

## 기초강좌

# 유동소음 기초이론

정철웅\*

(부산대학교 기계공학부)

## 1. 머리말

유동소음은 유체역학적 힘이나 유동으로부터 기인하는 움직임 때문에 발생하는 소음을 다루는 분야이다. 쉘 위의 비정상 유체역학적 힘이나 난류 유동으로 인하여 발생하는 소음은 유동소음분야에 속하고, 작은 가전기계에서 큰 비행기까지 다양한 기계에 다양한 용도로 사용되는 각종 쉘, 항공기, 선박, 잠수함의 추진기, 신재생에너지 원인 풍력터빈까지 유동소음을 발생하는 기기는 다양하게 존재한다<sup>(1,2)</sup>.

고체의 진동으로 인하여 발생하는 구조기인 소음과는 달리 유동소음은 1950년도 까지도 발생 메커니즘에 대한 수학적 정의가 이루어지지 않다가, 1950년 초에 당시 새로운 승용 항공기로 도입한 제트 비행기에서 발생하는 제트소음의 발생 메커니즘을 이해하기 위하여 발표한 Lighthill의 음향상사식(acoustic analogy)을 통하여 처음으로 유동소음원에 대한 수학적 정의가 이루어졌다<sup>(3)</sup>. Manchester 대학의 Lighthill이 1950 년대에 음향상사식을 제시한 이후로 음원과 음장의 특성을 고려한 다양한 형태의 상사식이 유도되었고, 현재 다양한 유동소음 관련 공학적 문제에 응용되고 있다<sup>(3,4,5)</sup>. 일반적으로 음향상사식에 근거한 소음예측은 주요한 소음원의 모델링을 통한 일종의 근사해를 제시하며, 관심 유동소음이 발생하는 환경을 고려하여 여러 음향상사식 중 적절한 모델을 택하여 적용한다. 이번 강좌에서는 현재 유동소음문제에 가장 많이 적용되고 있고 가장 기초가 되는 Lighthill, Curle 그리고 Ffowcs Williams & Hwacking의 음향 상사식에 대해서 간략히 기술하고 적용 예를 들어 유동소음의 기초이론에 대한 이해를 도모하고자 한다.

## 2. Lighthill의 음향상사식

Lighthill은 역사적인 그의 논문<sup>(6)</sup>에서 유동소음원을 “자연에 대한 정확한 기술과 그들의 음향학적 상사의 차이”라고 정의하였다. Lighthill은 제트유동에서 발생하는 소음에 대한 연구의 일환으로 제트유동내의 난류난류영역부터 멀리 떨어진 곳에서의 밀도의 섭동은 음향파처럼 거동해야 한다는 이해를 바탕으로 정확한 연속방정식과 운동량방정식을 이용하여 다음과 같은 선형 파동방정식을 유도하였다.

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij}] \quad (1)$$

여기서  $T_{ij} = \rho v_i v_j - \sigma_{ij} + p' - c_0^2 p'$ 로서 Lighthill의 응력텐서라고 정의하고 식 (1)을 Lighthill의 음향상사식이라 한다<sup>(3)</sup>. 식 (1)의 우측 항들은 소음원으로서 각각 난류유동장 내의 관성항( $\rho v_i v_j$ ), 점성항( $\sigma_{ij}$ ) 그리고 엔트로피항( $p' - c_0^2 p'$ )으로 대별할 수 있다. Lighthill의 음향상사식을 외부 고레이놀즈수( $O(\rho v_i v_j) \gg O(\sigma_{ij})$ ) 등엔트로피 유동내에 물체가 존재하지 않고 지엽적으로 난류성분이 존재는 제트유동에 적용하면 식 (1)은 다음과 같이 간략해 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j) \quad (2)$$

식 (1)은 아무런 가정없이 운동량/연속 방정식으로부터 구한 난류유동장 내 형성되는 실제 음원들을 포함하고 있지만, 이를 식 (2)와 같이 관심 음장/음원(Lighthill의 경우 제트류)에 대하여 적용함으로

