한국학교수학회논문집 제 16 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 16, Number 1, 157-185, March 2013

고등학교 미적분 수업에서 나타나는 초임교사의 교수를 위한 전문화된 수학 내용 지식(SCKT)

고희정[1] · 고상숙[2]

본 연구는 우리나라 고등학교 초임교사들의 교사지식(MKT) 중 거의 연구가 이루어지지 않은 영역인 "교수를 위한 전문화된 수학 내용 지식"(SCKT)을 조사하여 우수한 교사를 양성하는데 시사점을 얻고자 수행되었다. 이를 위해 경기지역에 서로 다른 학교에 근무하는 고등학교 초임교사 두 명을 연구 참여자로 그들의 미적분 수업을 중심으로 2011년 7월부터 2012년 2월까지 관찰과 면담을 실시하였다. SCKT는 수학적 개념과 성질의 문제를 설명할 수 있는 지식, 수학적 개념과 성질의 연관성을 설명할 수 있는 지식, 그리고 수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식으로 분류되어 조사되었다. 미적분 영역에서 교사의 SCKT는 다양하게 발현되지 않은 것으로 나타냈는데 그것은 학생의 질문에도 SCKT의 개별화된 수학지식을 제시하지 못하고 교과서의 내용을 그대로 반복하는 모습에서 알 수 있었다. 교사 스스로는 수학내용지식을 가지고 있으나 그 하위구조의 지식을 차별화하여 제시하지 못하였다. 따라서 사범대학의 교사교육에서 현장의 수학수업의 실제와 연계된 학교수학을 중심으로 하는 SCKT가 더욱 개발되고 실천될 수 있는 방안을 꾸준히 모색하여야 할 것이다.

주요용어 : 초임교사, 수학 교수에 대한 지식(MKT), 교과 내용 지식(SMK), 교수를 위한 전문화된 수학 내용 지식(SCKT), 미적분

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

최근 수학교육분야의 연구 동향은 수업 실제와 관련한 연구가 꾸준히 이루어지고 있다(예: Ponte, & Chapman, 2006; 최승현 외, 2008, 2009). 이와 함께 교사지식에 관한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 김유경과 방정숙(2012)은 교사의 교수 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge[3], 이하 PCK로 서술)이 비슷한 여건을 가진 3명의 초임교사 수업 실제에서 각각 다르게 나타나는 것을 보였다. 이 연구는 비록 교사들의 수학적 지식이 비슷하다

1) 단국대학교 (khjmath@dankook.ac.kr)
2) 단국대학교 (sangch@dankook.ac.kr), 교신저자
3) 학자마다 다르게 정의

고 할지라도 수업 실제에서 일어나는 상황에 따라 PCK가 차이가 있음을 언급하였다. 학교 현장에서 교사의 지식이 의미가 있으려면 학생들의 학습을 위한 지식으로 변환하는 것인데 초임교사 시절은 현장에 가장 활발하게 적응하려는 시기이고 '세 살 버릇이 여든까지 간다'는 속담처럼 처음 잘 습득한 지식과 태도는 교사의 평생을 좌우한다고 해도 과언이 아니다. 그러므로 발전가능성이 많은 초임교사들의 수업 실제를 탐구하면서 그들의 지식을 연구할 필요가 있다. NCTM(2000)은 "수학을 효과적으로 가르치기 위해서 교사는 수학 내용, 학습자로서의 학생들 및 교수전략을 알고 이해해야 한다"(p. 17)라고 제시하였듯 학교수학에서 교사의 역할과 지식은 중요하다. 교수활동을 시작한지 얼마 되지 않은 초임교사가 가지고 있는 지식은 앞으로의 교사로서의 활동에 있어서 밑거름이 될 뿐 만 아니라 교수활동과 함께 변화하고 발전할 수 있는 지식이다.

