

## 공간 시각화 과제에 체화된 거북 스킴 적용에 관한 연구

이지윤(서울대학교 수학교육과 대학원)

조한혁(서울대학교 수학교육과)

송민호(숙명여자대학교 교육대학원)<sup>†</sup>

### I. 서론

공간 능력은 인간 지능의 중요한 요소로서 수학, 공학, 건축, 의학 등 다양한 영역과 관련될 뿐 아니라, 운전이나 수영 등 실생활에서 자주 활용되고 있는 능력으로 과학적 기술적 활동에 필수적으로 요구되는 인지적 기능을 일컫는다(Wang et al, 2007). 최근에는 공학과 컴퓨터의 발달로 다양한 동적 시각화 도구가 개발되면서 공간 능력에 관한 새로운 시대가 열렸으며 2000년대 이후에는 Second Life, Active Worlds와 같은 가상세계 탐험 등 공간에 관한 범위와 개념이 변화하고 있다(Hew & Cheung, 2010).

공간 능력은 현실세계를 대상으로 하는 물리적 조작 뿐만 아니라 정신적인 조작을 통하여 대상을 변화시키고, 그 결과를 예측하는 것이라 할 수 있다. 즉, 공간 능력 향상을 위해서는 현실 세계에서 구현할 수 없는 조작 가능한 정신적 이미지(mental image)를 형성하는 것이 매우 중요하다. 여기서 정신적 이미지는 단지 마음속에 있는 정적인 그림이 아닌, 시각적, 공간적, 일시적, 인과적인 서로 다른 정보들을 처리하고 묘사하는 스킴을 일컫는다(Ramadas, 2009). 이것은 구체적인 물리적 대상에 대한 조작을 통하여 추상화된 정신적 대상에 조작, 즉 인지적 조작으로서의 스킴이 형성된다고 볼 수 있다.

아라비아 숫자와 로마 숫자가 같은 수를 표현하지만, 각각의 계산과정에서 사용되는 스킴, 즉 인지작용이 전혀 다른 것처럼, 인지적 조작은 그것을 다루는 표현 체

계에 영향을 받는다(Gonzalez & Kolers, 1982). 즉, 공간 속 입체를 시각화하는 인지적 과정도 그것을 바라보는 관점과, 표현하는 기호체계에 따라 달라진다. 특히 정신적 회전(mental rotation) 과제에서 실제 회전해야 하는 대상 이외의 다른 정보가 포함된 대상의 유사성을 판단할 때 학생들은 그것을 머릿속에서 돌려보는 시각-공간(visuo-spatial) 전략을 피한다는 연구가 이루어진 바 있다(Just & Carpenter, 1987). 즉, 대상을 바라보는 관점과 표현체계, 대상에 주어진 정보 등에 따라 입체의 시각화 과정에서 시각-공간 전략 이외에 그림에 내포된 공간적 관계를 발견하고, 조작하고, 변형하는 특정한 규칙을 사용할 수 있다(Stidff, 2007).

본 연구에서는 우선 '체화된 인지'와 '거북 은유', '기호적 중재'와 '공간 시각화' 사이의 관계를 각각 살펴본 후, 공간 시각화 과제에 '거북 스킴'을 적용해 봄으로써 그 효과와 유용성을 살펴보고자 할 것이다. '거북 스킴'은 '거북 은유'와 '거북 표현'을 통해 공간시각화에 관한 새로운 인지구조가 되어, 이에 관한 인지작용을 증대할 수 있을 것으로 기대된다.

### II. 이론적 배경

#### 1. 체화된 인지와 거북 은유

인지과학이 발달함에 따라 이성은 우주에 대한 수동적인 반응이 아닌, 신체와 환경 사이의 상호작용을 통한 능동적 발생이라는 관점으로 변화가 일어나기 시작하였다(Lakoff & Núñez, 1997). 즉, 신체와 환경을 분리하고 뇌만 바라보아서는 마음에 대해 올바르게 이해할 수 없으므로 인간의 마음을 신체, 뇌, 환경의 상호작용 관계로 이해하게 되었는데, 이러한 인식이 바로 '체화된 인지(embodied cognition)' 관점으로 발전하게 되었다.

\* 접수일(2012년 10월 9일), 수정일(2013년 3월 11일), 게재확정일(2013년 05월 10일)

\* ZDM분류 : C33

\* MSC2000분류 : 97C30

\* 주제어 : 체화된 인지, 공간 시각화, 거북 스킴

† 교신저자

체화된 인지 이론에 따르면 행동, 감각 그리고 인식은 매우 밀접하게 관계되어 있으며, 수학교육 분야에서도 체화된 인지 이론이 가지는 의미에 관한 연구가 늘어나고 있다. Núñez(2007)는 수학은 우리가 생각할 수 있는 가장 추상화된 개념적 체계인데, 이조차도 본질적으로는 우리 신체, 언어 그리고 인식이라는 관점에서 근본적으로 체화된 것이라고 말하고 있다. 비슷한 관점에서 Radford et al.(2005)는 인간의 사고는 기호, 인공물, 신체에 의해 중재될(mediated) 뿐 아니라 그 자체에 놓여 있다(located)고 주장하였다. 이러한 관점에 따라 공간을 구체화하는 사고 작용을 인간이 기본적으로 가지고 있는 신체와 관련짓는 연구들이 이루어지게 되었다. Amorim et al.(2006)는 체화된 공간 변형에 관한 연구에서 신체 비유를 통하여 공간을 구체화할 수 있음을 보였다. 또한 Lakoff & Johnson(1999)은 신체적인 특징<sup>1)</sup>과 대상을 연결하는 참조 프레임(reference frames)을 통하여 공간을 인식함을 언급하였고, 이러한 참조 프레임을 ‘신체적 투영(bodily projection)’이라 하였다.

