

Airfoil 주변에서의 층류 및 난류경계층 이론에 대한 수치해석

제두호^{1*}, 황은성², 이장형²

¹육군사관학교 무기기계공학과, ²광운대학교 방위산업학과

A study for laminar and turbulent boundary layer theory around a Joukowski and NACA-0012 airfoil by CFD

Du-ho Je^{1*}, Eun-Seong Hwang² and Jang-hyeoung Lee²

¹Department of Weapons and Mechanical Engineering, Korea Military Academy

²Department of Defense Acquisition, Kwangwoon University

요약 본 논문에서는 층류 및 난류 유동 특성 중 경계층 두께와 배제 두께, 그리고 모멘텀 두께에 대한 기존의 이론값과 실제 CFD 해석을 통한 수치해석의 데이터를 비교하였다. Freestream velocity는 Reynolds 수에 영향을 주게 되고, airfoil 주변에서의 유동의 층류 및 난류에 영향을 주게 된다. 층류 및 난류의 경우 유동특성이 달라 경계층 두께 및 배제두께, 그리고 모멘텀 두께가 달라지게 되고, 결국 airfoil의 공력특성인 양력과 항력, 그리고 pitching moment에 영향을 주며, separation point도 다양한 angle of attack에서 바뀌게 된다. 이번 연구에서의 목적은 비점성 유동과, 층류 및 난류 각 경우에 대한 유동특성에 대해 알아보는 것이다. 연구에서 사용된 airfoil의 경우 $c=1$ 인 Joukowski airfoil을 사용하였으며, CFD는 상용 프로그램인 Fluent 6.0을 통해 NACA-0012 airfoil을 사용하였다. 층류 및 난류에서의 Re_c 는 $Re_c = 3,000, 700,000$ 이며 각각에 해당하는 속도는 0.045, 10 m/s이다. 본 연구를 통해 기존의 실험값과 수치해석의 결과가 잘 일치함을 알 수 있으며, 이를 통해 다양한 airfoil의 형상을 모델링할 수 있는 근거를 마련하였다.

Abstract In the present study, we compared the theory with CFD data about the boundary layer thickness, displacement thickness and momentum thickness. According to the freestream velocity, laminar and turbulent is decided and affect to the flow patterns around the airfoil. The boundary layer thickness, displacement thickness and momentum thickness affect to the aerodynamic characteristics of the airfoil (e.g. lift, drag and pitching moment). The separation point is affected by varying angle of attack. In the present study, we used the Joukowski airfoil ($c=1$), and NACA0012 airfoil was used at CFD. The chord Reynolds number is $Re_c = 3,000, 700,000$, respectively and the freestream velocity is 0.045, 10 m/s, respectively. In this paper, the data was a good agreement with that of experimental results, so we can analyze the various airfoil models.

Key Words : Boundary layer, Displacement thickness, Momentum thickness, Potential flow, Thwaites' method, Head method

1. 서론

Airfoil 주변의 유동 특성에 관한 연구는 유체역학 분야에서 수많은 연구가 되어 왔고, 현재도 많은 연구가 진행되고 있는 분야이다. 가장 활발하게 진행되는 부분 중

하나의 airfoil 주변에서의 층류 및 난류경계층에 대한 이론적인 내용과 실제 CFD를 통한 유동흐름의 특성을 비교, 분석하는 것이다. 특히 이론값을 기초로 한 실험들이 많이 수행되어 왔으며, 특히 Barlow *et al*(1999)과 Selig & McGranahan(2003)은 실험값을 구하기 위하여 풍동실

*Corresponding Author : Du-ho Je(Korea Military Academy)

Tel: +82-10-8625-6401 email: duhoje@gmail.com

Received March 19, 2013

Revised (1st April 3, 2013, 2nd April 4, 2013)

