

# 과도응답 개선을 위한 고속 팬터그래프의 주파수 응답 기법 기반 제어기 설계

(Frequency Response Method Based Controller Design of High-Speed Pantograph for Improving Transient Response)

이주원\* · 조남훈\*\*

(Joo-Won Lee · Nam-Hoon Jo)

## Abstract

In this paper, we propose an active controller for high-speed pantograph in order to improve the transient response. Electrical power is delivered from a catenary to the train via a pantograph and thus it is very important to regulate the contact force between catenary and pantograph. By regarding the catenary displacement as an unknown disturbance input and analyzing the frequency response from the disturbance to contract force, we present an active controller that utilizes the lead compensator and resonant controller. It is shown by the computer simulation that the substantial improvement in transient response can be achieved by the proposed controller.

Key Words : Pantograph, Catenary System, Disturbance Rejection, Frequency Response

## 1. 서 론

고속 철도는 친환경적이고 안전하며 여행 시 시간을 단축시켜준다는 장점으로 인해 대중들에게 선호되고 있다. 그러나 전차가 점점 고속화됨에 따라 가선의 변동 범위를 증가시켜 이선현상이 발생하거나, 공력 소

음이 증가하는 문제점이 발생했다. 고속 철도 시스템의 요소 중 열차의 지붕에 위치한 팬터그래프는 가선계의 접촉선과 접촉하여 전차가 운전될 수 있도록 전기를 공급하는 역할을 하는데, 전차의 속도가 빨라질수록 가선의 변동 범위가 증가하기 때문에 팬터그래프와 가선계 사이의 접촉력이 감소한다. 이와 같이 접촉력이 감소하는 경우, 심하면 팬터그래프의 집전판과 가선계의 접촉선이 일시적으로 분리되는 이선현상이 발생할 수 있다. 이선현상이 발생하게 되면 전차에 연속적으로 전기를 공급할 수 없을 뿐만 아니라 아크 방전이 발생하여 팬터그래프에 손상을 입힐 수 있다. 한편 접촉력이 너무 커지면 접촉선과 팬터그래프의 집전 막대기가 마모되기 때문에 접촉력에 영향을 미치게 된다. 따라서 열차의 안정적인 운전을 위해서는 팬

\* 주저자 : 송실대학교 전기공학부 석사과정  
\*\* 교신저자 : 송실대학교 전기공학부 부교수  
\* Main author : Soongsil University, Dept. Electrical Engineering  
\*\* Corresponding author : Soongsil University, Dept. Electrical Engineering, Professor  
Tel : 02-820-0643, Fax : 02-817-7961  
E-mail : nhjo@ssu.ac.kr  
접수일자 : 2013년 5월 16일  
1차심사 : 2013년 6월 11일, 2차심사 : 2013년 6월 13일  
심사완료 : 2013년 6월 27일

터그래프와 가선계 사이에 일정한 접촉력을 유지하여 전기를 공급해주는 것이 중요하다.

본 논문에서는 고속으로 운전하는 전차에 연속적으로 전력을 공급하기 위해 일정한 접촉력을 유지하도록 제어하는 능동 팬터그래프 시스템을 제안하고자 한다. 기존 연구에서는 가선의 높이가 일정하다는 가정을 바탕으로 대부분의 연구가 수행되었다[1-7]. 그러나 본 논문에서는 기존의 연구결과와는 다르게 가선의 높이를 외란으로 간주한 팬터그래프 모델을 고려한다. 즉 본 논문에서는 가선의 높이를 외란으로 간주한 팬터그래프 모델에 주파수 응답을 고려한 제어기와 손상보상기를 이용하여 기존의 능동 팬터그래프인 PID제어기보다 접촉력의 변동을 더 많이 줄일 수 있다는 것을 보이하고자 한다.

