이 진동기만의 질량에 의해 발생하는 스프링작용력을 말뚝에 작용시키는 개념보다는 식 (9)와 같이 실제적으로 기진기와 말뚝이 연결된 단일 질량체를 고려하여 지배방정식을 구성하는 것이 타당할 것으로 판단된다.

3. 해석자료 및 결과

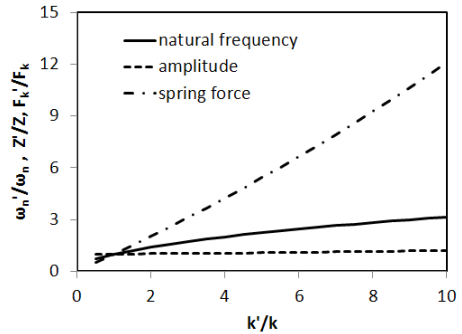
해석에 사용된 진동해머는 CM2-120으로 전기에 의해 작동되는 자유매달림형식(free-hanging type)이다. 진동해머의 제원은 Table 1에서와 같다.

[Table 1] Performance Data for Vibro-hammer

Eccentric Moment (kg · m)	50
Frequency (Hz)	18.33
Vibrational Amplitude (m)	0.009
Motor Power (kW)	90
Total Weight of Driver (kN)	64.7
Dynamic Weight of Driver (kN)	54.4
Vibrational Acceleration (g)	12.2
Total load of shock absorber (kN)	254.8
Spring constant (kN/m)	1394.5

스프링상수의 변화에 따른 자연진동수와 진폭 그리고 최대스프링작용력의 변화양상을 살펴보기 위해 Table 1에 나타난 스프링상수(k)의 0.5배에서부터 0.5배씩 증가시켜 10배까지의 스프링상수값(k')을 가정하여 계산을 수행해 보았는데 그 결과는 Fig. 2에서와 같다. Fig. 2에서

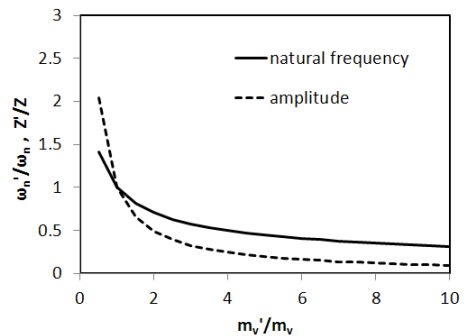
ω_n'/ω_n 는 자연진동수비를 나타내고 Z'/Z 는 진폭비를 나타내며 F_k'/F_k 는 최대 스프링작용력의 비를 나타낸다.



[Fig. 2] Ratios of natural frequency, amplitude and spring force vs k'/k

Fig. 2에 나타나 있는 바와 같이 스프링상수값이 증가할수록 자연진동수가 완전히 증가하며 k'/k 값이 10일 때 ω_n'/ω_n 값은 3.16이다. 스프링상수값이 증가함에 따라 진폭값의 증가양상은 상당히 완만하며 k'/k 값이 10일 때 Z'/Z 값은 1.21이다. 또한 스프링상수값이 증가함에 따라 스프링작용력은 거의 그에 비례하여 증가하는 양상을 보이는데 k'/k 값이 10일 때 F_k'/F_k 값은 12.1이 된다. 따라서 스프링상수가 증가함에 따라 진동기의 진폭은 큰 영향을 받지 않으나 스프링작용력은 스프링상수의 증가에 대략적으로 비례하는 값을 보인다고 볼 수 있다.

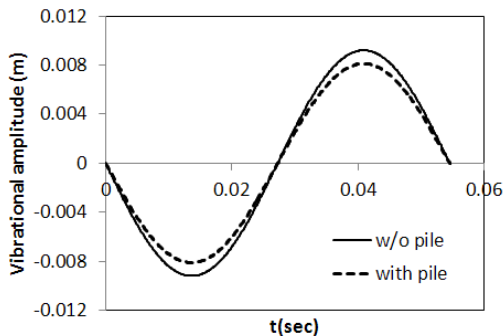
기진기질량의 변화에 따른 자연진동수와 진폭의 변화양상을 살펴보기 위해 Table 1에 나타난 기진기질량(m_v)의 0.5배에서부터 0.5배씩 증가시켜 10배까지의 기진기질량(m_v')을 가정하여 계산을 수행해 보았는데 그 결과는 Fig. 3에서와 같다. 식 (5)와 식 (6)으로부터 기진기질량의 변화에 따른 스프링작용력의 비는 진폭의 비와 일치함을 알 수 있다.



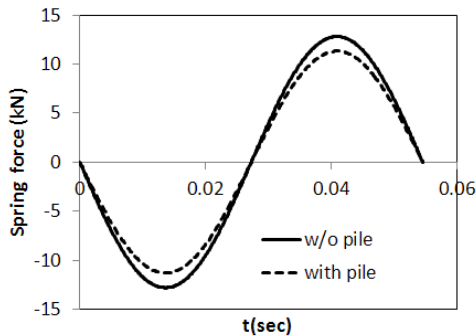
[Fig. 3] Ratios of natural frequency, amplitude vs m_v'/m_v

Fig. 3에 나타나 있는 바와 같이 기진기질량이 증가할 수록 자연진동수가 완만히 감소하는데 m'_v/m_v 값이 10일 때 ω_n'/ω_n 값은 0.32이다. 기진기질량이 증가함에 따라 진폭의 감소는 자연진동수에 비해 비교적 급격히 감소하게 되며 m'_v/m_v 값에 따라 대략적으로 반비례하게 되는데 m'_v/m_v 값이 10일 때 Z'/Z 값은 약 0.1이며 스프링작용력 또한 진폭비와 같다.