오랜 세월동안 많은 학자들은 학생을 잘 가르치기 위한 교사교육에서 학습내용과 교수방법 중 어느 것에 우선순위를 두어야 하는지를 끊임없이 논쟁을 해왔다. Shulman(1986)은 교사의 지식을 학습내용과 교수방법의 혼합물(amalgam)임을 의미하는 새로운 개념으로 PCK를 소개하였다. 이후 PCK는 교사의 지식 연구에서 중요한 요소가 되었으며 Grossman(1990)과 Marks(1990)는 PCK를 교사가 해당 교과를 가르치기 위해 필요한 전반적인 관점으로 설명하면서 교사지식을 특정한 학습 주제를 가르치기 위한 교수 전략과 표상에 대한 지식, 해당 교과에 대한 학생들의 이해와 사고, 학습에 대한 지식, 교육과정과 교수학습 자료에 대한 지식으로 구분하였다. 좀 더 최근에는 PCK를 토대로 각 교과의 관점에서 '가르치는 데 필요한 교과 내용 지식'을 구체화하는 연구가 이루어지고 있다(곽영순, 2009; 김유경 외, 2012; 권민성 외 2009). 이런 PCK의 연장선에서 Ball과 동료들에 의해 '수학을 가르치는 데 필요한 지식(Mathematical Knowledge for Teaching[MKT])'에 대한 연구를 꾸준히 진행하고 있다. 특히 이들 연구진은 MKT를 SMK와 PCK를 재분류하고 이들 각 요소들의 하위요소를 재정립해나가고 있다. 곽영순(2009)은 이러한 변화를 교과 내용별로 특화된 교사의 지식 기반을 구체화하려는 지속적인 노력의 일환으로 보면서 특정 교과에 대한 교사의 전문성을 향상을 위하여 특정 교과 관점의 지식 기반을 구축할 필요가 있다고 하였다. 그러므로 가르치기 위해 필요한 교사의 지식에 대한 기초 연구로서 수업 실제에서의 MKT에 대한 연구가 필요하다고 할 수 있다.

교사를 대상으로 한 교사 지식에 관한 연구가 국내외에서 관심있게 논의되고 있으나 초임교사의 지식인 MKT에 관한 연구는 이제 연구되기 시작하고 있다. 하지만 그 역시 연구된 초임교사의 지식도 초등학교 초임교사 중심으로 이루어졌다. 이에 본 연구에서는 고등학교 초임교사의 수업 관찰 및 면담을 통해 고등학교 초임교사가 습득한 교과내용지식의 하위요소 중에서 "교수를 위한 전문화된 수학 내용 지식"(SCKT[4])를 규명하고자 하였다. 이것은 Ball과 그 동료들(2008)이 초등학교 교사를 대상으로 MKT 아래 교과내용지식(SMK)를 일

4) 본 연구를 위해 2005년 연구가 시작되어 2008년 MKT(그림 Ⅱ-1)를 발표한 이후 꾸준히 연구해 오고 있는 Ball의 연구진과 서신 교환에서도 확인하였지만 SCK는 수학내용지식인데 교수를 위한 전문화된 수학지식이다. 따라서 본 연구에서는 교수영역을 강조하기위해 SCKT로 명명하였고 이를 Ball 연구진도 인정하였다. 이는 학생이 이해할 수 있게 수학을 개념적으로 전개해나가는 능력의 지식이다. 즉 학생집단을 위해 지식의 위계성을 고려하고 지식간의 관계망을 따라 수학내용의 접근성을 모색하는 교사의 지식이라 할 수 있다.

반내용지식(CCK), 수학적 식견으로서의 지식(KMH), 끝으로 SCKT로 세분화한 것으로 "교수를 위한 전문화된 수학내용지식(SCKT)"을 규명함으로써 교사의 교과내용지식을 포함하여 그 중요성을 강조한 것이다. 본 연구는 고등학교 미적분의 교수 실제에서 두 초임교사의 SCKT가 어떻게 나타나는지 살펴보고 이들 초임교사에게 필요한 SCKT의 실제를 규명하고자 하였다.

2. 용어의 정의

1) 초임교사(Novice Teacher)

많은 연구들(Borko et al., 1992; Huberman, 1993; Leinhardt, 1989)이 초임교사들에 대한 신념과 교수 실제에 대해서 다루었다. 이 들의 연구에서 3년 이내 교수 경력을 가진 교사를 초임교사라고 정의하였다. 본 연구에서도 초임교사는 '학교 현장에서 본격적인 교수 활동을 시작하여 경력이 3년 이내인 교사'를 의미한다.