## 2. 팬터그래프 동적모델

최초의 팬터그래프-가선계 모델은 O'Connor에 의해 제안되었고, 이 모델은 LQR기법을 사용한 능동 팬터그래프가 수동 팬터그래프에 비해 접촉력의 변동을 감소시킬 수 있음을 보이기도 하였다[1]. 또한 O'Connor의 모델에 팬터그래프의 팬 헤드와 가선계 사이의 강성을 시간에 따라 변하는 값으로 가정하여 좀 더 개선한 모델이 Wu에 의해 제시되었다[2]. 하지만 O'Connor와 Wu의 모델은 측정할 수 없는 가선의 변위

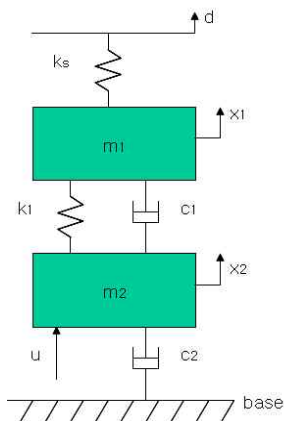


그림 1. 본 논문에서 제안되어진 팬터그래프 모델  
Fig. 1. The considered pantograph model

를 완벽히 고려하지 못했기 때문에 정확성에는 한계가 있다. 따라서 본 논문에서는 가선의 변위를 시스템의 외란입력으로 간주하여 시간에 따라 변하는 모델을 제안하고자 한다.

그림 1는 본 논문에서 제안되어진 팬터그래프 모델이다. 위의 그림에서

- $x_1$  : 팬터그래프 헤드의 변위
- $x_2$  : 프레임의 변위
- $d$  : 가선의 높이 (시스템의 외란입력)
- $m_1$  : 헤드 질량
- $m_2$  : 프레임 질량
- $k_s$  : 팬터그래프 헤드와 가선계 사이의 강성
- $k_1$  : 프레임과 헤드 사이의 강성
- $c_1$  : 헤드와 프레임 사이의 댐핑
- $c_2$  : 프레임과 베이스 사이의 댐핑
- $u$  : 업리프트 힘

그림 1로부터 팬터그래프의 운동방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - x_2) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_s(x_1 - d) \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = u - k_1(x_2 - x_1) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_2 \dot{x}_2$$

본 논문에서 팬터그래프의 제어 목적은 팬터그래프와 가선계 사이의 접촉력을 일정하게 유지하는 것이기 때문에 접촉력을 시스템의 출력  $y$ 로 선택하였다.

$$y = k_s(x_1 - d) \quad (2)$$

식 (1)으로부터 상태방정식을 얻기 위해서 상태변수와 제어입력을 각각  $X = [x_1 \dot{x}_1 x_2 \dot{x}_2]^T$ ,  $U = [u \ d]^T$ 로 정의하면 (3)을 구할 수 있다.

$$\dot{X} = AX + BU \quad (3)$$

$$y = CX + DU$$

여기서 각각의 상태 행렬은 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(k_1+k_s)}{m_1} & -\frac{c_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{c_1}{m_2} & -\frac{k_1}{m_2} & -\frac{(c_1+c_2)}{m_2} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_s}{m_1} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m_2} & 0 \end{bmatrix}, C = [k_s \ 0 \ 0 \ 0], D = [0 \ -k_s]$$

### 3. 주파수 응답을 고려한 제어기

본 논문에서 고려하는 팬터그래프 모델에서는 가선의 변위를 외란으로 간주하기 때문에, 외란에 매우 효과적으로 대처할 수 있는 제어기의 사용이 필요하다.

그림 2는 기본 피드백 제어 루프 구조를 보여준다. 여기서  $P(s)$ 는 실제 플랜트,  $C(s)$ 는 제어기를 나타내며 신호  $r, y, d$ 은 각각 시스템의 기준 입력, 출력, 입력 외란을 나타낸다. 그림 2에서 전체 시스템의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$y(s) = \frac{PC}{1+PC}r + \frac{1}{1+PC}d \tag{4}$$

위 식으로부터  $d$ 에서  $y$ 의 전달함수는  $T_{yd} = \frac{1}{1+PC}$ 임을 볼 수 있고, 외란이 출력에 미치는 영향을 줄이기 위해서는  $T_{yd} \approx 0$ 이 되어야 한다는 것을 알 수 있다.

