

# 3차원 축대칭 캐비테이터의 초월공동유동 수치해석

김지혜<sup>1</sup>·장현길<sup>1</sup>·안병권<sup>1,†</sup>·이창섭<sup>1</sup>  
충남대학교 선박해양공학과<sup>1</sup>

## A Numerical Analysis of the Supercavitating Flow around Three-Dimensional Axisymmetric Cavitators

Ji-Hye Kim<sup>1</sup>·Hyun-Gill Jang<sup>1</sup>·Byoung-Kwon Ahn<sup>1,†</sup>·Chang-Sup Lee<sup>1</sup>  
Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University<sup>1</sup>

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Recently submerged objects moving at high speed such as a supercavitating torpedo have been studied for their practical advantage of the dramatic drag reduction. In this study, we are focusing our attention on supercavitating flows around axisymmetric cavitators; a numerical method based on inviscid flow is developed and predicted supercavities around several shapes of 2D and 3D cavitators are presented. The results are validated by comparison of existing theoretical and empirical results. In addition, characteristic features of supercavity shapes and drag forces acting on a real scale torpedo are evaluated according to practically appropriate operating conditions.

**Keywords** : Cavitator(캐비테이터), Cavitation(캐비테이션, 공동), Cavitation number(캐비테이션 수), Supercavitation(초월공동), Potential flow(포텐셜 유동), Boundary element method(경계요소법)

## 1. 서 언

수중에서 이동하는 물체의 속도가 높아져 물체 주위의 국부압력이 유체의 증기압보다 낮아지면 유체가 기화하게 되는 공동(cavitation) 현상이 발생한다. 이때 이동 속도가 더욱 증가하게 되면 공동은 수중 이동물체의 형상을 모두 덮을만큼 성장하게 되는데 이를 초월공동(supercavitation)이라 한다. 초월공동으로 덮인 수중 이동물체는 마치 공기 중에서 이동하는 것과 같은 효과를 받기 때문에 물체에 작용하는 항력(drag)은 극적으로 감소하게 된다. 이 같은 초월공동 현상을 바탕으로 수중에서는 초고속이라 할 수 있는 200노트 이상의 속도로 이동할 수 있는 어뢰에 관한 연구가 시도되고 있다 (Ahn, et al., 2012). 현재 러시아에서는 초월공동 어뢰를 개발 완료하여 운용하고 있는 것으로 알려졌다. 독일과 미국에서도 유사한 초월공동 어뢰 개발을 위한 연구가 수행 중인 것으로 알려지고 있다. 하지만 군사적 이용목적의 개발단계로 현재는 제한적인 정보들만이 공개되어 있는 실정이다.

초월공동 어뢰의 전면에는 공동을 발생시키고 이를 초월공동으로 성장시키는 역할을 하는 다양한 형상의 캐비테이터(cavitator)가 설치되어 있으며, 이는 초월공동 어뢰의 핵심 요소 부품이라 할 수 있다. 캐비테이터의 형상에 따라 발생하는 초월공동의 형상이 결정되며 작용하는 하중에 가장 큰 영향을 준다

(Ahn, et al., 2012). 본 연구에서는 여러 형상의 캐비테이터에서 발생하는 초월공동을 예측하기 위해 비점성 유동해석법을 기초로 한 경계요소법 (Kim & Lee, 1990)을 바탕으로 다양한 형상의 2차원 캐비테이터와 3차원 축대칭 캐비테이터에서 발생하는 초월공동유동을 해석하여 초월공동의 크기와 작용하는 하중을 계산할 수 있는 수치해석법을 개발하였다.

## 2. 경계치 문제의 정식화

먼저 공동이 비점성, 비압축성 유체의 비회전성, 정상 상태인 무한 유동장 중에서 발생한다고 가정한다. 이러한 가정의 포텐셜 유동에 대한 지배방정식은 Laplace 방정식이며, 이를 통해 캐비테이터 주위 유동을 유일하게 정의할 수 있다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

여기서,  $\phi$ 는 교란 속도 포텐셜(disturbed velocity potential)이고 이를 다시 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{V} &= \nabla \Phi \\ \Phi &= \underline{U}_\infty \cdot \underline{x} + \phi \end{aligned} \quad (2)$$

$V$ 는 전체 속도,  $\phi$ 는 전체 속도 포텐셜,  $U_\infty$ 는 유입속도,  $x$ 는 위치벡터를 나타낸다. 무한 원방에서는 유입속도가 교란되지 않으며, 유체가 캐비테이터 표면을 통해 침투할 수 없다는 비침투 조건인 식 (3)과 (4)를 적용한다.

$$\nabla\Phi \rightarrow U_\infty, \text{ at } x \rightarrow \infty \quad (3)$$

$$\underline{n} \cdot \underline{V} = \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \quad (4)$$

여기서  $\underline{n}$ 은 캐비테이터 표면에서 유체 영역을 향하는 단위 법선 벡터이다.

