

부대역 비선형 Volterra 적응필터의 응용과 성능분석

Applications and analysis on the subband nonlinear adaptive Volterra filter

양 윤 기**, 변 희 정*

Yoon Gi Yang**, Hee Jung Byun*

Abstract

In this paper, the subband nonlinear adaptive Volterra filters are introduced and its analysis are presented. From the eigenvalue analysis of the input correlation matrix, we show that the proposed subband adaptive Volterra filter has superior convergence performance as compared to the conventional one, which shows that the it can be useful for the recently proposed subband nonlinear adaptive echo canceller. Also, the optimum filter in each subband are introduced and verified from the computer simulations.

요 약

본 논문에서는 부대역 신호를 사용한 병렬 적응 비선형 Volterra 필터를 소개하고, 이 시스템의 성능을 분석하는 것을 주요 내용으로 한다. 연구 결과 제시한 부대역 신호를 사용한 적응 Volterra 필터는 수렴성이 우수함을 입력 신호의 상관함수의 eigenvalue 분포를 사용하여 해석적으로 도출되었으며, 이러한 응용이 최근에 보고된 적응 반향 제거기에서 유용하게 사용될 수 있음을 이론적으로 밝혔다. 또한 각 부대역에서의 최적필터를 이론적으로 유도하였고 컴퓨터 모의실험으로 이를 검증하였다.

Key words : Nonlinear adaptive filter, Subband, Adaptive filter, Performance analysis, Volterra filter

I. 연구배경

선형 적응신호처리 기법은 원하는 신호의 추정 (signal estimation), 미지의 시스템 식별 (system

identification), 최적 필터링 (optimal filtering) 등에 매우 유용하게 사용되는 기법으로 알려져 있다 [1]. 이러한 적응필터기법은 1960년대 LMS (least mean squares) 알고리즘이 소개되면서 비약적인 발전을 하게 되었다 [2]. 그동안 선형 적응필터링은 수많은 발전을 하여, 신호처리, 통신 시스템의 중용한 부분을 차지하고 있다.

비선형 적응필터는 시변 비선형 시스템을 적응적으로 추정하여 여러 가지 유용한 정보를 얻거나 시스템의 성능을 개선하는 중요한 신호처리 기법 중에 하나이다. 비선형 적응필터 중에서 polynomial 형태의 비선형 적응필터인 Volterra 적응 필터는 1990년대 이후 많은 연구가 이루어졌다. 이를 이용한 중요한 응용으로는 비선형 반향 제거기 [3], 비선형 등화기 [3], 및 기타 여러 응용에 사용된다. 그런데, 최근에 선형 적응필터와 마찬가지로 입력 다중 레이트 (multi-rate)

** : Dept. Information and telecommunications, The University of Suwon

email: ygyang@suwon.ac.kr, 031-220-2589

* : Dept. Information and telecommunications, The University of Suwon

★ Corresponding author

<Acknowledgement>

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education, Science and Technology (grant number 20120007689).

Manuscript received Apr. 10, 2013; revised May. 15, 2013; accepted May. 20, 2013

를 사용한 비선형 적응필터가 소개되고 일부 응용에서 사용되고 있다. 또한, 다중 레이트와 함께 부대역(subband) 신호를 사용한 비선형 적응 필터가 소개되고 있다 [4]. 부대역 신호를 사용하면 대부분의 경우 선형 적응필터와 유사하게 병렬처리, 계산량 감소, 신호의 decorrelation 으로 인한 수렴성 개선등이 예상된다. 특히 [5-7] 에서는 선형 적응필터에 대한 stochastic 성능 분석이 자세히 기술되어 있다.

그러나, 아직까지 이러한 비선형 Volterra 적응필터 방식에 대한 어떠한 체계적인 분석과 장단점 분석이 이루어지지 않고 있다. 대부분의 이전 논문에서는 필터의 구조와 단순한 모의실험만 제시하고 있다. 따라서 본 논문에서는 이에 대한 체계적인 분석과 실제 응용에서의 면밀한 분석결과를 제시하려고 한다. 특히 본 논문에서는 비선형 적응 필터의 수렴을 해석적으로 유도하였는데, 대부분의 논문에서 시도되지 않은 것이다. 이를 통하여 본 논문에서는 신호의 스펙트럼에 적합한 부대역 비선형 적응필터가 correlated 신호의 경우 보다 우수한 수렴성을 갖는다는 것을 해석적으로 유도하였고, 컴퓨터 모의실험을 통하여 이를 검증하였다.

II. Volterra 적응필터 및 성능분석

Volterra 시리즈는 Taylor 시리즈에서 메모리를 갖는 모델이라고 생각할 수 있다. 그림 1 에는 전형적인 비선형 함수가 제시되어 있다.