2) 수학 교수에 대한 지식(Mathematical Knowledge for Teaching [MKT])

수학교육에서 교사 지식을 다루면서 관심을 갖게 된 PCK와 관련하여 Ball, Thames과 Phelps(2008)이 MKT라는 이론으로 재개념화하였다. 권민성, 남승인과 김상룡(2009)은 MKT를 교사가 수학을 가르치기 위해 필요한 지식이라고 번역하였다. 본 연구에서도 MKT는 '수학 수업에서 교사가 교수 활동을 할 때 필요한 지식'을 의미한다. MKT는 큰 범주로 교과 내용 지식(SMK: Subject Matter Knowledge)과 교수 내용 지식(PCK: Pedagogical Content Knowledge)으로 분류한다. 교과 내용 지식(SMK)은 일반 내용 지식(CCK: Common Content Knowledge), 교수를 위한 전문화된 내용 지식(SCKT: Specialized Content Knowledge for Teaching), 수학적 식견으로서의 지식(KMH: Knowledge at the Mathematical Horizon)으로 세분화된다. 이들 SMK의 3 요소들 중에서 본 연구는 SCKT 요소에 주목함으로써 고등학교 수업에서 나타난 SCKT의 특성을 파악하고자 하였다.

3) 교수를 위한 전문화된 내용 지식(Specialized Content Knowledge for Teaching [SCKT])

교수를 위한 전문화된 내용지식(Specialized Content Knowledge for Teaching [SCKT])는 위에서 언급되었듯이 SMK의 세 요소 중 하나로써 전문가로서 교사만이 가지고 있는 고유한 지식을 의미하며 Ball, Hill과 Bass(2005)이 정의한 SCK에 해당하는 지식이라 할 수 있다. 본 연구에서 SCKT는 수학을 가르치는데 필요한 전문적인 수학적 지식과 기술을 의미하며 Ball 외(2005)이 정의한 SCK를 포함할 뿐만 아니라 수학교사만의 전문적인 지식임을 더욱 강조한 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학 교수에 대한 지식(Mathematical Knowledge for Teaching [MKT])

많은 연구자들에 의해 PCK와 수업 실제를 중심으로 연구가 다양하지만 수학교육에서 이를 측정할 수 있는 명확한 측정기준이 확실하게 자리를 잡지는 못하였다(Hill et al., 2005). Hill 외(2005)는 미국의 115개 초등학교를 대상으로 수집한 학생과 교사들에 대한 자료와 학생 성취도 자료를 바탕으로 수학교실에서 수학 교사들에게 필요한 지식을 수학 교수에 대한 지식(Mathematical Knowledge for Teaching[MKT])으로 개념화하였다. MKT는 수학을 가르칠 때 사용되는 수학적 지식과 교수적 지식을 의미한다. 이때 가르치는 일은 학생들에게 용어와 개념을 설명하고, 학생들이 말한 것과 문제를 푼 것들을 해석하며, 교과서에서 특정 주제를 어떻게 다루었는지에 대해 판단하고 잘못된 점이 있다면 이를 바로잡고, 수학교실에서 정확한 표현을 사용하며, 수학적 개념, 연산, 증명들을 학생들에게 제시할 때 교사의 수학적 지식이 학생의 성취도에 미치는 영향을 포함한다. 즉, MKT는 범교과적인 성격을 지닌 PCK와 수학 교과의 특성을 고려한 수학교사들의 특정적인 PCK를 모두 포함한다(Ball et al., 2009). 이에 MKT의 하위영역은 [그림Ⅱ-1]과 같이 크게 교과지식과 교수지식으로 나뉜다.

교사들의 MKT는 수학 수업에서 학생들을 가르치는데 있어 중요한 역할을 한다. Ball 외(2008)는 수학교실에서 교사의 MKT가 강할수록 교실수업은 원활해지고, 학생들의 학업성취도 역시 높아진다는 것을 확인하였다. Mohr(2008)도 이 그림에서 제시한 MKT의 영역을 분석준거로 하여 공립 대학교의 예비교사들의 MKT에 대해 조사하고 예비교사들의 대학 교육과정을 제안하였다.

[그림 Ⅱ-1] 교사의 MKT(Ball et al., 2008, 2009)

An 외(2004)가 미국과 중국 수학교사의 PCK를 비교한 연구를 통해 지적하였듯이 효율적인 수학 교수를 이루는 동일한 본질적인 구성요소가 존재함을 주지한다면, MKT의 하위 구성 요소들은 국내의 수학교실에 충분히 적용 가능할 것으로 보인다. 오늘날의 교사 지식 연구의 토대가 되는 교사 지식의 범주를 연구한 선행연구를 종합해 볼 때, 학자들은 교사의 지식에 대하여 서로 다른 방식으로 분류하며, 구성요소에 대해서도 약간의 차이를 보이고 있다.