이상의 조건은 공동이 발생하지 않은 캐비테이터 주위의 유동을 정의하기 위한 경계조건이며, 공동이 발생하면 공동 표면에서의 경계조건과 공동 마감조건이 추가로 필요하다. 공동 표면에서의 운동학적 경계조건과 동역학적 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{Df}{Dt} = 0 \quad (5)$$

$$p = p_v \quad (6)$$

여기서  $f(x,y)$ 는 공동의 표면을 나타내며,  $p_v$ 는 유체의 증기압으로 공동표면 내부의 압력을 나타낸다. 이렇게 발생한 공동의 두께( $t^c$ )는 다음 식 (7)을 마감조건으로 부여한다.

$$t^c(x) = 0 \quad (7)$$

경계면으로 둘러싸인 무한 유체 영역에서 지배방정식을 만족하는 속도 포텐셜( $\phi$ )은 다음과 같은 Green 정리를 만족한다.

$$\phi = \int_S \left[ (-\phi) \frac{\partial G}{\partial n} + \frac{\partial \phi}{\partial n} G \right] dS \quad (8)$$

$$G = -\frac{1}{4\pi r} \quad (9)$$

초월공동이 발생한 경우의 유동 해석을 위하여 캐비테이터 몸체 부분은  $S_B$ , 초월공동이 발생한 부분을  $S_C$ 라고 하여 위의 식 (8)을 다시 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi = \int_{S_B \cup S_C} (-\phi) \frac{\partial G}{\partial n} dS + \int_{S_B \cup S_C} \frac{\partial \phi}{\partial n} G dS \quad (10)$$

경계면에 다이폴(dipole)과 소오스(source)를 분포하여 문제를 정식화하였으며 주어진 경계조건을 적용하여 다이폴 및 소오스의 세기를 결정하고 이를 통해 공동의 형상 및 공동 주위의 유동을 해석하였다.

공동 표면에서의 동역학적 경계조건인 식 (6)은 공동 표면에서의 접선속도가 일정하다는 경계조건으로 표현할 수 있다. 즉, 베르누이식을 사용하여 다시 정리하면 다음과 같다.

$$p + \frac{1}{2}\rho V_t^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \quad (11)$$

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = 1 - \left( \frac{|V_t|}{|U_\infty|} \right)^2 \quad (12)$$

$$p_v + \frac{1}{2}\rho V_t^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = -C_p = \left( \frac{|V_t|}{|U_\infty|} \right)^2 - 1 \quad (14)$$

여기서,  $p$ 는 표면압력,  $\sigma$ 는 캐비테이션 수,  $C_p$ 는 압력계수이며, 결과적으로 공동 표면에서의 접선속도벡터  $\underline{V}_t$ 는 일정한 값을 가진다.

$$|\underline{V}_t| = const. \quad (15)$$

본 연구에서는 특정 길이를 갖는 초월공동을 발생시킬 수 있는 조건인 캐비테이션 수를 계산하기 위해 주어진 공동 길이를 만족하는 공동 형상과 캐비테이션 수를 반복적으로 계산하여 구하는 방법을 사용하였다. 즉, 공동 내부의 압력( $p_v$ )을 계산하는 대신에 특정한 공동 길이를 입력하고 그와 같은 공동이 생성될 때 공동 표면에서의 접선속도( $V_t$ )를 구함으로써 공동 표면의 압력을 구하게 된다. 따라서 공동 표면에서의 전 속도 포텐셜은 접선속도 성분을 공동 표면을 따라 적분함으로써 정의할 수 있다.

$$\Phi_j^+ = \Phi_{ce}^+ + |\underline{V}_t| \cdot \sum_{k=1}^j \Delta s_k, \quad j = 1, 2, \dots, N^S/2 \quad (16)$$

여기서  $\Phi_{ce}^+$ 는 캐비테이터 끝단에서의 속도 포텐셜,  $s_k$ 는 공동 표면의  $k$ 번째 패널의 길이,  $N^S$ 는 공동 표면의 패널 수이다. 경계면에 분포된 법선 다이폴의 세기( $\mu_j$ )는 경계면 사이의 속도 포텐셜의 차이와 같다. 즉,  $\phi^+$ 와  $\phi^-$ 을 경계면의 외부와 내부 유동의 속도 포텐셜이라 하면, 경계면 내부 유동은 존재하지 않는다는 조건을 더하여 식 (17)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_j = \phi_j^- - \phi_j^+ = -\phi_j^+ \quad (17)$$

결과적으로 식 (16)과 식 (17)을 이용하여 다이폴의 세기와 접선속도 성분 간의 선형적인 관계식을 유도할 수 있다.

$$-\mu_{ce} + \mu_j + |\underline{V}_t| \cdot g_j = 0 \quad (18)$$

$$g_j = \sum_{k=1}^j \Delta s_k \quad (19)$$

여기서  $g_j$  는 공동발생 지점으로부터  $j$  번째 쏘우스 패널까지의 공동표면의 길이를 나타낸다.