Accepted April 11, 2013

험을 통한 airfoil 주변에서의 배제두께 및 모멘텀두께를 측정하였다[5,6]. 이들은 Hot-wire기법을 이용하여 실험하였으며, 실험이 기존의 이론값과 잘 일치한다는 결론을 제시하였다. Taira & Colonius(2009)는 airfoil이 아닌 평판날개 주위에서의 유동특성에 대해 살펴보았으며, 이 또한 airfoil에서의 이론값을 반영할 수 있다고 보았다[7]. Selig *et al*(1989)과 McCullough & Gault(1951)는 유동속도가 비교적 작은 층류에서의 유동장을 분석한 결과를 제시하였다[8,9]. 하지만 지금까지의 이러한 선행연구들은 대다수 이론과 실험값을 단순 비교한 것으로, 실제 수치해석을 통한 데이터 검증이 이루어지지 못한 한계가 있었다. 그리고 데이터는 이론에 국한되어 있어 실제 수치해석을 통한 검증이 필요한 상태이다.

따라서 본 연구에서는 층류에서의 유동흐름은 Thwaites' method를 이용하여 airfoil에서의 배제두께 및 모멘텀 두께를 비교하고, 난류에서의 유동흐름은 Head method를 이용하여 비교하고자 한다. 이를 위해 연구에 사용된 airfoil 모델은 $c=1$ 인 Joukowski airfoil과 NACA-0012 airfoil을 사용하였으며 층류의 경우 $Re_c = 3,000$ 그리고 난류의 경우는 $Re_c = 700,000$ 에서 비교하였다.

2. 본론

2.1 Imaginary of Airfoil

2.1.1 Joukowski airfoil

Joukowski airfoil[1,2]의 경우 symmetric Joukowski airfoil을 이용하였으며, $c=1$ 인 airfoil이다. Matlab을 이용하여 airfoil을 형성하였다. Fig.1은 Matlab에서 만들어진 Joukowski airfoil의 형상을 보여주는 것이다. Joukowski airfoil은 Joukowski transformation을 이용하여 z -plane의 airfoil을 ξ -plane에서 m 만큼 편심된 원으로 그린 다음 airfoil을 만들었으며, Joukowski transformation은 다음 식과 같다.

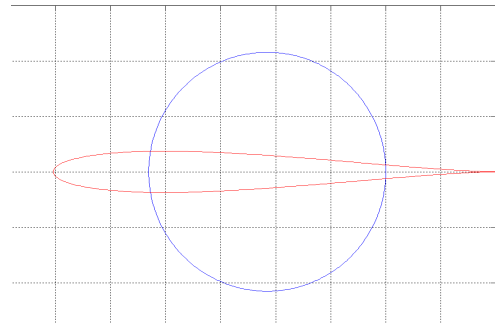
$$z = \xi + \frac{c^2}{\xi}$$

위에서 만들어진 Joukowski transformation에서 $t/l = 0.12$ 일 때 a 및 m 을 구할 수 있다.

$$a = \frac{l}{4} + 0.77 \frac{t}{l}, m = 0.77 \frac{t}{l}$$

편심된 원의 중심은 $c - m$ 으로 이 중심을 기준으로 r 방향으로 $3d$ 정도의 도메인을 만들었으며, r 방향으로 360° ,

그리고 θ 방향으로 360° 로 만든 격자를 이용하였다. 따라서 이용된 격자는 360×360 격자이다. 비점성 유동에서의 C_p 값을 구하기 위해서는 기본적인 Complex velocity 및 Complex potential에 대한 식에서 유도할 수 있다.



