

구매가격 변동 하에서 초기재고 재분배를 통한 위험회피 재고모형의 효율화

박 찬 규*[†]

Improving a Risk-Averse Price-Fluctuating Inventory Model by Reallocating Initial Inventories

Chan-Kyoo Park*

■ Abstract ■

In traditional inventory models, purchase prices of raw materials are assumed to be fixed and have no effect on the optimal choice of inventory policies. However, when purchase prices fluctuate continuously over time, inventory costs are heavily affected by purchasing prices. Risk-averse inventory model decides order quantity and ordering time by considering not just purchase prices but also the risk from the discrepancy between estimated prices and realized prices.

In this paper, we propose a myopic inventory policy which incorporates price risk into deciding ordering time and quantities. While the existing risk-averse model has no mechanism to reallocate inventories already purchased for a specific future period, the revised one reallocates initial inventories of each period to other future periods so that it can avoid purchasing raw materials at high prices. Experimental results demonstrate that the revised model outperforms the existing one in respect of total cost and variability.

Keyword : Inventory Model, Risk-Averse, Price Fluctuation

논문접수일 : 2012년 09월 23일 논문게재확정일 : 2013년 04월 22일

논문수정일(1차 : 2013년 03월 05일, 2차 : 2013년 04월 15일)

* 동국대학교 서울캠퍼스 경영학부

† 교신저자, parkck@dongguk.edu

1. 서 론

전통적인 재고관리모형은 총비용을 최소화하도록 재고 보충 시점과 주문량을 결정하는 데 목적을 두고 있다. 총비용에는 재고유지비용, 주문비용, 재고고갈비용, 구매비용 등이 포함된다. 여기서 구매비용은 원자재 또는 완제품 납품의 대가로 공급업자에게 지급되는 비용을 의미한다. 구매비용이 변하지 않고 고정된 경우에 연간 총구매비용은 상수값을 가지므로 최적주문량과 최적주문시점 결정시 고려할 필요가 없다. 그러나 구매가격이 수시로 변동하여 구매시점에 따라 구매비용이 달라지는 경우에는 구매비용을 반영하여 최적주문량과 주문시점을 결정해야 한다. 특히, 구매비용이 총비용에서 차지하는 비중이 높을수록 구매가격의 변동을 고려하는 재고모형의 중요성이 커진다.

구매가격 변동은 여러 가지 원인에 의해 발생한다. 공급업자의 가격 할인 정책에 따라 구매가격이 일시적으로 변동되기도 하고[24], 반도체와 같이 시간이 경과함에 따라 구매가격이 지속적으로 하락하는 경우도 있다[29]. 또한, 원유, 희귀금속, 가죽, 철광석 등과 같이 수급 상황 변화에 따라 원자재 가격이 수시로 변동하기도 한다[1, 5, 12, 14, 31]. 또한, 환율 변동에 의해 구매가격의 변동이 발생할 수도 있다[6, 13].

구매가격 변동을 반영한 재고관리 모형에 관한 연구는 구매가격의 변동 양상에 따라 크게 세 부류로 분류할 수 있다[2]. 첫 번째는 특정시점 이후부터 구매가격이 인상 또는 인하되는 경우이다. 이 경우에는 경제적 주문량(economic order quantity) 모형의 수정을 통해 최적주문량을 구할 수 있다[6, 11, 20, 12]. 두 번째 유형의 연구는 공급업자가 한시적으로 가격 인센티브를 제공하는 경우를 고려한 모형이다. 이 경우에는 가격 인센티브를 활용하는 특별 주문량(special order quantity)의 결정이 연구의 초점이 된다[4, 23, 24]. 최근에는 최적 주문량을 구하는 과정이 매우 복잡하여 간단한 휴리스틱을 써서 주문량을 구하는 방법이 제안되기도 하였다[25]. 또

한, 가격 인센티브 기회가 포아송 분포에 따라 제공되고 가격 인센티브 폭도 확률분포를 따르는 경우 최적 재고정책에 관한 연구가 수행되기도 하였다[27]. 세 번째 유형의 연구는 구매가격이 지속적으로 변동되는 경우를 고려한 모형이다. 첫 번째와 두 번째 유형의 연구는 구매가격이 1회 변동된 다음 변동된 가격이 지속적으로 유지되거나 또는 일정 시간 경과 후 원래 가격으로 복귀하는 상황을 가정하였다. 반면 세 번째 부류의 연구는 구매가격이 매 기간 확률분포에 따라 변동되는 상황을 가정한다[2, 18, 15, 12, 13, 31]. 실제로 원유, 금속 원자재, 곡물 등의 가격은 수급 상황, 세계 경제 상황, 환율 등과 같은 내·외부요인에 의해 지속적으로 변동되므로 이러한 제품의 재고관리에는 세 번째 유형의 연구결과를 적용해야 한다. 본 연구는 구매가격이 지속적으로 변동되는 상황을 다룬다. 구매가격이 지속적으로 변동되는 상황을 반영한 재고모형을 간단히 ‘가격 변동 재고모형’이라 부르기로 한다.

가격 변동 재고모형은 의사결정자의 위험 선호도에 따라 크게 위험중립 재고모형과 위험회피 재고모형으로 구분할 수 있다. 구매가격이 확률분포를 따르는 경우 실현된 구매가격은 예측된 구매가격과 다르다. 위험중립 재고모형은 총비용의 기대값을 최소로 하는 주문량을 찾는다. 반면 위험회피 재고모형은 예측된 구매가격과 실현된 구매가격과의 차이를 위험으로 인식하고 총비용뿐만 아니라 위험을 감안하여 최적주문량을 결정한다.

위험중립 가격 변동 재고모형에 관한 연구의 주제는 크게 세 가지로 구분할 수 있다. 첫 번째 주제는 (s, S) 정책이 최적임을 증명하는 것이다. (s, S) 정책이란 재고수준이 s 보다 작을 때 S 까지 재고를 보충하는 재고관리 정책을 말한다. Kalymon[18]은 구매가격이 마코프 추계과정(Markovian stochastic process)를 따라 변화하는 경우, Hall and Lust[15]는 구매가격이 마코프 체인(Markov chain)에 따라 변화하는 경우, Yang and Xia[31]은 구매가격이 마코프 추계과정을 따라 변화하고 수요가 복합 포아송과정(compound stochastic process)를 따

르는 경우를 가정하고 각각의 경우에 (s, S) 정책이 최적임을 증명하였다. 두 번째 주제는 최적주문량을 결정하는 방법을 제시하는 것이다. Golabi[14]는 수요가 확정적인 상황에서 최적주문량을 계산하는 방법을 제시하였고, Gavirneni[12, 13]은 구매가격이 마코프 체인을 따르는 경우 최적주문량을 구하는 휴리스틱을 제안하였다. Manikas et al.[22]는 Golabi and Gavirneni가 제시한 방법을 통합하여 건설산업의 자재관리에 적용하였다. 최근에 Berling and Martinez-de-Albeniz[7]은 수요가 포아송 분포를 따르고 구매가격이 기하 브라운 운동(geometric Brownian motion) 형태를 따를 때 주문량을 계산할 수 있는 공식을 제시하였다.

위험중립 가격 변동 재고모형에 관한 연구가 활발히 이루어진 반면에 구매가격 변동시 위험회피 성향을 고려한 다기간(multi-period) 재고모형에 관한 연구는 많지 않다. 다만 위험회피 성향을 갖는 뉴스벤더(newsvendor) 모형에 관한 연구가 꾸준히 진행되어 왔으며, 수요변동과 같은 불확실한 상황에서 위험회피를 추구하는 공급사슬의 계약에 관한 연구도 수행된 바 있다. 위험회피를 목적함수로 두는 뉴스벤더(news vendor) 모형이 Lau[19]에 의해 처음 제시되었고, 이후 판매가격과 주문량을 동시에 결정하면서 위험회피 성향을 갖는 뉴스벤더 모형으로 확장되었다[3]. 또한, 위험회피 성향을 나타내는 목적함수 형태 중의 하나인 지수효용(exponential utility) 함수를 갖는 다기간(multi-period) 재고모형에서도 여전히 (s, S) 정책이 최적임이 증명되었다[8]. 위험회피 성향을 갖는 소매업자와 위험중립 성향을 갖는 공급업자간의 채널 조정(channel coordination)에 관한 연구가 수행되었고[10], 구매가격 변동시 구매자와 공급자간의 위험을 공유하는 계약 방식에 관한 연구도 이루어졌다[21].

유석천 등[2]은 위험회피 상황을 반영한 가격 변동 재고모형(이후 '위험회피 재고모형'이라 칭함)을 제안하고 이를 이차계획법으로 모형화하였다. 위험회피 재고모형은 재고보충계획의 위험을 고려하여 주문량을 결정하는데, 이때 위험은 구매가격의 분

산으로 정의된다. 위험회피 재고모형은 개념적으로 비용과 위험의 합을 목적함수로 두어 최적주문량을 계산한다. 이는 Wu et al.[30]이 위험회피 성향을 갖는 뉴스벤더를 모형화하기 위해 사용한 평균-분산 분석(mean-variance analysis)와 유사하다. 위험회피 재고모형의 목적함수는 위험중립 재고모형에서는 원자재 가격이 가장 낮을 것으로 예상되는 시점에 필요한 원자재를 모두 구매한다. 반면에, 위험회피 재고모형에서는 원자재 가격이 상대적으로 낮은 시점에 필요한 원자재의 일부를 미리 구매함으로써 구매가격의 변동에 따른 위험을 분산시킨다. 위험회피 재고모형은 기본적으로 근시안적(myopic) 재고정책으로서 구매가격의 위험을 고려하여 매 기간의 주문량을 보다 간편하게 계산할 수 있게 해준다는 점에서 의미가 있다.

유석천 등[2]에 의해 제안된 위험회피 재고모형에서는 미래 시점의 수요를 충족하기 위해 필요한 원자재를 그 이전 시점에 분산·주문한다. 특정 기간의 수요를 충족하기 위해 각 기간별로 구매할 수량을 결정해야 하는데 이를 재고보충계획이라 한다. 위험회피 재고모형은 매 기간마다 이차계획법 문제를 풀어 미래 특정 시점의 수요를 충족하기 위한 재고보충계획을 수립한다. 재고보충계획은 확률 분포에 기초를 두고 계산되는데, 시간이 경과하여 실제 원자재 가격이 확정되고 실제 가격이 예측된 가격과 다른 경우 재고보충계획을 변경할 필요가 있다. 예를 들어, 현재 시점을 기간 i 초라고 하자. 기간 i 의 구매가격이 비교적 낮을 것으로 예측하여 기간 i 의 수요 충족에 필요한 재고를 이전 기간에 구매해 두지 않고 기간 i 에 주문하기로 재고보충계획을 수립했다고 하자. 그런데, 기간 i 초의 실제 원자재 가격이 다른 기간에 비해 비교적 높게 형성되었고 이후 기간의 원자재 가격은 더 낮을 것으로 예측되는 상황을 가정하자. 이 경우 기간 i 에서는 원자재 구매를 가급적 줄이고 미래 시점으로 구매를 늦추는 것이 전체 비용을 줄일 수 있다. 이를 위해 기간 i 에서 보유하고 있는 초기재고를 활용할 필요가 있다. 기간 i 의 초기재고는 기간 i 이후의

수요에 대비하여 미리 구매해둔 원자재들이다. 즉, 기간 i 의 초기재고 일부는 미래의 수요를 충족하기 위해 구매해 둔 재고이다. 이 초기재고를 기간 i 의 수요 충족에 전용할 수 있다면, 기간 i 에서 높은 가격에 원자재를 구매하지 않아도 된다. 또한 기간 i 에 전용하여 사용한 재고는 가격이 낮을 것으로 예측되는 미래 시점에 다시 구매하면 된다. 이와 같이 초기재고를 당초 목적인 기간의 수요 충족 대신에 다른 기간의 수요 충족에 전용할 수 있다면 재고모형의 총비용을 줄일 수 있을 것이다. 기존 위험회피 재고모형의 재고보충계획은 이러한 초기재고의 전용을 고려하지 못하고 있다. 본 연구는 초기재고를 현재 이후 기간의 수요 충족에 재분배함으로써 전체 재고비용을 줄일 수 있는 방법을 제안한다.

본 연구의 이후 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 기존의 위험회피 재고모형을 알아보고 문제점을 분석한다. 제 3장에서는 수정된 위험회피 재고모형을 제안하며, 제 4장에서는 제안된 위험회피 재고모형을 원유와 알루미늄 재고관리에 적용하고 그 결과를 분석한다. 마지막으로 본 연구의 결론을 제 5장에서 제시한다.

2. 기존 위험회피 재고모형과 개선점

본 절에서는 유석천 등[2]에서 제시된 위험회피 재고모형을 알아보고 개선점을 모색한다. 위험회피 재고모형 유도 시 사용되는 가정들은 다음과 같다.