Papert는 체화된 인지와 비슷한 관점에서 신체와 공간을 연결하는 가상의 공간인 마이크로월드를 만들었고, 이를 LOGO라 하였다. LOGO에서는 가상의 공간에 존재하는 거북 위에 학습자를 위치시키고 거북의 움직임을 제어하는 기호 체계(가자와 돌자 명령)를 통하여 공간 도형을 탐구할 수 있다. Papert(1980)는 ‘거북 은유’를 통한 학습을 분리 학습(dissociated learning)과 대조적 의미로 동조 학습(syntonic learning)이라 칭하였는데, 이때 동조 학습은 신체-동조성과 자아-동조성을 포함한다. 즉, 거북 위에 있는 학습자라는 은유를 통하여 거북을 학습자와 동일시함으로써 신체적으로 체화되는 동시에 의지, 목적, 열망, 선호도를 가진 인간으로서 아동의 자아가 일치되는 시각-공간 전략이라 할 수 있다. 이러한 관점에서, 신체-동조성 성질을 가지는 ‘거북 은유’는 체화된 인지로 간주될 수 있다(Lakoff & Núñez, 2000).

## 2. 기호적 중재와 공간 시각화

수학적 기호는 주로 수학적 지식을 기호화하고 표현하고 의사소통하고 생성하는 ‘도구’로 여겨지고 있다

(Steinbring, 2006). 여기에서 3차원 대상도 수학적 지식 또는 수학적 대상으로 생각할 수 있으며, 기호를 사용하여 이를 표현하고 시각화할 수 있다. 그래프와 공식 표현이라는 수학적 기호가 미적분을 시행하고 탐구하는데 사용될 수 있듯이, 우리는 3차원 대상을 시각화하는 중재 언어로써 기호 체계를 사용할 수 있다. Vygotsky(1978)에 따르면, 외향적 도구는 사회적 상호작용을 통한 내면화를 거쳐서 내향적 도구로 변환될 수 있는데, 상호작용은 기호 체계의 사용에 의한 기호적 절차로 이루어진다. 이때, 복잡한 기호적 절차는 특별한 인공물을 매개로 인간의 감각이 지닌 의미를 분명히 할 수 있다. 이와 관련하여 Botzer & Yerushalmy(2008)은 ‘기호적 중재 수단(means of semiotic mediation)’라는 용어를 사용하였는데, 이것은 특정 과제를 수행하기 위해 도구를 사용하는 구체적 행위 보다는, 그러한 행위 속에서 도구 사용과 관련하여 새롭게 의미가 생성되고 진화되는 것에 초점을 두고 있다.

일반 심리학에서 다루는 시각화는 대상의 이미지 형성 자체에 초점을 두지만, 수학교육에서 다루는 수학적 시각화는 이미지의 형성에 관한 절차에 더 주목한다. Dreyfus(1993)는 외재적 표상과 정신적 표상을 구분하면서, 외재적 표상이 정신적 표상의 형성에 영향을 미친다고 주장하였다. Presmeg(2006)는 공간 시각화를 이해하기 위한 외재적 표현으로 기호적 정보와 시각적 정보 모두의 중요성을 강조하며, 시각적 요소가 기호적 요소와 결합될 때 시각화는 수학 교육에서 중요한 역할을 차지한다고 주장한다. 이러한 관점에서 우리는 학습자들이 직관적으로 지각하고 동시에 조작할 수 있는 반 시각적이고(semi-visual) 반 기호적인(semi-symbolic) ‘거북 스킴’을 공간 시각화 과제에 적용해 보고자 한다.

## 3. 거북 스킴

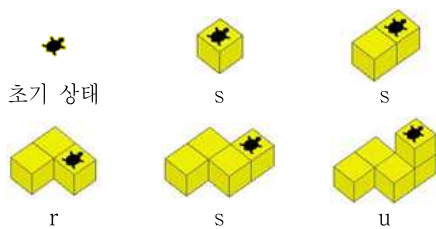
Papert는 2차원 기하를 ‘길이’와 ‘각’이라는 수학적 대상의 결합으로 바라보았다. LOGO는 이 결합을 컴퓨터 화면 속의 거북에게 내리는 ‘가고’, ‘도는’ 명령의 결합으로 표현하고 있으며 Abelson & DiSessa(1980)은 이를 거북 기하(turtle geometry)라고 정의하였다. 좌표기하 관점에서 외재적, 전체적, 결과적이었던 기하적 대상은 거북 기하 관점에서 내재적, 국소적, 절차적인 것이 된

1) 머리와 다리, 앞과 뒤, 왼쪽과 오른쪽 등 신체가 가진 특징에 기반한 것으로 이를 신체축이라 하였다.

다. 즉, 거북 기하는 거북의 순차적인 움직임으로 기하적 대상을 인식하도록 하는 새로운 관점을 제공한다.

거북 기하의 특징을 3차원 맥락으로 확장하는 연구가 시도되었으나 3차원 맥락에서 거북의 움직임을 이해하는 것이 어렵고, ‘반복’, ‘가자’, ‘돌자’와 같은 프로그래밍 언어의 형태로 학습자의 인지적 부담을 높인다는 우려의 목소리가 있어왔다(Hoyles & Noss, 2003; Kynigos & Latsi, 2007; Morgan & Alshwaikh, 2008). 이에 입체대상을 3차원 기본 모듈인 쌓기나무의 합으로 바라보고, ‘거북 표현(turtle expression)’을 사용하여 쌓기나무를 구성하는 연구가 이루어졌다(Cho et al, 2011; Lee et al, 2011). 이때 ‘거북 표현’은 거북 관점에서 방향성을 나타내는 문자 s, r, l, u, d 로 구성된 표현 체계를 나타낸다.

