

속도 의존적인 폴리머 거동에 대한 구성적 모델

호광수#

A Constitutive Model for the Rate-dependent Deformation Behavior of a Solid Polymer

K. Ho

(Received May 13, 2013 / Revised June 24, 2013 / Accepted June 25, 2013)

Abstract

Solid polymers exhibit rate-dependent deformation behavior such as nonlinear strain rate sensitivity and stress relaxation like metallic materials. Despite the different microstructures of polymeric and metallic materials, they have common properties with respect to inelastic deformation. Unlike most metallic materials, solid polymers and shape memory alloys (SMAs) exhibit highly nonlinear stress-strain behavior upon unloading. The present work employs the viscoplasticity theory [K. Ho, 2011, Trans. Mater. Process. 20, 350-356] developed for the pseudoelastic behavior of SMAs, which is based on unified state variable theory for the rate-dependent inelastic deformation behavior of typical metallic materials, to depict the curved unloading behavior of polyphenylene oxide (PPO). The constitutive equations are characterized by the evolution laws of two state variables that are related to the elastic modulus and the back stress. The simulation results are compared with the experimental data obtained by Krempf and Khan [2003, Int. J. Plasticity 19, 1069-1095].

Key Words : Constitutive Model, Viscoplasticity, Polymer, Relaxation

1. 서 론

폴리머(polymer)는 자동차, 항공, 스포츠 그리고 전자 등의 분야에서 구조용 또는 전자부품용으로 기존의 금속재료를 대체하면서 단품으로 혹은 복합재료의 기지로서 널리 사용되고 있다. 따라서 폴리머 제품의 설계 및 제조공정에 요구되는 응력해석을 위해서는 폴리머의 비탄성 거동(inelastic deformation)에 대한 정확한 이해와 이를 모델링할 수 있는 구성방정식에 대한 연구의 필요성이 증가하고 있는 실정이다. 일반적으로 폴리머에서는 하중 속도 및 온도에 의존적인 기계적 거동 특성이 나타난다. 그리고 크리프(creep)와 응력이완(stress relaxation)은 일련의 점성 거동으로서 폴리

머에서는 상온에서도 발생하는 것으로 알려져 있다. 특히, 응력이완 현상은 폴리머가 스냅핏(snap-fit)이나 볼트 체결의 소재로 사용되는 경우에는 결속력을 저하시키는 원인이 되므로 중요하게 고려되어야만 한다[1, 2].

폴리머의 기계적 성질은 분자의 무게와 모양 그리고 분자 사슬의 구조에 의하여 영향을 받으며, 이 분자구조에는 선형, 가지형, 가교 결합형 및 망상형이 있다. 폴리머는 비정질(amorphous) 또는 반결정질(semi-crystalline) 구조를 갖는다. 비정질 폴리머의 비탄성 변형은 분자 단락의 회전에 대한 분자간의 저항력보다 큰 힘이 재료에 가해질 때 시작되며, 외력이 작용함에 따라 분자는 지속적으로 변형하면서 외력의 방향으로 정렬하게

Corresponding Author : Keimyung University, Department of Mechanical Engineering, E-mail: hok@kmu.ac.kr

된다[3~6]. 반결정 폴리머는 결정질과 비결정 부분으로 구성되므로 2 상(two phase)의 금속재료 또는 복합재료로서 고려되기도 한다. 폴리머의 결정성은 규칙적인 원자 배열이 형성되도록 하는 분자 사슬의 적층된 상태로 이해되며, 결정화도는 분자간의 2 차 결합인 반데르발스결합의 크기에 영향을 줌으로써 폴리머의 기계적 성질과 밀접한 연관성을 갖는다. 결정화도가 증가함에 따라 폴리머의 강도는 일반적으로 증가하는 경향을 보이게 된다. 반결정질 폴리머의 비탄성 변형은 비결정질 부분에서 먼저 시작된 후에 결정질 부분에서 발생하는 것으로 알려져 있다. 변형의 초기 단계에는 비결정질 구역에 있는 결합 사슬들이 늘어나면서 힘이 가해지는 방향으로 정렬하게 된다. 그 다음으로 결정질인 판상들(lamellae)이 힘이 가해지는 방향으로 정렬하며 여러 조각들로 분리된다. 마지막으로, 이 분리된 조각들은 가해지는 힘의 방향으로 회전하게 된다[7~13].