1. 재고모형의 계획구간은 $1, 2, \dots, N$ 로 유한하다.
2. 매 기간의 수요는 확정적이다.
3. 미납주문은 허용되지 않고 모든 수요가 충족되어야 한다.
4. 재고보충시간(lead time)은 0이다.
5. 주문비용은 고려하지 않는다.
6. 단위 재고유지비용은 일정하다.
7. 미래 시점의 구매가격은 확률분포를 따른다.
8. 기간 N 말(末)에서 재고의 잔존가치(salvage value)는 0이다.
9. 1회 주문량에 대한 제한은 없다.

가정 2와 3은 원자재 재고를 관리하는 실제 상황에 크게 위배되지 않는다. 완제품의 생산계획은 보통 수 개월 전에 수립되고, 이 생산계획은 일정 기간 동안 변경되지 않고 동결된다[17]. 생산계획으로부터 원자재의 필요량과 필요 시점을 결정하는 자재소요계획(MRP, material requirement planning)을 수립하므로 원자재 수요는 자재소요계획에 의해 미리 확정된다고 볼 수 있다. 또한, 완제품의 생산계획을 계획대로 차질 없이 실현하려면 핵심 원자재가 반드시 있어야 하므로 가정 3도 원자재 재고관리 시스템의 일반적인 상황에 위배되지 않는다고 볼 수 있다. 가정 2와 가정 3에 대한 보다 자세한 설명은 유석천 등[2]을 참조하기 바란다.

또한, 가정 4는 논의의 편의를 위해 도입한 가정으로 본 연구의 결과를 재고보충시간이 0이 아닌 경우로 일반화하는 방법에 대한 설명은 [18, 22, 26]을 참고하기 바란다.

본 연구에서 사용할 기호들의 의미는 다음과 같다.

- N : 재고모형의 계획기간(planning horizon)
- I_i : 기간 i 말의 재고
- D_i : 기간 i 의 수요
- p_i : 기간 i 에서 확정된 구매가격
- h : 단위 재고를 단위 기간 동안 유지하는데 소요되는 재고유지비용
- P_j : 기간 j 의 원자재 구매가격을 나타내는 확률변수
- $F_j(p)$: 기간 j 의 원자재 구매가격의 누적확률분포
- \bar{p}_j : P_j 의 기대값
- σ_j : P_j 의 표준편차

다음으로 위험회피 재고모형의 운영방식을 정의하자. 기간 i 초에 초기재고는 I_{i-1} 이고, 구매가격 p_i 는 확정적으로 알려져 있다. x_i 개 만큼 주문을 내면 재고가 즉시 보충되어 재고수준이 $(I_{i-1} + x_i)$ 가 된다. 이후 수요 D_i 가 충족되어 기간 i 말의 재고수준은 $(I_{i-1} + x_i - D_i)$ 가 되고, 이 재고는 기간

($i+1$) 초의 초기재고로 이월된다. 또한, 기간 i 동안의 재고유지비용은 $h \cdot (I_{i-1} + x_i - D_i)$ 로 계산된다. 기간 i 부터 기간 N 말까지 총비용 기대값의 최소값을 $C_i(I_{i-1}, p_i)$ 라 나타내면 다음 식이 성립한다[14].

$$C_i(I_{i-1}, p_i) = \min_{x \geq q_i} \left\{ p_i x + (I_{i-1} + x - D_i)h + \int_0^\infty C_{i+1}(I_{i-1} + x - D_i, p) dF_{i+1}(p) \right\} \quad (1)$$

단, $q_i = \max D_i - I_i, 0$ 이고, $C_{N+1}(\cdot, \cdot) = 0$ 이다.

기간 i 의 수요 D_i 는 반드시 충족되어야 하므로 식 (1)에서 주문량 x 는 $x \geq \max D_i - I_i, 0$ 를 만족해야 한다. 또한, 식 (1)에서 기간 i 의 총 비용은 $p_i x + (I_{i-1} + x - D_i)h$ 으로서 구매비용 $p_i x$ 와 재고유지비용 $(I_{i-1} + x - D_i)h$ 을 합친 값이다. 가정 8에 의해 $C_{N+1}(\cdot, \cdot) = 0$ 이라 쓸 수 있다. 식 (1)의 최적 주문량 x_i^* 는 동적 계획법 문제를 풀어야 구할 수 있고, 계획기간 N 이 커지면 최적 주문량 x_i^* 를 계산하는 것이 매우 복잡하므로, 보다 간편하게 기간 i 의 주문량을 계산할 수 있는 근시안적(myopic) 정책이 필요하다.

현재 시점을 기간 i 초라 하자. 기간 $j (> i)$ 의 수요를 충족하기 위해 기간 $i, (i+1), \dots, j$ 에 각각 x_i, x_{i+1}, \dots, x_j 만큼 주문하는 재고보충계획을 $R_i^j(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ 로 나타낸다. 기간 i 에서 평가한 $R_i^j(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ 의 총비용 Π_i^j 은 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 Π_i^j 는 구매비용과 재고유지비용을 모두 포함한 총비용을 나타내는 확률변수이다.

$$\Pi_i^j = (p_i + (j-i)h) \cdot x_i + (P_{i+1} + (j-i-1)h) \cdot x_{i+1} + \dots + P_j \cdot x_j \quad (2)$$

단, $x_i + x_{i+1} + \dots + x_j = d_j$ 이다.

식 (2)에서 d_j 는 기간 j 의 수요 D_j 에서 기간 i 이전에 이미 발주된 양을 제외한 값이다. Π_i^j 의 기대값은 다음 식과 같다.

$$E(\Pi_i^j) = (p_i + \eta_i^j) \cdot x_i + (\bar{p}_{i+1} + \eta_{i+1}^j) \cdot x_{i+1} + \dots + (\bar{p}_j + \eta_j^j) \cdot x_j \quad (3)$$

단, $\eta_t^j = (j-t)h$ 이고 $\bar{p}_t = E(P_t)$, $t = i+1, \dots, j$ 이다.

$E(\Pi_i^j)$ 는 기간 i 초에서 평가한 재고보충계획 $R_i^j(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ 의 기대비용으로서 기간 j 시점에 가서야 확정되는 실제 비용과는 차이가 있을 수 있다. 재고보충계획의 기대비용과 실제 비용과의 차이는 재고관리계획의 불확실성을 야기한다. 이러한 불확실성은 재고보충계획의 위험을 의미하며 위험의 크기는 재고보충계획 $R_i^j(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ 의 분산으로 정의된다. $R_i^j(x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$ 의 분산 $Var(\Pi_i^j)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$Var(\Pi_i^j) = Var(P_{i+1}x_{i+1} + \dots + P_j x_j) = \sum_{t=i+1}^j \sigma_t^2 x_t^2 + 2 \sum_{t=i+1}^j \sum_{s=t+1}^j (\sigma_t \sigma_s \rho_{ts}) x_t x_s \quad (4)$$

단, ρ_{ts} 는 P_t 와 P_s 의 상관계수(correlation coefficient)이다.

기대비용뿐만 아니라 기대비용과 실제 비용과의 차이로 인한 위험을 동시에 고려하여 재고보충계획을 수립하는 문제는 이차계획법(quadratic programming) 문제로 표현된다. 다음 $(IM(i, j))$ 은 기간 $i (i \leq j)$ 에서 기간 j 의 재고보충계획을 수립하는 문제를 이차계획법으로 나타낸 것이다[2].

$$\begin{aligned} \min \quad & E(\Pi_i^j) + \lambda Var(\Pi_i^j) \\ & = (p_i + \eta_i^j) x_i^j + (\bar{p}_{i+1} + \eta_{i+1}^j) x_{i+1}^j + \dots + (\bar{p}_j + \eta_j^j) x_j^j \\ & + \lambda \left\{ \sum_{t=i+1}^j \sigma_t^2 (x_t^j)^2 + 2 \sum_{t=i+1}^j \sum_{s=t+1}^j (\sigma_t \sigma_s \rho_{ts}) (x_t^j x_s^j) \right\} \\ (IM(i, j)): \quad & s. t. \quad x_i^j + x_{i+1}^j + \dots + x_j^j = d_j, \\ & x_i^j, x_{i+1}^j, \dots, x_j^j \geq 0. \end{aligned}$$

단, λ 는 $\lambda > 0$ 인 상수이다.

$(IM(i, j))$ 에서 λ 는 재고보충계획을 수립할 때 위험에 부여하는 가중치를 의미한다. λ 가 클수록 위험 회피 경향이 큼을 의미하고 λ 가 작을수록 위험

보다는 기대비용 최소화에 중점을 둘을 의미한다. 앞으로의 논의에서 λ 를 '위험 가중치'라 부르기로 한다.

$(IM(i, j))$ 를 보면 기간 i 초에서는 기간 $i, (i+1) \dots, N$ 까지의 재고보충계획을 각각 수립한 다음 각 재고보충계획에서 기간 i 에 구매해야 할 원자재의 총합만큼을 기간 i 초에 주문한다. 따라서, 기간 i 초에는 궁극적으로 다음 $(IM(i))$ 을 풀게 된다[2].

$$\min p_i x_i^i + \sum_{j=i+1}^N (E(II_j^i) + \lambda Var(II_j^i))$$

$$(IM(i)) : s.t. \quad x_i^i = d_i,$$

$$x_i^{i+1} + x_{i+1}^{i+1} = d_{i+1},$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_i^N + x_{i+1}^N + \dots + x_{i+n}^N = d_N,$$

$$x_i^j \geq 0, \text{ for } j=i, \dots, N$$

위의 문제 $(IM(i))$ 에서 기간 j 의 수요 D_j 를 충족하기 위해 기간 i 초 이전에 주문된 원자재의 총합을 q_i 라 표현하면 $d_i = D_i - q_i$ 가 된다. 각 기간의 수요를 충족시키기 위해 기간 i 에 구매해야 할 주문량을 모두 합하면 기간 i 초의 주문량 Q_i 를 구할 수 있다. 즉, $Q_i = x_i^i + x_{i+1}^{i+1} + \dots + x_i^N$ 이다. 이상의 논의에 따라 위험회피 재고모형의 주문량을 결정하는 절차를 정리하면 [그림 1]과 같다[2].

[그림 1]의 위험회피 재고모형을 실제로 적용할 때는 재고계획기간 N 까지를 모두 고려하지 않고 현재 시점으로부터 $n(<N)$ 개의 미래 기간까지만을 고려한다. 즉, 기간 i 초에 기간 $i, (i+1), \dots, N$ 을 모두 고려하지 않고 기간 $i, (i+1), \dots, (i+n)$ 까지만을 고려한다. n 이 클수록 먼 미래 기간의 구매가격분포를 예측해야 하는데, 예측 기간이 멀수록 예측의 정확성이 떨어지므로 이에 기반한 재고보충계획도 부정확해지기 때문이다. 따라서 구매가격에 대한 예측 정확성이 크게 저하되지 않는 범위 내에서 n 을 설정해야 한다. 이상의 논의에 따라 위험회피 재고모형의 운영절차를 정리하면 [그림 2]와 같다.

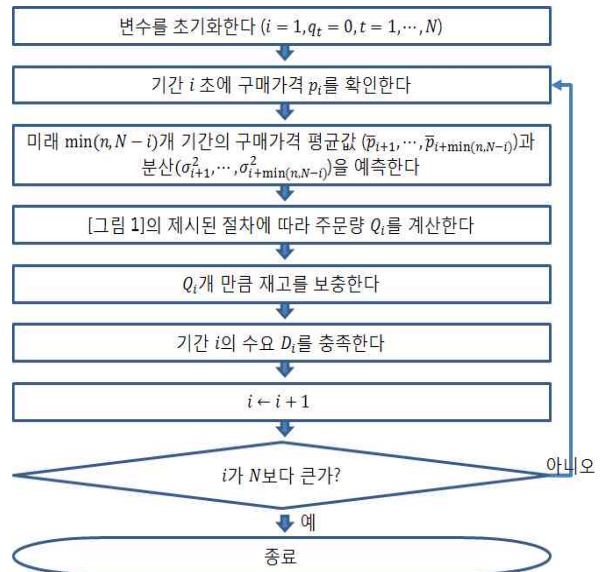
$(IM(i))$ 로 표현된 위험회피 재고모형은 식 (1)에 제시된 구매가격의 변동을 고려한 동적계획모형과 차이점을 가진다. 첫 번째로, 위험회피 재고모형은

위험회피 재고모형 주문량 결정 알고리즘

단계 1 : 미래 기간의 선주문량 계산
 기간 $j = i+1, i+2, \dots, N$ 에 대해 다음을 수행한다.
 • $d_j = D_j - q_j$ 로 둔다.
 • $(IM(i, j))$ 를 풀어
 최적해 $(\bar{x}_i^j, \bar{x}_{i+1}^j, \dots, \bar{x}_j^j)$ 를 구한다.