[Fig. 1] Shape of Joukowski airfoil

$$F(z) = \phi + i\psi$$

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, v = \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$w(z) = \frac{\partial F}{\partial z} = u - iv$$

$$V = \sqrt{(u^2 + v^2)}$$

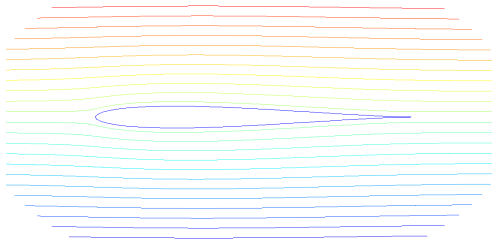
Joukowski transformation을 통한 편심된 원 주변에서의 Complex potential의 경우는 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$F(\xi) = U[(\xi + m)e^{-ia} + \frac{a^2}{\xi + m}e^{ia}] + \frac{i\Gamma}{2\pi} \log\left(\frac{\xi + m}{a}\right)$$

Fig. 2는 Matlab에서 만들어진 airfoil 주변에서의 streamline을 보여준다. 여기서 확인할 수 있듯이 streamline은 점성효과가 고려되지 않았기 때문에 airfoil 주변에서 형상에 따라 흐르는 것을 알 수 있다. 우선 비점성 유동의 경우 airfoil 주변에서의 압력계수 C_p 는 c 를 따라 달라지는 유동 속도에 따라 구할 수 있다. 압력 계수를 구하는 식은 다음과 같다.

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{U}\right)^2$$

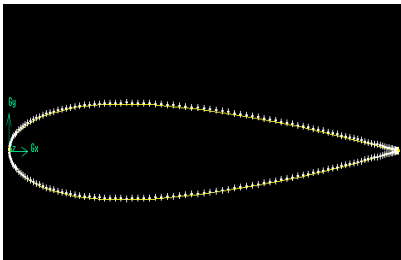
여기서 V 는 chord에 따른 각각의 위치에서의 유동 속도를 의미한다.



[Fig. 2] Streamline around the airfoil

2.1.2 NACA-0012 airfoil

NACA-0012의 airfoil의 경우에는 상용 프로그램인 Fluent 6.0을 이용하였다. Fluent 6.0에서 사용하여 airfoil은 NACA-0012로 symmetric한 Joukowski airfoil과 가장 비슷한 형태이다. NACA-0012에서의 $c=1$ 로 두었고, 형태는 Fig.3에서 보는 바와 같다. 각각의 경계층의 크기는 airfoil의 upward 및 downward 방향으로 12.5c, downstream 방향으로 21c만큼 주었으며, upstream 방향으로 11.5c의 크기를 주었다. NACA-0012의 airfoil에서의 격자는 Fig. 4에서 보는 바와 같고, airfoil의 trailing edge에서부터 후면 원거리 경계선까지는 총 60개의 격자를 주었고, upward 및 downward 방향으로는 45개 씩의 격자를 주었다. 또한 airfoil을 포함한 앞부분의 둥근모양의 upstream에 원거리 경계선에서는 θ 방향 및 r 방향으로 각각 150개 및 45개의 격자를 주었다. 또한 airfoil의 주변에서는 유동 흐름 관찰을 자세하게 하기 위해서 좀 더 조밀한 격자를 주었다. 원거리 경계선에서는 upstream부분과 airfoil의 upward 및 downward에서는 입구조건을 velocity inlet 조건을 줄 수 있도록 하였고, downstream부분에서는 출구조건을 pressure outlet을 줄 수 있도록 하였다. 참고로 upstream부분에서는 격자를 줄 때 circular한 부분에서 airfoil만큼을 감해주어 격자를 생성하였다.



[Fig. 3] Shape of NACA-0012 airfoil

2.2 Governing Equation

2.2.1 Thwaites' method

Thwaites' method를 이용하여 airfoil주변의 층류흐름

에서의 배제두께 및 모멘텀 두께를 구할 수 있으며 식은 다음과 같다[3].