기진기에 말뚝이 연결된 경우에 대해 시간에 따른 진폭과 스프링작용력을 말뚝이 연결되지 않은 경우와 비교해 보기 위해 강널말뚝을 고려하였다. 강널말뚝은 U형 강널말뚝(SPIIIA(D))으로서 길이는 12m 이고 폭, 높이 그리고 두께는 각각 400mm, 150mm 그리고 13mm이다. 강널말뚝의 단면적, 둘레길이 그리고 단위중량은 각각 76.4 cm^2 , 119.2cm 그리고 60 kg/m 이다. 기진기만 진동하는 경우와 말뚝이 연결된 상태에서 기진기가 진동하는 경우에 있어 편심질량의 회전에 따른 진폭과 스프링작용력의 변화양상을 비교해 보았는데 각각 Fig. 4 및 Fig. 5와 같다. 이 경우 말뚝의 질량은 진동질량의 약 13%이다.



[Fig. 4] Comparison of amplitude



[Fig. 5] Comparison of spring force

Fig. 4와 Fig. 5를 통해 알 수 있듯이 변위와 스프링작용력의 방향은 회전운동 중 편심질량이 가리키는 방향과

반대가 됨을 알 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5를 통해 알 수 있듯이 말뚝이 기진기에 달려있는 경우 진폭과 스프링작용력은 감소하게 되는데 말뚝이 달려 있는 경우가 없는 경우에 비해 진폭과 최대스프링작용력은 약 0.88배가 된다.

4. 결론

진동해머에 의해 시공되는 말뚝을 고려한 진동시스템에 있어 진동해머의 진동특성을 살펴보았으며 연구결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 진동해머를 이용한 말뚝시공에 대한 지배미분방정식에 대하여 기존문헌자료를 분석해보고 합리적인 지배방정식을 제시하였는데 진동기만의 질량에 의해 발생하는 스프링작용력을 말뚝에 작용시키는 개념보다는 기진기와 말뚝이 연결된 단일 질량체를 고려하여 지배방정식을 구성하는 것이 타당할 것으로 판단된다.
- 2) 공운전시 진동해머의 스프링상수변화에 따른 진동특성을 살펴보았는데 스프링상수가 증가함에 따라 진폭의 변화량은 크지 않았으나 스프링작용력은 대체로 스프링상수에 비례하여 증가하였다.
- 3) 공운전시 진동해머의 기진기질량변화에 따른 진동특성을 살펴보았는데 기진기질량이 증가함에 따라 진폭은 대체로 반비례관계를 보였으며 스프링작용력은 진폭의 변화율과 일치함을 알 수 있다.
- 4) 말뚝이 기진기와 연결된 경우와 기진기만 있는 경우에 대하여 시간에 따른 변위와 스프링작용력 그래프를 그려보았는데 스프링작용력과 변위의 방향은 회전운동 중 편심질량이 가리키는 방향과 반대가 됨을 알 수 있다.

References

- [1] Barkan, D. D. (1957). "Foundation engineering and drilling by vibration method". Proc., Fourth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., 2, 3-7.
- [2] Holeyman, A.,(1993). HYPERVIB1, An analytical model-based computer program to evaluate the penetration speed of vibratory driven sheet piles., Research report prepared for BBRI, June-93, 23pp.
- [3] Meirovitch, L. (1975). Elements of Vibration Analysis. New York : McGraw-Hill.

- [4] Warrington, D.C. (1989). "Driveability of piles by vibration., Paper presented at Deep Foundation Institute 14th Annual Member Conf., pp. 139-154.
- [5] Vanden Berghe, J-F. and Holeyman, A.(1997), "Comparison of two models to evaluate the behavior of a vibratory driven sheet pile", XIth Young Geotechnical Engineers Conference and Computers, September 24-27, 1997, Madrid, Spain, pp.60~72.
- [6] Warrington, D.C. (1989). "Theory and Development of Vibratory Pile Driving Equipment". Proceedings of the Twenty-First Annual Offshore Technology Conference, Dallas, TX. OTC 6030, pp. 541-550.
DOI: <http://dx.doi.org/10.4043/6030-MS>
- [7] D. Wong, Michael W. O'Neill and C. Vipulanandan (1992). "Modelling of vibratory pile driving in sand". International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol. 16, 189-210.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/nag.1610160303>
- [8] Viking, K., (2002). Vibro-driveability, a field study of vibratory driven sheet piles in non-cohesive soils, PhD thesis, Div. of Soil and Rock Mechanics, Royal Inst. of Technology, Stockholm, Sweden.

이 승 현(Seung-Hyun Lee)

[정회원]



- 1988년 8월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1991년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학박사)
- 2000년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>

토질역학, 기초공학

윤 기 용(Ki-Yong Yoon)

[정회원]



- 1987년 2월 : 서울대학교 토목공학과 (공학사)
- 1989년 8월 : 고려대학교 대학원 토목환경공학과 (공학석사)
- 1997년 8월 : 고려대학교 대학원 토목환경공학과 (공학박사)
- 1999년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>

구조공학, 합성구조, 강구조, 내진설계

김 응 석(Eung-Seok Kim)

[정회원]



- 1997년 2월 : 고려대학교 토목환경공학과 (수공학석사)
- 2002년 2월 : 고려대학교 토목환경공학과 (수공학박사)
- 2002년 3월 ~ 2004년 2월 : 고려대학교 부설 방재과학연구소 센터 선임연구원
- 2004년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 부교수

<관심분야>

수자원시스템, 상하수도 관망시스템