단계 2 : 기간 i 의 주문량(Q_i) 계산
 ① $Q_i = (D_i - q_i) + \bar{x}_i^{i+1} + \dots + \bar{x}_i^N$ 로 둔다.
 ② 기간 $j = i+1, i+2, \dots, N$ 에 대해,
 $q_j = q_j + \bar{x}_i^j$ 로 둔다.

[그림 1] 위험회피 재고모형의 주문량 계산 절차



[그림 2] 위험회피 재고모형의 운영 절차

매 기간 초에 $(IM(i))$ 을 풀어 그 기간에 가장 최적인 주문량을 결정한다는 점에서 근시안적(myopic) 재고정책이다. 두 번째로, 식 (1)에 제시된 동적계획법 모형과 달리 위험회피 재고모형은 구매가격의 변동 위험을 고려하여 주문량을 결정한다는 점이다. 재고 정책을 결정해야 하는 재고 관리자에게는 복잡한 동적계획법보다는 간편하게 주문량을 결정할 수 있는 방법이 보다 실용적이라는 점에서 위험회피 재고모형은 의미가 있다.

[그림 1]의 단계 1를 수행하기 이전에 기간 i 초에

가지고 있는 초기재고 I_{i-1} 는 $I_{i-1} = q_i + q_{i+1} + \dots + q_N$ 로서 기간 $i, (i+1), \dots, N$ 의 수요를 충족하기 위해 이전 기간에 미리 주문해 둔 원자재의 총합이다. 만약 $q_i < D_i$ 인 경우를 고려해보자. 이는 기간 i 의 수요 충족에 필요한 재고를 이전 기간에 모두 주문하지 않아서 일부 재고를 기간 i 초에 확보해야 하는 상황을 의미한다. 또, 기간 i 초에 실제로 확정된 구매가격 p_i 가 이전 기간에 예측했던 가격에 비해 상대적으로 높은 가격이고 기간 $(i+1)$ 이후의 구매가격은 p_i 보다 낮을 것으로 예측된다고 하자. 이러한 상황에서는 기간 i 에서의 원자재 구매는 가능한 최소화하고 기간 $(i+1)$ 이후에 원자재를 구매하는 것이 비용을 줄일 수 있다. 이를 위해 기간 $(i+1)$ 이후의 수요를 충족하기 위해 미리 구매해 둔 재고의 일부를 기간 i 의 수요 충족에 사용할 수 있다면 기간 i 에 원자재를 구매하지 않을 수도 있다. 반면, [그림 1]의 위험회피 재고모형에서는 재고를 당초 목적인 기간이 아닌 다른 기간의 수요를 충족시키기 위해 전용하는 것을 허용하지 않는다. [그림 1]의 모형에서는 수요 D_j 을 충족하기 위해 이미 주문된 q_j 개의 재고는 기간 j 의 수요 충족에만 사용될 수 있으며 그 이외의 기간에는 사용될 수 없다. 따라서 [그림 1]의 기존 위험회피 재고모형에서는 p_i 가 아무리 높더라도 $q_i < D_i$ 인 경우에는 $(D_i - q_i)$ 개의 원자재를 기간 i 초에 주문해야만 하므로 총비용이 증가하게 된다.

3. 수정된 위험회피 재고모형

수정된 위험회피 재고모형은 기간 i 의 초기재고를 기간 $i, (i+1), \dots, N$ 에 재분배한다. 이때 해당 초기재고를 당초 어떤 기간의 수요를 충족시키기 위해 구매했는지 구분하지 않는다. 기간 i 의 초기재고를 기간 i 이후의 임의 기간에 사용하는 것을 고려함으로써 전체 비용을 보다 줄일 수 있는 재고보충계획을 수립한다. 기간 i 초에 초기재고 I_{i-1} 가 있을 때 초기재고의 재분배를 고려하여 최적주문량을 결정하는 위험회피 재고모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \min p_i x_i^i + \sum_{j=i+1}^N (E(\Pi_i^j) + \lambda \text{Var}(\Pi_i^j)) + \sum_{j=i+1}^N \eta_i^j z_j \\ (OM(i)): \text{ s. t. } \quad x_i^i + z_i = D_i, \\ x_i^{i+1} + x_{i+1}^{i+1} + z_{i+1} = D_{i+1}, \\ \dots \dots \dots \\ x_i^N + x_{i+1}^N + \dots + x_N^N + z_N = D_N, \\ z_i + z_{i+1} + \dots + z_N = I_{i-1}, \\ x_i^j, z_j \geq 0, \text{ for } j = i, \dots, N \end{aligned}$$

$(OM(i))$ 에서 z_j 는 D_j 를 충족하기 위해 기간 j 에 할당되는 초기재고의 양을 의미한다. 목적함수에서 볼 수 있듯이 기간 j 의 수요 충족에 재분배된 재고는 기간 i 부터 기간 j 까지 재고를 유지해야 하므로 단위 재고당 재고유지비용은 η_i^j 가 된다.

본 연구에서는 $I_{i-1} < D_i + \dots + D_N$ 이라 가정한다. 즉, 기간 i 초의 재고는 전체 계획기간의 수요량의 합보다 작다고 가정한다. 만약 $I_{i-1} \geq D_i + \dots + D_N$ 이라면, 기간 i 부터 기간 N 까지의 최적주문량은 모두 0이 된다. 따라서 $I_{i-1} < D_i + \dots + D_N$ 라 가정하더라도 본 연구결과의 일반성을 훼손하지는 않는다.

$(OM(i))$ 는 기존 모형 $(IM(i))$ 과 두 가지 점에서 차이가 있다. 첫 번째 기존 모형은 초기재고를 0이라 가정하고 있지만 $(OM(i))$ 는 임의의 초기재고가 주어진 상황에서 최적주문량을 결정한다는 점에서 차이가 있다. 두 번째 차이점은 $(OM(i))$ 는 이전 기간에 주문한 양을 기억하지 않는다는 점이다. 기존 위험회피 재고모형에서는 기간 i 이전에 수요 D_j 를 충족시키기 위해 주문했던 양을 q_j 라는 변수에 기록하였다. 따라서 수요 D_j 를 충족하기 위해 아직 발주되지 않은 양은 $(D_j - q_j)$ 이다. 기간 i 에서 기존 모형은 $(D_j - q_j)$ 의 일부 또는 전부를 조달하기 위한 주문량을 계산하고 발주한다. 반면, $(OM(i))$ 는 초기재고 I_{i-1} 가 과거 어느 시점에 어느 기간의 수요를 충족하기 위해 주문했는지를 구별하지 않는다. 대신 전체 비용을 최소화할 수 있도록 초기재고 I_{i-1} 를 기간 $i, (i+1), \dots, N$ 의 수요 충족을 위해 재할당한다.

$(OM(i))$ 는 기존 위험회피 재고모형 $(IM(i))$ 에 비해 구매비용을 줄일 수 있다는 점에서 장점을 갖는다. 기존 모형 $(IM(i))$ 에서는 수요 D_j 를 충족시키

기 위해 이전 기간에 구매한 원자재를 다른 기간의 수요 충족에 전용하지 않는다. 반면, $(OM(i))$ 는 기간 j 의 수요를 충족하기 위해 구매한 재고라 하더라도 다른 기간의 수요 충족에 전용하는 것을 허용함으로써 구매비용을 줄일 수 있다.

$(OM(i))$ 에는 $((N-i+1)(N-i+4)/2)$ 개 변수와 $(N-i+2)$ 개 제약식이 있다. N 이 큰 경우 $(OM(i))$ 의 문제 크기는 이차함수 형태로 늘어나고 이로 인해 매 기간마다 $(OM(i))$ 의 해를 구하는데 많은 시간이 소요될 수 있다. 따라서 $(OM(i))$ 를 보다 풀기 쉬운 문제로 변환할 필요가 있다. 이를 위해 $(OM(i))$ 의 첫 번째 제약식으로부터 $x_i^i = D_i - z_i$ 이 성립하므로 x_i^i 를 $(D_i - z_i)$ 로 치환한다. 또한, 마지막 제약식으로부터 $z_i = I_{i-1} - z_{i+1} - \dots - z_N$ 이 성립하므로 z_i 을 $(I_{i-1} - z_{i+1} - \dots - z_N)$ 로 치환하면 다음과 같이 $(RM(i))$ 를 얻는다.

$$(RM(i)) : \min \sum_{j=i+1}^N (E(\Pi_j^i) + \lambda \text{Var}(\Pi_j^i)) + \sum_{j=i+1}^N (p_i + \eta_i^j) z_j$$

$$s.t. \quad x_i^{i+1} + x_{i+1}^{i+1} + z_{i+1} = D_{i+1},$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_i^N + x_{i+1}^N + \dots + x_N^N + z_N = D_N,$$

$$\max(I_{i-1} - D_i, 0) \leq z_{i+1} + \dots + z_N \leq I_{i-1},$$

$$x_i^j, z_j \geq 0, \text{ for } j = i+1, \dots, N$$

위의 $(RM(i))$ 에서 $z_i + \dots + z_N = I_{i-1}$ 이고, 마지막 제약식으로부터 $z_{i+1} + \dots + z_N \leq I_{i-1}$ 이므로 $z_i \geq 0$ 이 보장된다. 또한, $z_{i+1} + \dots + z_N \geq I_{i-1} - D_i$ 으로부터 $z_i \leq D_i$ 이므로 $x_i^i \geq 0$ 이 보장된다. 따라서 $(RM(i))$ 은 $(OM(i))$ 과 동치인 문제이다.

$(RM(i))$ 의 제약을 완화하여 보다 풀기 쉬운 문제로 변환해보자. $(RM(i))$ 의 제약식 중 마지막 제약식을 제거하면 다음과 같이 $(SM(i))$ 을 얻는다.

$$(SM(i)) : \min \sum_{j=i+1}^N (E(\Pi_j^i) + \lambda \text{Var}(\Pi_j^i)) + \sum_{j=i+1}^N (p_i + \eta_i^j) z_j$$

$$s.t. \quad x_i^{i+1} + x_{i+1}^{i+1} + z_{i+1} = D_{i+1},$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_i^N + x_{i+1}^N + \dots + x_N^N + z_N = D_N,$$

$$x_i^j, z_j \geq 0, \text{ for } j = i+1, \dots, N$$

$(SM(i))$ 은 독립적인 여러 개의 문제로 분리가능(separable)하다. 재고보충계획의 목적함수 Π_i^j 은 x_i^j ,

x_{i+1}^j, \dots, x_j^j 을 변수로 포함하고 있고, 제약식 $x_i^j + x_{i+1}^j + \dots + x_j^j + z_j = D_j$ 에는 $x_i^j, x_{i+1}^j, \dots, x_j^j$ 이외의 다른 변수를 포함하고 있지 않다. 따라서, $(SM(i))$ 은 각 기간별 주문보충계획을 수립하는 문제로 분리할 수 있다. 기간 i 에서 기간 $j(\geq i+1)$ 의 수요 D_j 를 충족하기 위해 수립하는 주문보충계획 문제는 다음 $(SM(i, j))$ 와 같다.

$$\min f_j(x_i^j, \dots, x_j^j, z_j) = E(\Pi_i^j) + \lambda \text{Var}(\Pi_i^j) + (p_i + \eta_i^j) z_j$$

$$(SM(i, j)) : s.t. \quad x_i^j + x_{i+1}^j + \dots + x_j^j + z_j = D_j,$$

$$x_i^j, \dots, x_j^j, z_j \geq 0$$

$(SM(i, j))$ 의 최적해 $(\bar{x}_i^j, \dots, \bar{x}_j^j, \bar{z}_j)$ 를 간단히 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) (단, $\bar{X}^j = (\bar{x}_i^j, \bar{x}_{i+1}^j, \dots, \bar{x}_j^j)$)로 표시하면, (\bar{X}^j, \bar{z}_j) ($j = i+1, \dots, N$)들로 구성되는 해 $(\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 는 $(SM(i))$ 의 최적해가 된다.

$(SM(i))$ 과 $(RM(i))$ 의 관계를 보다 자세히 분석해보자. 먼저 $(SM(i))$ 의 최적해가 $(RM(i))$ 의 최적해가 되는 조건을 알아본다.

보조정리 1.

$j = i+1, \dots, N$ 에 대해 $(SM(i, j))$ 의 최적해를 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) 라 하자. 만약 $\bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N$ 가

$$\max(I_{i-1} - D_i, 0) \leq \bar{z}_{i+1} + \bar{z}_{i+2} + \dots + \bar{z}_N \leq I_{i-1} \quad (5)$$

를 만족하면, $(\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 는 $(RM(i))$ 의 최적해이다.