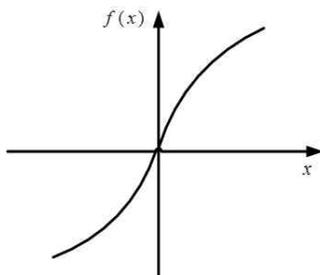


Fig. 1. Typical nonlinear function
그림 1. 전형적인 비선형 함수

비선형 함수 $y = f(x)$ 를 $x=x_0$ 에서 확장한 형태를 고찰하면

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{\partial^k f(x)}{\partial x^k} \Big|_{x=x_0} (x-x_0)^k \quad (1)$$

와 같다. 이제 이러한 비선형 시스템을 표분화된 이

산영역에서 시스템적으로 접근하여 보면 Volterra series 를 구할 수 있다. 본 논문에서는 2차의 비선형 시스템만 고려한다고 가정한다. 이제 그림 2 와 같은 비선형 시스템을 고려하자.

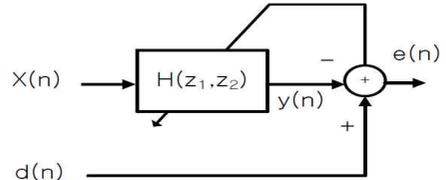


Fig. 2. Second order adaptive Volterra filter
그림 2. 2차의 적응 Volterra 필터

이를 사용한 Volterra 필터의 입출력 관계식은 입력 신호 $x(n)$ 과 추정하고자 하는 신호 $d(n)$ 에 대해서

$$y(n) = \sum_{k=0}^K h_1(k)x(n-k) + \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M h_2(l,m)x(n-l)x(n-m) \quad (2)$$

과 같은데, 여기서, $h_1(k)$, $h_2(l,m)$ 는 각각 1, 2 차 Volterra 시스템의 충격응답이다. 식 (2) 은 다시 다음과 같은 행렬식

$$\begin{aligned} y(k) &= \mathbf{h}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{x}(k)^T \mathbf{h}_2 \mathbf{x}(k) \\ y(k) &= \mathbf{h}^T \mathbf{X}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

으로 표시될 수 있는데, 여기서

$$\mathbf{x}(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-N+1)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{h}_1 = [h_1(0), h_1(1) \dots, h_1(N-1)]^T$$

$$\mathbf{h}_2 = \begin{pmatrix} h_2(0,0) & h_2(0,1) & \dots & h_2(0,N-1) \\ h_2(1,0) & h_2(1,1) & \dots & h_2(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_2(N-1,0) & h_2(N-1,1) & \dots & h_2(N-1,N-1) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-N+1), x(k)x(k), x(k)x(k-1), \dots, x(k-N+1)x(k-N+1)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{h} = [h_1(0), h_1(1), \dots, h_1(N-1), h_2(0,0), h_2(0,1), \dots, h_2(N-1, N-1)]^T$$

이다. 그림 2 에서는 Volterra 필터의 z-transform 영역에서 표시가 제시되어 있는데 이는

$$H(z_1, z_2) = \sum_{k=0}^{\infty} h_1(k) z_1^{-k} + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} h_2(n, k) z_1^{-n} z_2^{-k} \quad (6)$$

와 같다. 적응 필터는 적응 알고리즘을 통하여 random 신호 $x(n)$, $d(n)$ 에 대해서 2 차의 계수 $\mathbf{h}(k)$ 에 대한 비용함수를 $\mathcal{J}(\mathbf{h}(k))$ 라 할 때

$$\mathcal{J}(\mathbf{h}(k)) = E\{(d(k) - y(k))^2\} \quad (7)$$

를 최소화 하는 적응 알고리즘은 여러 가지 형태를 가지고 있는데, 여기서 $E\{\}$ 는 기댓값을 의미한다. 이 비용함수를 최소화 하는 알고리즘 중 LMS (least mean squares) 가 가장 일반적이며

$$\mathbf{h}(k+1) = \mathbf{h}(k) + \mu e(k) \mathbf{X}(k) \quad (8)$$

와 같은 식을 가지고 있다.