$$\frac{U}{\nu} \frac{d\theta^2}{dx} = 2l(\lambda) - 2[H(\lambda) + 2]\lambda = F(\lambda)$$

$$\lambda = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{dx}$$

$$F(\lambda) = 0.45 - 6\lambda$$

$$\theta^2 = \frac{0.45\nu}{U(x)^6} \int_0^x U(\xi)^5 d\xi$$

$$\text{if } -0.1 < \lambda < 0$$

$$l = 0.22 + 1.402\lambda + \frac{0.018\lambda}{0.107 + \lambda}$$

$$H = \frac{0.0731}{0.14 + \lambda} + 2.008$$

$$\text{if } 0 < \lambda < 0.1$$

$$l = 0.22 + 1.57\lambda - 1.8\lambda^2$$

$$H = 2.61 - 3.75\lambda + 5.24\lambda^2$$

2.2.2 Head's method

Head method의 경우는 airfoil 주변 흐름이 난류일 경우 경계층 두께를 구할 수 있는 방법이다[4]. Head's entrainment equation과 momentum equation을 풀게 되면 경계층의 shape factor인 H와 모멘텀 두께를 구할 수 있게 된다. Head's method의 식은 다음과 같다.

$$\frac{d\theta}{dx} + (H + 2) \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{c_f}{2}$$

$$\frac{d}{dx} [U\theta H_1] = UF(H_1)$$

$$H_1 = \frac{\delta - \delta^*}{\theta}$$

$$H_1 = G(H)$$

$$F = 0.0306(H_1 - 3)^{-0.6199}$$

$$\text{if } H < 1.6$$

$$G = 0.8234(H - 1.1)^{-1.287} + 3.3$$

$$\text{if } H > 1.6$$

$$G = 1.5501(H - 0.6778)^{-3.064} + 3.3$$

$$c_f = 0.246 \times 10^{-0.678H} \text{Re}_\theta^{-0.268}$$

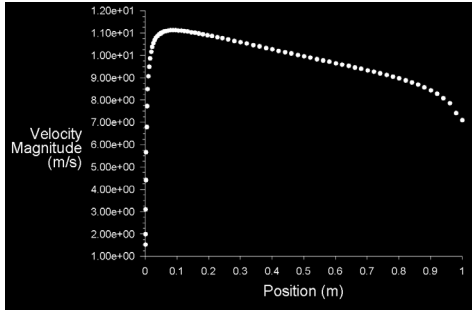
$$\left(\text{Re}_\theta = \frac{U\theta}{\nu}\right)$$

여기서 Head's method를 풀기 위해서는 초기값이 주어지야 하는데, shape factor의 초기값은 Thwaites' method에서 구한 처음 값을 이용하여 계산하였다.

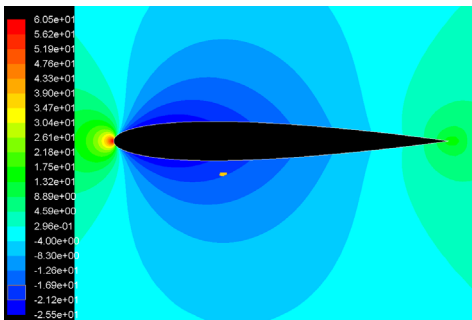
2.3 Results

2.3.1 Comparing with C_p at potential flow

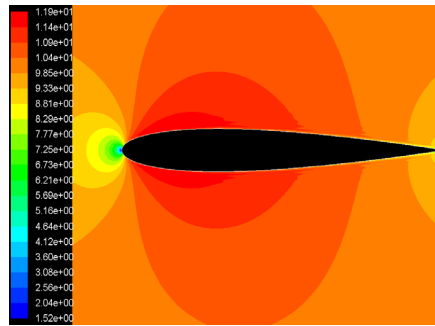
Fig. 4는 potential flow 에서의 airfoil주변에서의 각 chord length에 따른 속도분포를 보여주고 있다. 속도분포를 보게 되면 stagnation point인 leading edge 에서는 속도가 거의 0이 되고, airfoil의 표면을 따라 0.1c가 되는 지점까지는 속도가 빠르게 흐르게 된다. 그렇게 되면 Bernoulli's equation에 따르면 속도가 빠른 영역에서는 상대적으로 압력값이 낮게 나타나게 된다. Fig. 5는 NACA-0012 airfoil 주변에서의 압력 분포를 나타내는 것이고, Fig. 6은 속도 분포를 보여준다. 또한 Fig. 6은 chord length에 따른 속도를 보여준다. Fig. 7은 Joukowski airfoil 과 NACA-0012 airfoil에서의 압력계수를 chord length에 따라 압력계수값을 비교하는 그래프이다. Joukowski airfoil 주변에서의 C_p 와 NACA-0012 airfoil에서의 압력계수는 큰 차이를 보이지 않고 있다. Stagnation point 인 leading edge에서는 압력계수가 가장 크게 나타나고, 속도가 빨라지는 $x = 0.1c$ 까지는 압력계수가 작아지게 된다. 하지만 그 이후로는 다시 압력계수값이 점점 증가하는 분포를 보이게 된다.