폴리머의 구성방정식에 대한 연구는 일반적으로 두 가지의 접근 방법으로 대별된다. 비결정질 폴리머의 경우에는 분자 구조에 근거하여, 분자간에 발생하는 상호작용과 거대분자를 구성하는 분자 사슬들의 정렬을 고려하는 방법이 주로 사용된다. 반결정질 폴리머에는 결정질과 비결정질 영역이 모두 존재하므로 이러한 분자구조에 근거한 접근 방법은 적당하지 않다. 따라서 두 개의 상을 갖는 복합재료의 미시역학에 근거한 접근 방법이 사용된다. 한편으로는, 결정질 영역을 포함하는지의 여부에 상관없이 거시적인 폴리머의 현상학적 거동에 근거한 구성방정식에 대한 연구도 활발히 수행되어 왔다[14~18].

형상기억합금(shape memory alloys)은 기계적 부하에 의해 상당량의 비탄성 변형이 발생하여도 제하 과정을 통해 원래의 형상을 다시 회복하게 되는 의탄성(pseudoelasticity)의 특성을 나타낸다. 이러한 거동은 오스테나이트상과 마르텐사이트상 사이의 무확산 변태에 기인한다. 의탄성 거동에 대한 응력-변형률 곡선의 주요 특징으로는 첫째, 제하(unloading) 시 탄성 거동의 기울기가 초기 부하/loading) 시의 것보다는 매우 완만해진다는 것이며, 둘째, 제하 시의 역방향 상변태에 의한 응력과 변형률 관계의 비선형성이다. 이와 같은 형상기억합금의 의탄성 거동을 모델링하기 위하여 현상학적 점소성 이론에 근거한 구성방정식이 저자에 의해 제안된 바 있다[19~20]. 고체 폴리머의

미시적인 비탄성 변형기구는 형상기억합금의 것과는 전혀 다르지만, 속도에 의존적인 비탄성 거동 그리고 제하 시에 응력-변형률 곡선의 완만해진 기울기 및 비선형성의 현상학적인 거동 특성은 같기 때문에 폴리머를 모델링하기 위하여 형상기억합금을 위해 개발된 점소성 이론을 사용하는 것은 타당성을 갖게 된다. 본 연구에서는 형상기억합금의 의탄성 거동에 대한 점소성 이론을 응용하여 비결정 폴리머인 폴리페닐렌옥사이드(polyphenylene oxide)의 비선형 변형률 속도 민감도와 응력이완의 속도에 의존적인 비탄성 거동을 설명하고자 한다.

2. 이론

금속재료의 비탄성 변형은 일반적으로 속도에 의존적인데, 이러한 특성은 상동 온도(homologous temperature)의 일부 특정한 범위에 국한되지 않고 대부분의 온도에서 발생한다. 물론, 상동 온도가 증가함에 따라 점성의 효과가 증가하여 속도에 의존적인 특성은 커지게 된다. 금속재료의 하중 속도에 대한 민감도, 크리프, 응력이완, 라체팅(ratcheting) 및 하중 이력의 영향 등을 모델링하기 위하여 내부 상태변수(internal state variable)에 근거한 점소성 이론들이 개발되어 왔다. 이러한 점소성 이론에서는 재료의 미세구조적 성질과 하중에 따른 이의 변화를 상태변수를 사용하여 통합적으로 표현함으로써, 재료 내부 구조의 변화에 의해 발생하는 비탄성 변형 거동을 설명한다. 또한, 정의된 하나의 비탄성 변형률에 의해 속도에 독립적인 소성 변형과 속도에 의존적인 크리프 거동을 통합적으로 설명한다[21~23].