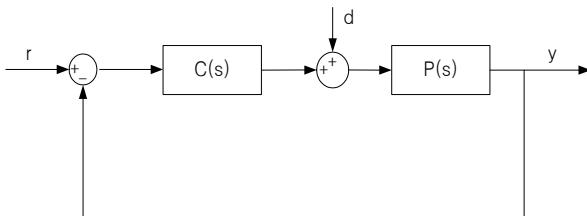


그림 2. 기본 피드백 루프 구조  
Fig. 2. The structure of basic feedback loop

따라서  $T_{yd} \approx 0$ 으로 만들기 위해서는 실제 플랜트

$P(s)$ 는 조절할 수 없기 때문에 제어기  $C(s)$ 를 매우 큰 값으로 설정해야 한다. 주기적인 외란의 경우를 고려할 때 외란의 주파수  $w_0$ 에서  $C(s) \approx \infty$ 라면 주기적인 외란을 효과적으로 제거할 수 있다. 이 때, 주파수 응답을 고려한 제어기로는 (5)가 주로 사용되는데, 감쇠비  $\zeta$ 의 값이 작을수록 해당 주파수  $w_0$ 에서 외란 제거 성능이 우수하다.

$$C(s) = \frac{w_0^2}{s^2 + 2\zeta w_0 s + w_0^2} \tag{5}$$

### 4. 모의 실험

본 장에서는 MATLAB을 이용하여 기존의 능동 팬터그래프와 제안된 제어기의 성능을 비교하였다. 팬터그래프의 제어 목적은 가선과 팬터그래프 사이의 접촉력을 일정한 값에 가깝게 유지하는 것이기 때문에 기준입력을 120N으로 설정하여 모의 실험을 수행하였다. 또한 모의 실험에서 사용된 파라미터 값은 아래와 같다[1].

$$m_1 = 9.1\text{kg}, m_2 = 17.2\text{kg}$$

$$k_s = 5.4\text{kN/m}, k_1 = 7.0\text{kN/m}$$

$$c_1 = 130\text{Ns/m}, c_2 = 30\text{Ns/m}$$

고속에서 전차가 운행 시 가선의 변위는 그림 3과 같이 점선으로 나타난 모양으로 변하게 된다. 본 논문

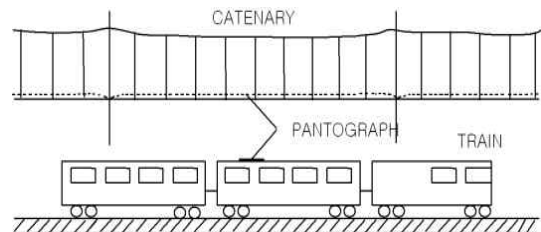


그림 3. 가선의 변동  
Fig. 3. Variation of catenary

에서는 이러한 가선의 변위를 sin함수로 근사하여 시스템의 외란  $d$ 로 간주하였으며, 가선의 최대 변동폭은 0.2m, 한 span당 거리는 65.5m로 가정하였다. 따라서 외란  $d$ 는 전차의 속도를  $v$  (m/sec)라고 하면  $d = 0.2 | \sin(\omega_0 t) |$ ,  $\omega_0 = \frac{\pi v}{65.5}$  (m)로 계산된다.

앞서 언급한 파라미터를 사용하여 팬터그래프 모델의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4485s + 2.415 \times 10^5}{s^4 + 23.59s^3 + 1795s^2 + 6862s + 2.415 \times 10^5} \quad (6)$$

시스템 (6)를 제어하기 위한 기존의 능동 팬터그래프로는 PID제어기  $C_0 = 1.2 \frac{(s^2 + 15s + 50)}{s(s + 20)}$ 를 선정하였는데, 이 제어기를 사용할 경우 정상상태오차는 0, 정착시간은 약 10 초인 것을 확인할 수 있다. 그림 4는 제안된 제어 시스템의 구조를 보여준다. 여기서  $C_0$ 는 기존의 능동 팬터그래프에 진상보상기를 추가한 것으로 진상보상기는 주파수 응답을 고려한 제어기를 시스템에 추가하더라도 쉽게 불안정해지지 않도록 하기 위해 위상 여유를 증가시키는 역할을 한다. 또한  $C_1$ 은 시스템의 주파수 응답을 고려한 제어기이다.

$$C_1 = \frac{(nw_0)^2}{s^2 + 2\zeta(nw_0)s + (nw_0)^2} \frac{(s + nw_0/10)^2}{(s + nw_0 \cdot 10)^2} \quad (7)$$

본 논문에서는 제어기 (7)의 감쇠비가  $\zeta = 0.001$ 인 경우를 고려하도록 한다.