교사의 지식 중 하나로 간주한 수학 내용 지식(Subject Matter Knowledge)에 관한 연구들을 살펴보면 김원경과 김용대(2002)는 중등 현직교사를 대상으로 함수 개념과 관련하여 연구하였다. 이들 연구에서 대부분의 교사들은 관계에 의한 함수와 식에 의한 함수 개념보다 순서쌍과 그래프에 의한 함수와 대응에 의한 함수 개념에서 이해 정도가 높게 나타났으며 함수 개념의 도입을 정적인 방법뿐만 아니라 동적인 방법도 함께 강조되어야 한다고 주장하였다. 박임숙(2002)은 수학교사의 무한개념 이해도를 조사한 연구에서 연구 대상 교사 38명 중에 약 30%의 교사들이 초한 기수에 대한 수학적 지식을 이해하지 못하였으며 실수의 연속성을 수학으로 표현하여 이해하는 것을 매우 어려워하고 있었다고 하였다. Cha(1999)도 함수 개념 지도에 영향을 미치는 요인으로 교과 내용 지식, 사전 학습 경험, 수학의 본질에 대한 개념, 학습자의 이해에 대한 개념, 함수 개념에 대한 주요 오개념, 수학을 가르치는 목적에 대한 개념, 함수를 가르치는 목적에 대한 개념, 학습자의 학습 형태, 함수 개념 지도의 역할을 선정하였다. Ball과 Bass(2002)는 교수(teaching)는 교육과정에 대해서 아는 것 이상의 지식과 기술(skill)을 요하는 전문적인 분야이며 따라서 효과적인 교수법에 필요한 수학적 지식의 적절한 자화상은 교사가 수업시간에 하는 교수의 행위(work)를 분석함으로써 가능하다고 하였으며 실제로 Ball은 초등학교 3학년 수학 교실을 관찰하면서 교사가 하는 행위에 얼마나 많은 수학이 포함되는지를 조사하고 분석하였다.

2. 교수를 위한 전문화된 내용 지식(Specialized Content Knowledge for Teaching[SCKT])

SCKT는 MKT의 하위요소 3 가지 중의 하나이다. [그림 Ⅱ-1]에서 보듯이 Ball 외(2008)에서 분류에 따라 MKT의 요소를 크게 교과 내용 지식(SMK)과 교과 교수 지식(PCK)으로 나누고 다시 세분화하여 SMK를 일반 내용 지식(CCK), 전문 내용 지식(SCK), 그리고 수학 내용 지식(KMH)인 3요소로 구성한다. SCKT는 SCK를 포함할 뿐만 아니라 MKT의 다른 요소들과 상호 교환하여 교수(teaching) 활동을 할 때 필요한 수학교사의 전문적인 지식을 의미하는데 본 연구에서는 특히 교수를 위한 지식을 강조하기 위해 SCKT로 명명하였고, 이를 Ball 연구진에게는 서신을 통해 확인을 받았다. 또한 이들은 초등학교 교사를 대상으로 SCK에 대해 분수 나눗셈에서 한 예를 들어 $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$를 $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3 \div 1}{4 \div 2} = \frac{3}{2}$로 풀어서 설명할 수 있는 교사의 교수를 위한 지식이라고 덧붙였다. 즉 학생이 이를 이해할 수 있도록 분수

의 나눗셈에 숨어있는 지식을 다시 풀어서 설명할 수 있는 지식이다.

따라서 SCKT는 SMK의 다른 요소인 CCK와 KMH영역의 지원을 받으며 발달하는 지식이라 할 수 있으며 PCK의 하위요소인 KCS, KCT, 그리고 KCC영역과도 서로에게 영향을 미치며 발달하는 지식이라 할 수 있다. 다시 말하면 수학 내용 지식으로서의 SCKT란 수학 내용 그 자체를 학생의 수준을 고려한 교수적 변환을 지탱하는 기저로서 교수(teaching)를 목적으로 하므로 PCK 하위요소들과는 쌍방향적 관계를 지니면서 발전하는 반면에 다른 SMK의 하위요소들은 SCKT를 지원하는 지식이라는 것을 의미한다. 국내·외적으로 세부영역인 SCK에 관한 연구는 거의 찾을 수 없다.