금속재료는 온도, 변형률 속도 및 변형률의 일정 영역에서 톱니 모양의 응력-변형률 곡선으로 특징지어지는 동적 변형시효(dynamic strain aging)를 보인다. 일반적인 재료에서의 유동응력(flow stress)은 하중 속도가 증가함에 따라 증가하는 양성의 속도 민감도(positive rate sensitivity)를 보이는 데, 동적 변형시효 상태에 있는 재료의 유동응력은 하중 속도에 독립적인 중성(zero) 또는 하중 속도가 증가함에 따라 감소하는 음성(negative)의 속도 민감도를 나타낸다. 이와 같이 재료에서 나타나는 다양한 형태의 속도 민감도를 모델링하기 위하여 통합된 상태변수 이론에 근거한 점소성 모델이 저자에 의해 개발되었으며[16, 24~26], 새로

운 상태변수들을 구성방정식에 도입함으로써 형상기억합금의 비탄성 거동을 설명하도록 수정된 바 있다.

폴리머는 상온에서 속도에 독립적인 특성을 보이기도 하는 금속재료와는 상이하게 모든 온도 영역에서 속도에 의존적인 특성을 갖는다. 그리고 폴리머의 비탄성 변형을 야기시키는 미시적 변형 기구(deformation mechanism)는 형상기억합금의 것과는 전혀 다르지만, 제하 시의 응력-변형률 곡선은 둘 모두에서 비선형적이라는 유사성이 있다. 폴리머의 속도에 의존적인 비탄성 거동을 모델링하기 위하여 형상기억합금에 대한 구성방정식의 체계를 사용할 수 있는 것은 언급된 바와 같이 거시적인 현상학적 유사성에 근거한다.

비압축성의 비탄성 거동을 가정하고 미소변형, 등은 및 등방성의 조건 하에서 변형률 속도는 탄성과 비탄성 변형률 속도의 합으로 가정된다:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^{el} + \dot{e}_{ij}^{in} \quad (1)$$

여기서 편차 변형률은 $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\varepsilon_{kk}$ 으로 정의된다. 탄성 및 비탄성 변형률 속도의 편차 성분(deviatoric component)은

$$\dot{e}_{ij}^{el} = \frac{(1+\nu)}{E^*} \dot{s}_{ij} \quad (2)$$

$$\dot{e}_{ij}^{in} = \frac{3}{2} \dot{\phi} \frac{(s_{ij} - g_{ij})}{J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (3)$$

으로 각각 정의된다. 여기서 s_{ij} 와 g_{ij} 는 각각 진응력(σ_{ij})과 역응력(G_{ij})의 편차 성분이다. 탄성 변형률 속도는 Hooke의 법칙에 따라 정의되며, 제하의 초기 영역에서 발생하는 응력-변형률 곡선의 감소된 기울기를 설명하기 위하여 상태변수 p 와 관련된 $E^* = (1-p)E$ 이 도입된다. E 와 ν 는 초기 탄성계수와 프와송 비를 각각 나타낸다. 비탄성 변형률 속도는 응력과 역응력의 차로 정의되는 과응력의 함수로 정의되며, 과응력의 2차 불변량은 $J(\sigma_{ij} - G_{ij}) = \sqrt{(3/2)(s_{ij} - g_{ij})(s_{ij} - g_{ij})}$ 으로 정의된다. 유효 비탄성 변형률 속도 $\dot{\phi}$ 는

$$\dot{\phi} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in}} = B \left[\frac{J(\sigma_{ij} - G_{ij})}{D} \right]^m \quad (4)$$

으로, 상태변수 p 의 성장식은

$$\dot{p} = \zeta_1 \langle -\Lambda \rangle \left[1 - \frac{p}{p_f} \right] \dot{\phi} - \zeta_2 \langle \Lambda \rangle p \dot{\phi} \quad (5)$$

으로 정의된다. 여기서 $B, m, D, \zeta_1, \zeta_2, p_f$ 는 재료상수이다. ζ_1 와 ζ_2 는 상태변수 p 의 성장 속도와 관련되는 재료상수들이다. Macauley 브래킷은 $\langle x \rangle = x$ if $x > 0$ 또는 $\langle x \rangle = 0$ if $x \leq 0$ 으로 정의되며, 상태변수 p 는 $\Lambda < 0$ 일 때 초기값 $p = 0$ 에서 성장하여 $p = p_f$ 에 도달하고 $\Lambda > 0$ 의 조건이 만족되면 다시 초기값으로 감소하게 된다. 따라서 응력-변형률 곡선의 기울기와 관련된 E^* 는 비탄성 변형이 진행됨에 따라 그 크기가 변하게 된다. 모델 파라미터 Λ 의 정의는

$$\Lambda = \frac{(3/2)(\dot{s}_{ij})(s_{ij} - g_{ij})}{J(\dot{\sigma}_{ij})J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (6)$$

이다. 여기서 유효 응력 속도는 $J(\dot{\sigma}_{ij}) = \sqrt{(3/2)\dot{s}_{ij}\dot{s}_{ij}}$ 으로 정의된다.