최근 [6] 에서는 Volterra 필터의 수렴성에 대한 논문이 제시되어 있다. 식 (7) 을 최소화 하는 최적의 필터를 \mathbf{h}^{opt} 라고 하면

$$\mathbf{h}^{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p} \quad (9)$$

와 같은데, 여기서

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(k) \mathbf{X}^T(k)\} \quad (10)$$

$$\mathbf{p} = E\{\mathbf{X}(k) d(k)\} \quad (11)$$

이다. 비선형 필터의 수렴성은 일반적으로 자기상관 함수의 $M \times M$ 크기의 행렬인 식 (10) 의 고유치 에 영향을 받는다고 알려져 있다. 즉, 식 (8) 의 수렴성을 결정짓는 중요한 변수인 μ 값은

$$0 < \mu < 2/\lambda_{\max} \quad (12)$$

임이 알려져 있는데, 여기서 λ_{\max} 는 식 (10) 의 고유치의 최대값이다. 즉 고유치의 최대값이 적을수록 빠른 수렴을 보일 수 있을 것으로 추정된다. 본 논문에서는 부대역 비선형 적응필터를 소개하고, 이에 대한 보다 엄격한 해석을 통해 제안한 필터의 장점을 보이도록 한다.

본 논문에서 제시한 부대역 비선형 적응필터는 기존의 비선형 적응필터의 입력을 서로 다른 주파수 대역으로 쪼개서 처리하는 시스템으로, 기존의 선형 부대역 적응 필터의 확장이라고 할 수 있다. 최근 [4] 에서는 echo canceller 에 적용한 시스템이 보고되고

있다. 다음의 그림 3 에는 본 논문에서 제안하는 비선형 부대역 적응필터가 제시되어 있다.

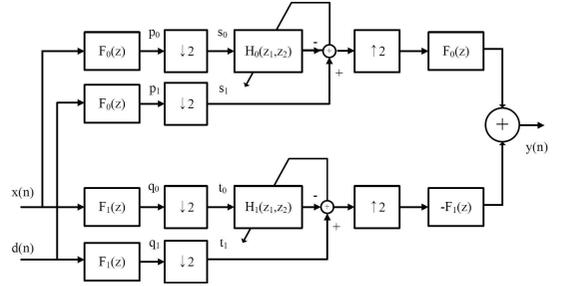


Fig. 3. Subband nonlinear adaptive filter
그림 3. 비선형 부대역 적응필터

여기서 입력신호 $x(n)$ 과 추정하고자 하는 신호 $d(n)$ 은 대역분할 필터 $F_0(z), F_1(z)$ 로 분해되고, 2:1 로 decimation 되어 각 대역의 적응필터로 입력된다. 적응필터의 출력은 1:2 interpolate 된 이후 다시 합성필터인 $F_0(z), -F_1(z)$ 로 필터링된 이후에 최종 합산하여 전대역 신호로 출력된다.

부대역 구조를 적응필터에 사용 하였을 때 얻을 수 있는 장점을 요약하면, 첫째, 각 부대역의 적응필터의 차수는 기존의 전주파수대역 적응필터 (FBADF: full band adaptive digital filter) 보다 낮은 차수를 사용하여도 유사한 성능을 보인다는 것이 알려져 있다. 이러한 장점을 이용한 대표적인 응용이 [7-9] 에서 제시한 subband echo canceller 이다. [7] 에 보고된 바에 의하면 FBADF 의 경우 수백 차의 적응필터를 echo canceller 에 사용하여야 하는 경우에 subband 의 구조를 사용하면 수십 차의 적응필터를 이용하여도 유사한 성능을 얻을 수 있다는 것이 알려져 있다. 둘째로, 일반적으로 적응필터는 입력의 상관성이 클 때 느린 수렴속도를 나타낸다. 따라서, 적응필터의 수렴속도를 증가하기 위한 연구가 진행되어 왔으며, 대표적인 방법이 주파수영역 적응필터 (FDAF: frequency domain adaptive filter) [10] 이다. 주파수영역 신호는 입력신호가 직교 변환된 신호로 상관성이 줄어든다. 직교변환과 유사하게 부대역 구조에서도 부대역 신호는 전주파수대역 신호보다 상관성이 적으므로 부대역 적응필터는 보다 빠른 수렴속도를 얻을 수 있다. 본 논문에서는 비선형 적응필터에 대한 보다 해석적인 결과와 컴퓨터 모의실험 결과를 제시하려 한다.

III. 통계신호 처리기법을 사용한 부대역 비선형 적응필터의 성능분석

본 장에서는 부대역 적응필터에 stationary 신호가 인가되었을 때의 특성분석에 대하여 기술한다. 특히 기존의 특성분석에서 고려되지 않았던 불규칙신호의 통계적 특성, 즉 신호의 상관함수 (correlation function), 전력스펙트럼 밀도 (power spectral density) 등을 기초로 한 부대역 적응필터의 성능분석에 초점을 맞추려고 한다. 본 장에서는 먼저, 주어진 통계적 특성을 갖는 입력신호, 기준신호가 입력되었을 때 부대역 적응필터가 어떠한 필터로 수렴할 것인가에 관하여 유도한다. 특히 기존의 전주파수대역 적응필터와 수렴후의 부대역 적응필터 사이의 관계에 대해서 고찰한다. 다음으로 각 부대역 적응 필터의 수렴특성을 분석하기 위하여 각 부대역 신호들의 상관함수를 전체적인 입력신호의 상관함수로 유도하고, 이를 이용하여 기존의 전주파수대역 적응필터와 수렴성에 대한 해석적인 틀을 마련한다.