Piaget는 행동과 조작을 반복 가능하게하고 일반화할 수 있는 인지구조를 ‘스킴’이라고 하였다. 스킴은 인지구조 전체와 서로 관련되고 통합되어 있으며, 환경에의 지속적인 적응을 통해 다른 스킴과 조정, 분화되는 가동적 정렬을 가진다(김연식 외, 2001). 동일한 수학적 사고나 개념에 대해 사람마다 다른 ‘스킴’을 형성할 수 있는 것으로, Clements et al.(1996)은 회전(turn)과 각도 측정에 관해 학생들이 다양한 스킴을 지니고 있음을 지적하였다. 우리는 3차원 대상을 시각화할 때, 컴퓨터 화면 속의 거북에게 화자를 투영시키고, 거북의 순차적인 구성 절차로 3차원 대상을 인식하는 인지작용을 ‘거북 스킴’이라고 부르려 한다. ‘거북 스킴’은 ‘가고’ ‘도는’ 거북의 행동으로 사물을 바라본다는 점에서 ‘거북 은유’를 전제로 하며, s, r, l, u, d 등의 ‘거북 표현’으로 나타낼 수 있다. 즉, ‘거북 스킴’은 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’에 의해 획득될 수 있는 인지적 구조이다.



[그림 1] 3차원 거북 표현

[Fig. 1] Three-dimensional turtle expressions

본 연구의 목적은 학생들이 3차원 대상을 시각화할 때, ‘거북 스킴’을 적용하도록 함으로써 공간 시각화 과제에서 ‘거북 스킴’의 효과와 유용성을 살펴보는 것이다.

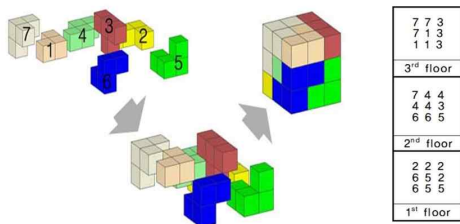
### III. 연구방법

Piaget는 공간능력 검사 수행에서 두 가지 서로 다른 인지적 절차를 발견하였다; 하나는 이미지를 구성하는 것이고, 다른 하나는 기억 속에서 그것을 변형하는 것이다. 우리는 이러한 두 가지 관점에서 ‘거북 스킴’의 효과를 분석하고, 그것의 유용성을 고찰해보고자 한다. 검사 도구로는 공간시각화 능력 중 머릿속으로 3차원 대상을 돌려서 유사성을 판단하는 MRT(mental rotation test)와 함께, 연구진에 의해 새롭게 개발된 SVT(soma visualization test)가 사용되었다. 실험은 공간시각화 능력을 측정하는 두 가지 사전 검사를 실시한 후, ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’을 통해 ‘거북 스킴’에 익숙해지는 수업을 하고, 최종적으로 사전검사와 동일한 두 개의 사후 검사를 실시하였다. 또한, 사후검사 후에는 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’이 공간 시각화 문제를 해결하는데 얼마나 유용하였는가를 묻는 간단한 설문이 이어졌다. 사전, 사후 검사 점수의 차이로 ‘거북 스킴’의 효과를 측정하였으며, 설문을 통해 그 유용성을 평가하였다.

Thurstone(1944)에 따르면 공간 능력은 공간 시각화, 공간 방향화, 그리고 공간적 관계로 분류될 수 있는데 그 중 공간 시각화 능력은 2차원 또는 3차원 대상을 정신적으로 회전하고, 변환하고, 조작하는 능력으로 MRT는 이러한 공간시각화 능력을 측정하는 도구이다. 이에 본 연구에서 공간시각화를 검사하는 첫 번째 도구로 Shepard & Meltzer(1971)의 MRT를 발전시킨 Verdenberg & Kuse(1978)의 MRT를 사용하였다. Verdenberg & Kuse의 MRT는 part 1과 2 각각 10문항으로 총 20개의 문항으로 이루어져있는데, 우리는 그 중 변별력이 높은 10개의 문항을 선택하여 사전, 사후로 동일한 검사를 시행하였다. 선택된 문항은 쌓기나무 블록 10개로 이루어진 3차원 입체를 공간에서 돌렸을 때 동일한 입체의 그림을 찾는 것으로 한 문항 당 네 개의 보기 중 두 개의 답을 체크해야 한다. 보기가 둘 다 틀리면 0점, 한 개만 맞으면 1점, 둘 다 맞으면 2점의 배점이 되며, 검사의

총점은 20점이다.

공간능력과 관련한 많은 연구에서 인지도를 얻고 있는 MRT에 기반하여 우리는 공간시각화를 검사하는 두 번째 검사를 개발하였다. 이 검사는 MRT에서 제시된 3차원 입체 구조를 층별로 나누어 2차원 표상으로 도식화한 것을 다시 3차원 입체로 시각화하는 검사이다. MRT가 이미 만들어진 3차원 입체를 머릿속에서 회전, 변환하는 검사라면 두 번째 검사는 평면상의 도식을 3차원 입체로 구성하는 과정에 초점을 맞추고 있다. 이 검사에서 사용하는 2차원 도식은 [그림 2]와 같이  $3 \times 3 \times 3$  cube를 7개의 조각으로 나눈 '소마 큐브(soma cube)'의 정답을 종이에 표현하는데 사용된다. 우리는 이 검사를 Soma Visualization Test(SVT)라고 이름 붙였다.