또한, 쏘우스의 세기( $q$ ) 는 발생하는 공동의 두께를 공동 표면을 따라 미분한 값과 유입속도와의 곱으로 아래 식 (20)과 같이 정의된다.

$$q = |\underline{U}_\infty| \frac{dt^c}{ds} \quad (20)$$

위의 식 (20)을 적분하면 공동의 두께를 구하는 식 (21)을 구할 수 있고, 이는 식 (7)의 공동 마감조건에 대한 다른 표현으로 쓰인다.

$$t^c(l) = \int_0^s \frac{q}{|\underline{U}_\infty|} ds = 0 \quad (21)$$

이를 이산화하면 다음 식 (22)와 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{N^S/2} q_k \Delta s_k = 0 \quad (22)$$

경계면에 쏘우스를 분포하면, 쏘우스는 경계면을 사이에 두고 다음 식 (23)과 같이 법선 방향으로의 속도 차이를 주는데, 마찬가지로 경계면 내부의 유동은 존재하지 않는다는 조건을 더하여 쏘우스의 세기( $q_j$ )는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$q_j = \frac{\partial \phi_j^+}{\partial n_j} - \frac{\partial \phi_j^-}{\partial n_j} = \frac{\partial \phi_j^+}{\partial n_j} \quad (23)$$

위의 식들을 적용하여 식 (10)을 다시 정리하면 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 경계면의 유한 요소인 각 패널 상에서의 쏘우스와 다이폴의 세기는 일정하다고 가정한다.

$$\phi_j = \int_{S_B \cup S_C} \mu_j \frac{\partial G}{\partial n} dS + \int_{S_C} q_j G dS \quad (24)$$

결과적으로 전체 속도 포텐셜은 식 (25)와 같은 적분방정식으로 표현되며, 캐비테이터 끝단에서의 유동 박리 조건을 적용하면 식 (26)과 같이 표현된다.

$$\Phi_i^- = \underline{U}_\infty \cdot \underline{x}_i + \sum_{j=1}^{N^D} \mu_j \int_{panel j} \frac{\partial G}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^{N^S} q_k \int_{panel k} G ds \quad (25)$$

$$0 = \Phi_i^- = \underline{U}_\infty \cdot \underline{x}_i + \sum_{j=1}^{N^D} \mu_j \int_{panel j} \frac{\partial G}{\partial n} ds + q_1 \int_{panel 1} G ds + q_{N^S} \int_{panel N^S} G ds + \sum_{k=2}^{N^S-1} q_k \int_{panel k} G ds \quad (26)$$

### 3. 결과

먼저 Fig. 1과 같이 특정 각도( $\alpha$ ) 또는 두께( $y_0$ )를 갖는 2차원 캐비테이터에서 발생하는 초월공동유동을 해석하였다. Fig. 2는  $\alpha = 15^\circ$  인 캐비테이터에서 발생하는 초월공동을 해석한 결과로 캐비테이터와 공동표면에서의 속도와 압력계수를 알 수 있으며, 결과적으로 이러한 초월공동을 생성시키는데 필요한 캐비테이션 수는 0.27임을 알 수 있다.

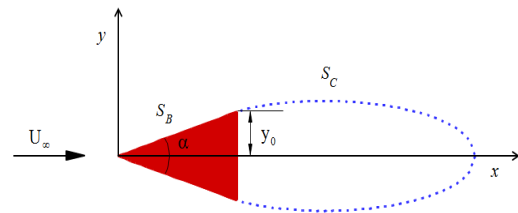


Fig. 1 Configuration of the numerical model

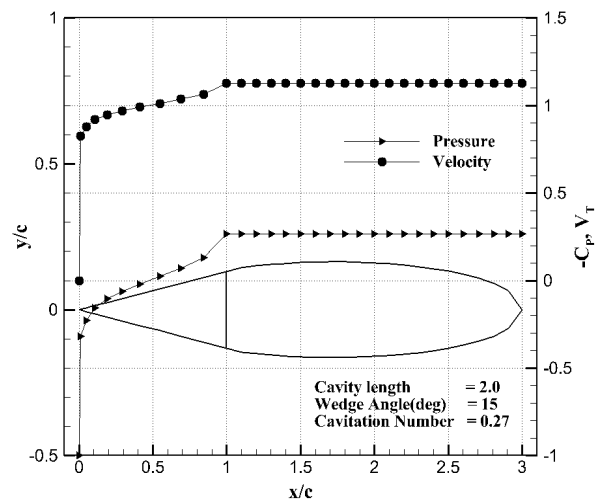


Fig. 2 Typical result of the present method

해석결과의 검증을 위해  $\alpha = 10^\circ$  인 2차원 캐비테이터에서

발생하는 초월공동의 길이와 항력계수를 엄밀해 (Newman, 1977) 와 비교하여 Fig.3 과 Fig.4에 나타냈다. 캐비테이션 수가 작아짐에 따라 공동 길이는 비선형적으로 증가하며 항력계수는 감소하는 것을 알 수 있으며, 해석결과는 엄밀해와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

