신뢰성응용연구
제13권, 제2호. pp.87 - 98, 2013

열화특성치가 와이블분포를 따르는 경우 두 가지 스트레스 변수를 고려한 가속열화시험의 최적 설계

임헌상* · 김용수**†

삼성전자㈜* · 경기대학교**

Optimal Design of Accelerated Degradation Tests with Two Stress Variables in the Case that the Degradation Characteristic Follows Weibull Distribution

Heonsang Lim* · Yong Soo Kim**†

Samsung Electronics Co., Ltd.* · Kyonggi University**

Abstract

Accelerated degradation tests (ADTs) measuring failure-related degradation characteristic at the accelerated condition are widely used to assess the reliability of highly reliable products. Often, however, little degradation could be observed even in single-stress ADTs due to the high reliability of test unit, and as a result poor estimate of the reliability may be obtained. ADTs with multiple stress variables can be employed to overcome such difficulties. In this paper, optimal ADT plans with two stress variables are developed assuming that the degradation characteristic follows Weibull distribution by determining the stress levels, the proportion of test units allocated to each stress level such that the asymptotic variance of the maximum likelihood estimator of the q-th quantile of the lifetime distribution at the use condition is minimized.

Keywords : Accelerated Degradation, Maximum Likelihood Estimation, Optimal Test Plan, Two Stress Variables, Weibull Distribution

---

† 교신저자 : kimys@kyonggi.ac.kr

논문접수일 : 2013년 05월 08일 논문수정일 : 2013년 05월 21일 게재확정일 : 2013년 06월 08일

1. 서 론

최근 과학 기술의 발전으로 제품의 신뢰성이 높아짐에 따라 짧은 시간 내에 제품의 수명에 대한 정보를 얻는 것이 점점 더 어려워지고 있다. 반면 제품 개발 기간을 단축하려는 기업의 전략은 제품의 수명 정보를 획득하기 위해 소요되는 시험 시간의 단축을 필요로 하고 있다. 신뢰성이 높은 제품에 대하여 시험 시간을 줄이기 위해 사용조건보다 가혹한 조건에서 시험하여 가속조건에서의 수명 정보를 획득하고, 이를 바탕으로 사용조건에서의 수명 정보를 추정하는 가속 시험 방법이 이용되고 있다. 특히, 신뢰성이 매우 높아 사용조건보다 가혹한 조건에서 평가를 수행해도 고장 데이터를 획득하기 어려운 제품에 대하여 제품의 고장과 밀접한 관련이 있는 열화특성치를 관측하고 이 데이터를 이용하여 제품의 수명을 추정하는 가속열화시험 (Accelerated Degradation Test, ADT)이 널리 활용되고 있다.

가속열화시험을 수행하기 위해서는 다른 신뢰성 시험과 마찬가지로 자원과 시간의 제약을 받게 되므로 시험을 수행하기 전에 적절한 시험 계획을 수립하는 것은 매우 중요하다. 다양한 모형을 고려한 가속열화시험의 최적 설계에 대하여 최규명과 이낙영 (1994), Boulanger and Escorbar (1994), 이낙영 (1995), Park and Yum (1997), Wu and Chang (2002), 오재연 (2003), Yu (2003, 2006), Li, and Kececioglu (2004, 2006), Liao and Elaysed (2004), Park and Yum (2004), Shi, et al (2009), 김성준과 배석주 (2009), Lim and Yum (2010) 등에 의해 연구되었다. 고 신뢰도를 갖는 제품에 대하여 한 가지의 가속 변수를 이용하는 가속열화시험으로는 가능한 시험 기간 내에 충분한 열화데이터를 획득하기 어려운 경우가 종종 발생하고 있으며, 이런 경우 두 가지 스트레스가 가해지는 가속열화시험을 활용할 수 있다 (오재연, 2003). 그러나 오재연 (2003), Liao and Elaysed (2004)을 제외한 대부분의 연구에서 한 가지의 가속 변수만을 고려하고 있으며, 두 가지 스트레스을 인가하는 가속열화시험의 설계에 대한 연구는 부족한 실정이다.