[Fig. 4] Velocity magnitude along the airfoil



[Fig. 5] Pressure distribution around NACA-0012 airfoil

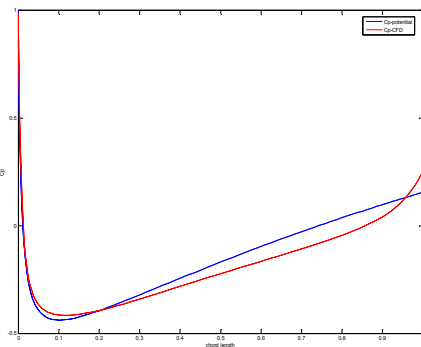


[Fig. 6] Velocity distribution around NACA-0012 airfoil

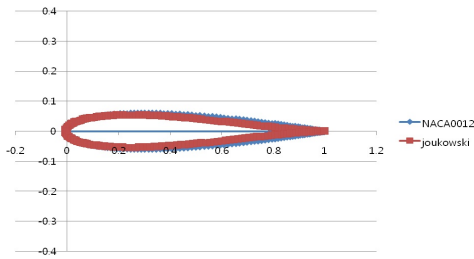
하지만 $x = 0.1c$ 까지는 감소하는 추세는 Matlab으로 계산된 Joukowski airfoil과 CFD 값이 비슷하나, $x = 0.2c$ 이후로는 Joukowski airfoil이 압력계수가 더 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이렇게 차이가 나타나는 원인은 Fig. 8에서 보는 바와 같이 Joukowski airfoil 과 NACA-0012 airfoil이 완벽하게 같은 형상을 나타내지 않기 때문이다. Joukowski airfoil과 NACA-0012 airfoil은 $x = 0 \sim 0.1c$ 까지는 비슷한 형상을 하고 있지만 $x = 0.2c$ 이후에는 t 가 작아지는 것을 알 수 있다. 따라서 위의 결과를 바탕으로 t 가 작을수록 압력계수값은 크게 증가하는 것을 알 수 있다.

2.3.2 Thwaites' method를 이용한 CFD분석

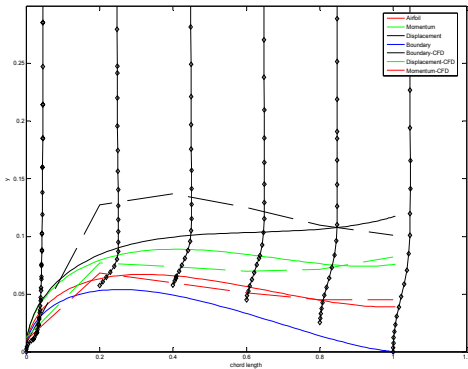
Thwaites' method를 통해 층류 점성유동에서의 경계층 특성을 Joukowski transformation의 결과와 CFD 값을 비교해 보았다. Thwaites' method는 층류의 경우 경계층 두께를 예측하기 위한 식으로 $Re_c = 3,000$ 이다. Fig.9는 Thwaites' method로 구한 boundary layer, 배제두께 및 모멘텀 두께를 각각 Joukowski transformation 및 CFD를 통해 비교한 그래프이다.