다음으로 여러 각도의 캐비테이터에서 발생하는 초월공동의 형상 정보와 작용 항력을 해석하였다. Fig. 5와 Fig. 6은 각 형상 별 주어진 조건(캐비테이션 수)에서 발생하는 초월공동의 길이와 최대 두께를 캐비테이터의 두께( $y_0$ )로 무차원한 결과이다. 캐비테이터의 각도가 증가할수록 같은 캐비테이션 수 조건에서 더욱 길고 두꺼운 초월공동이 생성되는 것을 알 수 있다. Fig. 7은 각각의 경우에 대한 항력계수로 각도가 작은 뿔기 형태일수록 작용하는 항력의 크기가 작고, 180도 즉, 평판 형상으로 갈수록 값이 커지는 것을 알 수 있다.

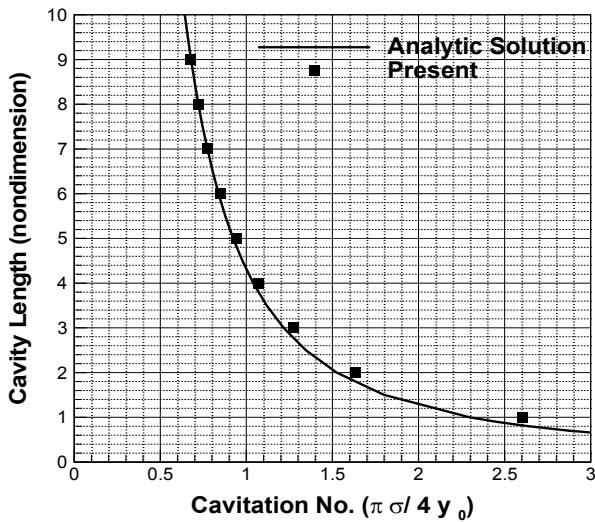


Fig. 3 Comparison of supercavity length with analytic solution

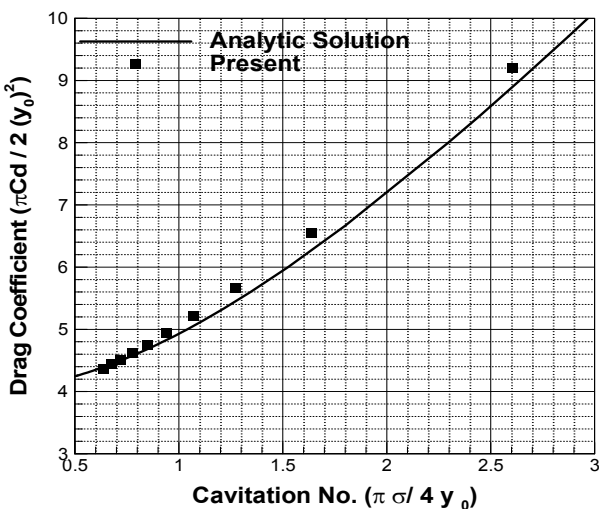


Fig. 4 Comparison of drag coefficient with analytic solution

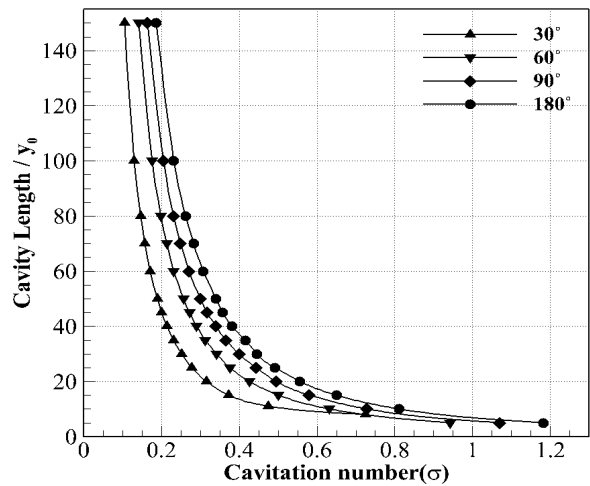


Fig. 5 Cavity length according to cavitation numbers for different cavitator angles