역응력의 성장식은 다음과 같이 주어진다:

$$\dot{g}_{ij} = \psi^* \left[\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^{in} - \frac{(g_{ij} - h_{ij})}{R} \dot{\phi} \right] + \dot{h}_{ij} \quad (7)$$

동적 변형시효에서 나타나는 음성의 속도 민감도를 포함한 다양한 변형률 속도 민감도를 설명하고, 변형률을 일정하게 유지하면서 응력의 변화를 고찰하는 응력이완 거동에서 응력의 변화량은 이전에 경험된 변형률 속도에 따라 증가하는 특성을 설명하기 위하여 속도에 의존적인 역응력이 사용되었다[24, 25]. 비탄성 변형에 따른 형상함수 ψ^* 의 변화에 근거하여 제하 시에 발생하는 응력-변형률 곡선의 비선형성을 설명하는 방법은 저자에 의해 제안되었으며[16, 17], 본 연구에서는 개선된 형태의 형상함수가 $\psi^* = (1-q)\psi$ 으로 정의된다. 반복 하중에서의 연화 또는 경화와 관련된 모델 파라미터 R 은 다음과 같이 정의된다:

$$R = 1 + \sqrt{\frac{3}{2} r_{ij} r_{ij}} \quad (8a)$$

$$r_{ij} = \left[A + \beta J(\sigma_{ij} - G_{ij}) \right] \frac{(s_{ij} - g_{ij})}{J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (8b)$$

여기서 ψ, A 및 β 는 재료상수이고 상태변수 q 의 성장식은

$$\dot{q} = \xi_1 \langle -\Sigma \rangle \left[1 - \frac{q}{q_f} \right] \dot{\phi} - \xi_2 \langle \Sigma \rangle q \dot{\phi} \quad (9)$$

이다. ξ_1, ξ_2, q_f 는 재료상수이고, 상태변수 q 는 비탄성 변형에 따라 $0 \leq q \leq q_f$ 을 만족하며 변하게

된다. 제하 직후에 발생하는 초기의 탄성적인 변형에 연이어서 상태변수 q 는 성장하게 된다. 따라서 변형이 진행됨에 따라 감소하는 형상함수 ψ^* 에 의해 응력-변형률 곡선의 비선형성인 감소하는 기울기를 모델링할 수 있게 된다. 모델 파라미터 Σ 은 응력과 과응력의 항들로 다음과 같이 정의된다:

$$\Sigma = \frac{(3/2)(s_{ij})(s_{ij} - g_{ij})}{J(\sigma_{ij})J(\sigma_{ij} - G_{ij})} \quad (10)$$

여기서 유효 응력은 $J(\sigma_{ij}) = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ 이다. 이동경화(kinematic hardening)를 설명하기 위하여 도입된 상태변수 h_{ij} 의 성장식은

$$\dot{h}_{ij} = \frac{2}{3} E_i \dot{\epsilon}_{ij}^n \quad (11)$$

으로 정의된다. 여기서 h_{ij} 는 이동응력(H_{ij})의 편차 성분이며, E_i 는 재료상수로서 비탄성 변형률에 근거한 비탄성계수를 의미하는 완전히 진전된 비탄성 거동 영역에서 응력-변형률 곡선의 기울기를 나타내게 된다.