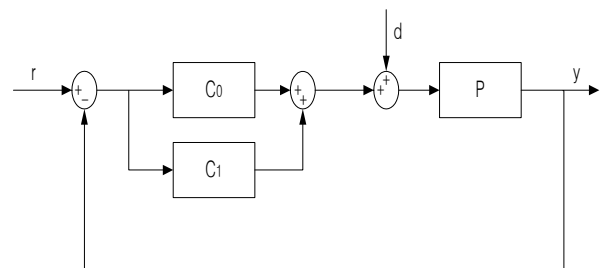


그림 4. 제안된 제어 시스템의 구조  
Fig. 4. The structure of proposed system

그림 5는  $d$ 에서  $y$ 의 전달함수  $T_{yd}$ 의 보드선도를 나타낸다. 그림 5로부터 100km/h의 경우  $12w_0$  부근에서 가장 큰 진폭이 발생하는 것을 볼 수 있으며, 200km/h와 300km/h의 경우 각각  $6w_0$ 와  $4w_0$ 에서 가장 큰 진폭이 발생한다. 따라서 외란을 효과적으로 제거하기 위해 가장 큰 진폭이 발생하는 주파수의 외란을 제거하도록 제어기를 설계하였다.

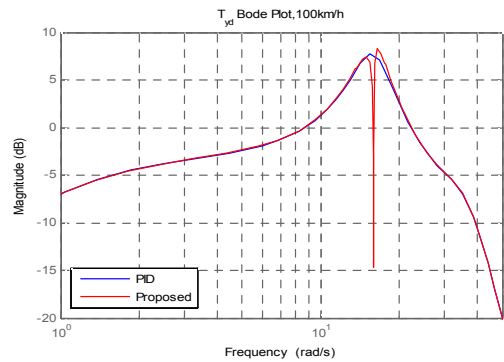


그림 5. 전달함수  $T_{yd}$ 의 보드 선도  
Fig. 5. Bode plot of transfer function  $T_{yd}$

먼저 열차의 속도가 100km/h인 경우에  $12w_0$ 의 주파수에 해당하는 외란을 제거하도록 설계된 시스템에 대해 모의 실험을 수행하였으며, 그림 6과 그림 7은 각각 접촉력의 변동과 제어입력을 나타낸다. 두 결과로부터 제안된 제어기를 사용한 경우 PID 제어기보다 작은 제어 입력으로도 접촉력을 기준입력 (120N)에 가깝게 유지시키는 것을 볼 수 있다. 그림 8과 그림 9는 열차의 속도가 200km/h인 경우에  $6w_0$ 의 주파수에 해당하는 외란을 제거하도록 설계된 시스템에 대한 모의 실험 결과이다. 100km/h인 경우와 마찬가지로 PID제어기 보다 작은 제어 입력으로 접촉력을 120N에 가깝게 유지시켜줄 수 있다. 마지막으로 그림 10과 그림 11은 열차의 속도가 300km/h인 경우에  $4w_0$ 의 주파수에 해당하는 외란을 제거하도록 설계된 시스템에 대한 모의 실험 결과이다. 앞선 경우들과 마찬가지로 제안된 제어기의 성능이 능동 팬터그래프인 PID제어기의 성능보다 뛰어난 것을 알 수 있다.