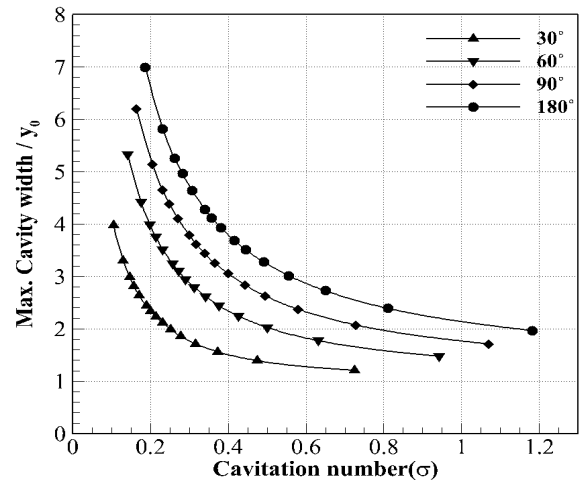


Fig. 6 Cavity width according to cavitation numbers for different cavitator angles

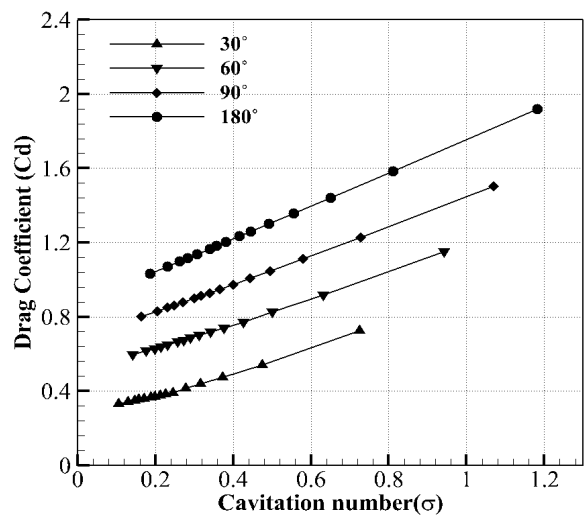
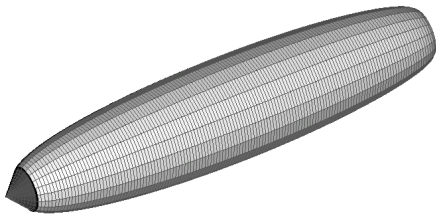
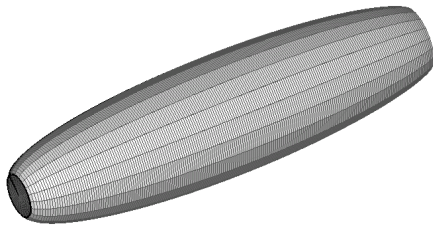


Fig. 7 Drag coefficient according to cavitation numbers for different cavitator angles

실제 캐비테이터의 형상은 일반적으로 쐐기형(90°)과 평판형(180°)이 사용된다. 앞서 2차원 해석결과에서도 확인할 수 있듯이 평판형 캐비테이터의 경우 쐐기형에 비해 큰 항력이 작용하지만 동일 캐비테이션 수에서 더 길고 두꺼운 초월공동이 생성된다. 해석방법을 3차원으로 확장하여 축대칭 쐐기형상(90°)과 평판형상(180°) 캐비테이터에 대한 계산을 수행하였다. Fig. 8은 특정 조건에서 얻어진 해석 결과로 각 캐비테이터에서 발생하는 초월공동의 형상을 보여주고 있다.



(a) Cone(90°) type cavitator,  $\sigma=0.116$



(b) Disk(180°) type cavitator,  $\sigma=0.143$

Fig. 8 Predicted supercavity shapes of cone and disk type cavitators

Fig. 9와 Fig. 10은 쐐기형상과 평판형상의 캐비테이터에서 발생하는 초월공동 길이( $L_s$ )와 최대 직경( $D_s$ )을 캐비테이터의 직경( $D_c$ )으로 무차원한 값을 보여준다. 실험 데이터를 바탕으로 만들어진 경험식(Self & Ripken, 1955)과 비교하여 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

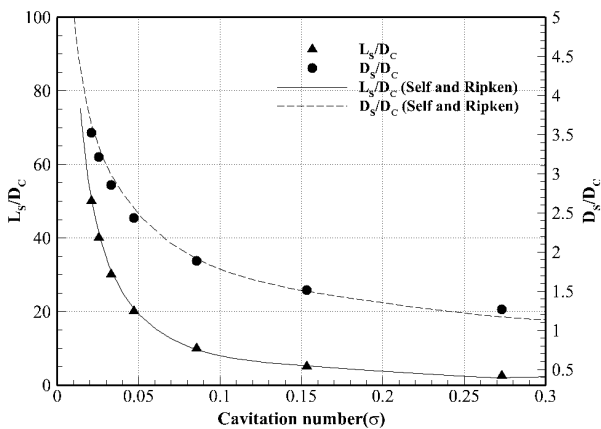


Fig. 9 Length and maximum diameter of supercavities on the cone(90°) type cavitator