3. 모델링 결과

비정질 폴리머인 폴리페닐렌옥시드(PPO)는 상온의 일정 변형률 속도 제어 하에서 변형률 속도가 증가 함에 따라 유동응력이 증가하는 양성의 변형률 속도 민감도를 나타낸다. 또한, 하중 시 비탄성 거동의 영역에서 변형률을 일정하게 유지할 때 응력은 시간에 따라 감소하는 응력이완의 특성을 갖는다. 이러한 속도에 의존적인 비탄성 변형의 거동들은 Krempl과 Khan이 수행한 재료 시험에 잘 나타나있다[18]. 이들의 시험 결과를 시뮬레이션 함으로써 제안된 구성적 모델의 유효성을 살펴보고자 한다. 시뮬레이션에 사용된 구성방정식의 재료상수들은 다음과 같다:

$E = 2.7\text{GPa}$, $E_i = 93\text{MPa}$, $\psi = 7.0\text{GPa}$, $\beta = -0.21$,
 $D = 57\text{MPa}$, $B = 0.1\text{s}^{-1}$, $m = 3.5$, $A = 35\text{MPa}$,
 $\zeta_1 = 1 \times 10^3$, $\zeta_2 = 5 \times 10^1$, $p_f = 0.5$, $\xi_1 = 1 \times 10^3$,
 $\xi_2 = 1 \times 10^3$, $q_f = 0.89$

일정한 변형률 속도의 제어 하에서 부하-제하에 대한 응력-변형률 곡선이 Fig. 1에 나타났다. 일정한 변형률에서 10^{-3}s^{-1} 과 10^{-4}s^{-1} 의 유동응력을 비교하면, 유동응력은 변형률 속도가 증가 할수록 증가하는 양성의 속도 민감도를 갖는다. 그리고

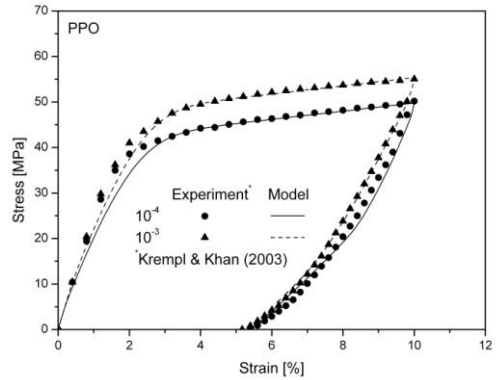


Fig. 1 Stress-strain curves at different strain rates

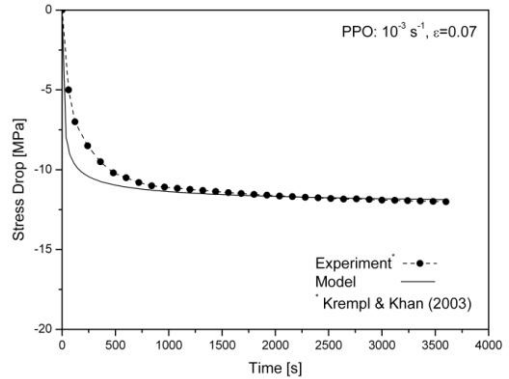


Fig. 2 Relaxation behavior for $\epsilon = 0.07$ at 10^{-3}s^{-1}

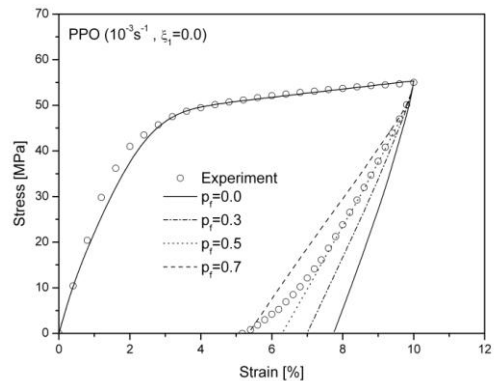


Fig. 3 Stress-strain curves with different p_f

제하 시의 응력-변형률 곡선은 일반적으로 탄성적 거동으로 가정될 때의 직선이 아니라 기울기가 변형이 진행됨에 따라 점차적으로 감소하는 곡선을 나타내고 있다. 일축 하중의 조건에서 $\dot{\epsilon}_{11} = \dot{\epsilon}$, $\sigma_{11} = \sigma$ 및 $G_{11} = G$ 등으로 표기하면 구성방정식에 사용된 정의는 $J(\sigma_{ij} - G_{ij}) = |\sigma - G|$, $\dot{\phi} = |\dot{\epsilon}|^m$ 및