본 논문에서는 그림 3 과 같은 2 대역의 부대역 적응필터를 고려한다. 일반적인 N 대역 에 대한 해석도 2 대역의 경우를 확장하면 쉽게 유도해 나갈 수 있다. 이제 그림 3 과 같은 2 대역 부대역 적응필터를 고려하자. 여기서 $F_i(z)$ 와 $H_i(z)$ 는 각각 i 번째 부대역의 분해필터, 적응필터이고, $x(n)$ 와 $d(n)$ 는 각각 입력신호와 기준신호이다. 이때 입력신호는 wide sense stationary (WSS) 신호라고 가정하자. 그러면, 입력신호와 기준신호의 자기상관함수 (autocorrelation function) 는

$$\begin{aligned} R_{xx}(k) &= E\{x(n)x(n+k)\}, \\ R_{dd}(k) &= E\{d(n)d(n+k)\} \end{aligned} \quad (13)$$

와 같이 주어지고, 이 두 신호 사이의 상호상관함수 (cross-correlation function) 는 $R_{xd}(k) = E\{x(n)d(n+k)\}$ 와 같다. 논문 [6] 에 의하면, 최적필터는 normal 방정식인 식 (9) 로 asymptotic 하게 수렴한다는 것이 알려져 있다. 본 논문에서는 그림 3 과 같은 부대역 비선형 필터에 대해서, 각 부대역 에서의 입력신호의 stochastic 신호특성에 대한 해석적인 식을 유도하여 성능을 평가하고 모의실험을 통하여 검증하도록 한다.

각 부대역에서 최적필터를 유도하기 위해서는 각 부대역 신호의 통계적 특성을 입력신호의 통계적 특성으로 표현할 필요가 있다. 그림 3 에서 대역분할 필터는 선형 시스템이다. 따라서 대역 분할필터

$F_i(z)$ 가시불변 (LTI) 시스템이므로 신호 $p_i(n)$ 의 전력스펙트럼 밀도와 신호 $p_i(n)$ 와 $q_i(n)$ 사이의 상호 전력스펙트럼 밀도 (cross power spectral density) 는

$$\begin{aligned} S_{pp_i}(z) &= F_i(z)F_i(z^{-1})S_{xx}(z) \\ S_{q_i}(z) &= F_i(z)F_i(z^{-1})S_{xd}(z) \end{aligned} \quad (14)$$

과 같이 주어지는데, 여기서 $S_{xx}(z)$ 와 $S_{xd}(z)$ 는 입력신호의 전력스펙트럼 밀도와 입력과 기준신호간의 상호 전력스펙트럼 밀도

$$\begin{aligned} S_{xx}(z) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{xx}(k)z^{-k}, \\ S_{xd}(z) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{xd}(k)z^{-k} \end{aligned} \quad (15)$$

과 같다. 그러면, 부대역신호 $s_i(n)$ 와 $t_i(n)$ 에 대한 전력스펙트럼 밀도를 전체 입력신호의 전력스펙트럼 밀도로

$$\begin{aligned} S_{s_i}(z) &= \frac{1}{2} \left\{ F_i(z^{\frac{1}{2}})F_i(z^{-\frac{1}{2}})S_{xx}(z^{\frac{1}{2}}) + F_i(-z^{\frac{1}{2}})F_i(-z^{-\frac{1}{2}})S_{xx}(-z^{\frac{1}{2}}) \right\}, \\ S_{t_i}(z) &= \frac{1}{2} \left\{ F_i(z^{\frac{1}{2}})F_i(z^{-\frac{1}{2}})S_{xd}(z^{\frac{1}{2}}) + F_i(-z^{\frac{1}{2}})F_i(-z^{-\frac{1}{2}})S_{xd}(-z^{\frac{1}{2}}) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

와 같이 유도할 수 있다. 이와 같은 관계식으로부터 각 부대역 신호에 대한 자기 상관함수와 이들로 이루어진 normal 방정식의 자기상관 행렬의 고유치를 해석적으로 구할 수 있다.

대부분의 적응필터의 수렴특성은 입력신호의 상관함수에 의하여 분석될 수 있다 [1]. 예를 들어, 적응필터의 수렴속도, misadjustment 및 적응필터의 안정성이 입력신호의 상관행렬의 고유치(eigenvalue) 분석을 통하여 분석될 수 있다 [1]. 따라서, 본 절에서는 부대역 적응필터의 입력신호인 각 부대역 신호의 자기상관함수를 유도한다. 보다 구체적으로 각 부대역신호의 상관함수가 부대역 적응필터의 전체의 입력신호의 상관함수로 표시된다. 따라서, 이러한 분석을 통하여 주어진 입력신호에 대해서 기존의 전주파수대역 적응필터와 부대역 적응필터의 수렴특성을 서로 비교하여볼 수 있다.