결론적으로 연구자에 따라 교사의 지식을 분류하는 것이 조금씩 다르지만 선행연구를 전체적으로 요약해보면 교과 내용 지식(SMK)과 PCK로 크게 분류되고 PCK내에서는 수업전략 및 표현 (KCT), 그리고 학생에 대한 지식(KCS)이 교사의 지식을 구성하는데 가장 중심이 되며, 교육과정(KCC)과 수업 매체 그리고 환경적 맥락도 많이 고려되고 있다는 것을 알 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

교사의 지식을 측정하는 적절하고 효과적인 방법을 찾기 위한 논쟁은 아직도 연구자들 사이에서 계속되고 있는 가운데 교사의 자신만의 오랜 경험을 바탕으로 발현되고 교사의 개인적이고 암묵적인 관점에 따라 좌우되는 교사의 지식을 양적 수치화한다는 것은 어려운 측면이 있다. 본 연구는 초임교사의 SCKT가 수업 실제에서 어떻게 나타나는지 분석하여 그 특성을 이해하고자 하였다. 따라서 결과보다는 과정에 그리고 확증보다는 발견에 초점을 두고 귀납적으로 이끌어낸 결과물을 서술적으로 표현하여 상황이 내포하는 의미를 심층적으로 이해하고자 하는 정성연구방법(Gall et al., 2003; Merriam, 1998)이 본 연구 방법에 적합하다고 판단하여 정성연구방법을 채택하였다.

1. 연구 참여자

본 연구는 연구 목적에 적합한 연구 대상자를 선정하는 의도적 표본(purposeful sampling)에 입각하여 연구 대상자를 선정하였다(조용환, 1999). 두 명의 고등학교 초임교사를 대상으로 심층면담, 설문 및 수업관찰을 실시하였다. 두 교사 A, B는 모두 경기도 소재 모대학교의 사범대학 출신으로서 교사 A는 사범대학을 졸업하고 4학년 재학 중에 임용고사에 합격하여 바로 그 다음해에 경기도 소재 Y고등학교에 임용되어 교사 경력이 2년째인 교사이다. 교사 B는 졸업한 그 다음 해에 임용에 합격한 경우로 역시 2년째 경력을 지니고 있다.

1) 교사 A

경기도 소재 X고등학교에 근무하는 교사 A는 본 연구를 위해 처음 만났을 때 2년차인 초임교사였다. 동료교사는 약 80여명이며 첫 해에는 학생교육부를 둘째 해는 환경문화부 업무를 담당하고 있다. 교사 A는 흥미가 생기거나 집중을 하게 된 것에 대해서는 빠져드는 것은 경향이 강하고 게으른 편이어서 닥쳐야 무엇인가를 하는 성격이 교사가 되고 좀 더 심해진 것 같다고 했다. 나태함이 찾아와 가끔씩 교사에 대한 회의감이 오기도 하지만 수업 교수를 통해 즐거움을 찾고 있다고 하였다. 교사 A는 스스로 생각하기를 문제해결력 등 수학내용면에 있어서는 자신이 있지만 수업을 교수하는데 부족함이 많다고 하였다. 어떻게 하면 학생들이 쉽게 이해할지, 본인이 알고 있는 내용을 어떻게 이해시켜줘야 할지, 수업내용과 그 외 많은 내용을 알려주고 싶은 마음에서 오는 괴리감이 많고 그런 이유로 본인이 부족하다는 생각을 더 갖게 된다고 하였다. 그래도 나름 어떻게 하면 더 쉽게 알려줄지 고민하며 기분이 좋을 때도 좌절할 때도 있지만 앞으로 나아지는 희망을 가지고 교사로서의 전문성을 갖기 위해서 노력 중이라고 하였다.

2) 교사 B

경기도 소재 Y고등학교에 근무하는 교사 B가 근무하고 있는 학교는 작은 농촌마을에 있는 고등학교로 전체 학생 수가 120명 이하로 한 학년에 2학급을 겨우 유지하고 있는 작은 학교이다. 전체교사 수는 20여명 정도로 사회, 물리 같은 교과는 한 명의 교사가 모든 학년을 가르쳐야 하며, 수학과목의 경우에도 2개 학년을 가르치고 같은 단원을 2번씩 밖에 가르치지 않기 때문에 단원별 수업 경험을 많이 쌓을 수는 없는 반면에 여러 단원을 한꺼번에 가르치는 경우가 많아 깊이있는 수업연구가 불가능하다고 하였다. 교사 B는 교사로서 학생들에게 예의를 중시하며, 예의에 어긋나는 행동과 말씨는 엄중히 다루려 노력하였다. 전체적으로 학력이 낮아 학생들의 학력향상에 중점을 두고 여러 수준의 학생들을 포괄적으로 다룰 수 있는 수업방식을 고려하고 있다고 하였다. 업무에서 전문성을 기르기는 어려우나 많은 업무를 다루므로 전체적인 업무를 익히는 데에 용이한 반면 그만큼 학생들에게 필요한 진로상담이나 수업준비가 원활하지 못한 경향이 있다고 하였다. 농촌지역이라 도시지역에 비해 학생들의 대입준비에 대한 압박감은 그리 많지 않지만 고 3 담임으로서 학생들에게 필요한 대학입시 상담과 업무, 수업 모두 잘 해내기 위해 매일같이 밤늦게까지 교무실에서 노력한다고 하였으며 개인 시간을 낼 여유가 거의 없어 사적인 여가활동의 제한이 많지만, 경험이 쌓이면서 잘 해낼 수 있으리라 기대감을 갖고 생활하고 있었다.