본 논문에서는 열화특성치를 1회만 관측하는 파괴시험에 대하여 두 가시 스트레스가 가해지는 가속열화시험의 계획을 개발하고자 한다. 열화분포는 와이블 분포, 모수와 스트레스의 관계는 아이링 모형을 가정하여 사용조건에서 q-분위수 추정량의 점근분산이 최소가 되도록 스트레스 수준, 각 스트레스에 할당하는 시료 비율을 결정하고자 한다.

2. 모형

2.1. 가정 사항

본 논문에서는 다음과 같은 모형을 가정하였다.

1. 가속열화시험에서 T'와 V'로 표시되는 두 가지 스트레스 변수가 사용되며, 스트레스는 시험시간 동안 일정하게 가해진다.

2. 스트레스 수준 (T', V'), 관측시점 t'에서 관측한 시료의 열화특성치 (U)는 통계적으로 독립이며 와이블 분포를 따른다. 즉, 대수열화특성치 $Y = \ln U$ 는 위치모수 $\mu_Y(t', T', V')$이고 척도모수가 σ_Y인 최소극치분포를 따른다.
3. 척도모수 σ_Y는 t', T', V'에 의존하지 않으나, 위치모수 $\mu_Y(t', T', V')$는 t', T', V'에 의존하며 다음과 같은 단순 일정률 관계식 및 일반화 아이링 모형을 따른다.

$$\mu_Y(t', T', V') = \beta(T', V')t' = \beta'_1 \exp\left(\frac{\beta'_2}{T'} + \beta'_3 V' + \beta'_4 \frac{V'}{T'}\right)t'$$

여기서, $\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, \beta'_4$는 미지의 상수이다.

4. 최대시험시간 t'_M, 두 스트레스 변수의 사용 조건과 높은 스트레스 수준은 T'_0, V'_0과 T'_2, V'_2으로 각각 주어져 있다.
5. 시험은 4개의 시험점 $(t'_{1,1}, T'_1, V'_1)$, $(t'_{1,2}, T'_1, V'_2)$, $(t'_{2,1}, T'_2, V'_1)$, $(t'_{2,2}, T'_2, V'_2)$에서 수행된다. 단, 1, 2는 각각 낮은 스트레스 수준, 높은 스트레스 수준을 나타내며, $t'_{i,j}$는 T'_i, V'_j일 때의 관측시점을 나타낸다. 또한, $t'_{1,1} = t'_{1,2} = t'_{2,1} = t'_{2,2} = t'_M$, $T'_0 \le T'_1 \le T'_2$, $V'_0 \le V'_1 \le V'_2$이다.
6. 총 N개의 시료에 대하여 각 스트레스 수준에 할당되는 시료수 $n_{ij}(i = 1,2,\ j = 1,2)$는 다음을 만족한다.

$$n_{ij} = \pi_{ij} N,\ \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} \pi_{ij} = 1$$

2.2. 표준화

모형의 간편성을 위해 t', T', V'는 다음과 같이 표준화할 수 있다.

$$t = \frac{t'}{t'_M},\ T = \frac{1/T' - 1/T'_0}{1/T'_2 - 1/T'_0},\ V = \frac{V' - V'_0}{V'_2 - V'_0}$$

표준화 후 각 스트레스의 사용조건과 높은 스트레스 수준은 각각 $T_0 = 0, T_2 = 1$, $V_0 = 0, V_2 = 1$이 된다. 그리고 위치모수 $\mu_Y(t', T', V')$는 다음과 같이 표준화된 스트레스 T, V의 형태로 표현할 수 있다.

$$\mu_Y(t, T, V) = \exp(\beta_1 + \beta_2 T + \beta_3 V + \beta_4 TV)t$$

여기서,

$$\beta_1 = \ln\beta'_1 t'_M + \frac{\beta'_2}{T'_0} + \beta'_3 V'_0 + \beta'_4 \frac{V'_0}{T'_0}$$
$$\beta_2 = (\beta'_2 + \beta'_4 V'_0)\left(\frac{1}{T'_2} - \frac{1}{T'_0}\right)$$
$$\beta_3 = \left(\beta'_3 + \frac{\beta'_4}{T'_0}\right)(V'_2 - V'_0)$$
$$\beta_4 = \beta'_4\left(\frac{1}{T'_2} - \frac{1}{T'_0}\right)(V'_2 - V'_0)$$