다음의 정리 1 에서는 부대역신호의 상관함수에 대한 내용이 정리되어 있다. 논문 [5] 에 유도된 식을 다시 본 논문에 맞추어 유도하면 다음의 정리로 요약된다.

Theorem 1:

그림 3 와 같은 2 대역 부대역 적응필터를 고려하자. 저주파대역 신호 $s_0(n)$ 의 자기 상관함수 $R_{s_0s_0}(n)$ 는 전체 입력신호 $x(n)$ 의 자기 상관함수 $R_{xx}(n)$ 로 표시될 수 있는데, 이를 다시 쓰면

$$R_{s_0s_0}(n) = \frac{1}{2} \{ \alpha(n) + \beta(n) \} \quad (17)$$

와 같다, 여기서 $\alpha(n)$ 과 $\beta(n)$ 은

$$\begin{aligned} \alpha(n) &= R_{xx}(2n) \\ \beta(n) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{xx}(2k-1)\xi(n-k) \\ \xi(n) &= \frac{2}{\pi} \frac{(-1)^n}{1+2n} \end{aligned} \quad (18)$$

과 같이 주어진다. 마찬가지로 고주파대역 신호 $s_1(n)$ 에 대한 상관함수도 입력신호의 상관함수로 표시될 수 있는데, 이는

$$R_{s_1s_1}(n) = \frac{1}{2} \{ \alpha(n) - \beta(n) \} \quad (19)$$

과 같다.

정리 1 의 결과는 식 (17)-(19) 와 같이 부대역 신호의 자기 상관함수가 전주파수대역 (full band) 신호의 자기 상관함수로 표시됨을 의미한다. 따라서, 부대역 적응필터의 특성분석을 할 수 있다. 따라서 다음에는 이러한 부대역 적응필터의 특성분석과 부대역 적응필터의 성능을 분석한다. 논문 [6] 에는 2 차의 볼테라 필터에서 식 (5) 에서 입력신호 X 를

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= [\mathbf{X}^{(1)}(k) \mathbf{X}^{(2)}(k)]^t \\ \mathbf{X}^{(1)}(k) &= [x(k), x(k-1) \dots, x(k-N+1)]^t \\ \mathbf{X}^{(2)}(k) &= [x(k)x(k), x(k)x(k-1), \\ &\dots, x(k-N+1)x(k-N+1)]^t \end{aligned} \quad (20)$$

와같이 선형성 입력항과 2 차의 곱의 입력항으로 양분한 다음, 이들의 상관행렬을 $\mathbf{R}_2 = E\{\mathbf{X}^{(1)}\mathbf{X}^{(1)t}\}$, $\mathbf{R}_3 = E\{\mathbf{X}^{(1)}\mathbf{X}^{(2)t}\}$, $\mathbf{R}_4 = E\{\mathbf{X}^{(2)}\mathbf{X}^{(2)t}\}$ 그리고, $\mathbf{r} = E\{y\mathbf{X}^{(2)t}\}$ 과 같이 정의 하면, 볼테라 필터의 수렴성을 결정짓는 식 (9) 의 자기상관 행렬 \mathbf{R} 을 다음과 같이

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_2 & R_3 & | & 0 \\ R_3^t & R_4 & | & r \\ \hline 0^t & r^t & | & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

와 같이 분리 될 수 있다. 단 이 경우 입력신호는 zero mean process 라고 가정한다. 이 경우 볼테라 비선형 필터의 LMS (least mean squares) 알고리즘의 수렴성은 일반적으로 자기상관 함수의 행렬인 식 (21) 의 고유치 에 영향을 받는다고 알려져 있다. 본 논문에서 제시한 부대역 비선형 필터의 경우, 부대역 에서의 자기상관 함수가 본 논문에서 해석적으로 유도 되었으므로, 다음 장에는 위에서 유도한 부대역 상관함수의 정리를 이용하여 실제 부대역 비선형 필터의 가능성과 성능을 해석적으로 분석하고자 한다.