[그림 2] SVT에서 소마 큐브 풀이 예시  
[Fig. 2] An example of soma-cube solution in SVT

SVT는 3문항이 1개의 세트로, 총 4개의 세트로 구성되며, 각 문항 당 1점씩, 총 12점 만점의 검사이다. 4개의 세트는 각 세트별 난이도에 차이를 두었는데, 일반적으로 쌓기나무 모형의 관절수 및 쌓기나무의 개수가 늘어나면 인지적인 부담이 가중된다는 점에 착안하여 [표 1]과 같이 블록 수와 관절 수를 세트별로 다르게 하여 난이도에 차이를 두었다. MRT 검사문항은 모두 동일한 10개의 쌓기나무와 3개의 관절로 이루어진 모형을 사용하였다.

SVT 검사의 신뢰도는  $\alpha$ -cronbach 계수 .84로 신뢰할 만하며, MRT 사전 검사와 SVT 사전 검사를 비교하였을 때 상관계수가 .74로 높은 상관을 나타내었다. MRT가 공간시각능력을 측정하는 표준화된 측정 도구라는 점에서 SVT 역시 공간시각화 능력을 측정하는 타당성 있는 검사 도구로 사용될 수 있다.

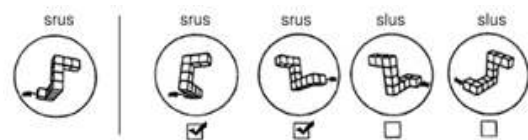
[표 1] 검사용 쌓기나무 모형의 구조

[Table 1] Structure of building block for test

유형	MRT	SVT			
		1 세트	2 세트	3 세트	4 세트
예시					
쌓기나무 수	10	7	7	9	9
관절 수	3	3	5	5	7

공간시각화 능력은 특정 영역에 대한 사전지식을 요하지 않는 것으로 공간시각화 검사는 나이에 상관없이 다양한 연령의 사람들이 참여할 수 있다. 이에 본 검사에 중학교 1학년인 13세 학생 20명과 중등교사 18명이 참여하였다. 학생들은 대학 부설 영재센터에 재학 중인 학생으로 대부분 학업성적이 상위권에 해당하며, 교사들은 5~20년 사이의 경력을 가진 수학, 과학교과 교사이다.

실험은 사전 검사, 수업, 사후 검사 세 부분으로 나누어졌으며, 각각의 검사 전에는 충분한 설명과 예제문항을 통해 대상자가 문항 유형을 정확히 파악하고 검사에 임할 수 있도록 하였다. 또한 사전 검사와 사후 검사는 동일한 검사 문항으로 이루어졌다.

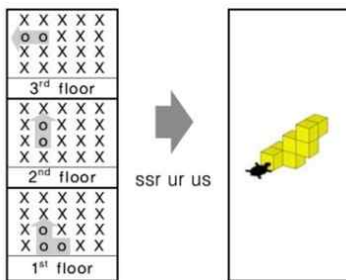


[그림 3] MRT 검사 문항 예시  
[Fig. 3] An example of problems in MRT

사전, 사후 검사 사이에 컴퓨터실에서 3시간씩 3차시에 걸쳐 수업이 이루어졌다. 첫 시간에는 '거북'을 앞쪽, 오른쪽, 왼쪽, 위쪽, 아래쪽으로 이동시키면서 3차원 쌓기나무를 구성하는 '거북 표현'을 학생들에게 소개하고, 학생들이 직접 JavaMAL 마이크로월드 환경에서 자신의 이름이나 간단한 사물을 만들어 보는 활동을 하였고, 둘째 시간에는 반복되는 형태를 치환 명령을 사용하여 '거북 표현'을 보다 고급화 하여 사용하는 활동이 이어졌

다. 최종적으로 학생들은 ‘거북 표현’을 사용하여 자기 주도적으로 창의적인 작품을 만드는 컨테스트 과제를 수행하면서 ‘거북 스킴’에 익숙해질 수 있었다.

3차시에 걸친 수업 이후에 이루어진 사후 검사는 사전 검사와 동일한 문항으로 구성되었지만 사후 검사에서는 [그림 3]과 [그림 4]에서 보는 바와 같이 각 문항의 시작점에 거북 이미지가 포함되어 학생들이 3차원 대상을 연속된 거북의 움직임으로 생각할 수 있도록 하였다. 이러한 중재는 문항 속에 ‘거북’ 이미지 정보를 제공함으로써 기존의 시각-공간 전략이 아닌, ‘거북 스킴’을 사용하도록 유도한 것이다.



[그림 4] SVT 검사 문항 예시  
[Fig. 4] An example of the problems in MRT

[그림 3]에서 가장 왼쪽 그림은 ‘거북 표현’으로 나타내면 ‘ssrrrruuuss’이다. 오른쪽 4개 보기의 입체 구조를 ‘거북 스킴’의 관점에서 거북의 ‘방향성’에 주안점을 둔다면 첫 번째 두 번째 보기는 거북이 앞으로 나아가 오른쪽으로 움직이는 반면, 세 번째, 네 번째 보기는 앞으로 나아가 왼쪽으로 움직이기 때문에 답은 첫 번째, 두 번째 보기가 된다. [그림 4]의 SVT에서도 왼쪽의 2차원 도식을 거북의 이동 경로로 생각하면 ‘ssrurus’로 표현할 수 있고, 거북이 앞으로, 오른쪽으로, 위로, 오른쪽으로, 위로, 앞으로 움직인다고 생각해 볼 수 있다. 3차원 대상을 시각화하는 과정에서 이러한 은유와 표현의 사용이 기존의 공간시각화 검사에서 사용하였던 시각-공간 전략과는 구분되는 ‘거북 스킴’이라는 새로운 관점을 제공하여 공간시각화에 대한 대안적 방법이 될 수 있을 것으로 기대되었다.