$\Sigma = (\sigma)(\sigma - G) / (|\sigma - G|)$ 등으로 계산된다. 부하 과정에서 비탄성 변형이 완전히 진행되었을 때, 유동응력은 $\{\sigma\} = 1 + A + \{H\} + (1 + \beta)(\sigma - G)$ 으로 표현된다 [24,25]. 등방응력(A)과 이동응력(H)은 변형률 속도에 독립적인 성분이며, 과응력($\sigma - G$)은 변형률 속도가 증가 함에 따라 증가하는 속도에 의존적인 성분이다. 따라서 $\beta = -1$ 일 때, 유동응력은 변형률 속도에 독립적인 중성의 속도 민감도를 나타내게 된다. 유동응력이 변형률 속도가 증가함에 따라 감소하는 음성의 속도 민감도는 $\beta < -1$ 의 조건에서 발생하며, Fig. 1에서와 같은 양성의 속도 민감도는 $\beta > -1$ 일 때 발생한다. 양성의 속도 민감도 조건을 만족하는 $\beta = -0.21$ 을 사용한 시뮬레이션 결과는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 시험 결과와 잘 일치한다.

응력이완에 대한 Fig. 2의 시험은 $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ 의 변형률 속도에서 변형률을 7%로 유지하면서 1hr 동안 수행되었으며, 응력은 초기에 급격히 감소하다가 시간이 지남에 따라 그 감소폭이 점점 줄어든다. 구성방정식의 응력이완에 대한 예측은 초기에 나타나는 약간의 차이를 제외하면 전체적으로 시험 결과와 잘 일치함을 보여준다.

제하 직후 응력-변형률 곡선의 기울기에 대한 상태변수 p 의 영향은 Fig. 3에 나타나있다. 상태변수 p 의 효과만을 살펴보기 위하여 기울기의 비선형성을 야기시키는 형상함수는 $\xi_1 = 0$ 에 의하여 $\psi^* = \psi$ 으로 비탄성 변형 동안 일정하게 유지되도록 하였다. 상태변수 p 는 $p_f = 0$ 일 때 성장하지 않으므로, 탄성계수는 비탄성 변형 동안 변하지 않고 항상 일정한 $E^* = E$ 을 유지하게 된다. 따라서 부하와 제하 시의 초기 탄성 거동은 거의 비슷한 기울기를 갖게 된다. Fig. 3에서 보는 바와 같이 제하 시의 기울기는 p_f 값이 증가할수록 감소하게 된다. 그러므로 비탄성 변형에 따른 탄성계수의 변화를 구성방정식에 도입함으로써 제하 시의 감소된 기울기를 설명할 수 있게 된다.

제하 시의 비선형적인 기울기에 대한 상태변수 q 의 효과는 Fig. 4에서 설명된다. $q_f = 0$ 일 때, 변수 q 는 성장하지 않으므로 형상함수는 $\psi^* = \psi$ 으로 일정하게 유지된다. 따라서 응력-변형률 곡선의 기울기는 탄성계수와 관련된 E^* 의 효과에 대해서만 탄성 변형의 감소된 기울기를 모델링할 수 있으며 그 선형성을 그대로 유지하게 된다. 기울기의 비선형성을 나타내는 곡률이 q_f 가 증가할수록 커지게 되는 수치시험이 Fig. 4에 잘 나타나