2.3. 수명 분포

대수열화특성치가 위치모수가 $\mu_Y(t, T, V)$이고 척도모수가 σ_Y인 최소극치분포를 따를 때, 고장기준값 y_c에 도달하는 시간으로 정의되는 수명 x의 분포는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_Y(Y \geq y_c) &= 1 - \Psi\left\{\frac{y_c - \mu_Y(t, T, V)x}{\sigma_Y}\right\} \\ &= 1 - \Psi\left\{-\frac{x - \dfrac{y_c}{\mu_Y(t, T, V)}}{\dfrac{\sigma_Y}{\mu_Y(t, T, V)}}\right\} \\ &= \Psi\left[\frac{x - \dfrac{y_c}{\exp(\beta_1 + \beta_2 T + \beta_3 V + \beta_4 TV)}}{\dfrac{\sigma_Y}{\exp(\beta_1 + \beta_2 T + \beta_3 V + \beta_4 TV)}}\right] \\ &= \Psi\left[\frac{x - \mu_X(T, V)}{\sigma_X(T, V)}\right] \end{aligned}$$

여기서,

$\Psi(\bullet)$: 표준최소극치분포의 누적분포함수,

$$\mu_X(T, V) = \frac{y_c}{\exp(\beta_1 + \beta_2 T + \beta_3 V + \beta_4 TV)},$$
$$\sigma_X(T, V) = \frac{\sigma_Y}{\exp(\beta_1 + \beta_2 T + \beta_3 V + \beta_4 TV)}.$$

3. 계획 문제의 정형화 및 최적화

3.1. 최우 추정법

본 논문에서는 사용조건에서 수명 분포의 q-분위수 추정량의 점근분산이 최소가 되도록 스트레스 수준 및 각 스트레스에 할당하는 시료수를 결정하고자 한다. y_{ijk}를 t_{ij}, T_i, V_j에서 관측한 k 번째 시료의 열화특성치라 하면 N개의 시료에 대한 대수우도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\ln L &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\ln\sigma_Y + \frac{y_{ijk}-\exp(\beta_1+\beta_2 T_i+\beta_3 V_j+\beta_4 T_i V_j)t_{ij}}{\sigma_Y} - \exp\left\{\frac{y_{ijk}-\exp(\beta_1+\beta_2 T_i+\beta_3 V_j+\beta_4 T_i V_j)t_{ij}}{\sigma_Y}\right\}\right] \\ &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\ln\sigma_Y + \frac{y_{ijk}-\mu_{ij}}{\sigma_Y} - \exp\left(\frac{y_{ijk}-\mu_{ij}}{\sigma_Y}\right)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\ln\sigma_Y + w_{ijk} - \exp(w_{ijk})\right]\end{aligned} \tag{1}$$

여기서,

$$\begin{aligned} w_{ijk} &= \frac{y_{ijk}-\mu_{ij}}{\sigma_Y} \\ \mu_{ij} &= \exp(\beta_1+\beta_2 T_i+\beta_3 V_j+\beta_4 T_i V_j)t_{ij}. \end{aligned}$$

식 (1)을 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \sigma_Y$에 대하여 일차 편미분하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} = \frac{1}{\sigma_Y}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[\mu_{ij}\{-1+\exp(w_{ijk})\}\right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_2} = \frac{1}{\sigma_Y}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[\mu_{ij} T_i\{-1+\exp(w_{ijk})\}\right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_3} = \frac{1}{\sigma_Y}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[\mu_{ij} V_j\{-1+\exp(w_{ijk})\}\right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_4} = \frac{1}{\sigma_Y}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[\mu_{ij} T_i V_j\{-1+\exp(w_{ijk})\}\right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_Y} = \frac{1}{\sigma_Y}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left\{-1-w_{ijk}+w_{ijk}\exp(w_{ijk})\right\}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \sigma_Y$의 최우추정량 $\widehat{\beta_1}, \widehat{\beta_2}, \widehat{\beta_3}, \widehat{\beta_4}, \widehat{\sigma_Y}$는 위의 대수우도함수 $\ln L$을 최대화하는 값으로서 다음 다섯 식의 해를 계산함으로서 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_0}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_2}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \beta_3}=0,\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_Y}=0$$