#### IV. 결과 분석 및 논의

본 연구의 참여자들은 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’을 통해 ‘거북 스킴’을 획득하고, 공간시각화 검사와 설문문을 통해 이것의 효과와 유용성을 평가하였다. 먼저 ‘거북 스킴’의 효과를 평가하기 위해 MRT와 SVT 각각의 사전, 사후 검사 점수가 분석되었고, 이후에 사전검사 점수를 기준으로 높음, 중간, 낮음으로 나뉜 그룹별 사전, 사후 검사 점수가 분석되었다. 다음으로 ‘거북 스킴’의 유용성 검사를 위해 각각의 검사에서 ‘거북은유’와 ‘거북표현’의 유용성을 5점 척도로 평가하는 설문을 실시하였고, 이에 대해 참여자들이 자유롭게 생각을 서술하도록 하였다.

실험에는 학생 20명과 교사 18명이 참여하였지만, 검사 중간에 자리를 비운 학생이 있었고, 검사 결과 일부 이상치를 나타낸 학생 데이터를 제거한 결과 각 검사마다 참여 인원이 32~36명으로 상이하였다.

[표 2] MRT와 SVT 검사 결과  
[Table 2] The results in MRT and SVT

유형	사전 검사			사후 검사		
	평균	표준편차	%	평균	표준편차	%
MRT (최대 20)	15.31	2.66	76.55	15.67	2.99	78.35
SVT (최대 12)	7.39*	3.41	61.58	10.49*	1.67	87.42

\* 유의수준 .01에서 통계적으로 유의미한 차이가 있음

MRT와 SVT에 관한 사전-사후 검사 결과는 모두 대응표본 t검정(paired t-test)으로 분석되었고, 그 결과는 [표 2]와 같다. 3차원 입체를 머릿속에서 돌려서 동일한 형태를 찾는 MRT는 사전, 사후 검사의 정답률이 각각 75.9%와 78.35%로 큰 차이를 보이지 않았으나, 2차원 도식을 3차원 입체로 구성하는 SVT는 사전, 사후 검사의 정답률이 각각 61.59%, 85.67%로 통계적으로 유의미한 차이를 나타내었다( $t=-6.11, p=0.00$ ).

공간 시각화 능력에 따라 ‘거북 스킴’이 도움이 되는 학생과, 그렇지 않은 학생이 있을 것이라 추정되어 우리는 공간시각화 사전 검사 점수를 기준으로 실험 참여자를 높음, 중간, 낮음의 세 수준별 집단으로 나누어 각 수

준에 따른 사전, 사후 검사 점수 차이를 분석하였다.

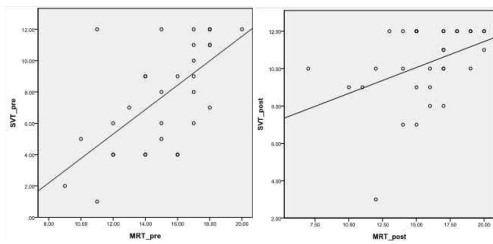
[표 3] 학생 수준 집단별 결과

[Table 3] The results for each level of the student in MRT and SVT

유형	수준	사전 검사			사후 검사		
		평균	표준 편차	%	평균	표준 편차	%
MRT (최대 20)	높음	17.64	.84	88.20	16.71	2.73	83.55
	중간	15.43	.53	77.15	15.86	2.61	79.30
	낮음	12.1*	1.73	60.50	15.0*	2.45	75.00
SVT (최대 12)	높음	11.64	.50	97.00	11.37	1.03	94.75
	중간	7.38*	1.33	61.58	10.54*	1.71	87.83
	낮음	3.59*	1.24	29.92	9.67*	1.72	80.58

\* 유의수준 .01에서 통계적으로 유의미한 차이가 있음

[표 3]에서 보는 바와 같이 MRT에서는 낮음 수준에서 사전검사 정답률이 60.5%였던 반면, 사후검사에서는 75%로 통계적으로 유의미한 증가를 나타내었다( $t=-3.27$ ,  $p=.01$ ). SVT 검사에서는 낮음 수준( $t=-12.18$ ,  $p=.00$ )와 중간 수준( $t=-5.59$ ,  $p=.00$ )에서 모두 통계적으로 유의미한 증가를 나타내었다. 이러한 결과는 MRT와 SVT의 관계를 보여주는 산점도에서도 관찰해 볼 수 있는데 [그림 5]의 왼쪽은 SVT 사전 검사에서 2~6점 사이의 낮은 점수를 받은 사람이 10여명 되는 반면, [그림 5] 오른쪽의 SVT 사후 검사에서는 모든 사람이 7점 이상의 점수를 받은 것을 확인할 수 있다.



사전 검사(pre test)      사후 검사(post test)

[그림 5] 사전, 사후 검사 결과의 산점도

[Fig. 5] Scatter plot of the pre and post test results

우리는 검사 점수뿐 아니라, 학생들이 검사에 임하면서 실제로 ‘거북 스킴’을 유용성을 어떻게 평가하는지 알아보기 위해 각각의 검사에서 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’의 유용성을 5점 척도로 평가하는 설문을 실시하였다. ‘거북 은유’는 대상을 거북의 순차적인 움직임으로 파악하는 사고를 의미하며, ‘거북 표현’은 ‘거북 은유’를 s, r, l, u, d 의 문자를 사용하여 표현하는 것을 의미한다. 본 설문에서 참여자들이 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’의 개념을 혼동하는 것을 피하기 위해 연구자는 설문 전 두 가지 개념을 구분하여 설명하였다.