증명 정의에 의해 $(RM(i))$ 의 가능해 집합은 $(SM(i))$ 의 가능해 집합의 부분집합이다. 그러므로 $(RM(i))$ 의 최적목적함수 값은 $(SM(i))$ 의 최적목적함수 값보다 작거나 같다. 또, 식 (5)를 만족하면 $(\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 는 $(RM(i))$ 의 가능해가 된다. 따라서 $(\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 는 $(RM(i))$ 의 최적해가 된다. \square

보조정리 1에 의하면 $(SM(i, j))$ 의 최적해들로 구성되는 $(SM(i))$ 의 해가 식 (5)를 만족하면 $(RM(i))$ 의 최적해가 됨을 알 수 있었다. 다음 보조정리 2는 식 (5)의 두 개의 제약식 중 오른쪽에 있는 제약식을 만족하는 $(SM(i))$ 의 최적해가 항상 존재함을 알려준다.

보조정리 2.

$j=i+1, \dots, N$ 에 대해 $(SM(i, j))$ 의 최적해를 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) 라 하면, 식 (6)를 만족하며 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) 들로 구성되는 $(SM(i))$ 의 최적해 $(\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 가 반드시 존재한다.

$$\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N \leq I_{i-1} \quad (6)$$

증명) $(SM(i, j))$ 의 최적해를 (\hat{X}^j, \hat{z}_j) (단, $j \geq i+1$)라 하고, (\hat{X}^j, \hat{z}_j) 들로 구성되는 $(SM(i))$ 의 최적해를 $(\hat{X}^{i+1}, \dots, \hat{X}^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 라 하자. 또, $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N > I_{i-1}$ 라 가정하면, 최소한 하나의 k 에 대해 $\hat{z}_k > 0$ 가 성립한다. 이때, $(SM(i, k))$ 는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \min \quad & f_k(x_i^k, \dots, x_k^k, z_k) \\ &= E(\Pi_i^k) + \lambda \text{Var}(\Pi_i^k) + (p_i + \eta_i^k)z_k \\ &= (p_i + \eta_i^k)x_i^k + \dots + (\bar{p}_k + \eta_k^k)x_k^k + \\ & \quad \lambda \left(\sum_{t=i+1}^k \sigma_t^2 (x_t^k)^2 + 2 \sum_{t=i+1}^k \sum_{s=t+1}^k \sigma_t \sigma_s \rho_{ts} x_t^k x_s^k \right) \\ & \quad + (p_i + \eta_i^k)z_k \\ (SM(i, k)) : \quad & s. t. \quad x_i^k + x_{i+1}^k + \dots + x_k^k + z_k = D_k \\ & \quad x_i^k, \dots, x_k^k, z_k \geq 0 \end{aligned}$$

$(SM(i, k))$ 에서 x_i^k 와 z_k 는 동일한 목적함수 계수와 행렬계수(matrix coefficient)를 갖는다. 따라서 $(SM(i, k))$ 의 최적해 (\hat{X}^k, \hat{z}_k) 를 다음과 같이 수정하여 얻은 해 $(\bar{X}^k, \bar{z}_k) = (\bar{x}_i^k, \bar{x}_{i+1}^k, \dots, \bar{x}_k^k, \bar{z}_k)$ 도 $(SM(i, k))$ 의 최적해가 된다.

$$\begin{aligned} \bar{x}_i^k &= \hat{x}_i^k + \Delta, \\ \bar{x}_j^k &= \hat{x}_j^k, \text{ for } j = i+1, \dots, k, \\ \bar{z}_k &= \hat{z}_k - \Delta, \end{aligned}$$

단, $0 < \Delta \leq \hat{z}_k$

위와 같은 방법을 $\hat{z}_j > 0$ 인 j 에 대해 적용하면, \bar{z}_j 값이 충분히 작은 $(SM(i, j))$ 의 최적해 $(\bar{X}^j, \bar{z}_j) = (\bar{x}_i^j, \bar{x}_{i+1}^j, \dots, \bar{x}_j^j, \bar{z}_j)$ 을 얻을 수 있다. $\hat{z}_j > 0$ 인 $(SM(i, j))$ 의 최적해로는 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) 을 취하고 $\hat{z}_j = 0$ 인 $(SM(i, j))$ 의 최적해로는 (\bar{X}^j, \bar{z}_j) 를 취하여 만들어지는 $(SM(i, j))$ 의 최적해는

$$\sum_{j|\hat{z}_j > 0} \bar{z}_j + \sum_{j|\hat{z}_j = 0} \hat{z}_j \leq I_{i-1}$$

을 만족한다. □

수정된 위험회피 재고모형에서 기간 i 초에 $(SM(i, j))$ 의 최적해로부터 최적주문량을 계산하는 방법은 정리 3과 같다.

정리 3.

$(SM(i, j))$ 의 최적해를 $(\hat{X}^j, \hat{z}_j) = (\hat{x}_1^j, \hat{x}_2^j, \dots, \hat{x}_j^j, \hat{z}_j)$ (단, $j \geq i+1$)라 하자. 또한, (\hat{X}^j, \hat{z}_j) 들로 구성되는 $(SM(i))$ 의 최적해를 $(\hat{X}^{i+1}, \dots, \hat{X}^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 로 나타내자. 또, Q 를 다음 식과 같이 정의하자.

$$Q = D_i + \sum_{j=i+1}^N (\hat{x}_i^j + \hat{z}_j) - I_{i-1} \quad (7)$$

만약 $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N \geq I_{i-1} - D_i$ 이면,

$$\tilde{x}_i^i + \tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N = Q \quad (8)$$

를 만족하는 $(OM(i))$ 의 최적해 $(\tilde{x}_i^i, \tilde{x}_i^{i+1}, \tilde{x}_i^{i+1}, \dots, \tilde{x}_i^N, \tilde{z}_i, \dots, \tilde{z}_N)$ 가 존재한다.

증명) 가정에 의해 $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N \geq I_{i-1} - D_i$ 이므로 다음과 같이 두 가지 경우로 나눌 수 있다.

- (i) $I_{i-1} - D_i \leq \hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N \leq I_{i-1}$
- (ii) $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N > I_{i-1}$

먼저 (i)의 경우를 고려해보자. $I_{i-1} - D_i \leq \hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N \leq I_{i-1}$ 이므로 보조정리 1에 의해 $(\hat{X}^{i+1}, \dots,$

$\hat{X}^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N$ 는 $(RM(i))$ 의 최적해가 된다. 따라서, $(\hat{X}^{i+1}, \dots, \hat{X}^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 로부터 $(OM(i))$ 의 최적해 $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i^{i+1}, \tilde{x}_i^{i+1}, \dots, \tilde{x}_N^N, \tilde{z}_i, \dots, \tilde{z}_N)$ 를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= D_i - \tilde{z}_i, \\ \tilde{x}_k^j &= \tilde{x}_k^j, j=i+1, \dots, N, \text{ and } k=i, \dots, j, \\ \tilde{z}_i &= I_{i-1} - (\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N), \\ \tilde{z}_j &= \hat{z}_j, j=i+1, \dots, N \end{aligned} \quad (9)$$

이때 $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i^{i+1}, \tilde{x}_i^{i+1}, \dots, \tilde{x}_N^N, \tilde{z}_i, \dots, \tilde{z}_N)$ 은 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} &\tilde{x}_i + \tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N \\ &= (D_i - \tilde{z}_i) + \tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N \\ &= (D_i - I_{i-1}) + (\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N) + (\tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N) \\ &= (D_i - I_{i-1}) + \sum_{j=i+1}^N (\hat{x}_i^j + \hat{z}_j) = Q. \end{aligned} \quad (10)$$

다음으로 (ii)의 경우를 고려해 보자. 보조정리 2에 의해 기술된 방법으로 (\hat{X}^j, \hat{z}_j) ($j=i+1, \dots, N$)로부터 $(SM(i))$ 의 최적해이고 $I_{i-1} - D_i \leq \bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N \leq I_{i-1}$ 를 만족하여 $(RM(i))$ 의 최적해이기도 한 $(\bar{x}_i^{i+1}, \bar{x}_i^{i+1}, \bar{x}_i^{i+2}, \dots, \bar{x}_N^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 을 얻을 수 있다. 또한, $\tilde{x}_i^j + \tilde{z}_j = \bar{x}_i^j + \bar{z}_j$ 가 성립한다. $(OM(i))$ 의 최적해 $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_i^{i+1}, \tilde{x}_i^{i+1}, \tilde{x}_i^{i+2}, \dots, \tilde{x}_N^N, \tilde{z}_i, \dots, \tilde{z}_N)$ 는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= D_i - \tilde{z}_i, \\ \tilde{x}_k^j &= \bar{x}_k^j, j=i+1, \dots, N, \text{ and } k=i, \dots, j, \\ \tilde{z}_i &= I_{i-1} - (\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N), \\ \tilde{z}_j &= \bar{z}_j, j=i+1, \dots, N \end{aligned}$$

$(\bar{x}_i, \bar{x}_i^{i+1}, \bar{x}_i^{i+1}, \bar{x}_i^{i+2}, \dots, \bar{x}_N^N, \bar{z}_i, \dots, \bar{z}_N)$ 을 식 (10)에 적용하면

$$\tilde{x}_i + \tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N = (D_i - I_{i-1}) + \sum_{j=i+1}^N (\bar{x}_i^j + \bar{z}_j)$$

가 성립하고, $\tilde{x}_i^j + \tilde{z}_j = \bar{x}_i^j + \bar{z}_j$ 이므로

$$\tilde{x}_i + \tilde{x}_i^{i+1} + \dots + \tilde{x}_i^N = (D_i - I_{i-1}) + \sum_{j=i+1}^N (\hat{x}_i^j + \hat{z}_j) = Q$$

가 성립한다. \square

정리 3에 의하면, $(SM(i))$ 의 최적해 $(\hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+2}, \dots, \hat{x}_N^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 가 $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N \geq I_{i-1} - D_i$ 을 만족하는 경우 $(OM(i))$ 의 기간 i 초에서의 최적주문량은 식 (7)과 같이 구할 수 있다. 정리 3은 $(OM(i))$ 이나 $(RM(i))$ 를 풀지 않고 대신 보다 작은 문제인 $(SM(i, j))$ 들을 풀어 그 최적해로부터 $(OM(i))$ 의 최적주문량을 계산할 수 있음을 의미한다.

다음으로 $(SM(i))$ 의 최적해 $(\hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+2}, \dots, \hat{x}_N^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 가 $\hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N < I_{i-1} - D_i$ 인 경우를 고려해보자. 즉, 초기재고 I_{i-1} 를 기간 $(i+1)$ 부터 N 까지 배정하고 남은 양이 D_i 보다 큰 경우다. 이 경우 $(SM(i))$ 의 최적해 $(\hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+1}, \hat{x}_i^{i+2}, \dots, \hat{x}_N^N, \hat{z}_{i+1}, \dots, \hat{z}_N)$ 는 $(RM(i))$ 의 마지막 제약식을 충족하지 못하므로 $(RM(i))$ 의 가능해가 아니다. 초기재고 I_{i-1} 를 기간 $(i+1)$ 부터 N 까지 배정하고도 남은 양이 D_i 보다 크다는 것은 기간 $(i+1)$ 부터 기간 N 에 초기재고를 유지하는 것보다는 기간 $(i+1)$ 부터 기간 N 사이에 구매하는 것이 전체 비용 면에서 유리하다는 것을 의미한다. 이는 또한 기간 i 에 구매하는 것보다는 이후의 기간에 구매하는 것이 비용을 줄일 수 있음을 의미하기도 한다. 이 경우 기간 i 에서의 최적주문량은 0이 됨을 정리 4를 통해 보인다.

정리 4.

$(SM(i, j))$ 의 최적해 중 z_j 요소의 값이 가장 큰 최적해를 $(\hat{X}^j, \hat{z}_j) = (\hat{x}_i^j, \hat{x}_i^j, \dots, \hat{x}_j^j, \hat{z}_j)$ 라 하자. 만약

$$\sum_{j=i+1}^N \hat{z}_j < I_{i-1} - D_i \quad (11)$$

이면, $(OM(i))$ 의 최적해이면서

$$x_i^j + x_i^{j+1} + \dots + x_i^N = 0 \quad (12)$$

를 만족하는 최적해가 존재한다.

증명) 식 (11)에 기술된 정리의 가정이 성립한다고 하자. 이 가정을 만족하기 위해서는 $I_{i-1} > D_i$ 이여야 한다. $(RM(i))$ 의 최적해를 $(\bar{X}, \bar{Z}) = (\bar{x}_i^{i+1}, \bar{x}_{i+1}^{i+1}, \bar{x}_i^{i+2}, \dots, \bar{x}_N^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 라 하자. $(RM(i))$ 의 최적해이므로 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N \geq I_{i-1} - D_i$ 이다. 다음 두 가지 경우로 나누어 고려해보자.