목적함수인 사용조건에서 수명 분포의 q-분위수 추정량의 점근분산을 구하기 위한 피셔정보행렬 F는 $\ln L$를 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \sigma_Y$에 대해 이차 편미분하고 음의 기댓값을 취하여 다음과 같이 구할 수 있다 (Lawless, 1982; 부록).

$$F=\frac{N}{\sigma_Y^2}\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 & & & & \\ \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i^2 & & symmetric & \\ \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 V_j & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i V_j & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 V_j^2 & & \\ \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i V_j & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i^2 V_j & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i V_j^2 & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i^2 V_j^2 & \\ (1-r)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} & (1-r)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} T_i & (1-r)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} V_j & (1-r)\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} T_i V_j & \frac{\pi^2}{6}+(1-r)^2 \end{bmatrix}$$

그리고 사용조건에서 수명분포의 q-분위수를 $t_{q,0}$라고 하고 H를 다음과 같이 정의한다.

$$H=\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{\partial t_{q,0}}{\partial \beta_1} \\ \frac{\partial t_{q,0}}{\partial \beta_2} \\ \frac{\partial t_{q,0}}{\partial \beta_3} \\ \frac{\partial t_{q,0}}{\partial \beta_4} \\ \frac{\partial t_{q,0}}{\partial \sigma_Y} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{\exp(\beta_1)}(y_c+\sigma_Y z_q) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{z_q}{\exp(\beta_1)} \end{bmatrix}$$

그러면 $\widehat{t_{q,0}}$의 점근분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Avar\left(\widehat{t_{q,0}}\right) &= H^t F^{-1} H \\ &= h_1^2 f_{1,1}^{-1}+h_5^2 f_{5,5}^{-1}+2h_1 h_5 f_{1,5}^{-1} \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, 't'는 전치를 나타내며, h, f^{-1}는 각각 H, F^{-1}의 원소이다. 식 (2)로부터 두 스트레스 수준을 갖는 가속열화시험의 최적화 문제는 다음과 같이 정형화할 수 있다.

$$\text{Min } Avar(\widehat{t_{q,0}}) = \frac{\sigma_Y^2}{N}\left\{h_1^2\left(\frac{A_{11}^2}{\pi_{11}} + \frac{A_{12}^2}{\pi_{12}} + \frac{A_{21}^2}{\pi_{21}} + \frac{A_{22}^2}{\pi_{22}}\right) + \frac{6}{\pi^2}(h_1 B - h_5)^2\right\} = \frac{\sigma_Y^2}{N} v$$

$$\text{s.t. } 0 \le T_1 < T_2 \le 1, 0 \le V_1 < V_2 \le 1$$

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij} = 1$$

여기서,

$$A_{11} = \frac{T_2 V_2}{\mu_{11}(T_2 - T_1)(V_2 - V_1)},$$

$$A_{12} = \frac{T_2 V_1}{\mu_{12}(T_2 - T_1)(V_2 - V_1)},$$

$$A_{21} = \frac{T_1 V_2}{\mu_{21}(T_2 - T_1)(V_2 - V_1)},$$

$$A_{22} = \frac{T_1 V_1}{\mu_{22}(T_2 - T_1)(V_2 - V_1)},$$

$$B = \frac{(1-r)}{(T_2 - T_1)(V_2 - V_1)}\left(\frac{T_2 V_2}{\mu_{11}} - \frac{T_2 V_1}{\mu_{12}} - \frac{T_1 V_2}{\mu_{21}} + \frac{T_1 V_1}{\mu_{22}}\right)$$

위 문제에서 $\sigma_Y = 0.1, y_c = 0.5$일 때 격자탐색을 통한 다양한 모수의 최적화 결과는 <표 1>과 같다.