2. 연구 절차

1) 연구일정

2011년 7월부터 2012년 1월까지 두 명의 연구 참여자가 근무하는 학교를 학교와 연구참여자의 상황에 따라 각각 일주일에 최소 1회, 많게는 2회 정도를 방문하여 총 13차시씩 수업 관찰을 실시하였다. 비참여적 관찰을 통하여 교사의 행위에 대한 일체의 간섭 없이 수업 상황을 녹화하였다. 2012년 2월 이후에는 녹화된 실제 수업을 전사하는 작업을 하였고 연구 기간 동안 수집된 자료를 분석하였다. 연구자가 관찰하고 비디오 촬영을 한 초임교사 A와 B의 수업 단원은 <표 Ⅲ-4>와 같으며 사전 사후 면담을 병행하여 실시하였다. 함께 수집한 자료로는 동영상 자료, 연구자의 관찰 노트가 수집되었으며 학생들의 활동이 담긴 메모지도 수집되었다.

<표 Ⅲ-4> 관찰한 수업단원

차시	교사 A의 수업단원	교사 B의 수업단원
1	함수$f(x)=x^{\alpha}$(α는 실수)의 부정적분	함수의 수렴
2	삼각함수의 부정적분	함수의 발산
3	지수함수의 부정적분	수렴하는 분수함수의 극한이 갖는 성질
4	치환적분법1	함수의 연속과 불연속
5	치환적분법2	구간에서 연속인 함수
6	치환적분법3	연속함수의 성질
7	문제풀이	최대, 최소의 정리
8	부분적분법1	중간값의 정리
9	부분적분법2	평균변화율
10	문제풀이	미분계수, 미분계수의 기하학적 의미
11	구분구적법1	도함수
12	구분구적법2	함수의 증가, 감소
13	구분구적법3	함수의 극대, 극소

2) 분석틀

본 연구는 미적분 영역에서 교사의 SCKT를 알고자 하는 것에 초점이 있으므로 교사지식에 관한 선행연구(Ball 외, 2008; 김유경 외, 2012)를 통해 연구초기에 마련한 아래 분석틀

에서 색깔로 입혀진 부분이 조사 분석되었다. 교사의 지식들은 서로 밀접하게 얽혀있어서 분리되어 찾아보기 어려울지라도 SCKT의 정의에 입각하여 파악할 수 있는 특성을 조사하고자 하였다. 특히 본 연구는 고등학교 미적분 수업을 통해 조사한 것으로 10년 이상 미적분학을 가르쳐온 연구자로서 그 특성을 따라 조사하는 것에 큰 어려움은 없었다.

<표 Ⅲ-6> MKT의 하위 영역에 대한 분석틀

영역			구성요소
MKT	SMK	CCK	학교수학에서 가르치는 수학적 개념과 성질
		SCKT	수학적 개념과 성질의 문제를 설명할 수 있는 지식
			수학적 개념과 성질의 연관성을 설명할 수 있는 지식
			수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식
	PCK	KCS	학생이 가지고 있는 어려움, 오개념의 이해
			학생이 표현하는 수학적 개념이나 수학적 사고에 대한 이해
			학습목표에 대한 동기유발
		KCT	교구나 자료 사용
			다양한 교수형태
			수업 실제에서 학생과의 행동
		KCC	학습목표의 이해
			수학내용의 교육과정의 계열성 이해