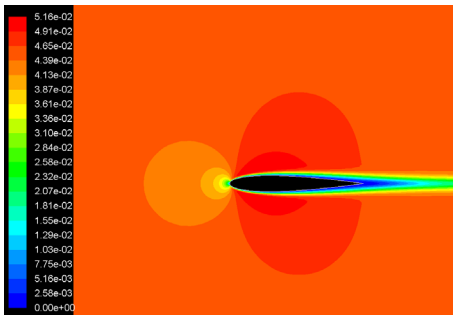
[Fig. 7] Comparing with C_p (Blue:Joukowski, Red: CFD)



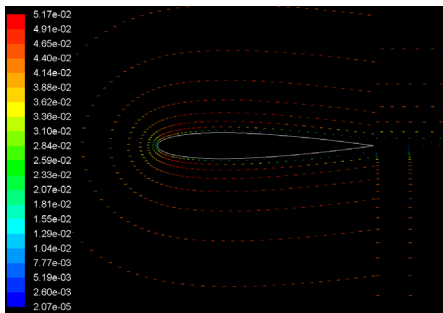
[Fig. 8] Shape of airfoil



[Fig. 9] Boundary thickness on the airfoil ($Re_c = 3,000$)



[Fig. 10] Velocity distribution around NACA-0012 airfoil



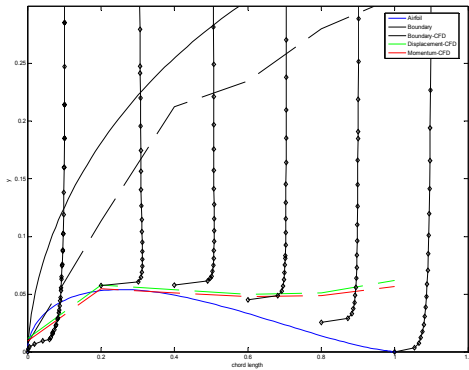
[Fig. 11] Velocity vectors around NACA-0012 airfoil

경계층 두께의 경우에는 CFD로 계산한 값이 Joukowski transformation에 의한 값보다 두껍게 나타나는 결과를 보이고 있으나 배제두께 및 모멘텀 두께의 경우에는 작게 나타난다. 하지만 속도 profile에서 비교를 하게 되면 크게 차이가 나지 않는 것을 알 수 있다. 속도 profile의 경우 $x = 0.8c$ 이후부터 separation이 발생하는 것을 알 수 있으며, 이것은 일반적으로 알려진 층류에서의 airfoil의 separation현상과 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 10의 경우는 NACA-0012 airfoil 주변에서의 속도 분포를 보여주고 있는 것이며, Fig. 11의 경우는 각각의 지점에서의 속도 벡터값을 보여준다. 속도분포의 경우 airfoil의 surface에서는 거의 0에 가까운 분포를 보이고, boundary layer 밖에는 freestream에 가까운 속도분포를 보이고 있다. 이론적으로 보게 되면 층류 점성유동에서의 경계층 두께 $\frac{\delta}{x} \sim \frac{5}{\sqrt{Re_c}}$, 배제두께 $\frac{\delta^*}{x} \sim \frac{5}{\sqrt{Re_c}}$, 모멘텀 두께 $\frac{\theta}{x} \sim \frac{0.664}{\sqrt{Re_c}}$ 의 특성을 따라가게 되며 (Blasius solution), shape factor는 대략적으로 2.3으로, 수치해석으로 계산한 shape factor(2.23)와 일치함을 볼 수 있다.