<표 1> 가속열화시험의 최적 설계

b_1	b_2	b_3	b_4	T_1	V_1	p_{11}	p_{12}	p_{21}	p_{22}	v
-2	1	2	-1	0.00	0.40	0.88	0.12	0.00	0.00	459.7
-2	1	2	1	0.19	0.48	0.83	0.11	0.05	0.01	439.4
-2	1	4	-1	0.00	0.71	0.82	0.18	0.00	0.00	67.1
-2	1	4	1	0.32	0.73	0.75	0.17	0.07	0.01	59.0
-2	3	2	-1	0.58	0.12	0.82	0.03	0.14	0.01	174.8
-2	3	2	1	0.67	0.55	0.71	0.12	0.15	0.02	77.9
-2	3	4	-1	0.49	0.67	0.71	0.15	0.11	0.03	47.0
-2	3	4	1	0.71	0.77	0.64	0.17	0.15	0.04	27.9
-3	1	2	-1	0.00	0.40	0.88	0.12	0.00	0.00	22373.1
-3	1	2	1	0.17	.044	0.84	0.11	0.04	0.01	21499.0
-3	1	4	-1	0.00	0.70	0.83	0.17	0.00	0.00	2182.4
-3	1	4	1	0.30	0.72	0.76	0.16	0.07	0.01	1835.0
-3	3	2	-1	0.57	0.12	0.82	0.03	0.14	0.01	7652.1
-3	3	2	1	0.66	0.54	0.72	0.12	0.14	0.02	2819.1
-3	3	4	-1	0.47	0.65	0.74	0.14	0.10	0.02	1246.6
-3	3	4	1	0.69	0.75	0.67	0.16	0.14	0.03	362.3

3.2. 사전 추정

사용조건에서 수명 분포의 q-분위수 추정량의 점근분산 $Avar(\widehat{t_{q,0}})$를 최소화하기 위해서는 미지의 상수 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \sigma_Y$의 사전 추정이 필요하다. $p_{T,V,t}$를 시험점 (T, V)에서 t시간까지 고장날 확률이라 정의하면 $p_{001}, p_{101}, p_{011}, p_{111}$은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
p_{001} &= 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\mu_Y(0,0,1)}{\sigma_Y}\right\} = 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\exp(\beta_1)}{\sigma_Y}\right\} \\
p_{101} &= 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\mu_Y(1,0,1)}{\sigma_Y}\right\} = 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\exp(\beta_1+\beta_2)}{\sigma_Y}\right\} \\
p_{011} &= 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\mu_Y(0,1,1)}{\sigma_Y}\right\} = 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\exp(\beta_1+\beta_3)}{\sigma_Y}\right\} \\
p_{111} &= 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\mu_Y(1,1,1)}{\sigma_Y}\right\} = 1-\Psi\left\{\frac{y_c-\exp(\beta_1+\beta_2+\beta_3+\beta_4)}{\sigma_Y}\right\}
\end{aligned}
$$

척도모수 σ_Y가 주어지면 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$의 사전 추정치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\beta_1 &= \ln(y_c - z_{001}\sigma_Y) \\
\beta_2 &= \ln(y_c - z_{101}\sigma_Y) - \ln(y_c - z_{001}\sigma_Y) \\
\beta_3 &= \ln(y_c - z_{011}\sigma_Y) - \ln(y_c - z_{001}\sigma_Y) \\
\beta_4 &= \ln(y_c - z_{111}\sigma_Y) + \ln(y_c - z_{101}\sigma_Y) + \ln(y_c - z_{011}\sigma_Y) - \ln(y_c - z_{001}\sigma_Y)
\end{aligned}
$$

여기서 $z_{T,V,t}$는 표준최소극치분포의 $1-p_{T,V,t}$ 분위수이다.