Ⅳ. 연구 결과

1. 교수를 위한 전문화된 내용 지식(SCKT)과 교수 실제

초임교사 A와 B의 SCKT를 알아보기 위하여 수학을 가르치는데 필요한 수학적 지식과 기술을 의미하는 SCKT를 교사가 수학적 개념과 성질에 관한 문제를 설명할 수 있는지, 수학적 개념 또는 성질 간의 연관성을 설명할 수 있는지, 수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는지의 세 가지 측면에서 살펴보았다. 구체적으로 말하면 SCKT는 교사가 특별한 수학적 개념과 다른 수학적 개념들 사이의 관계성을 연결하여 설명할 수 있거나 학생들의 이해도를 증진시키기 위해서 수학적 절차 또는 전개과정에 숨겨진 이유를 명확히 설명할 수 있다는 것을 말한다. 본 연구결과 내용에서는 "☞"를 사용해서 교사가 다루는 단원에서의 필요한 SCKT를 부가적으로 포함하였다. 대부분은 두 교사의 수업은 교과서 내용을 그대로 전달하

는 방식이어서 교수를 위한 전문화된 수학지식은 교과서수준을 벗어나지 못하고 대부분 불분명하였다. 연구차원에서 다양한 SCKT를 활용할 수 있도록 현장에 도움을 주고자 포함하였다.

1) 수학적 개념과 성질의 문제를 설명할 수 있는 지식

교사 A는 단원 '치환적분법'수업에서 치환하여 부정적분을 구하는 방법을 설명한 후에 교과서의 예제와 문제를 선택하여 수업을 진행하였다.

<프로토콜 A-4> 중에서

교사 A :	자, 그래서 문제 한번 보면서 같이 한번 연습해보죠. $\int(2x+1)^3\,dx$가 있네요. 자, 세제곱 전개해서 풀기란 너무 싫잖아요? 할 수는 있지만. 자, 지금 치환을 하자는 거죠. 뭐가 복잡한 거야? 지금. $2x+1$을 t로 한번 치환해보자. 얘$(2x+1)$를 미분하면 이쪽이 2가 되구요. x에 대해서 미분했구요. x에 대해서 미분하거나 t로 미분하거나 상관없어요. $\frac{dt}{dx}$가 되겠죠? 그럼 dx는 뭔가요? $\frac{dt}{2}$가 나오겠죠? 그러니까 $2x+1$이 t죠? 그죠? dx가 뭐였어? $\frac{dt}{2}$였잖아? $\frac{dt}{2}$인데 어차피 2(사실은 $\frac{1}{2}$)는 나가도 상관없죠? 이런 식으로 편하게 바꾸자는 내용이에요. 이제 할 수 있잖아? $\frac{1}{2}$ 그대로 있고 얘(t^3) 적분하면 뭐에요? $\frac{1}{4}t^4+C$ 되겠죠? 즉, $\frac{1}{8}t^4+C$가 되겠다는거죠. 조금씩 어려워지죠. 이제부터 혼돈스러워요. 내일할 껀 더 혼돈스러워요. 자, 그래도 두 개만 더해보자.
학생 1 :	t 안바꿔 줘도 되요?
교사 A :	아, 바꿔주는게 좋겠죠? 쌩큐. t가 $2x+1$이었으니까. $\frac{1}{8}(2x+1)^4+C$라고 써주시면 되겠죠?

☞ <치환적분법>에 대한 SCKT

<프로토콜 A-4>에서 보면 교사 A는 부정적분 $\int(2x+1)^3\,dx$을 구하는 과정을 설명할 때 직접적으로 피적분함수 $(2x+1)^3$을 전개하여 구하는 과정이 번거롭고 복잡하다고 말하면서 $2x+1$을 t로 치환하여 부정적분을 구하는 방법(치환적분법)으로 설명하였다. 이와 같은 구어적 표현의 설명 방법이 상위 수준의 학생들에게는 큰 문제가 되지 않지만 하위 수준의 학생들에게는 적합하지 않음을 교사 A의 학생들에게서 볼 수 있었다. 교사는 부정적분

$\int (2x+1)^3\, dx$를 구하는 방법으로 첫 번째로 함수 $(2x+1)^3$을 전개하여 부정적분을 구해 본다. 즉,

$$\begin{aligned}\int (2x+1)^3\, dx &= \int (8x^3+12x^2+6x+1)\, dx \\ &= 2x^4+4x^3+3x^2+x+C\end{aligned}$$

두 번째로 치환을 이용하여 부정적분을 구하여 본다. 즉, 식 $2x+1$을 t로 치환 $(2x+1=t)$한 다음 식 $2x+1=t$ 양변을 x에 대하여 미분해서 $2=\frac{dt}{dx}$, $dx=\frac{1}{2}dt$을 얻는다. 식을 정리하면

$$\begin{aligned}\int (2x+1)^3\, dx &= \int t^3\left(\frac{1}{2}\, dt\right) \\ &= \frac{1}{2}\int t^3\, dt \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{t^4}{4}+C\right)=\frac{1}{8}t^4+C\end{aligned}$$