IV. 모의실험을 통한 성능 해석

본 절에서는 앞에서 유도한 성능분석에 관한 식들을 컴퓨터 모의실험을 통하여 검증하여 본다. 본 장에서는 입력신호가 correlated 신호를 사용하는데 일반적으로 신호가 correlated 되면 적응 필터의 성능이 매우 저하된다고 알려져 있다. 이 경우 본 논문에서 제시된 부대역 비선형 적응필터가 기존의 비선형 필터보다 성능이 우수하다는 것을 앞 장에서 제시한 자기상관 함수로 구성된 부대역 자기상관 행렬의 고유치 분석을 통하여 증명하고 이를 컴퓨터 모의실험을 통하여 검증하려고 한다. 모의실험에서 사용된 적응필터의 응용은 시스템 식별 (system identification) 로 그림 4 에 시스템 식별에 대한 개요도가 제시되어 있는데, 적응필터 $H(z_1, z_2)$ 가 부대역 적응필터이다. 보통 시스템 식별을 사용하면 입력신호가 white 한 신호를 사용하나, 본 논문에서는 시스템 식별이

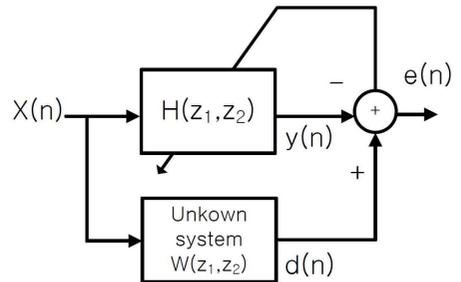


Fig. 4 Nonlinear system identification
그림 4. 비선형 시스템 인식

성능분석이 목적이 아니고 correlated 된 신호에 대한 기존의 2 차의 볼테라 적응필터와 본 논문에서 제시한 부대역 적응 필터의 transient 한 수렴특성을 분석하기 위함이다.

모의실험에 사용된 입력신호 $x(n)$ 은 상관성이 있는 AR (autoregressive)신호로서 [11, pp. 285-287] 에서 적응필터의 성능을 분석하기 위한 입력신호이다. 입력신호는

$$x(n) + a_1x(n-1) + a_2x(n-2) = \nu(n) \quad (22)$$

와 같이 2 차의 AR 신호로 발생되는데, $\nu(n)$ 은 분산이 1 인 백색 가우시안 잡음이다. 앞에서도 언급하였듯이 고유치분산이 큰 경우가 신호의 상관성이 매우 큰 신호라 할 수 있다. 본 논문에서는 [11, pp285-287] 에서 제시한 $a_1 = -1.59$, $a_2 = 0.95$ 를 사용하였다.

이러한 입력에 대해서 기존의 Volterra 적응필터와, 본 논문에서 제시한 부대역 적응필터로 시스템의 계수를 추정하는 문제에서 적응필터의 수렴성을 고찰하였다. 기존의 2차의 볼테라 적응필터와 제안한 부대역 2 차의 볼테라 적응필터를 실험에서 검증하였다. 실험에서는 2 밴드의 부대역 볼테라 적응필터를 사용하였고, lower band 의 미지의 시스템 $W(z_1, z_2)$ 의 계수는

$$d(n) = \sum_{k=0}^K w_1(k)x(n-k) + \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^M w_2(l,m)x(n-l)x(n-m) \quad (23)$$

와 같은데, 본 실험에서는 $w_1 = [0.5, -0.2, 0.04]$ 와 같은 3 차, $w_2(l,m)$ 은

$$w_2 = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.2 & 0.15 \\ -0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.15 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \quad (24)$$

와 같다. 위와 같은 시스템을 추정하기 위하여 2 차의 볼테라 필터를 사용한 경우의 MSE (mean square error)에 대한 내용이 그림 5에 제시되어 있다. MSE를 구하기 위해서 seed 값을 바꾼 1000 회의 Monte carlo 모의실험을 진행 하였다. 실험에서는 $N=15000, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 0.0003$ 를 사용하였다. 그림에서 보듯이 제안한 부대역 적응필터가 수렴속도가 빠름을 알 수 있다. 다음의 그림 6에는 부대역에서

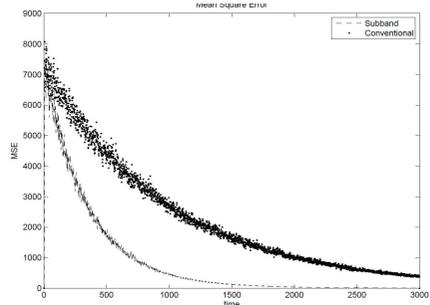


Fig. 5. Mean square error for 2nd order Volterra filter
그림 5. 2차 적응필터의 mean square error 패턴