3.3. 예제

반도체 산화막의 0.1 분위수 수명을 추정하기 위한 가속열화시험을 계획하고자 한다. 절연파괴전압이 고장과 밀접한 관련이 있는 열화특성치로 고려되며, 가속을 위한 두 스트레스 변수로 온도와 전압을 이용한다. 이 때, 최대 스트레스 조건은 150℃(=423° K), 3.4V 이고 사용조건은 50℃(=323° K), 1.2V 이다. 대수 열화특성치는 위치모수가 단순 일정률 관계식 및 일반화 아이링 모형을 만족하는 최소극치 분포를 따른다고 가정한다. 3.2절 방법을 통해 추정된 미지의 모수가 $\beta_1 = -2, \beta_2 = 3, \beta_3 = 4, \beta_4 = 1, \sigma_Y = 0.5$ 라고 하면, 최적 시험 계획은 <표 1>로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_1 = 0.71,\ V_1 = 0.77, \pi_{11} = 0.64, \pi_{12} = 0.17, \pi_{21} = 0.15, \pi_{22} = 0.04$$

즉, 시료가 60개인 경우의 최적 계획은 38개의 시료를 116℃/2.9V, 10개의 시료를 116℃/3.4V, 9개의 시료를 150℃/2.9V, 3개의 시료를 150℃/3.4V에 할당하여 시험하는 것이다.

4. 결론

신뢰성이 높은 제품에 대하여 짧은 시간 내에 사용조건에서의 신뢰성 관련 정보를 획득하기 위해 가속열화시험이 산업체에서 널리 사용되고 있다. 특히, 매우 높은 신뢰도를 갖는 제품에 대하여 한 가지의 가속 변수를 이용하는 가속열화시험으로는 가능한 시험 기간 내에 충분한 열화데이터를 획득하기 어려울 수 있으며, 이런 경우 두 가지 스트레스를 인가하는 가속열화시험을 활용할 수 있다. 본 논문에서는 두 가지 스트레스가 일정하게 가해지고 열화특성치가 1회만 관측되는 파괴 시험의 경우에 대하여 가속열화시험의 최적 계획을 개발하였다. 대수 열화특성치가 최소극치분포를 따르고 위치모수의 스트레스 의존성은 일반화 아이링 모형을 가정하여 사용조건에서 수명분포의 q-분위수 추정량의 점근분산이 최소가 되도록 스트레스 수준, 각 스트레스 수준에 할당하는 시료 비율을 결정하였다.
현업에서는 한 로트의 제품이 정해진 신뢰성 기준을 만족하는가에 대하여 판단하는 것이 매우 중요한 문제 중 하나이다. 추후 연구과제로 열화특성치가 와이블 분포를 따르는 경우 신뢰도 합격판정 샘플링검사 계획의 개발이 필요하다.

참고문헌

[1] 김성준, 배석주 (2009), 비선형 확률계수모형을 고려한 최적 열화시험 설계, 신뢰성응용연구, 9권, 1호, 13-28.

[2] 오재연 (2003), 두 가지 스트레스 변수를 사용하는 가속열화시험의 최적 설계 : 파괴시험의 경우, 한국과학기술원 학위 논문.

[3] 이낙영 (1995), Optimum Design of Accelerated Degradation Tests for Lognormal Distribution, 품질경영학회지, 23권, 1호, 29-40.

[4] 최규명, 이낙영 (1996), Optimum design of Accelerated Degradation Tests for Weibull Distribution, 품질경영학회지, 24권, 3호, pp.37-49.

[5] Boulanger, M. and Escobar, L. A. (1994), Experimental Design for a Class of Accelerated Degradation Tests, *Technometrics*, Volume 36, 260-272.

[6] Lawless, J.F. (1982), *Statistical Models and Methods for Life Data*, John Wiley & Sons, NewYork,

[7] Li, Q. and Kececioglu, D. B. (2004), Optimal Design of Accelerated Degradation Tests, *International Journal of Materials and Product Technology*, Volume 20, 73-90.

[8] Li, Q. and Kececioglu, D. B. (2006), Design of an Optimal Plan for an Accelerated Degradation Test: A Case Study, *International Journal of Quality and Reliability Management*, Volume 23, 426-440.

[9] Liao, H.T. and Elsayed, E.A. (2004), Reliability prediction and testing plan on an

accelerated degradation rate model, *International Journal of Materials and Product Technology*, Volume 21, 402-422.

[10] Lim, H., Yum, B.J. (2011), Optimal design of accelerated degradation tests based on Wiener process models, *Journal of Applied Statistics*, Volume 38, 309-325.