\* E-mail : ccheong@pusan.ac.kr / Tel : (051)510-2311

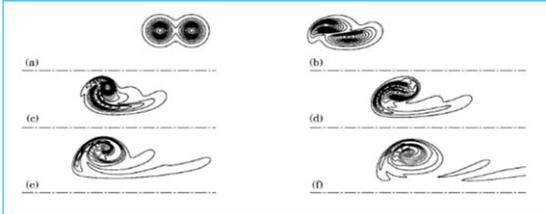


그림 1 Verzicco의 와류 쌍 거동<sup>(9)</sup>

써 근사적으로 표현할 수 있다. 즉, 식 (2)는 제트류에 대한 음향상사식으로 간주한다. Morefey<sup>(6,7)</sup>와 Obermeier<sup>(8)</sup>는 위 식이 정성적으로 유효한 결과를 도출함을 확인하였다. Verzicco<sup>(9)</sup>는 와류 쌍(vortex pairing)으로부터 방사하는 소음을 해석함으로써 정량적으로 식 (2)의 유효성을 분석 하였다. 식 (2)를 이용하여 음장을 해석 할 경우, 일반적으로 음원이 음장에 대하여 독립적이라고 가정한다. 이러한 가정은 소음원 영역인 유동장을 해석하고 유동장 해석결과를 이용하여 음원을 모델링 한 다음, 식 (2)를 사용하여 방사소음을 예측 하는 단계적 접근 방법을 사용할 수 있도록 허용한다.

식 (2)는 그린함수(Green's function)를 이용하여 적분식 형태로 이론해를 구할 수 있다. 점음원은 공간과 시간에 대한 델타함수(delta function)로 표현 가능하고, 이에 대한 응답으로서 그린함수를 구할 수 있다. 음의 전파가 열린 공간에서 유동장 속도분포에 대하여 독립적일 경우 그린함수는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$G_o = \frac{1}{4\pi r} \delta(t - \tau - r/c_0) \quad (3)$$

식 (3)으로부터 구한 그린함수를 이용하여 임의의 수음점에서의 음압은 다음과 같은 적분식 형태로 표현할 수 있다.

$$p'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \left[ \frac{\rho v_i v_j}{4\pi r} \right] dV_y \quad (4)$$

여기서,  $r$ 은 음원과 수음점간의 거리를 의미하고, [ ] 는 지연시간에서의 값을 뜻한다. Lighthill은

위 식을 바탕으로 차원분석을 수행 하였고, 이 때  $v \sim U_0$ ,  $\rho \sim \rho_0$ ,  $\partial/\partial x_i \sim 2\pi f/c_0$ ,  $f = U_0/D$ ,  $f$ 는 주파수,  $U_0$ 은 평균 유속,  $D$ 는 유동 특성길이 특성 길이라고 하면, 음장은 다음의 비례식으로 표현할 수 있다.

$$p'(x, t) \sim \rho_0 U_0^2 M^2 \frac{D}{\|x\|} \quad (5)$$

따라서

$$\langle p'^2 \rangle \sim M^8 \quad (6)$$

이 된다. 위 식으로부터, 제트류에 의하여 발생하는 소음의 음향파위는 아음속일 경우 평균 유속의 마하수의 8제곱에 비례한다는 것을 알 수 있다.

### 3. Curle의 음향상사식

Curle은 유동 내에 외부 물체가 존재 하는 경우의 유동 소음원을 고려하기 위하여 Lighthill의 음향상사식을 확장하여 적용하였다. 그림 2와 같이 외부 물체를 포함한 전체공간을 소음원 영역으로 설정하고 전체공간을 외부 물체가 차지하지 않는 공간  $V_1$ , 외부물체가 차지하는 공간  $V_2$ 로 분리하여 정의한다.  $V_1$ 에서의 음원인 Lighthill 텐서는  $T_{ij1}$ ,  $V_2$ 에서는  $T_{ij2}$ 라 정의하면, 전체음원은  $T_{ij1} + T_{ij2}$ 이다.  $V_2$  공간 상의 Lighthill 텐서에 대응하는 음원은 그 공간을 감싸는 경계면(S) 상에서의 소음원으로 모델링 가능하며, 이를 가우스 정리에 따라 정리하면 음장은 다음과 같다<sup>(4)</sup>.

$$p'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V_1} \left[ \frac{T_{ij1}}{4\pi r} \right] dV_y - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left[ \frac{P_{ij} + \rho v_i v_j}{r} \right] dS + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[ \frac{1}{r} (\rho v \cdot n) \right] dS \quad (7)$$