[표 4] ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’ 유용성에 관한 설문 조사 결과

[Table 4] The results of survey questionnaire on the usefulness of the ‘turtle metaphor’ and ‘turtle expression’

검사		①	②	③	④	⑤	평균
MRT	거북 은유	3	3	7	12	8	3.58
	거북 표현	4	3	13	9	3	3.13
SVT	거북 은유	3	0	5	14	14	4
	거북 표현	3	3	10	8	12	3.64

①전혀 도움이 되지 않음    ②거의 도움이 되지 않음  
③잘 모르겠음    ④적절히 도움이 됨    ⑤매우 도움이 됨

[표 4]는 각각의 검사에서 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’의 유용성 정도에 대해 평가한 도수와, 5점 만점으로 평가된 평균 점수를 보여준다. 전반적으로 두 가지 검사 모두에서 학생들은 ③잘 모르겠음과 ④적절히 도움이 됨 ⑤매우 도움이 됨으로 응답한 것을 확인할 수 있다. 두 가지 검사에서 ‘거북 표현’과 ‘거북 은유’에 관한 응답을 비교해보면 전반적으로 ‘거북 표현’보다는 ‘거북 은유’ 사용의 유용성을 더 높게 평가하였다. 이는 검사의 문항들이 ‘거북 표현’을 필요로 할 만큼 복잡하지 않았기 때문인 것으로 판단된다. 머릿속에서 거북의 방향을 기억하는데 인지적 부하가 높은 복잡한 문항이 제시되었다면 참여자들은 ‘거북 표현’의 유용성을 더 높이 평가하였을 것으로 추정된다. 검사 종류에 따른 유용성을 비교해보면 MRT보다 SVT에서 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’ 모두 유용성을 높게 평가하였다. 두 가지 검사 모두 공간시각화 능력을 측정하는 검사이지만 MRT는 이미 구성된 대

상을 변형하여 동일한 대상을 찾는 것인 반면, SVT는 2차원 도식을 3차원 입체로 구성하는 것에 초점을 두었다는 측면에서 '거북 스킴'이 3차원 대상의 조작과 변형보다는 2차원 대상을 3차원 대상으로 구성하는 측면에 더 유용하였다고 추정해 볼 수 있을 것이다.

5점 척도의 양적 분석과 더불어 '거북 은유'와 '거북 표현'에 관해 느낀 바를 서술하도록 하였다. 참여자 답변은 문제 해결 과정에서 유용했다고 응답한 집단, 문제 해결 후 확인 차원에서 유용하다고 응답한 집단, 유용하지 않다고 응답한 집단으로 분류해볼 수 있다. 문제해결 과정에서 유용했다고 응답한 답변으로는 '거북 표현'을 쓰면 방향이 제대로 나타나서 고르기 쉽다, 도형이 많이 돌아가 있을 때 보다 더 확실히 알 수 있다, 층으로만 할 때는 생각도 잘 못하겠고 어려웠는데 '거북 표현'을 쓰니까 더 알아보기 쉬운 것 같다, 해답지를 '거북 표현'으로 간단하게 만들 수 있어서 편했고 방향의 변화도 더 쉽게 알 수 있었다 등의 응답이 있었다. 확인 차원에서 유용하다고 응답한 답변으로는 모양을 선택한 후 확인하기 좋다, 잘못된 것을 '거북 표현'으로 다시 확인할 수 있어서 좋다, 방향을 확인할 때 조금 도움이 된다, 재확인 가능하다는, 더 정확해진다는 등이 답변이 있었다. 마지막으로 유용하지 않다고 한 학생 답변으로는 '거북 표현' 한개만 틀려도 모두 모양이 다르게 된다, '거북 표현' 쓰는 것이 어렵다, 시간이 많이 걸린다 등의 응답이 있었다.

학생들은 주로 회전 각도가 커서 머릿속으로 대상 비교가 어려운 공간시각화 문항에서 '거북 스킴'의 유용성을 느꼈으며, 많은 학생들이 불확실한 자신의 응답을 확인하기 위한 도구로 '거북 스킴'을 사용한 것으로 보여진다. 또한 '거북 은유'와 '거북 표현'에 대한 연습이 충분치 않아 '거북 스킴'을 형성하지 못한 학생들은 '거북 표현' 등의 도구가 오히려 인지적 부담이 되어 공간 시각화를 방해하는 요소가 된 것으로 추정된다.

## V. 결론 및 제언

정신적 이미지는 단지 마음속에 있는 그림이 아닌, 시각적, 공간적, 일시적, 인과적 등 다른 정보들을 처리하고 묘사하는 스킴이다(Ramadas, 2009). 3차원 입체를

바라보는 관점에 따라 그것은 전체적인 모호한 형태가 될 수도 있고, 순차적으로 분석할 수 있는 대상이 될 수도 있다. 본 연구에서는 기존에 정신적 회전을 검사하는 도구로 널리 활용되는 MRT와 연구자에 의해 개발된 SVT를 통해 공간 시각화 능력을 검사하였다. '거북 은유'와 '거북 표현'을 통해 '거북 스킴'을 형성 한 후, 공간 시각화 과제에 이를 적용하여 그 효과와 유용성을 검사하였다. 사전, 사후 검사 점수 비교를 통해 '거북 스킴'의 효과를 측정하였고, 설문분석을 통해 '거북 스킴'의 유용성을 평가하였다.