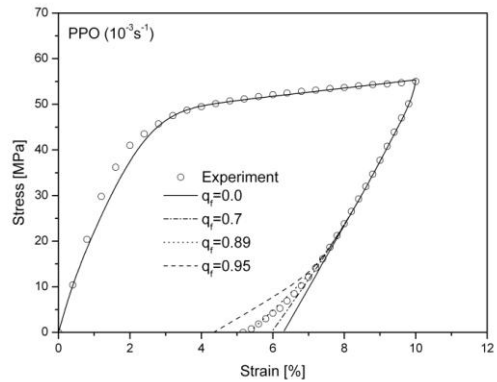


Fig. 4 Stress-strain curves with different q_f

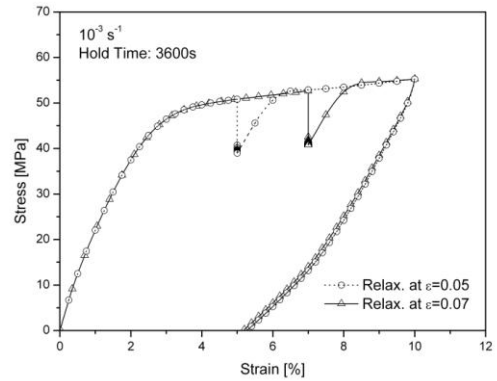


Fig. 5 Relaxation behavior at 5 and 7% strain

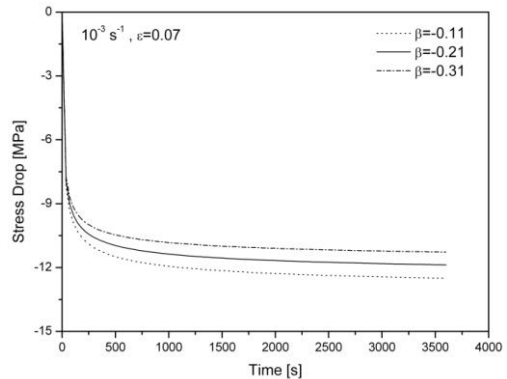


Fig. 6 Stress drop versus time with different β

있다.

변형률 5%와 7%에서 각각 1hr 동안 응력이완의 거동이 수행된 두 가지 수치시험이 Fig. 5에서 보여진다. 응력이완의 효과는 변형이 진행됨에 따라 사라지게 되어 두 개의 응력-변형률 곡선들은 응력이완이 수행되는 영역 밖에서는 서로 일치하

게 되는데, 이것은 Krempl과 Khan이 수행한 시험 결과와도 일치하는 변형 거동이다. 그리고 이완된 응력의 크기는 β 에 의해 달라지게 되는데, β 의 값이 커질수록 이완된 응력의 양이 증가하는 경향이 Fig. 6에 나타나있다.

4. 결 론

고체 폴리머는 일반적으로 고온의 금속재료에서 나타나는 하중 속도에 의존적인 비탄성 거동의 특성을 상온에서도 보인다. 그리고 제하 시의 거시적인 거동 양상은 형상기억합금에 대한 것과 매우 유사하여, 제하 초기의 탄성적 변형에서 응력-변형률 곡선의 기울기는 부하 과정의 탄성 기울기보다 상당히 작으며 응력-변형률의 관계는 직선이 아닌 곡선의 비선형성을 갖는다. 폴리머의 이러한 현상학적 특성에 주목하여, 금속재료의 속도에 의존적인 거동 및 형상기억합금의 의탄성 거동을 설명하기 위하여 개발되어왔던 구성적 모델을 폴리페닐렌옥사이드(PPO)에 대한 시뮬레이션을 수행하는데 사용하였다. 변형률 속도에 의존적인 유동응력, 제하 시의 거동 특성 및 응력이완에 대한 모델링의 결과가 재료의 시험 자료와 잘 일치함을 보임으로써 제안된 구성적 모델의 유효성을 살펴보았다.