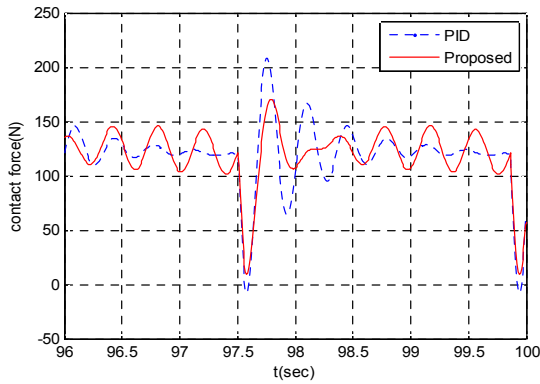


그림 6. 모의실험 결과(100km/h) : 접촉력  
 Fig. 6. Simulation results(100km/h) : contact force

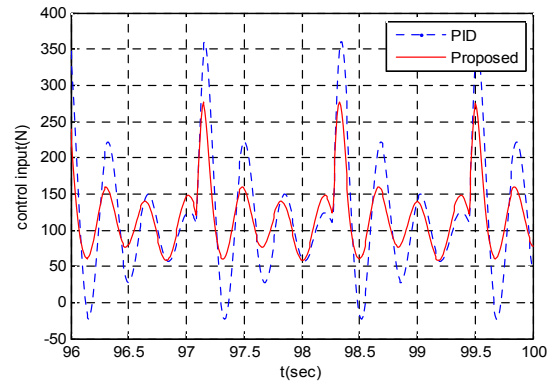


그림 9. 모의 실험 결과(200km/h) : 제어입력  
 Fig. 9. Simulation results (200km/h) : control input

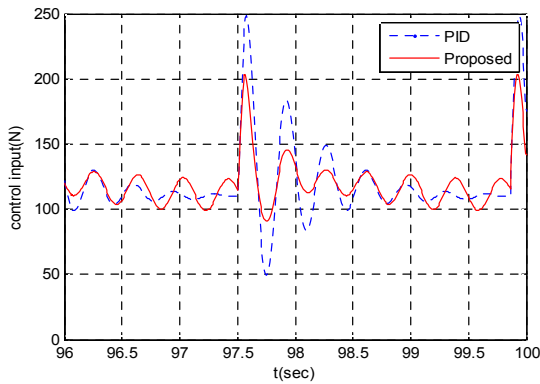


그림 7. 모의 실험 결과(100km/h) : 제어입력  
 Fig. 7. Simulation results (100km/h) : control input

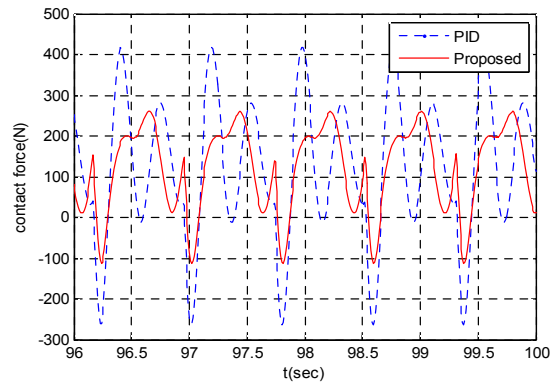


그림 10. 모의실험 결과(300km/h) : 접촉력  
 Fig. 10. Simulation results(300km/h) : contact force

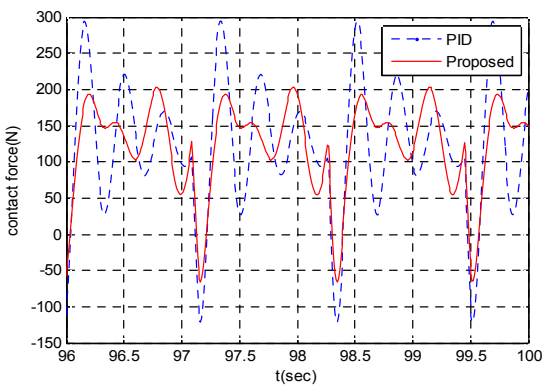


그림 8. 모의실험 결과(200km/h) : 접촉력  
 Fig. 8. Simulation results(200km/h) : contact force