사전, 사후 검사 점수 비교를 통한 '거북 스킴'의 효과 측면에서는 두 개의 검사 중 SVT에서만 유의미한 차이가 나타났다. MRT가 이미 구성된 입체 대상을 변형하는 시각화 과정인 것에 비해, SVT는 2차원 대상을 3차원 대상으로 구성하는 시각화 과정이라는 점에서 '거북 스킴'은 3차원 대상을 구성하는 시각화 과정에 효과적인 것으로 판단된다. 사전 검사 점수 결과를 기준으로 높음, 중간, 낮음 집단으로 구분하여 어느 집단에서 주로 사전, 사후 검사 점수 차이가 나타났는지 비교한 결과 MRT는 낮음 집단에서, SVT는 낮음, 중간 집단에서 유의미한 차이가 나타남을 확인할 수 있다. 본 연구에서 나타난 수준 집단에 따른 분석은 공간 시각화 능력이 우수하여 기존 검사에서 높은 점수를 받은 참여자보다 낮은 점수를 받은 참여자에게 '거북 스킴'이 효과적일 수 있음을 보여준다. 그러나 이것이 공간 시각화 능력이 상대적으로 뛰어난 학생들에게는 효과가 없고 뒤떨어지는 학생들에게 더 유효하게 작용한다는 결과를 의미하지는 않는다. 참여 대상이 영재 학생들이라는 집단의 특수성, 평소에 접해보지 못했던 새로운 소재에 대한 흥미도, 개인차에 따른 영향도를 측정하지 못했다는 점 등에서 보다 많은 연구가 요구된다고 할 수 있다. 그러나 공간시각화 능력이 현저히 떨어지는 낮은 수준 학생이 본 연구에서 제안한 도구를 받아들여 단시간에 높은 성취도를 올린 점을 감안할 때, 이러한 도구가 공간시각화 능력이 떨어지는 학생의 시각-공간 능력을 보완하는 대안이 될 수 있다는 점에서 의미를 찾을 수 있다.

검사 후 설문을 통해 '거북 스킴'의 유용성을 평가하였다. '거북 은유'와 '거북 표현' 모두 '거북 스킴'을 구성하는 요소이지만 본 연구에서 제시된 공간시각화 과제에

서는 ‘거북 표현’ 보다는 ‘거북 은유’의 유용성을 높게 평가하였다. 이는 대상을 거북의 철차적인 운동으로 바라보는 것이 문제해결에 새로운 관점을 제공하였지만, 그것을 굳이 문자로 표현할 필요성까지는 느끼지 않은 것으로 파악된다. 이러한 결과는 검사에서 제시한 입체도형이 머릿속에서 기억할 수 있는 정도의 간단한 형태였기 때문인 것으로 추정되며, 문제 상황이 복잡해져서 인지적 부하가 높아지게 되면 또 다른 결과가 나타날 것으로 기대된다. 또한 두가지 종류의 검사 모두 공간시각화 능력을 측정하는 검사이지만 MRT보다 SVT에서 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’의 유용성을 더 높게 평가하였다. 이는 앞에 제시한 사진, 사후 검사점수 비교에서도 드러났듯이 ‘거북 스킴’이 MRT보다 SVT에 효과적이었다는 결과와 일맥상통한다고 볼 수 있다.

참여자들이 ‘거북 스킴’에 대해 느낀 바를 서술한 결과 주로 머릿속에서 시각화를 상상하기 어려울 정도로 회전각도가 큰 문항에서 ‘거북 스킴’이 유용하다고 응답하였으며, 문제를 해결한 후 확인 차원에서 유용하다고 한 학생들도 상당수 있었다. 이러한 학생 응답은 공간시각화 과제에서 시각-공간 전략이 학생들에게 공간적 관계에 대한 중요한 통찰을 제공할 수 있는 반면, 분석적 전략은 문제를 효과적이고, 정확하게 해결할 수 있도록 돕는다고 주장한 Stüff(2007)의 맥락과 마찬가지로, ‘거북 스킴’도 시각-공간 전략과 상보적으로 작용하여 문제의 효율성과 정확성을 높일 수 있을 것으로 보여준다. ‘거북 스킴’이 유용하지 않다고 한 학생들은 ‘거북 은유’와 ‘거북 표현’ 연습이 충분하지 않아 학생에게 익숙한 인지적 도구가 많았기 때문인 것으로 판단된다.

본 연구에는 몇 가지 아쉬움과 제한점이 남는다. 먼저, 실험에 참여한 표본의 수가 작고, 집단이 일반적인 학생이 아니었기 때문에 본래 실험에서 의도하였던 세부적인 분석이 잘 이루어지지 못하였다. 즉, 공간시각화 검사는 사전지식을 요하는 것이 아니기 때문에 실험을 설계할 때 대상자를 교사와 학생 등 연령대를 다르게 구성하였는데 교사와 학생간의 다양한 차이에 따른 결과를 알아내지는 못하였다. 또한, SVT를 구성하는 문항 구조에 따른 결과 차이를 기대하였으나 표본의 수가 충분하지 않고, 이상치가 존재하여 본래 기대하였던 차이를 결과에서 관찰하기 어려웠다. 두 번째로 ‘거북 은유’와 ‘거

북 표현’이 참여자들에게 인지적 도구가 될 정도의 충분한 연습이 이루어지지 않았기 때문에 어떤 학생들에게는 오히려 새로운 전략이 익숙하지 않아 인지적 부담이 되기도 하였다. 참여자들이 더 충분한 시간을 가지고 익숙하게 ‘거북 표현’을 다루도록 한 후, 즉 ‘거북 스킴’이 충분히 내면화되어 도구화된 상황에서 사후검사가 실시되었다면 그 유용성을 더 명확하게 확인할 수 있었을 것으로 기대된다.