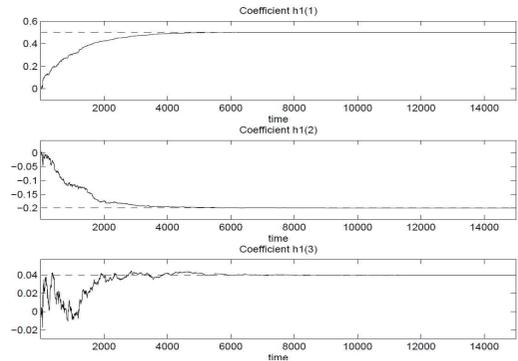


Fig. 6. Tracking for the 1st order coefficients
그림 6. 1차 계수의 추정과정

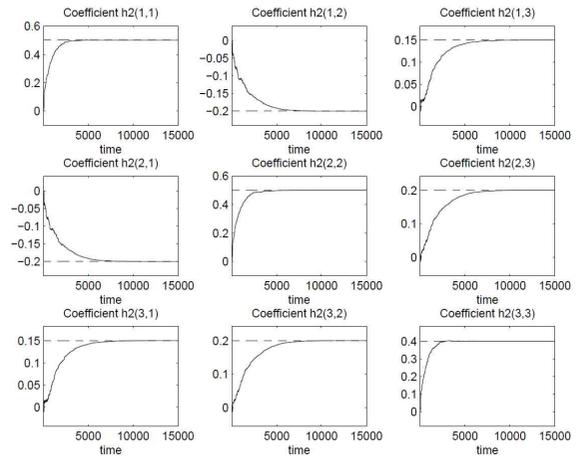


Fig. 7. Tracking for the 2nd order coefficients
그림 7. 2차 계수의 추정과정

1차의 적응필터 항이 제대로 시스템의 계수를 추정하는가를 보는 그림이 제시되어 있다.

또한, 다음의 그림 7 에는 부대역에서 2 차의 적응필터 항이 제대로 시스템의 계수를 추정하는가를 보는 그림이 제시되어 있다.

두개의 그림에서 보듯이 각 계수가 적절하게 추정됨을 알 수 있다. 이제 이러한 현상을 해석적으로 설명하기 위해서 본 논문에서 제시한 부대역 상관 함수로 각 부대역에서 고유치를 구하는 문제를 고찰하자. 식 (22) 의 신호에 대해서, [11, pp. 285-287] 에 의하면 Gaussian 입력 $\nu(n)$ 의 분산을 σ_u^2 이라고 하면,

$$\begin{aligned}
 R_{xx}(0) &= \sigma_u^2 & (25) \\
 R_{xx}(1) &= -\frac{a_1}{1+a_2}\sigma_u^2 \\
 R_{xx}(m) &= \sigma_u^2 \left(\frac{P_1(P_2^2-1)}{(P_2-P_1)(P_1P_2+1)}P_1^m \right. \\
 &\quad \left. - \frac{P_2(P_1^2-1)}{(P_2-P_1)(P_1P_2+1)}P_2^m \right), \quad m=3,4,
 \end{aligned}$$

인데, 여기서 P_1, P_2 는 방정식 $1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}$ 의 두개의 근이다. 이제 Theorem 1 에 제시된 상관함수의 식을 식 (25) 대입하여 각 부대역에서의 고유치를 계산할 수 있다. 다음의 표 1 에서는 AR3 신호에 대해서, 전대역 신호의 상관함수 $R_{xx}(n)$ 와 부대역중 lower band 의 자기상관 함수 $R_{s_s\phi_0}(n)$ 를 본 논문에서 제시한 정리를 이용하여 구한 값이 제시되어 있다.

Table 1. Analytical results for correlation functions

표 1. 상관함수들의 해석적 결과

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R_{xx}(n)$	1.00	0.81	0.35	-0.21	-0.67	-0.87	-0.75	-0.37	0.11	0.54
$R_{s_s\phi_0}(n)$	0.99	0.35	-0.67	-0.75	0.11	0.76	0.37	-0.43	-0.63	0.00

이러한 자기상관 함수로 부터, $N \times N$ 크기의 자기상관 행렬

$$\begin{pmatrix}
 R(0) & R(1) & \cdots & R(N-1) \\
 R(1) & R(0) & \cdots & R(N-2) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 R(N-1) & R(N-2) & \cdots & R(0)
 \end{pmatrix} \quad (26)$$

를 구한후 고유치를 구할 수 있다. 다음의 표 2 에는 각 N 에 따른 자기상관 행렬의 고유치가 비교되어 있다.