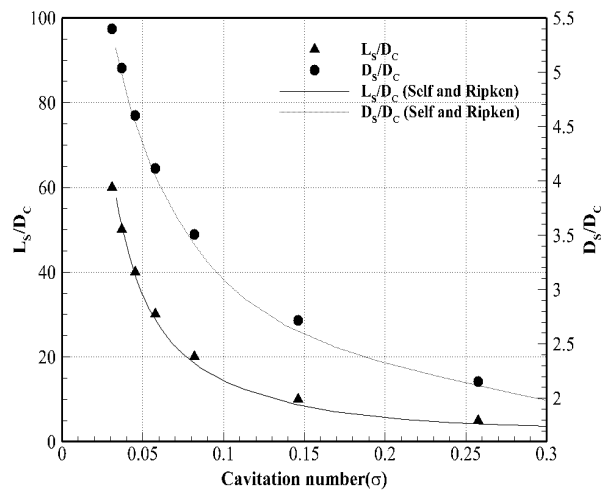


Fig. 10 Length and maximum diameter of supercavities on the disk type cavitator

Fig. 11은 평판형 캐비테이터에서 초월공동이 발생하였을 때 각 캐비테이션 수 변화에 따른 항력계수를 보여준다. 기존의 경험식(Plesset & Shaffer, 1948; Knapp, et al., 1979)과 비교하여 상당히 잘 일치함을 확인할 수 있다. 따라서 본 해석법을 통해 캐비테이터에서 발생하는 초월공동의 길이나 최대 두께와 같은 형상정보뿐만 아니라 작용하는 항력을 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다.

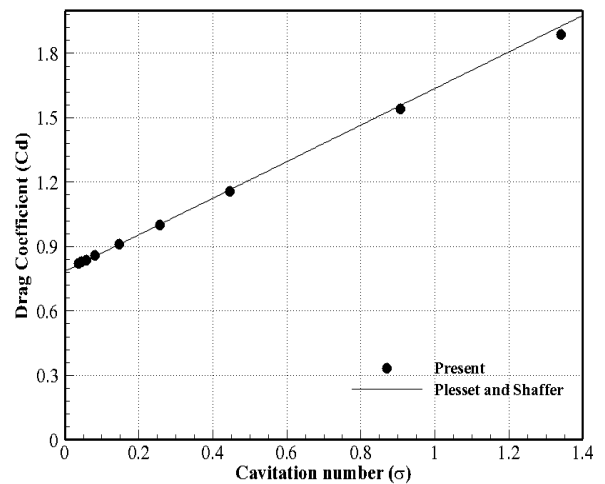


Fig. 11 Drag coefficients for disk type cavitators

위에서 보여준 본 해석방법의 유용성을 바탕으로 실제 크기의 어뢰에서 발생하는 초월공동 특성을 살펴보고자 하였다. Fig. 12와 같이 평판형 캐비테이터( $D_c=200\text{mm}$ )가 설치되어 있고 그 뒤로 최대 직경  $D_B=533\text{mm}$ 와 길이  $L_B=8000\text{mm}$ 인 몸체로 이루어진 가상의 초월공동 어뢰에 대해 설정 가능한 운용조건에서 발생하는 초월공동 특성을 평가하였다. 이는 일반적인 중어뢰급 크기로 러시아에서 이미 개발한 초월공동 어뢰와 비슷한 크기와 형상이다.

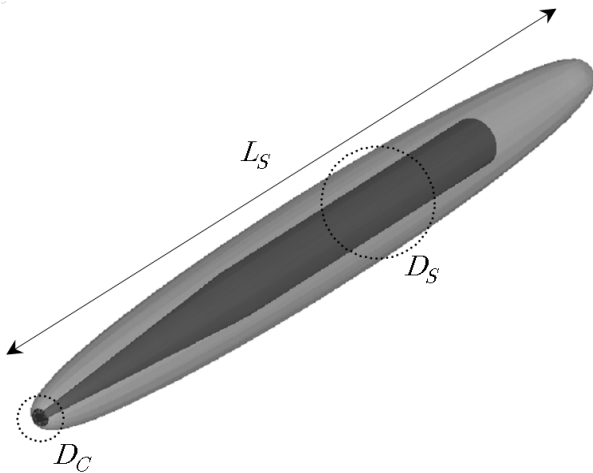


Fig. 12 Configuration of the real scale torpedo and generated supercavity

Fig. 13은 수심 10m인 조건에서의 해석결과로 발생하는 초월 공동의 형상정보, 이에 대응하는 속도와 캐비테이션수를 보여준다. 이를 통해 Fig. 12와 같은 초공동 어뢰를 충분히 덮을 수 있는 초월공동을 발생시킬 수 있는 캐비테이션 수를 알 수 있다. 본 모델은 100.7m/s의 속력으로 이동할 때 캐비테이터 직경의 50배 길이, 5.15배 두께의 초월공동이 생성되어 어뢰 전체를 감쌀 수 있음을 알 수 있다. Fig. 14와 Fig. 15는 운용속도별 작용 항력과 항력계수를 보여준다. 이를 통해 100.7m/s로 이동할 때 약 135 kN의 항력이 작용함을 알 수 있다. 이는 전적으로 압력저항 성분이며, 완전히 성장하여 어뢰 전체를 감싸는 초월공동이 발생하면 점성저항은 캐비테이터에서만 발생하며 그 크기는 미약할 것으로 판단할 수 있다.