[11] Park, J. I. and Yum, B. J. (1997), Optimal Design of Accelerated Degradation Tests for Estimating Mean Lifetime at the Use Condition, *Engineering Optimization*, Volume 28, 199-230.

[12] Park, S. J. and Yum, B. J. (2004), Optimal Design of Step-Stress Degradation Tests in the Case of Destructive Measurement, *Quality Technology and Quantitative Management*, Volume 1, 105-124.

[13] Shi, Y., Escobar, L.A. and Meeker, W.Q. (2009), Accelerated destructive degradation test planning, *Technometrics*, Volume 51, 1-13.

[14] Wu, S. J. and Chang, C. T. (2002), Optimal Design of Degradation Tests in Presence of Cost Constraint, *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 76, 109-115.

[15] Yu, H. F. (2003), Designing an Accelerated Degradation Experiment by Optimizing the Estimation of the Percentile, *Quality and Reliability Engineering International*, Volume 19, 197-214.

[16] Yu, H. F. (2006), Designing an Accelerated Degradation Experiment with a Reciprocal Weibull Degradation Rate, *Journal of Statistical Planning and Inference*, Volume 136, 282-297.

부록

대수우도함수 $\ln L$를 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \sigma_Y$에 대해 이차 편미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_1^2} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y} + \frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk}) - \frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_1 \partial \beta_2} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_i + \frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_i - \frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_i\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_1 \partial \beta_3} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}V_j + \frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})V_j - \frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})V_j\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta_1 \partial \beta_4} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_iV_j + \frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_iV_j - \frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_iV_j\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1\partial\sigma_Y}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y^2}\{(1+w_{ijk})\exp(w_{ijk})-1\}\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2^2}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_i^2+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_i^2-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_i^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\beta_3}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_iV_j+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_iV_j-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_iV_j\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\beta_4}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_i^2V_j+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_i^2V_j-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_i^2V_j\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\sigma_Y}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y^2}T_i\{(1+w_{ijk})\exp(w_{ijk})-1\}\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3^2}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}V_j^2+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})V_j^2-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})V_j^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3\partial\beta_4}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_iV_j^2+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_iV_j^2-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_iV_j^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3\partial\sigma_Y}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y^2}V_j\{(1+w_{ijk})\exp(w_{ijk})-1\}\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_4^2}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}T_i^2V_j^2+\frac{\mu_{ij}}{\sigma_Y}\exp(w_{ijk})T_i^2V_j^2-\frac{\mu_{ij}^2}{\sigma_Y^2}\exp(w_{ijk})T_i^2V_j^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\sigma_Y^2}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left[-\frac{1}{\sigma_Y^2}\{w_{ij}(w_{ij}+2)\exp(w_{ijk})-2w_{ijk}-1\}\right]$$

그리고 W가 표준최소극치분포를 따를 때 다음을 만족한다.

$$E[W]=-\gamma,\ E[\exp(W)]=1,\ E[W\exp(W)]=1-\gamma,\ E[W^2\exp(W)]=\frac{\pi^2}{6}+\gamma^2-2\gamma$$

여기서, γ는 오일러 상수($\gamma=0.5772\cdots$)이다. 그러면 피셔정보행렬 F의 원소는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1^2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2\ ,\ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1\partial\beta_2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2T_i\ ,$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1\partial\beta_3}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2V_j\ ,\ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1\partial\beta_4}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2T_iV_j\ ,$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_1\partial\sigma_Y}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}(1-\gamma)\ ,\ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2^2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2T_i^2\ ,$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\beta_3}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i V_j \ , \ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\beta_4}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i^2 V_j$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_2\partial\sigma_Y}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} T_i(1-\gamma) \ , \ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3^2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 V_j^2$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3\partial\beta_4}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i V_j^2 \ , \ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_3\partial\sigma_Y}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij} V_j(1-\gamma)$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\beta_4^2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\pi_{ij}\mu_{ij}^2 T_i^2 V_j^2 \ , \ E\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial\sigma_Y^2}\right]=\frac{N}{\sigma_Y^2}\left\{\frac{\pi^2}{6}+(1-\gamma)^2\right\}$$