Table 2. Eigenvalue distribution for full band and subband signal

표 2. FB(전대역), SB(부대역) 자기상관 함수의 고유치 분포

N=2		N=4		N=8	
FB	SB	FB	SB	FB	SB
0.1818	0.6359	0.0042	0.0166	0.0028	-0.0084
1.8182	1.3539	0.0227	0.1584	0.0039	0.0249
		1.3878	1.438	0.0068	0.0665
		2.5854	2.3664	0.0168	0.1489
				0.0688	0.3005
				0.3075	0.3325
				3.031	3.4387
				4.5623	3.6553

표 2 에서 보듯이 어느 경우에나 SB, 즉 부대역의 경우 고유치의 분산이 적은 것을 알 수 있고, 이는 앞의 모의실험의 결과인 그림 5 의 빠른 수렴속도를 설명해주는 해석적인 방법이라고 할 수 있다. 즉 일반적으로 적응필터의 수렴속도는 고유치의 들의 최대값에 의존하기 보다는 고유치들의 분포하는 값들의 범위가 작을수록 수렴속도가 빠르다는 것이 알려져 있다. 이어한 결과는 최신의 논문 [4] 등의 실험결과와 잘 일치한다고 볼 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 선형 적응필터에서 연구되어 오는 부대역 적응필터를 비선형 볼테라 적응필터로 확장하여 제시하고 이 필터의 성능에 대한 해석적 논의를 주요 내용으로 하였다. 선형 적응필터와 마찬가지로 입력 신호가 correlated 되어 있을 때 각각의 대역으로 신호를 분리하면 신호의 decorrelation 효과를 얻을 수 있는 것을 쉽게 생각 할 수 있는데 본 논문에서는 보다 rigorous 한 방법으로 이에 대한 정리를 유도하여 이를 검증할 수 있었다. 모의실험 결과 예상대로 부대역으로 신호를 분리하는 경우가 수렴속도가 우수함을 알 수 있었고, 이는 선형 필터의 경우와 유사 하다는 것이 밝혀졌다. 그러나, 비선형 필터의 수렴성에 대해서는 기존의 논문에서도 많은 어려움이 있다고 알려져 있기 때문에 아쉽게도 본 논문

서는 신호의 상관 함수의 고유치의 분산정도로 이를 해석하는데 그쳤다. 그러나, 실제 응용에서도 특별한 경우에 부대역으로 비선형 적응 필터가 유용하게 사용될 수 있을 것이라 판단되는데, 최근에 이에 대한 연구가 시작되고 있으니, 이에 대한 추이를 관찰하는 것도 의미 있는 연구가 될 것이라고 판단된다.

References

- [1] B. Widrow and S. Stearns, Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1985.
- [2] J. S. Lim, Advanced Topics in Signal Processing. Prentice Hall, 1988.
- [3] V. J. Mathews, "Adaptive polynomial filters," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 10 - 26, July 1991.
- [4] D. Zhou and Y. Wang, "Subband implementation of adaptive nonlinear filter for adaptive nonlinear echo cancellation," Journal of multimedia, Academy publisher, vol. 2, pp. 77 - 82, Apr. 2007.
- [5] Y. G. Yang, N. I. Cho, and S. U. Lee, "On the performance analysis and applications of the subband adaptive digital filter," Signal Processing, vol. 41, pp. 295 - 307, Mar. 1995.
- [6] M. V. Dokic and P. M. Clarkson, "On the performance of a second-order adaptive volterra filter," vol. 41, pp. 1944 - 1947, May 1993.
- [7] F. Amano and H. Perez, "A new subband echo canceller structure," pp. 3585 - 3589.
- [8] S. Makino, J. Noeauer, Y. Haneda, and A. Nakagawa, "SSB subband echo canceller using low-order projection algorithm," pp. 945 - 948.
- [9] P. L. D. Leon and D. M. Etter, "Experimental results of subband acoustic echo cancellers under spherically invariant random process," pp. 961 - 964.
- [10] J. C. Lee and C. K. Un, "Performance analysis of frequency-domain block LMS adaptive filters," IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. 36, pp. 173 - 189, Feb. 1989.
- [11] S. Haykin, Adaptive Filter Theory. Prentice Hall, 1991.
- [12] R. Crochiere and L. Rabiner, Multirate Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice Hall, 1983.

BIOGRAPHY

Yoon Gi Yang (Member)



1989: BS. Dept. Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.
 1991: MS. Dept. Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.
 1996: Ph. D Dept. Control and Instrumentation Eng. Seoul National Univ.
 1997~Present: Associate Professor, Dept. of Information and Telecommunication Eng. The Univ. of SUWON.
 <Major> Digital Communication, Image Processing, Signal Processing

Heejung Byun (Member)



1999: BS. Dept. of Information and Telecommunication Engineering, Soongsil Univ.
 2001: MS. Dept. of Electrical Engineering, KAIST
 2005: Ph.D. Dept. of Electrical Engineering, KAIST
 2010: Samsung Advanced Institute of Technology, Samsung Electronics
 2010~Present: Assistant Professor, Dept. of Information and Telecommunication Engineering, Suwon University
 <Major> Network protocol design, Network control, Theoretic performance analysis