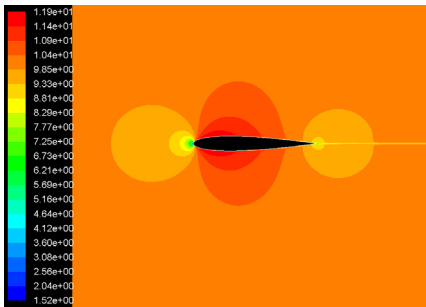
2.3.3 Head's method를 이용한 CFD분석

Head' method를 통해 난류 점성유동에서의 경계층 특성을 Joukowski transformation의 결과와 CFD 값을 비교해 보았다. Fig. 12는 난류 점성유동에서의 속도 분포 및 boundary layer, 배제두께, 모멘텀 두께를 비교한 그래프이다. 여기서 사용된 $Re_c = 700,000$ 이고 해당하는 freestream velocity는 10m/s이다. Joukowski transformation과 CFD의 계산된 boundary layer thickness의 양상이 비슷하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 일반적으로 난류 경계층의 두께는 층류 경계층의 두께보다 크게 나타난다. 따라서 Fig. 9와 비교하여 볼 때 Head's method로 구한 난류 경계층의 두께는 층류의 것보다 크다는 것을 확인할 수 있다. 위의 그림에서 보게 되면 boundary layer의 두께가 다소 차이가 나는 것을 볼 수 있는데, 그 원인은 Head's method는 1958년에 Head에 의해 만들어진 approximation에 의한 계산법이기 때문에 최근의 CFD 프로그램으로 해석된 유동과는 차이가 있을 수 있다. 그리고 속도 profile을 보게 되면 경계층 안에서 속도는 층류에서의 속도 profile과 비교하여 보았을 때 증가하는 기울기가 작다는 것을 알 수 있는데 이는 shape factor에서 난류의 H가 층류의 H보다 크다는 것을 알 수 있다. Fig. 13의 경우는 NACA-0012 airfoil 주변에서의 속도 분포를

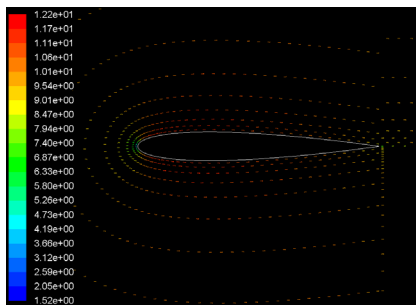
보여주고 있는 것이며, Fig. 14의 경우는 각각의 지점에서의 속도 벡터값을 보여준다. 속도분포의 경우 airfoil의 surface에서는 거의 freestream과 같은 방향으로 흐르는 것을 알 수 있으며, 외부로부터의 entrainment energy가 크게 작용하여 separation이 나타나지 않고 흐르는 것을 관찰할 수 있다.



[Fig. 12] Boundary thickness on the airfoil ($Re_c = 700,000$)