- (a) $j=i+1, \dots, N$ 에 대해 모두 $\bar{x}_i^j = 0$ 인 경우
- (b) $\bar{x}_i^t > 0$ 인 t (단, $i+1 \leq t \leq N$)가 존재하는 경우

먼저 (a)의 경우를 고려해본다. 이 경우 만약 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N = I_{i-1} - D_i$ 이 성립하면, (\bar{X}, \bar{Z}) 로부터 계산되는 $(OM(i))$ 의 최적해에서 $z_i = D_i$ 이고 $x_i^i = 0$ 이다. 따라서 식 (12)이 자명하게 성립하게 되므로 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N = I_{i-1} - D_i$ 임을 보이면 된다. 증명을 위해 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N = I_{i-1} - D_i$ 라고 가정하자. 정리의 가정에 의해 $\sum_{j=i+1}^N \hat{z}_j < I_{i-1} - D_i$ 이므로 $\bar{z}_i > \hat{z}_i$ 인 l (단, $i+1 \leq l \leq N$)가 반드시 존재한다. $(SM(i, l))$ 의 목적함수를 $f_l(x_i^l, x_{i+1}^l, \dots, x_p^l, z_l)$ 이라 하면, $f_l(\bar{x}_i^l, \bar{x}_{i+1}^l, \dots, \bar{x}_p^l, \bar{z}_l) > f_l(\hat{x}_i^l, \hat{x}_{i+1}^l, \dots, \hat{x}_p^l, \hat{z}_l)$ 가 성립한다. 또, $(\tilde{X}, \tilde{z}_l) = (\tilde{x}_i^l, \tilde{x}_{i+1}^l, \dots, \tilde{x}_p^l, \tilde{z}_l)$ 를

$$\begin{aligned} & (\tilde{x}_i^l, \tilde{x}_{i+1}^l, \dots, \tilde{x}_p^l, \tilde{z}_l) \\ & = \alpha(\bar{x}_i^l, \bar{x}_{i+1}^l, \dots, \bar{x}_p^l, \bar{z}_l) + (1-\alpha)(\hat{x}_i^l, \hat{x}_{i+1}^l, \dots, \hat{x}_p^l, \hat{z}_l) \end{aligned}$$

단, $\max\left(0, 1 - \frac{(\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N) - I_{i-1} + D_i}{\bar{z}_l - \hat{z}_l}\right) < \alpha < 1$ 이다.

로 두자. $(RM(i))$ 의 최적해 $(\bar{X}, \bar{Z}) = (\bar{X}^{i+1}, \dots, \bar{X}^N, \bar{z}_{i+1}, \dots, \bar{z}_N)$ 의 \bar{X}^l 과 \bar{z}_l 를 각각 \tilde{X}^l 과 \tilde{z}_l 로 치환한 해 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 는 $(RM(i))$ 의 가능해이다. 또한,

$$\begin{aligned} f_l(\tilde{x}_i^l, \tilde{x}_{i+1}^l, \dots, \tilde{x}_p^l, \tilde{z}_l) & \leq \alpha f_l(\bar{x}_i^l, \bar{x}_{i+1}^l, \dots, \bar{x}_p^l, \bar{z}_l) \\ & \quad + (1-\alpha)f_l(\hat{x}_i^l, \hat{x}_{i+1}^l, \dots, \hat{x}_p^l, \hat{z}_l) \\ & < f_l(\bar{x}_i^l, \bar{x}_{i+1}^l, \dots, \bar{x}_p^l, \bar{z}_l) \end{aligned}$$

이다. 이는 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 의 목적함수 값이 (\bar{X}, \bar{Z}) 의 목적함수 값보다 작음을 의미하여 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 가 최적해라는 가정과 모순된다. 따라서 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N = I_{i-1} - D_i$ 이 성립한다.

다음으로 (b)가 성립하는 경우를 고려해보자. 또한, 정리의 가정에 의해 $\bar{z}_{i+1} + \dots + \bar{z}_N > \hat{z}_{i+1} + \dots + \hat{z}_N$ 이므로 $\bar{z}_l > \hat{z}_l$ 인 l 이 반드시 존재한다. 다음 두 가지 경우로 나누어 고려해 볼 수 있다.

- (i) $t=l$ 인 경우
- (ii) $t \neq l$ 인 경우

먼저 $t=l$ 인 경우를 고려해 보자. $\bar{z}_t > \hat{z}_t$ 이므로 가정에 의해

$$f_t(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_t) > f_t(\hat{x}_i^t, \dots, \hat{x}_i^t, \hat{z}_t) \quad (13)$$

이 성립한다. 또, $(\hat{x}_i^t, \dots, \hat{x}_i^t, \hat{z}_t)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$(\hat{x}_i^t, \dots, \hat{x}_i^t, \hat{z}_t) = (1-\alpha)(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_t) + \alpha(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_t) \quad (14)$$

$$\text{단, } \frac{\bar{z}_t - \hat{z}_t}{\bar{x}_i^t + (\bar{z}_t - \hat{z}_t)} < \alpha < 1 \text{이다.}$$

$(SM(i, t))$ 의 목적함수 $f_t(\cdot)$ 은 볼록함수(convex function)이므로 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} f_t(\hat{x}_i^t, \dots, \hat{x}_i^t, \hat{z}_t) & \leq \\ (1-\alpha)f_t(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_t) & + \alpha f_t(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_t) \end{aligned} \quad (15)$$

또, 식 (13)과 식 (15)로부터 다음 식이 성립한다.

$$f_t(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_t) < f_t(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_t) \quad (16)$$

한편, $(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_t)$ 로부터 다음과 같이 $(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_t)$ 를 정의하자.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i^t & = \hat{x}_i^t - (\bar{z}_t - \hat{z}_t), \\ \tilde{x}_j^t & = \hat{x}_j^t, \quad \forall j \neq t, \\ \tilde{z}_t & = \hat{z}_t + (\bar{z}_t - \hat{z}_t) = \bar{z}_t, \\ \tilde{z}_j & = \hat{z}_j, \quad \forall j \neq t \end{aligned} \quad (17)$$

즉, $(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_i)$ 는 $(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_i)$ 에서 x_i^t 요소의 값을 $(\bar{z}_i - \hat{z}_i)$ 만큼 감소시키고 대신 z_i 요소의 값을 $(\bar{z}_i - \hat{z}_i)$ 만큼 증가시켜서 얻어진 해이다. α 가 식 (14)와 같은 범위를 가질 경우 $\tilde{x}_i^t > 0$ 이다. 또한, x_i^t 요소 값을 $(\bar{z}_i - \hat{z}_i)$ 만큼 감소시키고 z_i 값을 $(\bar{z}_i - \hat{z}_i)$ 만큼 증가시켜도 목적함수 $f_i(\cdot)$ 값은 동일하다. 즉,

$$\begin{aligned} f_i(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_i) \\ = f_i(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_i) < f_i(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_i) \end{aligned} \quad (18)$$

가 성립한다. 한편, $(RM(i))$ 의 최적해 (\bar{X}, \bar{Z}) 의 $(\bar{x}_i^t, \dots, \bar{x}_i^t, \bar{z}_i)$ 를 $(\tilde{x}_i^t, \dots, \tilde{x}_i^t, \tilde{z}_i)$ 로 변경한 해를 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 라 하자. (\tilde{X}, \tilde{Z}) 은 $(RM(i))$ 의 가능해이고 식 (18)에 의해 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 의 목적함수 값은 (\bar{X}, \bar{Z}) 보다 작다. 이는 (\bar{X}, \bar{Z}) 가 $(RM(i))$ 의 최적해라는 가정과 모순된다. 따라서 $j=i+1, \dots, N$ 에 대해 $\bar{x}_i^j = 0$ 이다.

다음으로 $t \neq l$ 인 경우를 고려해 보자. (\bar{X}, \bar{Z}) 의 일부 요소의 값을 다음과 같이 변경하여 얻은 해를 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 라 하자.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i^t &= \bar{x}_i^t - \Delta, \\ \tilde{x}_i^l &= \bar{x}_i^l + \Delta, \\ \tilde{x}_k^j &= \bar{x}_k^j, \forall (k, j) \neq (i, t) \text{ or } (i, l), \\ \tilde{z}_i &= \bar{z}_i + \Delta, \\ \tilde{z}_l &= \bar{z}_l - \Delta, \\ \tilde{z}_j &= \bar{z}_j, \forall j \neq t \text{ or } l \end{aligned} \quad (19)$$

단, $0 < \Delta < \min(\bar{x}_i^t, (\bar{z}_l - \hat{z}_l))$

식 (19)에 의해 얻어진 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 는 $(RM(i))$ 의 가능해이고 목적함수 값은 (\bar{X}, \bar{Z}) 와 동일하다. 따라서 (\tilde{X}, \tilde{Z}) 도 $(RM(i))$ 의 최적해이다. 또 식 (15)에 의해 $\tilde{x}_i^t > 0$ 이고 $\tilde{z}_l > \hat{z}_l$ 이므로 (i)의 경우에 해당되는 $(RM(i))$ 의 최적해가 존재한다. (i)에 적용된 동일한 논리를 적용하면 $j=i+1, \dots, N$ 에 대해 $\bar{x}_i^j = 0$ 이 성립한다.

마지막으로 $(OM(i))$ 의 최적해에서 $x_i^i = 0$ 임을 보인다. (b)에 의해 $j=i+1, \dots, N$ 에 대해 $\bar{x}_i^j = 0$ 이 성립하므로 (a)에서 적용한 논리에 $z_i = D_i$ 이다. 따라서 $x_i^i = 0$ 이다. □

정리 4를 적용할 때 유의해야 할 점이 있다. $(SM(i, j))$ 의 최적해를 $(\hat{x}_i^j, \hat{x}_{i+1}^j, \dots, \hat{x}_j^j, \hat{z}_j)$ 라 할 때, 모든 최적해에서

$$\sum_{j=i+1}^N \hat{z}_j < I_{i-1} - D_i \quad (20)$$

가 성립할 때 정리 4를 적용할 수 있고, 이때 기간 i 의 최적주문량은 0이 된다. 즉, $(SM(i, j))$ 의 임의의 한 최적해에서 식 (20)이 성립했다고 해서 정리 4를 적용할 수는 없다. 왜냐하면 다른 $(SM(i, j))$ 의 최적해 중에서 $z_{i+1} + \dots + z_N \geq I_{i-1} - D_i$ 을 만족하는 해가 존재할 수도 있기 때문이다.

지금까지 논의된 사항을 토대로 수정된 위험회피 재고모형의 주문량 계산 절차를 정리하면 [그림 3]과 같다.

수정된 위험회피 재고모형의 주문량은 정리 3과 4에 따라 계산된다. 여기서 주의할 것은 정리 4를 근사화하여 적용했다는 점이다. [그림 3]의 단계 2

수정된 위험회피 재고모형 주문량 결정 알고리즘

단계 1 : 미래 기간의 선주문량 계산
 기간 $j = i+1, \dots, N$ 에 대해, $(SM(i, j))$ 를 풀어 최적해 $(\hat{x}_i^j, \hat{x}_{i+1}^j, \dots, \hat{x}_j^j, \hat{z}_j)$ 를 구한다.

단계 2 : 기간 i 의 주문량(Q_i) 계산
 기간 i 의 주문량 Q_i 를 다음과 같이 정한다.

- $R = \sum_{j=i+1}^N (\hat{x}_i^j + \hat{z}_j)$ 라 둔다.
- 만약 $R \geq I_{i-1} - D_i$ 이면,
 $Q_i = D_i + R - I_{i-1}$ 이다.
- 아니면, $Q_i = 0$ 이라 둔다.

[그림 3] 수정된 위험회피 재고모형의 주문량 계산 절차

에서 $R \geq I_{i-1} - D_i$ 일 경우는 정리 3에 의해 최적주문량을 계산할 수 있다. 그러나 $(SM(i, j))$ 의 모든 최적해에서 $R < I_{i-1} - D_i$ 이 성립하는지를 판단하려면 추가적인 계산이 필요하다. 즉, $(SM(i, j))$ 의 최적해 중 z_j 의 값이 가장 큰 최적해를 구해야 한다. [그림 3]은 정리 4를 적용할 때 z_j 요소가 가장 큰 최적해를 구하지 않는다. 대신 $(SM(i, j))$ 의 최적해 $(\bar{x}_i^j, \bar{x}_{i+1}^j, \dots, \bar{x}_j^j, \bar{z}_j)$ 를 수정하여 최적해 $(0, \bar{x}_{i+1}^j, \dots, \bar{x}_j^j, \bar{x}_i^j + \bar{z}_j)$ 를 계산하고, 이들을 합산하여 R 를 근사적으로 계산한다. 수정된 위험회피 재고모형의 주문량 계산 방법을 사용하는 재고모형의 운영 절차는 [그림 2]에 제시된 운영 절차와 유사하고, 다만 변수 q_i 를 사용하지 않으며 [그림 1]에 제시된 주문량 계산 방법 대신 [그림 3]에 제시된 주문량 계산 방법을 사용한다는 점만 다르다.