주어진 도구가 어떠한 결과를 만들어 내는가는 도구가 사용자의 마음과 어떻게 상호작용하는가에 달려있다(Norman, 1993). 본 연구에서 ‘거북 스킴’을 공간시각화 과제에 적용해 보고, 그 효과와 유용성 분석을 통해 공간시각화 능력이 떨어지는 학생들에게 ‘거북 스킴’이 인지적 도구가 될 수 있다는 가능성을 발견할 수 있었다. 따라서 공간시각화 능력이 부족한 학생들에게 ‘거북 은유’와 체화된 ‘거북 표현’과 같이 3차원 입체를 바라보는 새로운 스킴을 제공하는 것은 시각-공간 전략과 상보적으로 작용하여 공간시각화 문제 해결력을 높일 수 있는 대안적 방법으로 고려될 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- 김연식, 우정호, 박영배, 박교식 (2001). 수학교육학 용어해설(9), 학교수학 3(2), 475-499.
- Kim Y.S., Woo J.H., Park Y.B. & Park K.S. (2001). The mathematics pedagogy terminology set, *Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics* 3(2), 475-499.
- Abelson, H. & diSessa, A. (1980). *Turtle Geometry*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Amorim, M. A., Isableu, B. & Jarraya, M. (2006). Embodied Spatial Transformations: “Body Analogy” for the Mental Rotation of Objects, *Journal of Experimental Psychology* 135(3), 327-347.
- Botzer, G. & Yerushalmy, M. (2008). Embodied Semiotic Activities and Their Role in the Construction of Mathematical Meaning of Motion Graphs, *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 13, 111-134.
- Cho H.H., Song M.H., Lee J.Y. & Kim H.K. (2011).



- On the Design of Logo-based Educational Micro-world Environment, *Research in Mathematical Education* 15(1), 15-30.
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J. & Swaminathan, S. (1996). Development of Turn and Turn Measurement Concepts in a Computer-based Instructional Unit, *Educational Studies in Mathematics* 30, 313-337.
- Dreyfus, T. (1993). Didactic Design of Computer-based Learning Environments. In Keitel, C. & Ruthven, K. (Eds.), *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology, NATO ASI Series 121*, 101-130. Berlin: Springer-Verlag.
- Gonzalez, E. G. & Kolers, P. A. (1982). Mental Manipulations of Arithmetic Symbols, *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 8(4), 308-319.
- Hew, K. F. & Cheung, W. S. (2010). Use of Three-dimensional (3-D) Immersive virtual worlds in K-12 and higher education settings: A review of the research, *British Journal of Educational Technology* 41(1), 33-55.
- Hoyle, C. & Noss, R. (2003). "What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education?" In Bishop, A.J., Clements, M.A., Keitel, C., Kilpatrick, J., Leung, F.K.S. (eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (323-349). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Just, M. A., & Carpenter, T. P. (1987). *The psychology of reading and language comprehension*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kynigos, C. & Latsi, M. (2007). Turtle's navigation and manipulation of geometrical figures constructed by variable processes in a 3d simulated space, *EuroLogo 2007*.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (1999). *Philosophy in the flesh: The embodied mind and its challenge to Western thought*. New York: Basic Books.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In L. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings into being*. New York: Basic Books.
- Lee J.Y., Cho H.H., Song M.H. & Kim H.K. (2011). Representation Systems of Building Blocks in Logo-based Microworld, *Research in Mathematical Education* 15(1), n.1, 1-14.
- Morgan, C. & Alshwaikh, J. (2008). Imag(in)ing three-dimensional movement with gesture : 'playingturtle' or pointing? *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 28(3).
- Norman, D. A. (1993). *Things that make us smart: Defending Human Attributes in the Age of the Machine*. New York: Addison-Wesley.
- Núñez, R. (2007). The cognitive science of mathematics: Why is it relevant for mathematics education? In: R. A. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Cambridge, Massachusetts: Perseus Publishing.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics, In Angel Gutierrez and Paolo Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future*.
- Radford, L., Bardini, C., Sabena, C., Diallo, P., & Simbagoye, A. (2005). On embodiment, artifacts, and signs: a semiotic-cultural perspective on mathematical thinking. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the PME 4*, 113-120.

- Malbourne: PME.
- Ramadas, J. (2009). Visual and spatial modes in science learning, *International Journal of Science Education 31*(3), 301-318.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects, *Science 171*, 701-703.
- Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics 61*(12), 133-162.
- Stidff, M. (2007). Mental rotation and diagrammatic reasoning in science, *Learning and Instruction 17*, 219-234.
- Thurstone, L. L. (1944). *A factorial study of perception*. Chicago, IL : University of Chicago Press.
- Verdenberg, S. & Kuse, A. R. (1978). Mental rotations: A group test of three-dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills 47*, 599-604.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.
- Wang, H. C., Chang, C. Y. & Li, T. Y. (2007). The comparative efficacy of 2D-versus 3D-based media design for influencing spatial visualization skills. *Computers in Human Behavior 23*, 1943-1957.

## The application of embodied turtle schemes for the task of the spatial visualization

**Ji Yoon Lee**

Graduate School of Mathematics Education, Seoul National University

E-mail : lily1982@snu.ac.kr

**Han Hyuk Cho**

Seoul National University

E-mail : hancho@snu.ac.kr

**Min Ho Song**

Sookmyung Women University

E-mail : minos@sookmyung.ac.kr

The theory of embodied cognition assumes that behaviors, senses and cognitions are closely connected, and there is a growing interest in investigating the significance of embodied cognition in the field of mathematics education. This study aims to applicate the embodied turtle metaphor and expressions when students visualize three-dimensional objects. We used MRT(Verdenberg & Kuse, 1978) & SVT for this research and both tests turned out that turtle schemes are useful to the students in a low level group. In addition, students found turtle schemes more useful in SVT which requires constructing three-dimensional objects, than in MRT which requires just rotating the image of three-dimensional objects in their mind. These results suggest that providing students who are less capable of spatial visualizing with the embodied schemes like turtle metaphor and expressions can be an alternative to improve their spatial visualization ability.

---

\* ZDM Classification : C33

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

\* Key words : embodied cognition, spatial visualization, turtle scheme, turtle metaphor, turtle expression