[Fig. 13] Velocity distribution around NACA-0012 airfoil



[Fig. 14] Velocity vectors around NACA-0012 airfoil

3. 결론

지금까지 potential flow, Thwaites' method 및 Head

method를 이용하여 airfoil 주변에서의 유체 흐름의 특성을 분석해 보았다. 또한 이 결과값을 상용 프로그램인 Fluent 6.0을 이용한 CFD 값과 비교를 하였다. Potential flow의 경우에는 chord length 에 따른 압력계수 C_p 값을 비교해 보았다. 결과에서 보듯이 leading edge 에서는 속도가 거의 0에 가까운 값을 가지므로 압력이 가장 크게 나타나게 된다. 하지만 $x = 0.2c$ 까지는 속도가 빨라짐에 따라 Bernoulli's equation에 의해 압력값이 급격하게 작아지는 것을 보았다. 또한 $x = 0.2c$ 이후에는 속도가 점점 느려지게 되어 압력계수는 다시 증가하는 현상을 보이게 된다. 하지만 CFD와 potential flow의 이론에 의한 압력계수 분포는 $x = 0.2c$ 이후에는 약간의 차이를 보이게 된다. 이는 Joukowski airfoil 과 NACA-0012 airfoil 의 형상이 완벽하게 같지 않기 때문에 발생하는 현상이다. 다음으로 Thwaites' method를 이용하여 층류 점성유동에서의 경계층 특성을 CFD 값과 비교해 보았다. 그 결과 CFD를 통해 계산된 boundary layer thickness, 배제두께 및 모멘텀 두께값 및 속도 profile의 경우 Thwaites' method를 통해 예측된 값과 대략적으로 비슷한 분포를 보이는 것을 확인할 수 있다. 마지막으로 Head's method를 통해 난류 점성유동에서의 경계층 특성을 CFD 값과 비교해 보았다. 그 결과 CFD를 통해 계산된 boundary layer thickness 값은 Head's method를 통해 예측된 값과 대략적으로 경향은 비슷하나 값에서는 다소 차이가 나타나는 것을 확인할 수 있었는데 그 이유는 앞에서 설명한 바와 같이 Head's method의 경우는 approximation에 의해 계산된 값이기 때문이다. 지금까지의 연구를 통해 비점성유동과 점성유동에 대한 층류 및 난류에서의 유동특성에 대해 기존의 이론과 계산값이 일치함을 알 수 있고, 이를 통해 차후 날개 주위의 유동장을 분석할 수 있다.

References

- [1] I Currie, I.G., 1993, *Fundamental Mechanics of Fluids*, Second Edition, McGraw-Hill, International Editions, pp. 64-132.
- [2] White, F.M, 2006, *Viscous Fluid Flow*, Third Edition, McGraw-Hill, International Editions, pp. 399-498.
- [3] Thwaites, B., 1947, "On the Momentum Equation in Laminar Boundary Layer Flow", Reports and Memoranda, No. 2587.
- [4] Head, M.R., 1958, "Entrainment in the Turbulent Boundary Layer", Reports and Memoranda No. 3152.
- [5] Barlow, J. B., Rae, W. H. JR. and Pope, A. (1999),

Low-speed Wind Tunnel Testing. 3rd ed. 288, 353-358, NewYork: Wiley.

- [6] Selig, M. S. and McGranahan, B. D. (2003). Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines. Report. NREL / SR-500-34515.
- [7] Taira, K. and Colonius, T. (2009). Three-dimensional flows around low-aspect-ratio flat-plate wings at low Reynolds numbers. J. Fluids Mech. Vol. 623, 187-207. DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112008005314>
- [8] Selig, M. S. and Donovan, J. F., and Fraser, D. B. (1989). Airfoils at low speeds, Stokely, Virginia Beach, VA.
- [9] McCullough, G. B. and Gault, D. E. (1951). Examples of three representative types of airfoil-section stall at low speed. NACA TN-2502.

이 장 형(Janghyeong Lee)

[정회원]



- 2008년 3월 : 육군사관학교 기계공학 학사
- 2012년 2월 : KAIST 산업 및 시스템 공학 (석사)
- 2012년 3월 ~ 현재 : 육군사관학교 무기기계공학과 강사

<관심분야>
산업공학, 시스템공학, Simulation Modeling

제 두 호(Du-ho Je)

[정회원]



- 2008년 3월 : 육군사관학교 기계공학 학사
- 2012년 2월 : 서울대학교 기계항공공학 (석사)
- 2012년 3월 ~ 현재 : 육군사관학교 무기기계공학과 기계공학 강사

<관심분야>
유체역학, 항공역학, Simulation Modeling

황 은 성(Eun-Seong Hwang)

[정회원]



- 2001년 3월 : 육군사관학교 졸업
- 2002년 2월 : 고려대학교 산업경영공학과 (공학석사)
- 2013년 2월 ~ 현재 : 광운대학교 방위사업학과 (박사과정)
- 2012년 9월 ~ 현재 : 육군사관학교 무기기계공학과 강사

<관심분야>
Simulation Modeling, System dynamics, MCDM, 유체역학