4. 모형 적용 및 결과

본 장에서는 제 3장에서 제시한 위험회피 재고모형을 원유와 알루미늄 재고관리에 각각 적용해 보고 그 결과를 분석한다. 위험회피 재고모형을 구현할 때 $(IM(i))$ 와 $(RM(i))$ 의 위험 가중치 λ 는 위험회피 재고모형의 수행도에 영향을 미친다. 적합한 위험 가중치 λ 를 설정하기 위해 통계학 및 데이터마이닝(data mining) 등에서 널리 활용되는 교차검증법(cross-validation)과 유사한 방법을 사용할 수 있다. 원유와 알루미늄 가격의 시계열 자료를 크게 두 개의 구간으로 나눈 다음 첫 번째 구간

에 위험회피 재고모형을 적용한다. 이때 여러 가지 값을 λ 에 대입하여 실험한 다음, 총비용이 최소가 되는 λ 을 찾아 위험 가중치 값을 설정할 수 있다. 위험회피 재고모형의 이차계획법 문제는 Matlab 7.1이 제공하는 최적화 도구(optimization toolbox)를 이용하여 풀었다.

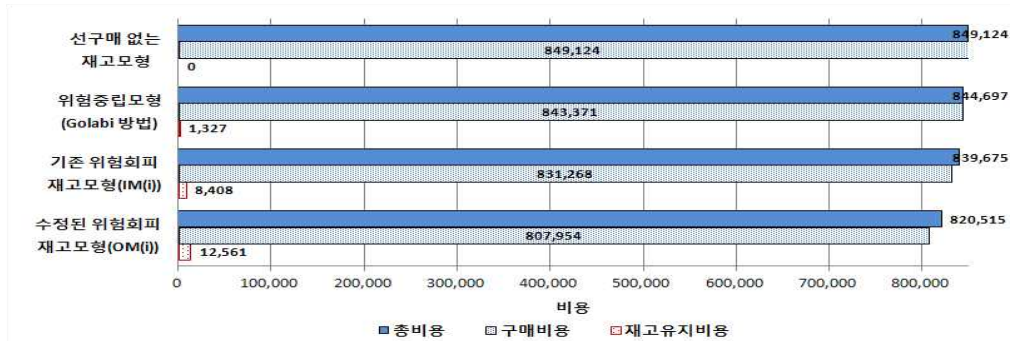
4.1 원유 재고관리 적용 결과

위험회피 재고모형을 원유 도입에 적용한 결과를 알아본다. 원유가격 중 가장 널리 사용되는 WTI (West Texas Intermediate) 원유가격 자료를 1994년부터 2012년 6월까지 수집하여 월별 평균 가격을 구하였다. 물가 변동에 따른 원유가격 변동 효과를 제거하기 위해 원유가격을 미국 생산자 물가지수 (producer price index)로 나누어 2009년 1월 기준 불변가격으로 변환하였다. 원유가격과 미국 생산자 물가지수 자료는 각각 [28]과 [9]에서 획득하였다. 원유가격의 변동 추이는 [그림 4]와 같다. [그림 4]에서 생산자 물가지수로 나누기 전 원유가격을 명목 가격이라 표시하였다.

원유가격 예측방법으로는 자기회귀모형(autoregressive model)을 사용하였다. 기간 i 초에 기간 $i, (i-1), \dots, (i-5)$ 까지 최근 6개 기간의 원유가격을 독립변수로 하여 기간 $(i+1)$ 부터 기간 $(i+6)$ 까지 다음 6개 기간의 원유가격을 예측하였다. 전체 데이터를 1995년 1월부터 2000년 12월까지와 2001년 1월부터 2012년 6월까지 두 개의 구간으로 나누어 첫 번째 구간의 데이터를 활용하여 위험 가중



[그림 4] WTI 원유 가격 변동 추이



[그림 5] 재고모형의 비용 비교(WTI)

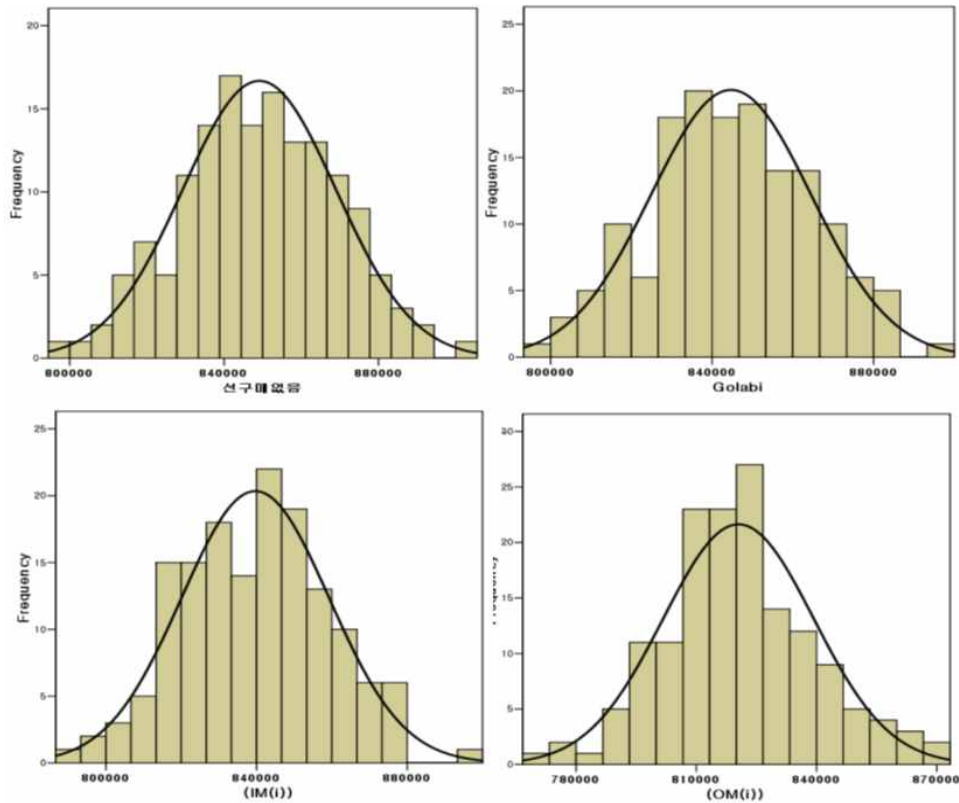
치 λ 를 설정하였다. 총비용과 분산은 두 번째 구간의 데이터에 재고모형을 적용하여 얻은 값이다.

기존 위험회피 재고모형 ($IM(i)$)과 수정된 위험회피 재고모형 ($OM(i)$)은 기간 i 에서 그 이후의 모든 미래 구간의 재고보충을 계획하지 않고 대신 기간 i 로부터 최대 6개 미래 기간의 재고보충계획만을 구한다. 즉, 기간 i 에서는 기간 $i(i+1), \dots, (i+6)$ 의 재고보충계획을 구한다. 그 이유는 가격 예측의 정확성은 현재 시점에 멀어질수록 떨어지므로 모든 미래 구간을 고려하기 보다는 가격 예측의 정확성이 어느 정도 유지되는 가까운 미래 기간에 대해서만 재고보충계획을 수립하는 것이 총비용면에서 바람직하기 때문이다. 연간 재고유지비용은 WTI 원유 평균가격의 10%로 설정하였고, 월간 재고유지비용은 연간 재고유지비용을 12로 나눈 값으로 설정하였다. 각 기간의 수요치는 50에서 150사이의 범위를 갖는 일양분포(uniform distribution)로부터 무작위로 값을 생성하여 설정하였다. 수행시마다 각 재고모형의 총비용, 구매비용, 재고유지비용을 구하였고, 이 과정을 150회 반복하여 총비용, 구매비용, 재고유지비용의 평균값과 분산을 구하였다. 또한, 비교를 위해 위험중립 재고모형 중에 하나인 Golabi 방법[14]도 동일한 방식으로 실험하여 총비용, 구매비용, 재고유지비용의 평균값과 분산을 각각 구하였다.

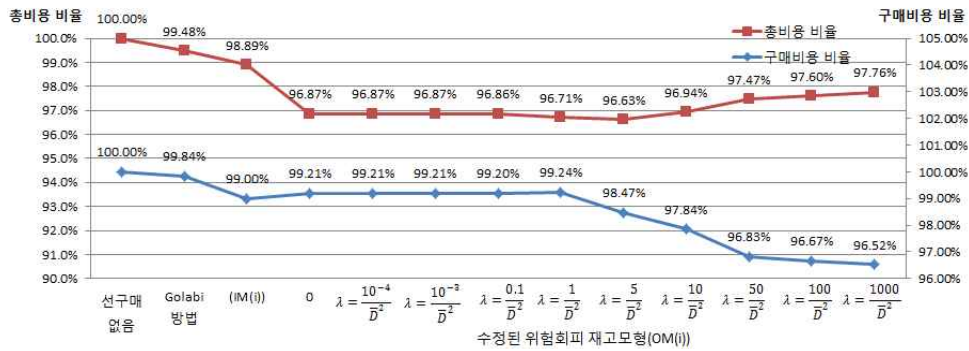
WTI 원유에 위험회피 재고모형과 Golabi 방법을 적용한 결과는 [그림 5]와 같다. [그림 5]에서 ‘선구매 없는 재고모형’은 재고를 미리 보충하지 않고 매 기간 초에 그 기간의 수요만큼 구매하는 방식을 말한다. ‘기존 위험회피 재고모형’은 제 2장의 ($IM(i)$)

를 의미하고, ‘수정된 위험회피 재고모형’은 제 3장에서 제안한 ($OM(i)$)을 의미한다. ($IM(i)$)와 ($OM(i)$)의 위험 가중치는 교차검증법을 통해 총비용을 최소화하는 값으로 설정하였는데, 이때 수요의 평균값을 \bar{D} 라 할 때 ($IM(i)$)와 ($OM(i)$)의 위험 가중치는 각각 $1/\bar{D}^2$, $5/\bar{D}^2$ 이다.

[그림 5]에서 총비용을 비교해보면 선구매가 없는 재고모형의 총비용이 가장 많고, 다음으로 Golabi 방법이며 수정된 위험회피 재고모형의 총비용이 가장 작음을 알 수 있다. 특히 기존 위험회피 재고모형에 비해 수정된 위험회피 재고모형의 재고유지비용이 약간 많으나 구매비용을 크게 절감할 수 있어 전체 비용면에서는 수정된 위험회피 재고모형이 더 우수한 것으로 나타났다. 수정된 위험회피 재고모형은 구매가격이 낮을 때 원자재를 구매하도록 초기재고를 제한당함으로써 구매비용을 절감할 수 있음을 보여준다. 반면, ($OM(i)$) 모형에서 초기재고를 먼 미래 기간의 수요 충족에 배정하는 경우에는 재고유지비용이 증가할 수 있다. 일반적으로 재고유지비용은 구매비용에 비해 매우 작으므로 구매비용을 절감할 수 있는 ($OM(i)$)가 기존 위험회피 재고모형 ($IM(i)$)보다 우수하다고 할 수 있다. 재고모형간의 비용차이가 통계적으로 유의한지 여부를 알아보기 전에 먼저 각 재고모형의 총비용 분포가 정규분포를 따르는지를 확인하였다. 선구매가 없는 재고모형, Golabi 방법, 기존 위험회피 재고모형, 수정된 위험회피 재고모형을 반복적으로 수행한 후 총비용의 분포를 히스토그램으로 나타내면 [그림 6]과 같다. 네 개의 재고모형의 총비용 분포가



[그림 6] 각 재고모형의 총비용 분포(WTI 원유)



[그림 7] 위험 가중치 변화에 따른 총비용과 구매비용의 변화(WTI 원유)

모두 정규분포와 유사한 형태의 분포를 보이고 있다. 또한, 정규성(normality) 검증을 수행한 결과 네 개 재고모형의 Shapiro-Wilk 통계량이 0.996, 0.996, 0.995, 0.990으로 나와 유의수준 5%에서 정규분포를 따른다고 볼 수 있다. 마지막으로 네 개의 재고모형의 총비용이 통계적으로 유의한 차이를 갖는지를 알아보기 위해 일원분산분석(one-way ANOVA)을 수행하였다. 일원분산분석 수행결과 F 값이 63.084로 나

와 유의수준 5%에서 각 재고모형의 총비용간에 통계적으로 유의한 차이가 있는 것으로 판명되었다.