식 (7)에서 우측 항들은 차례대로 외부물체 주위

## 기초강좌

에 형성되는 난류에 대응하는 소음원, 형상 경계면 상의 힘에 따른 소음원, 경계면을 통한 부피의 변화량의 변화량에 대응하는 소음원에 해당한다. 유동 내에서 정상 상태의 거동을 하는 외부물체의 형상 표면에서는 그 법선 방향으로 속도성분이 없으므로, 이 경우에는 소음원은  $T_{ij1}$ 와  $P_{ij}$  항이 된다. 일반적으로 유동 내 유체기 기 표면 상에 작용하는 법선 힘과 접선 힘 중 법선방향 힘의 그 크기와 섭동이 크므로,  $P_{ij}$ 는 표면상 압력에 대응하는 힘성분으로 고려할 수 있다. 이로서, 식 (7)은 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$p'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V_1} \left[ \frac{T_{ij1}}{4\pi r} \right] dV_y - \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left[ \frac{P}{r} \right] dS \quad (8)$$

식 (8) 우측 두 번째항에 대응하는 음압을 차원 분석하면 그 비례식은 다음과 같다.

$$p'(x, t) \sim \rho_0 M^3 \frac{D}{\|x\|} \quad (9)$$

따라서,

$$\langle p'^2 \rangle \sim M^6 \quad (10)$$

이 된다. 일반적인 유동기기가 저 마하수에서 거동한다고 고려하면 식 (6)과 (10)에 의해, 식 (8) 내 우측 첫 항의 기여도는 두 번째 항 대비  $M^2$  만큼 작기 때문에, 첫 항을 무시하면 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$p'(x, t) = -\frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left[ \frac{P}{r} \right] dS \quad (11)$$

Curle의 음향상사식은 Amiet이 평판 앞전/뒷전 소음에 대한 예측 식을 유도할 때 응용되었다<sup>(10,11)</sup>. 뒷전 소음은 최근 신재생에너지를 주목을 받고 있는 풍력터빈으로부터 방사되는 주요한 광대역 소음원으로 알려져 있다. 음원가시화 기술을 통한 터빈 회전면 상 소음원 추적 및 입사유속과 방사소음의 상

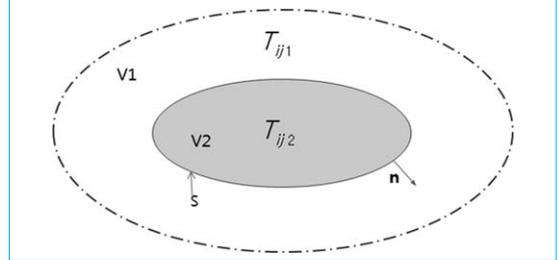


그림 2 유동 내 형상에 따른 음원 개념도

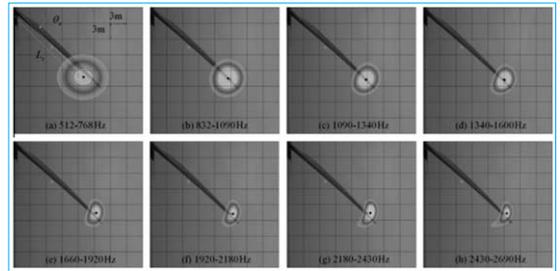


그림 3 풍력터빈 소음원 추적<sup>(2)</sup>

관도 분석을 통해 터빈 소음 중 가청음역대에서 뒷전 소음원의 기여도가 가장 크음을 확인하였다<sup>(2)</sup>.

입사 난류 또는 경계층 내 난류는 각각 평판 앞전과 뒷전에서 산란하여 큰 음압을 방사한다. 이때, 각 산란 압력은 평판상의 비정상 하중 분포로 변환된다. 하중분포는 식 (8) 내 우측 두 번째 항에 대응한다. Amiet은 고정난류(frozen turbulence)가정에 따라 입사난류와 경계층 내 난류의 산란에 의한 평판상의 압력섭동은 입사유속에 비례하여 평판 면을 따라 이동한다고 고려하였다. 유동소음 예측 및 평가 검증을 위해 보통 무향풍동실에서 주어진 형상에 대한 측정소음 자료를 이용하고 실험값과의 비교를 위하여 Curle의 음향상사식을 수음좌표계(reception coordinate)로 변환하여 분석한다. Amiet의 식은 저주파수대보다 고주파수 영역에서 만족할 만한 예측 결과를 나타내는데 이는 앞전/뒷전에서의 산란 모델의 부정확성에 기인한다. 최근 뒷전 소음의 경우, 뒷전에서 산란된 음압의 앞전에서 추가 산란을 고려한 모델이 이러한 저주파수 대의 예측

정확성을 향상 시키는 것으로 보고되고 있다.