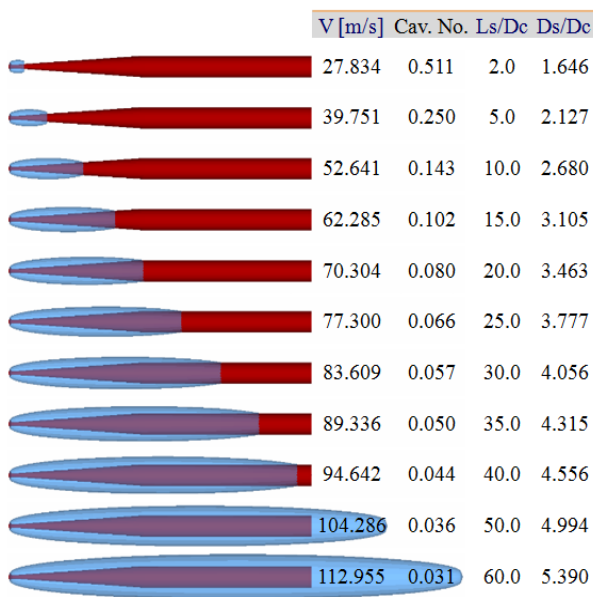


Fig. 13 Predicted supercavities according to different speed conditions

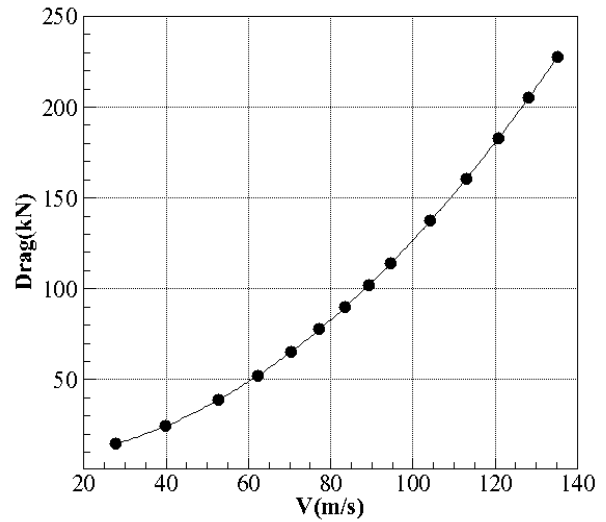


Fig. 14 Predicted drag force according to different speed conditions

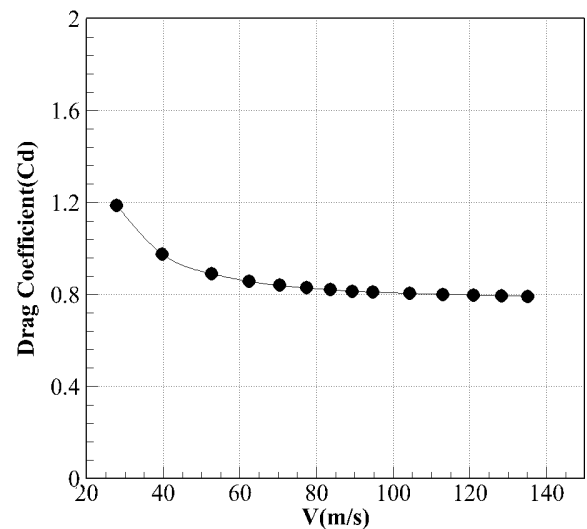


Fig. 15 Predicted drag coefficient according to different speed conditions

다음으로 수심변화에 따른 초월공동의 특성을 평가하였다. Fig. 16과 Fig. 17은 수심이 5~50m로 변할 때의 초월공동 특성으로, 그림의 범례에 표기한 바와 같이 캐비테이터 직경의 30, 40, 50 그리고 60배의 길이를 갖는 초월공동을 생성하는 데 필요한 속도와 이때 작용하는 항력을 계산한 결과이다. 예를 들어  $L_s/D_c = 50$ 인 초월공동의 형상은 Fig. 13에서 확인할 수 있는 것처럼 어뢰 전체를 감쌀 수 있는 최소 크기로 볼 수 있으며, 특정 운용 수심에서 이러한 형상의 초월공동을 생성시키기 위해 요구되는 속력과 이때 작용하는 하중을 예측할 수 있다. 수심이 깊어질수록 공동표면에 작용하는 정수압이 증가하기 때문에 동일 수준의 초월공동을 생성하기 위해서는 더 높은 속도, 즉, 더 큰 항력이 작용하는 것을 알 수 있다.