다음으로 위험 가중치 변화에 따른 위험회피 재고모형의 비용 변화를 분석해보자. [그림 7]은 각 위험 가중치에 대해 수정된 위험회피 재고모형의 총비용과 구매비용의 변화를 보여준다. 수정된 위험회피 재고모형의 가중치를 $0, 10^{-4}/D^2, 0.01/D^2, 0.1/D^2, 1/D^2, 5/D^2, 10/D^2, 50/D^2, 100/D^2, 1000/D^2$ 로 변

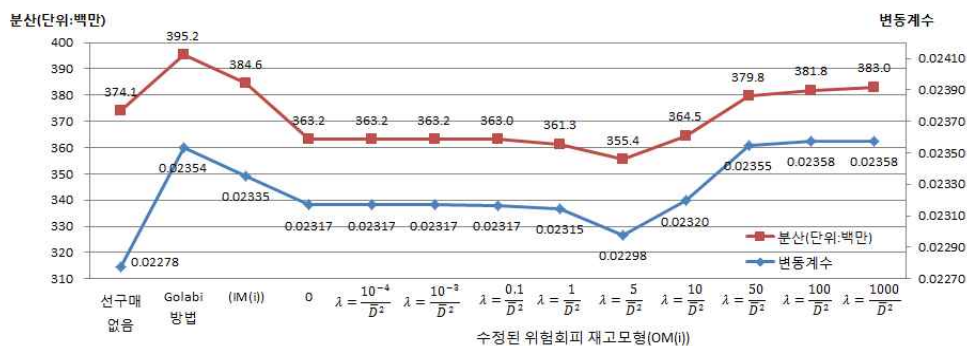
경하면서 총비용과 구매비용의 변화를 분석하였다. [그림 7]에서 총비용 비율은 선구매가 없는 재고모형의 총비용을 100으로 둘 경우 다른 재고모형의 상대적인 총비용을 의미한다. 예를 들어, Golabi 방법의 총비용 비율은 99.48%인데, 이는 Golabi 방법의 총비용이 선구매가 없는 재고모형 총비용의 99.48%임을 의미한다. 또, 구매비용 비율은 총비용에서 구매비용이 차지하는 비율을 나타낸다. [그림 7]에서 기존 위험회피 재고모형의 비용은 위험 가중치가 비용을 최소화하도록 설정되었을 경우의 비용을 의미한다. 고려한 모든 위험 가중치 값에 대해 수정된 위험회피 재고모형의 총비용은 다른 재고모형보다 작음을 알 수 있다. $(OM(i))$ 의 총비용은 위험 가중치가 증가함에 따라 감소하다가 위험 가중치 값이 $5/\bar{D}^2$ 보다 크면 다시 증가하였다. 미래 시점의 구매가격 변동으로 인한 위험을 고려하게 되면, 구매가격이 약간 높더라도 확정적인 가격에 재고를 보충하게 된다. 이로 인해 미래 시점의 실제 구매가격이 예상보다 높게 형성되어 높은 가격에 재고를 구매하는 것을 방지할 수 있다. 반면, 미래 구간의 구매가격 불확실성에 너무 큰 가중치를 주는 경우 상대적으로 구매가격이 높은 현재 시점에도 재고를 보충하게 되어 전체 비용이 증가할 수 있다. 또한, 위험 가중치 값이 증가하면 미래 구간보다는 현재 시점에 재고를 보충하는 경우가 많아지므로 이로 인해 재고유지비용도 크게 늘어날 수 있다. [그림 7]에서 위험 가중치 값이 증가하는 경우 구매비용이 전체 비용에서 차지하는 비율이 줄어드는 것을 볼 수 있다.

다음으로 총비용의 분산을 비교해보자. [그림 8]

은 WTI 원유 재고관리에 각 재고모형을 150회 반복 적용하여 나온 총비용의 변동을 분석한 결과를 보여준다. [그림 8]에서 분산은 각 재고모형의 총비용의 분산을 의미하며, 변동계수(coefficient of variation)은 총비용의 표준편차를 평균 총비용으로 나눈 값으로 총비용의 상대적인 변동을 보여준다. [그림 8]에서 수정된 위험회피 재고모형의 총비용의 분산은 다른 재고모형에 비해 작음을 알 수 있다. 수정된 위험회피 재고모형의 총비용의 분산은 위험 가중치가 증가함에 따라 감소하다가 위험 가중치 값이 $10/\bar{D}^2$ 보다 크면 분산이 다시 증가함을 알 수 있다. 변동계수의 변화도 분산의 변화와 거의 같은 형태를 띠고 있다. 이와 같은 현상은 [그림 7]에 제시된 총비용의 변화와 유사하다. 위험 가중치가 크면 구매가격이 비교적 높은 현재 시점에 재고를 보충하게 되어 미래 시점에 낮은 가격에 재고를 보충할 기회를 상실하게 되어 총비용이 증가하고 이로 인해 비용의 분산도 함께 증가하는 것으로 설명할 수 있다. 따라서 위험 가중치를 설정함으로써 수정된 위험회피 재고모형의 총비용 변동성을 다른 재고모형보다 작게 할 수 있다.

4.2 알루미늄 재고관리 적용 결과

다음으로 위험회피 재고모형을 알루미늄 재고관리에 적용한 결과를 알아본다. 알루미늄 가격에 대한 자료는 [16]으로부터 획득하였으며 WTI 원유에서와 동일한 방법으로 불변가격을 구하였다. 알루미늄 1kg당 가격 변동 추이는 [그림 9]와 같다.



[그림 8] 위험 가중치 변화에 따른 총비용의 분산 변화(WTI 원유)

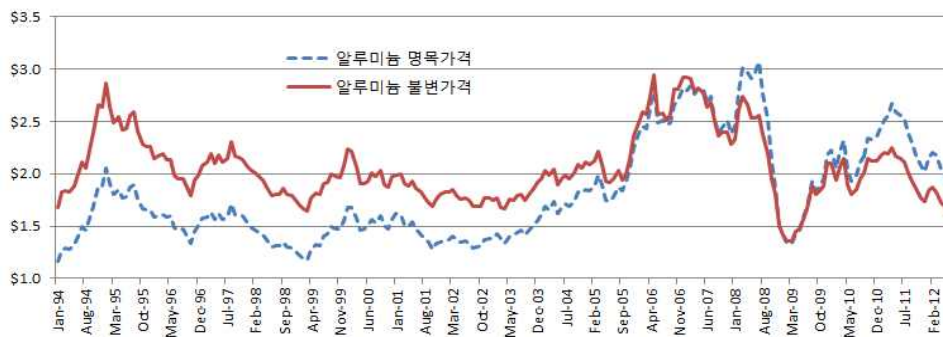
알루미늄의 가격예측, 위험 가중치 λ 설정 등은 앞의 WTI 원유가격 실험시와 동일한 방법을 사용하였다. 또한, 연간 재고유지비용은 알루미늄 평균 가격의 10%로 설정하였고, WTI 원유가격 실험 때와 동일하게 각 기간의 수요치는 50에서 150사이의 범위를 갖는 일양분포(uniform distribution)로부터 무작위로 값을 생성하여 설정하였다. 150회 실험을 반복하여 각 재고모형의 총비용, 구매비용, 재고유지비용의 평균값과 분산을 각각 구하였다.

알루미늄 원자재에 적용하여 나온 재고모형별 비용은 [그림 10]과 같다. WTI 원유에서와 유사하게 위험회피 재고모형의 총비용이 선구매가 없는 재고모형과 Golabi 방법에 비해 작음을 알 수 있다. 또한, 수정된 위험회피 재고모형 ($OM(i)$)의 총비용이 기존 위험회피 재고모형 ($IM(i)$)보다 낮음을 알 수 있다. 위험회피 재고모형은 Golabi 방법에 비해 총비용이 작으며, 특히 위험회피 재고모형은 Golabi

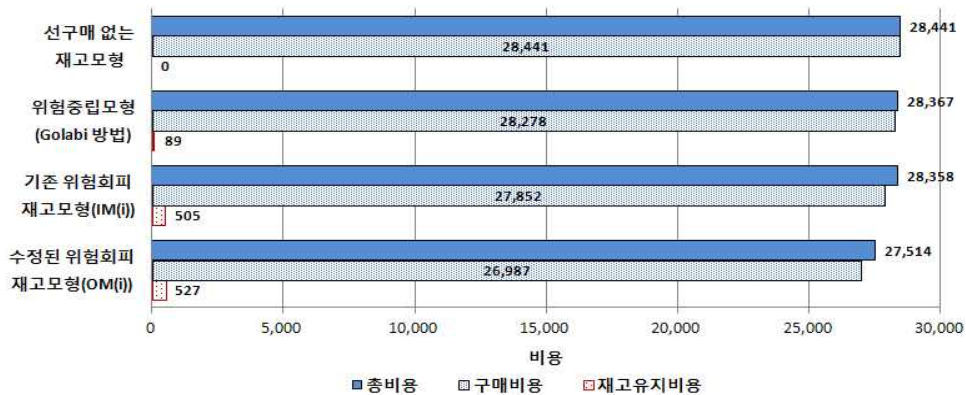
방법에 비해 구매비용이 작음을 볼 수 있다.

재고모형간의 비용 차이가 통계적으로 유의한지를 검증하기 전에 총비용 분포가 정규분포 형태를 띠는지를 살펴본다. [그림 11]은 각 재고모형의 총비용 분포를 보여준다. 네 개 재고모형의 비용 분포가 모두 정규분포와 유사한 형태를 보이고 있어 정규분포로 근사화 할 수 있음을 알 수 있다. 정규성 검증(normality test)를 실시한 결과 선구매 없는 재고모형, Golabi 방법, 기존 위험회피 재고모형, 수정된 위험회피 재고모형의 Shapiro-Wilk 통계량이 각각 0.990, 0.983, 0.984, 0.988로 유의수준 5%에서 모두 정규분포를 따른다고 볼 수 있다. 네 가지 재고모형별 총비용의 차이가 통계적으로 유의한지를 검증하기 위해 일원분산분석을 실시한 결과 F 값이 약 58.22로 나타나 재고모형의 총비용 차이가 통계적으로 유의한 것으로 판명되었다.

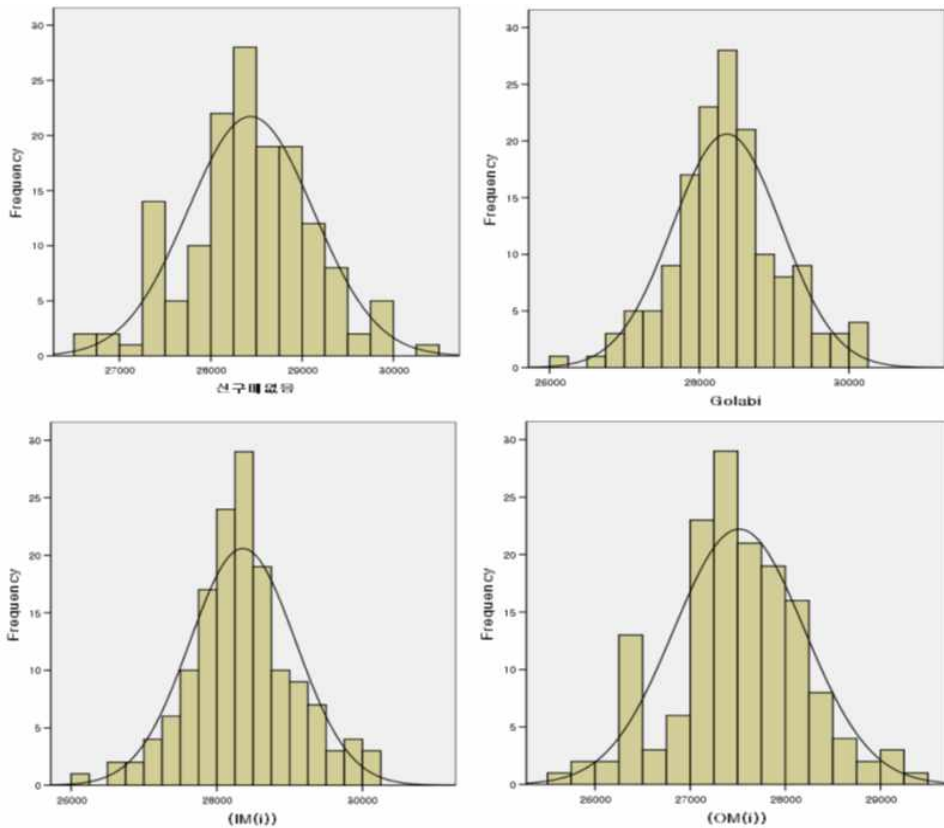
다음으로 위험 가중치 변화에 따른 위험회피 재



[그림 9] 알루미늄 가격의 변동 추이



[그림 10] 재고모형의 총비용 비교(알루미늄)