#### 4. Ffowcs Williams - Hwaking 음향상사식

Ffowcs Williams와 Hwaking(FWH)은 Lighthill과 Curle의 음향상사식을 확장하여 유동내에 임의의 속도로 움직이는 물체로부터 발생하는 유동소음원을 정의하였다. FWH 음향상사식은 Curle의 음향상사식 내 형상 경계와 그 움직임을 단위계단함수(Heviside function), 델타함수와 경계함수  $f$ 로 표현하여, 유동 내 움직이는 형상에 대응하는 음장 예측식을 제시하였다. 미분식 형태의 FWH는 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$W^2 p = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 V_n |\nabla f| \delta(f)) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( p_{ij} \frac{\partial f}{\partial x_j} \delta(f) \right) + \frac{\partial^2 T_{ij} H(f)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (12)$$

$$H(f) \begin{cases} 1 & (f > 0) \\ 0 & (f < 0) \end{cases} \quad (13)$$

$$f(\vec{x}, t) = \begin{cases} f > 0, & \text{outside of body} \\ f < 0, & \text{inside of body} \\ f = 0, & \text{on surface of body} \end{cases} \quad (14)$$

여기서,  $W^2 = c_0^{-2} \partial^2 / \partial t^2 - \nabla^2$  이다. 형상경계 함수는 그림 4와 같이 유동 내 형상 표면에서 '0' 이므로, 식 (12)에서 우측 첫 항과 두 번째 항은 형상 표면에서 기여하며, 세 번째 항은 단위계단함수에 의해 형상 이 외 유동 공간에서 기여하는 소음원이다. 식 (12) 역시 적분식 형태로 표현 할 수 있다. Curle 이나 Lighthill이 열린공간에서의 국소음원(compact acoustic source) 대하여 파동방정식의 그린함수 해를 이용한 것에 비해, FWH는 물체의 움직임 때문에 발생하는 도플러 효과를 추가하여 적분식 형태의 음장 예측식을 아래와 같이 유도하였다.

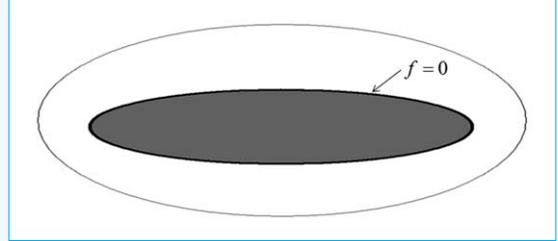


그림 4 유동 내 움직이는 형상 경계 정의

$$p'(x, t) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V n_i \left[ \frac{T_{ij}}{r(1-M_r)} \right] dv - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left[ \frac{p}{r(1-M_r)} \right] dS + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[ \frac{\rho v \cdot n}{r(1-M_r)} \right] dS \quad (15)$$

식 (8)과 (15)의 가장 큰 차이는 도플러 효과의 고려와 식 (15) 우측 세 번째 항이다. Curle의 음향상사식의 경우 형상의 경계가 시간에 따라 주어진 공간에서 고정적인 것에 비해 FWH의 경우 경계면이 움직이므로 주어진 시간에서 경계면에서의 법선 방향 속도 변화가 존재한다. 일반적으로 식 (15)의 우측 첫 항에 의한 방사소음을 사중극(quadrupole) 소음원으로 인한 난류소음, 두 번째 항을 이중극(dipole) 소음원에 기인한 하중소음(loading noise)이라 명명하며, 세 번째 항을 홀극(monopole) 소음원에 의한 항을 두께소음(thickness noise)이라 한다. 두께소음을 차원분석하면, 그 음압은 다음과 같다.

$$p'(x, t) \sim \rho_0 M^2 \frac{D}{\|x\|} \quad (16)$$

따라서,

$$\langle p'^2 \rangle \sim M^4 \quad (17)$$

이다. 단순히 차원 분석결과에 기초하면 아음속 영역에서 홀극소음원이 가장 효율적이지만 대부분의

## 기초강좌

유동소음문제에서는 이중극 소음원이 주요하게 작용한다. Curle의 음향상사법을 무향풍동에서 측정된 에어포일에서 방사되는 소음예측에 적용할 수 있는 반면, FWH 음향상사식은 이를 포함하고 도플러 효과를 고려하므로 프로펠러 소음 예측에 적용 가능하다.