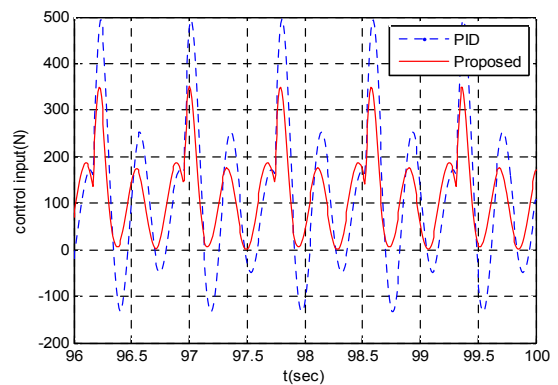


그림 11. 모의 실험 결과(300km/h) : 제어입력  
 Fig. 11. Simulation results (300km/h) : control input

## 5. 결 론

본 논문에서는 주파수 응답을 고려한 제어기와 진상 보상기를 이용하여 팬터그래프와 가선계 사이의 접촉력을 일정하게 유지할 수 있음을 보였다. 이를 위해서 모의 실험을 통해 기존의 능동 팬터그래프인 PID제어기와 비교하였으며, 실험 결과를 바탕으로 PID제어기보다 제안된 제어기가 접촉력을 더욱 일정하게 유지할 수 있음을 보였다. 기존의 연구결과들과 비교하여 본 논문에서 제시한 제어기는 크게 두 가지 장점을 갖고 있다. 첫 번째로, 가선의 변위를 미지의 외란으로 간주하여 보다 정확한 실험 결과를 얻을 수 있었다. 두 번째로는, 기존의 제어기보다 작은 입력으로도 접촉력을 더 일정하게 유지할 수 있었다. 향후 연구로는 200km/h, 300km/h일 때 음의 접촉력을 갖기 때문에 이션현상이 발생하는 것을 알 수 있는데 이를 해결하기 위한 연구가 필요할 것으로 보인다.

본 연구는 2011년도 산업통상자원부의 재원으로 한국 에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제(No. 20114010203140)입니다.

## References

- [1] D. N. O'Connor, S. D. Eppinger, W. P. Seering, and D. N. Wormley, "Active Control of High-Speed Pantograph," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 119, pp. 1-4, Mar., 1997.
- [2] T. X. Wu and M. J. Brennan, "Basic analytical study of pantograph-catenary system dynamics," *Vehicle System Dynamics*, vol. 30, pp. 443-456, 1998.
- [3] G. Poetsch, J. Evans, R. Meisinger, W. Kortum, W. Baldauf, A. Veitl, and J. Wallaschek, "Pantograph/Catenary Dynamics and Control," *Vehicle System Dynamics*, vol. 28, pp. 159-195, 1997.

- [4] Teruo Kobayasi, Yoshihiro Fujihasi, Tetsuo Tsuburaya, Jyun-Ihi Satoh, Yasu Oura, and Yasukazu Fujii, "Current Collecting Performance of Overhead Contact Line-Pantograph System at 425 km/h," *Electrical Engineering in Japan*, vol. 124, no. 3, 1998.
- [5] Aldo Balestrino, Ottorino Bruno, Alberto Landi, and Luca Sani, "Innovative Solutions for Overhead Catenary-Pantograph System: Wire Actuated Control and Observed Contact Force," *Vehicle System Dynamics*, vol. 33, pp. 69-89, 2000.
- [6] Mohd Azman ABDULLAH, Yohei MICHITSUJI, Masao NAGAI, Naoki MIYAJIMA, "Integrated Simulation between Flexible Body of Catenary and Active Control Pantograph for Contact Force Variation Control," *Journal of Mechanical Systems for Transportation and Logistics*, vol. 3, pp. 166-177, 2010.
- [7] C. Sanchez-Rebolloa, J.R. Jimenez-Octavio, A. Carnicerob, "Active control strategy on a catenary-pantograph validated model," *Vehicle System Dynamics*, vol. 51, pp. 554-569, 2013.

## ◇ 저자소개 ◇



**이주원 (李柱元)**

1986년 11월 9일생. 2012년 숭실대 공대 전기공학과 졸업. 현재 숭실대 대학원 전기공학부 석사과정.



**조남훈 (趙南熏)**

1970년 3월 18일생. 1992년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 2000년 서울대 대학원 전기공학부 졸업(박사). 2002년~현재 숭실대학교 전기공학부 교수.