REFERENCES

- [1] N. G. McCrum, C. P. Buckley, C. B. Bucknall, 1997, Principles of Polymer Engineering, Second Ed., Oxford University Press.
- [2] H. F. Brinson, L. C. Brinson, 2010, Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An introduction, Springer.
- [3] A. S. Argon, 1973, A Theory for the Low-temperature Plastic Deformation of Glassy Polymers, Philos. Mag., Vol. 28, No. 2, pp. 839~865.
- [4] M. C. Boyce, D. M. Parks, A. S. Argon, 1988, Large Inelastic Deformation of Glassy Polymers. Part I: Rate Dependent Constitutive Model, Mech. Mater., Vol. 7, No. 1, pp. 15~33.
- [5] E. Giessen, 1997, Localized Plastic Deformation in Glassy Polymers, Eur. J. Mech. A/Solids, Vol. 16, pp. 87-106.
- [6] R. B. Dupaix, M. C. Boyce, 2007, Constitutive Modeling of the Finite Strain Behavior of Amorphous Polymers In and Above the Glass Transition, Mech. Mater., Vol. 39, No. 1, pp. 39~52.
- [7] D. M. Parks, S. Azhi, 1990, Polycrystalline Plastic Deformation and Texture Evolution for Crystals Lacking Five Independent Slip Systems, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 38, No. 5, pp. 701~724.
- [8] B. J. Lee, D. M. Parks, S. Ajzi, 1993, Micromechanical Modeling of Large Plastic Deformation and Texture Evolution in Semicrystalline Polymers, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 41, No. 10, pp. 1651-1687.
- [9] J. Dommelen, D. M. Parks, M. C. Boyce, W. Brekelmans, F. Baaijens, 2003, Micromechanical Modeling of the Elasto-viscoplastic Behavior of Semi-crystalline Polymers, J. Mech. Phys Solids, Vol. 51, No. 3, pp. 519~541.
- [10] A. D. Drozdov, J. Christiansen, 2007, Cyclic Viscoplasticity of High-density Polyethylene: Experiments and Modeling, Comput. Mater. Sci., Vol. 39, No. 2, pp. 465~480.
- [11] R. W. Meyer, L. A. Pruitt, 2001, The Effect of Cyclic True Strain on the Morphology, Structure, and Relaxation Behavior of Ultra High Molecular Weight Polyethylene, Polym., Vol. 42, No. 12, pp. 5293-5306.
- [12] A. Galeski, 2003, Strength and Toughness of Crystalline Polymer Systems, Prog. Polym. Sci., Vol. 28, No. 12, pp. 1643-1699.
- [13] A. Rozanski, A. Galeski, 2013, Plastic Yielding of Semicrystalline Polymers Affected by Amorphous Phase, Int. J. Plast., Vol. 41, pp. 14~29.
- [14] S. G. Bardenhagen, M. G. Stout, G. T. Gray, 1997, Three-dimensional, Finite Deformation, Viscoplastic Constitutive Models for Polymeric Materials, Mech. Mater., Vol. 25, No. 4, pp. 235~253.
- [15] C. Zhang, I.D. Moore, 1997, Nonlinear Mechanical Response of High Density Polyethylene. Part II: Uniaxial Constitutive Modeling, Polym. Eng. Sci., Vol. 37, No. 2, pp. 414~420.
- [16] K. Ho, 1998, Application of the Viscoplasticity Based on Overstress to the Modeling of Dynamic Strain Aging of Metals and to the Modeling of the Solid Polymers Specifically to Nylon 66, Ph.D.

- Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY.
- [17] E. Krempl, K. Ho, 2000, An Overstress Model for Solid Polymer Deformation Behavior Applied to Nylon 66, ASTM STP 1357, pp. 118~137.
- [18] E. Krempl, F. Khan, 2003, Rate (time)-dependent Deformation Behavior: An Overview of Some Properties of Metals and Solid Polymers, Int. J. Plast., Vol. 19, No. 7, pp. 1069~1095.
- [19] K. Ho, 2010, A Phenomenological Constitutive Model for Pseudoelastic Shape Memory Alloy, Trans. Mater. Process., Vol. 19, No. 8, pp. 468~473.
- [20] K. Ho, 2011, An Improved Constitutive Model of Shape Memory Alloy, Trans. Mater. Process., Vol. 20, No. 5, pp. 350~356.
- [21] J. Lemaitre, J. L. Chaboche, 1998, Mechanics of Solid Materials, Cambridge University Press, United Kingdom.
- [22] D. C. Stouffer, L. T. Dame, 1996, Inelastic Deformation of Metals, John Wiley & Sons, New York.
- [23] A. S. Krausz, K. Krausz, 1996, Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation, Academic Press, San Diego.
- [24] K. Ho, 2001, Modeling of Nonlinear Rate Sensitivity by Using an Overstress Model, Comput. Model. Eng. Sci., Vol. 2, No. 3, pp. 351~364.
- [25] K. Ho, 2008, Effect of the Rate Dependence of Nonlinear Kinematic Hardening Rule on Relaxation Behavior, Int. J. Solids Struct., Vol. 45, No. 3-4, pp. 821~839.
- [26] K. Ho, 2006, Unified Constitutive Equations of Viscoplastic Deformation: Development and Capabilities, JSME Int J., Ser. A, Vol. 49, No. 1, pp. 138~146.