## 5. 맺음말

지금까지 대표적인 음향상사식에 대해서 간단히 요약하여 기술하고 각각의 음향상사식을 이용하여 적용한 예를 제시하였다. 일반적인 공력소음문제의 지배방정식으로는 가장 일반적인 상황에 대해서 유도한 FWH 식을 사용할 수 있다. 음향상사식을 이용하여 정량적으로 정확한 소음예측을 하기 위해선 적절한 소음원 모델링이 필요하기 때문에, 현재 많은 연구들이 각 음향상사식에서 적용할 음원 모델을 개발하는데 주력하고 있다.

열거된 적분식 형태의 음장 예측식은 열린공간에 대한 국소음원에 대한 그린함수해에 근거하고 있다. 음압이 전파되는 가운데 복잡한 구조에 의해 반사되거나 산란하는 경우, 이론적인 그린 함수를 구하는 것이 쉽지 않다. 또한 음향상사법은 유동에 의한 음향파의 생성만 고려하고 있고 음향파에 의한 유동에 대한 영향은 고려하지 않는다. 이러한 좀더 복잡한 형태의 공력소음 문제를 해석하기 위해서는 소음원인 유동장과 음향장을 동시에 해석할 수 있는 수치해석적 방법이 필요하고, 이러한 분야를 전산공력음향학(Computational AeroAcoustics, CAA)이라고 한다. 다음 기초강좌에서는 CAA의 기초이론에 대해서 기술할 예정이다. [KSNVE](#)

## 참고문헌

- (1) Lee, S. Y., Heo, S. and Cheong, C. U., 2010, Prediction and Reduction of Internal Blade-passing Frequency Noise of the Centrifugal Fan in a Refrigerator, *International Journal of Refrigeration*, pp. 1129~1141.
- (2) Lee, G.-S., Cheong, C. U., Shin, S.-H. and Jung, S.-S., 2012, A Case Study of Localization and Identification of Noise Sources from a Pitch and a Stall Regulated Wind Turbine, *Applied Acoustics*, Vol. 73, pp. 817~827.
- (3) Lighthill, M. J., 1952, On Sound Generated Aerodynamically: I. General theory, *Proc. R. Soc. London Ser. A*, Vol. 211, No. 1107, pp. 564~587.
- (4) Curle, N., 1955, The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, pp. 505~514.
- (5) Ffowcs Williams, J. E. and Hawkings, D. L., 1969, Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion, *Philosophical Transactions of The Royal Society*, Vol. A264, pp. 321~342.
- (6) Morfey, C. L., 1976, Sound Radiation due to Unsteady Dissipation in Turbulent Flows, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 48, pp. 95~111.
- (7) Morfey, C. L., 2003, The Role of Viscosity in Aerodynamic Sound Generation, *International Journal of Aeroacoustics*, Vol. 2, pp. 230~240.
- (8) Obermeier, F., 1985, Aerodynamic Sound Generation caused by Viscous Processes, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 99, pp. 111~120.
- (9) Verzicco, R., Iafrafi, A., Riccardi, G. and Fatica, M., 1997, Analysis of the Sound Generated by the Pairing of Two Axisymmetric Co-rotating Vortex Rings, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, pp. 347~358.
- (10) Amiet, R. K., 1975, Acoustic Radiation from an Airfoil in a Turbulent Stream, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 41, No. 2, pp. 407~420.
- (11) Amiet, R. K., 1976, Noise due to Turbulence Flow Past a Trailing Edge, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 47, No. 3, pp. 387~393.
- (12) Dowling, A. P. and Williams, J. E. F., 1983, *Sound and Sources of Sound*, New York: John Wiley & Sons, INC.