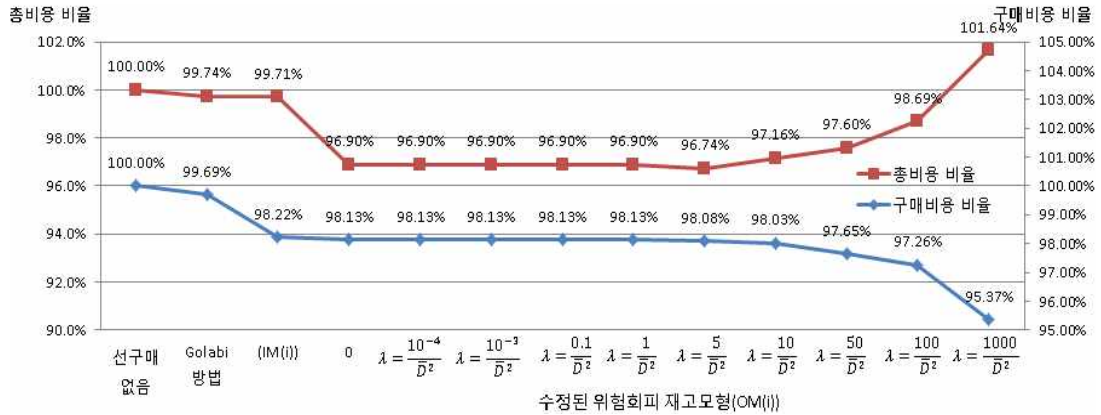


[그림 11] 각 재고모형의 총비용 분포(알루미늄)

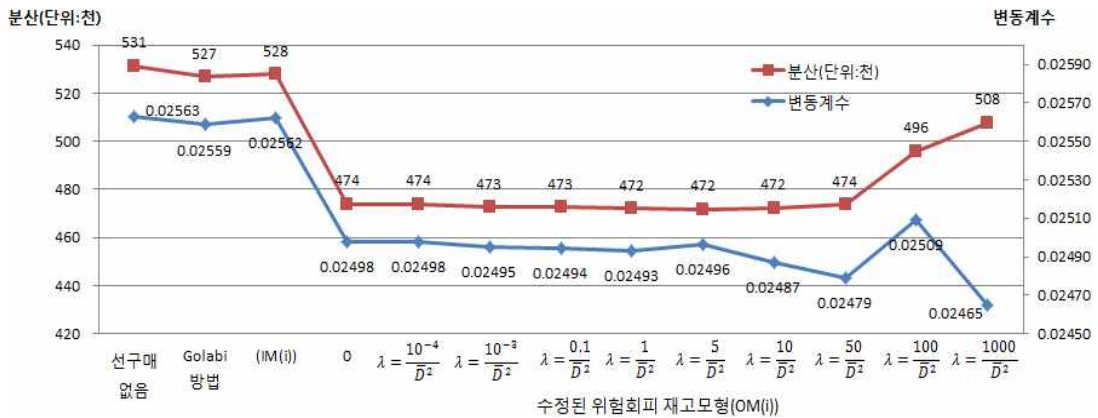
고모형의 비용 변화를 분석해보자. [그림 12]는 위험 가중치 변화에 따른 수정된 위험회피 재고모형의 총비용과 구매비용을 변화를 보여준다. 수정된 위험회피 재고모형의 위험 가중치를 $0, 10^{-4}/\bar{D}^2, 0.01/\bar{D}^2, 0.1/\bar{D}^2, 1/\bar{D}^2, 5/\bar{D}^2, 10/\bar{D}^2, 50/\bar{D}^2, 100/\bar{D}^2, 1000/\bar{D}^2$ 로 변경하면서 총비용과 구매비용의 변화를 분석하였다. [그림 12]에서 총비용 비율은 선구매가 없는 재고모형의 총비용을 100으로 둘 경우 다른 재고모형의 상대적인 총비용을 의미한다. 또, 구매비용 비율은 총비용에서 구매비용이 차지하는 비율을 나타낸다. [그림 12]에서 기존 위험회피 재고모형의 비용은 위험 가중치가 비용을 최소화도록 설정되었을 경우의 비용을 의미한다. 수정된 위험회피 재고모형의 총비용은 위험 가중치가 $1000/\bar{D}^2$ 인 경우를 제외하고는 다른 재고모형보다 작음을 알 수 있다. $(OM(i))$ 의 총비용은 위험 가중치가 증가함에 따라 감소하다가 위험 가중치 값이 $5/\bar{D}^2$ 에서 가장 작은

값을 갖는다. 이후 위험 가중치 값을 더 증가시키면 총비용이 다시 증가한다. 그 이유는 위험 가중치가 증가하게 되면 구매가격의 기대값이 작은 미래시점보다는 구매가격이 다소 높은 현재 시점에 재고를 보충하는 경우가 많아지고 이로 인해 재고를 장기간 보관하게 됨으로써 재고유지비용이 증가하기 때문이다. [그림 12]의 총비용 변화는 [그림 7]과 동일하므로 [그림 12]와 같은 형태를 띠는 이유는 [그림 7]의 설명을 참조하기 바란다.

다음으로 총비용의 분산을 비교해보자. [그림 13]는 알루미늄 재고관리에 각 재고모형을 150회 반복 적용하여 나온 총비용의 변동을 보여준다. [그림 13]에서 분산은 각 재고모형의 총비용의 분산을 말하고, 변동계수(coefficient of variation)은 총비용의 표준편차를 평균 총비용으로 나눈 값으로 총비용의 상대적인 변동을 나타낸다. 고려한 모든 위험 가중치 하에서 수정된 위험회피 재고모형의 총비용 분산



[그림 12] 위험 가중치 변화에 따른 총비용과 구매비용의 변화(알루미늄)



[그림 13] 위험 가중치 변화에 따른 총비용의 분산 변화(알루미늄)

은 다른 재고모형에 비해 모두 작음을 알 수 있다. [그림 7]의 WTI 원유재고 관리의 경우와 유사하게 수정된 위험회피 재고모형의 총비용의 분산은 위험 가중치가 증가함에 따라 감소하다가 위험 가중치 값이 $50/D^2$ 보다 크면 분산이 다시 증가함을 알 수 있다. 이는 미래의 구매가격에 지나치게 높은 위험을 부과함으로써 구매가격이 높은 현재 시점에 원자재를 구매함으로써 구매비용이 크게 증가하고 이로 인해 분산도 증가하였기 때문이다. 변동계수도 분산과 거의 비슷한 변화를 보이고 있다. 다만, 위험 가중치가 $1000/D^2$ 일 때 변동계수가 최소가 되는데, [그림 12]에서 볼 수 있듯이 분산의 증가보다 총비용이 큰 폭으로 증가하여 변동계수가 감소한 결과이다. 따라서 적절한 위험 가중치 하에서 수정된 위험회피 재고모형은 총비용의 변동성을 다른 재고모형보다 작

게 유지할 수 있다.

5. 결론 및 추후 연구과제

본 연구는 기존 위험회피 재고모형의 수행도를 개선시킬 수 있는 수정된 위험회피 재고모형을 제안하였다. 수정된 위험회피 재고모형은 매 기간 초에 이차계획법을 풀어 구매량을 결정하는 근시안적 재고모형으로서 구매가격 변동 하에서 구매시점과 구매량을 쉽게 구할 수 있게 해준다. 특히, 수정된 위험회피 재고모형은 매 기간 초에 보유하고 있는 초기재고를 그 이후 기간의 수요 충족에 재분배함으로써 구매비용을 줄일 수 있다. 특히 원자재 가격이 예상과 달리 상승한 경우 수정된 위험회피 재고모형은 초기재고의 재분배를 통해 원자재 구입

시점을 지연시킬 수 있어서 구매비용을 절감하는데 효과적이라 할 수 있다. WTI 원유와 알루미늄 재고관리에 제안된 재고모형을 적용한 결과 수정된 위험회피 재고모형이 기존 위험회피 재고모형에 비해 총비용의 평균값과 분산 면에서 우수함을 확인할 수 있었다.

향후 연구과제로는 위험회피 재고모형에 대한 보다 엄밀한 이론적 분석을 수행할 필요가 있다. 비용뿐만 아니라 위험을 함께 목적함수로 고려한 경우에도 (s, s) 형태 재고모형의 최적성이 유지되는가는 검증할 필요가 있다. 또한, 구매가격 예측의 정확성이 위험회피 재고모형의 수행도에 미치는 영향을 분석하는 것도 의미 있는 연구주제가 될 것이다. 마지막으로 위험회피 재고모형을 실제 기업에 적용하여 그 유용성을 확인해야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 권정의, 백금계열 금속소재의 조달 및 재고비용에 관한 연구, 동국대학교 박사학위논문, 2004.
- [2] 유석천, 박찬규, 정 욱, “구매가격 변동시 위험을 고려한 재고모형”, 『한국경영과학회지』, 제35권, 제4호(2010), pp.33-53.
- [3] Agrawal, V. and S. Seshadri, “Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem,” *Manufacturing and Service Operations Management*, Vol.2(2000), pp.410-423.
- [4] Ardalan, A., “Combined optimal prices and optimal inventory replenishment policies when a sale results in increase in demand,” *Computers and Operations Research*, Vol.18(1991), pp.721-730.
- [5] Arnold, J., S. Minner, and B. Eidam, “Raw material procurement with fluctuating prices,” *International Journal of Production Economics*, Vol.121(2009), pp.353-364.
- [6] Bachman, A., “Inventory control with price fluctuations,” *International Journal of Operations and Production Management*, Vol.6 (1986), pp.58-64.
- [7] Berling, P. and V. Martinez-de-Albeniz, “Optimal inventory policies when purchase price and demand are stochastic,” *Operations Research*, Vol.59(2011), pp.109-124.
- [8] Bouakiz, M. and M.J. Sobel, “Inventory control with an exponential utility criterion,” *Operations Research*, Vol.40(1992), pp.603-608.
- [9] Economic Research, Federal Reserve Bank of St. Louis, <http://research.stlouisfed.org/fred2/>.
- [10] Gan, X., S.P. Sethi, and H. Yan, “Channel coordination with a risk-neutral supplier and a downside-risk-averse retailer,” *Production and Operations Management*, Vol.14 (2005), pp.80-89.
- [11] Gascon, A., “On the finite horizon EOQ model with cost changes,” *Operations Research* Vol.43(1995), pp.716-717.
- [12] Gavirneni, S. and T.E. Morton, “Inventory control under speculation : Myopic heuristics and exact procedures,” *European Journal of Operational Research*, Vol.117(1999), pp.211-221.
- [13] Gavirneni, S., “Periodic review inventory control with fluctuating purchasing costs,” *Operations Research Letters*, Vol.32(2004), pp.374-379.
- [14] Golabi, K., “Optimal inventory policies when ordering prices are random,” *Operations Research*, Vol.33(1985), pp.575-588.
- [15] Hall, G. and J. Rust, “The (S, s) policy is an optimal trading strategy in a class of commodity price speculation problems,” *Economic Theory*, Vol.30(2007), pp.515-538.

- [16] International Monetary Fund, <http://www.imf.org/external/np/res/commod/index.asp>.
- [17] Jacobs, F.R., R.B. Chase, and N.J. Aquilano, *Operations and Supply Management*, 12th ed., McGraw-Hill, 2009.
- [18] Kalymon, B.A., "Stochastic prices in a single-item inventory purchasing model," *Operations Research*, Vol.19(1971), pp.1434-1458.
- [19] Lau, H., "The newsboy problem under alternative optimization objectives," *Journal of Operational Research Society*, Vol.31(1980), pp.525-535.
- [20] Lev, B. and H.J. Weiss, "Inventory models with cost changes," *Operations Research*, Vol.38(1990), pp.53-63.
- [21] Li, C. and P. Kouvelis, "Flexible and risk-sharing supply contracts under price uncertainty," *Management Science*, Vol.45(1999), pp.1378-1398.
- [22] Manikas, A., Y.-L. Chang, and M. Ferguson, "BlueLinx can benefit from innovative inventory management methods for commodity forward buys," *Omega*, Vol.37(2009), pp.545-554.
- [23] Martel, A. and A. Gascon, "Dynamic lot-sizing with price changes and price-dependent holding costs," *European Journal of Operations Research*, Vol.111(1998), pp.114-128.
- [24] Ramasesh, R.V., "Lot-sizing decision under limited-time price incentives : A review," *Omega*, Vol.38(2010), pp.118-135.
- [25] Ramasesh, R.V. and R. Rachamadugu, "Evaluating lot-sizing strategies under limited-time price incentives : An efficient lower bound," *International Journal of Production Economics*, Vol.138(2012), pp.177-182.
- [26] Scarf, H., "The optimality of (S, s) policies in the dynamic inventory problems," In : K.J. Arrow, S. Karlin, P. Suppes, editors, *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford University Press, Stanford, 1960.
- [27] Tajbakhsh, M.M., C. Lee, and S. Zolfaghari, "An inventory model with random discount offerings," *Omega*, Vol.39(2011), pp.710-718.
- [28] U.S. Energy Information Administration, <http://www.eia.doe.gov/>.
- [29] Wang, Y., "The optimality of myopic stocking policies for systems with decreasing purchasing prices," *European Journal of Operational Research*, Vol.133(2001), pp.153-159.
- [30] Wu, J., J. Li, S. Wang, and T.C.E. Cheng, "Mean-variance analysis of the newsvendor model with stockout cost," *Omega*, Vol.37(2009), pp.724-730.
- [31] Yang, J., Y. Xia, "Acquisition management under fluctuating raw material prices," *Production and Operations Management*, Vol.18(2009), pp.212-225.