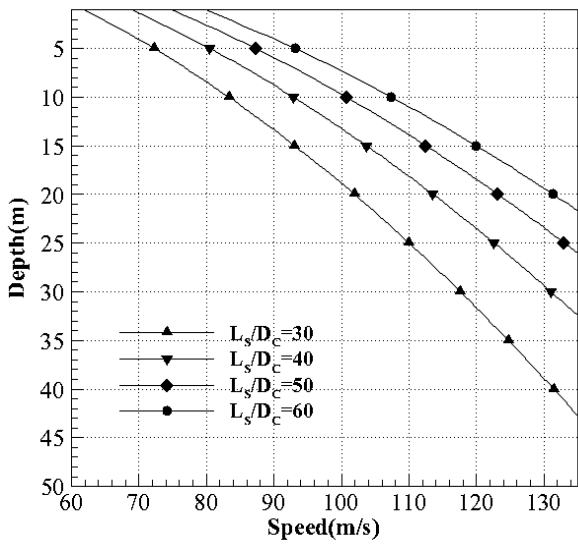


Fig. 16 Required speed according to different depth conditions

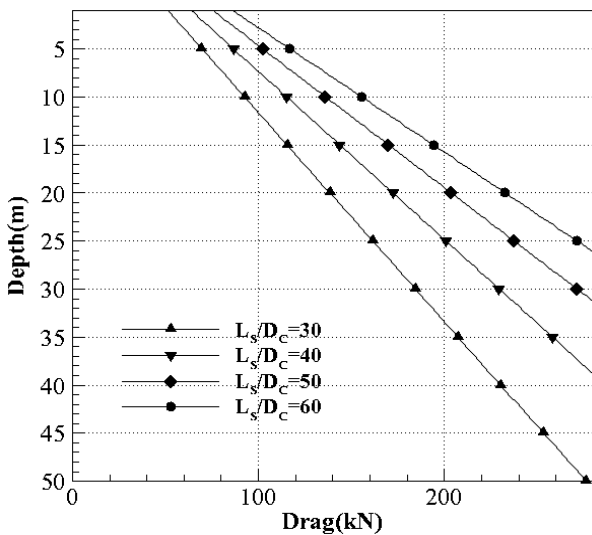


Fig. 17 Predicted drag according to different depth conditions

### 4. 결론

본 연구를 통해서 2차원 및 3차원 축대칭 캐비테이터에서 발생하는 초월공동유동을 해석하여 공동의 형상정보와 항력 특성을 예측할 수 있는 이론 해석법을 개발하였다. 계산 결과는 엄밀해 및 기존 실험식과 비교하여 본 해석 방법의 신뢰성을 검증하였다.

이를 바탕으로 축대칭 캐비테이터가 설치된 실제와 유사한 어뢰형상에 대해 다양한 운용조건에서 발생하는 초월공동의 특성을 평가하였다. 캐비테이터에서 발생하는 초월공동의 형상 정보를 예측하고, 이를 발생시키는데 필요한 요구 속력과 작용하는 항력을 계산할 수 있음을 보였다. 초월공동 어뢰를 설계함에 있어 공동을 생성시키고 초월공동으로 발달시키는 중요한 역할을 하는

것이 캐비테이터이며, 요구되는 추력 산정을 위해 작용 하중을 정확하게 평가하는 것이 무엇보다 중요하다고 할 수 있다. 따라서 본 연구를 통해 개발된 이론해석법은 캐비테이터를 포함한 초월공동 어뢰의 초기 형상설계 도구로 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

### 후기

This study was financially supported by research fund of Chungnam National University in 2011.

### 참고 문헌

Ahn, B.K. Lee, T.K. Kim, H.T. & Lee, C.S., 2012. Experimental Investigation of Supercavitating Flows. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 4(2), pp.123-131.

Ahn, B.K. Jang, H.G. Kim, H.T. & Lee, C.S., 2012. Numerical analysis of axisymmetric supercavitating flows. *8th International Symposium on Cavitation*, Singapore, 14-16 August 2012.

Kim, Y.G. & Lee, C.S., 1990. Super-Cavitating Flow Problems about Two-Dimensional Symmetric Strut. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 27(4), pp.15-26.

Knapp, R.T. Daily, J.W. & Hammit, F.G., 1979. *Cavitation*. McGraw-Hill.

Newman, J.N., 1977. *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press: Cambridge.

Plesset, M.S. & Shaffer, P.A., 1948. Cavity Drag in Two and Three Dimensions. *Journal of Applied Physics*, 19(10), pp.934-939.

Self, M. & Ripken, J.F., 1955. *Steady-state Cavity Studies in a Free-jet Water Tunnel*, Saint Anthony Falls St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, Rep.47.