교사는 첫 번째 방법과 두 번째 방법을 보여줌으로써 두 가지 방법을 비교해 보면서 학생들에게 치환적분법의 편리함을 느낄 수 있도록 하여야 한다. 학생들이 치환적분법을 하면서 어려워하는 내용은 식(피적분함수)을 치환하면 변수가 바뀌면서 발생되는 적분변수 관계이다. 예를 들면 위 식에서 $2x+1=t$로 치환하면서 $dx=\frac{1}{2}dt$가 되는 관계를 이해하는데 어려움을 갖는다는 것이다. 교사는 학생의 어려움을 해결하기 위해서 미분과 적분이 역연산관계임을 주지시키면서 적분에서의 치환적분법이 미분에서의 연쇄법칙(chain rule)에 대응되는 적분법임을 설명하면서 치환적분법을 이해하기위해서는 미분에서의 연쇄법칙을 다시 상기시켜야한다. 하지만 이런 접근은 시도되지 않았다. 즉, 함수 $y=(2x+1)^3$을 미분할 때 이 함수가 합성함수이므로 chain rule을 사용하므로 $2x+1=t$로 치환하면 함수 $y=(2x+1)^3$은 $y=t^3$으로 바뀐다. 우리가 구하려는 도함수는 $\frac{dy}{dx}$이므로 먼저 합성되기 전의 함수 $y=t^3$을 t에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dt}=3t^2$ 을 얻고 그 다음에 치환한 함수 $t=2x+1$을 x에 대하여 미

분하여 $\dfrac{dt}{dx}=2$ 을 얻는다. 따라서 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dt}\dfrac{dt}{dx}$ 이므로 $\dfrac{dy}{dx}=3t^2 2=6t^2$ 이 되고 다시 t를 x에 대하여 환원시켜주면 $\dfrac{dy}{dx}=6(2x+1)^2$ 이 된다. 교사는 미분할 때 사용하였던 치환방법을 부정적분을 구할 때도 사용됨을 강조하면서 설명할 수 있어야한다. 부정적분 $\int(2x+1)^3\,dx$에서 $2x+1=t$로 치환하면 주어진 식이 x에 관한 식이 t에 관한 식으로 바뀌면서 dx와 dt 관계가 식$2x+1=t$을 양변 x에 대하여 미분하여 $2=\dfrac{dt}{dx}$, $dx=\dfrac{dt}{2}$임을 나타내어 부정적분 $\int(2x+1)^3\,dx$이 $\int t^3\left(\dfrac{1}{2}\,dt\right)=\dfrac{1}{2}\int t^3\,dt$ 가 됨을 보여준다.

교사는 부정적분을 구하는데 있어 치환적분법이 왜 필요한지를 학생들에게 알려주는 것이 학습목표의 하나이므로 함수 $(2x+1)^3$을 직접 전개하여 구할 수도 있지만 차수가 커지고 식의 항들도 늘어나서 적분하는 과정이 복잡해지는 것을 학생들에게 인식시킨 다음 치환적분법을 이용하여 부정적분을 구하는 것을 보여준다면 학생들은 치환적분법의 유용성을 절실하게 알 수 있을 것이다. 교사가 치환적분법을 교수할 때 또 하나 유의해야 하는 점은 변수의 변화에 주의해야 하는 것이다. 문제 '부정적분 $\int(2x+1)^3\,dx$을 구하여라.'에서 치환적분법을 이용하여 부정적분을 구한 다음 반드시 치환한 변수 t에서 처음의 변수 x로 바꾸어 나타내도록 교사는 강조해야한다. 교사는 학생들에게 구하고자 하는 부정적분은 x에 관한 함수임을 이해하게 하도록 해야 한다. <프로토콜 A-4>에서 보면 교사 A는 학생 1의 질문에 의해 이러한 점을 상기하였다. 수업 후의 사후 면담에서 교사 A는 잠시 잊었다고 대답하였다. 이는 교사 A가 교수활동 시 학생들의 입장에서 치환적분법을 이해할 수 있도록 치환적분법의 유용성과 지도상의 유의점 등을 좀 더 보완할 필요가 있음을 보여주었다.

우리가 알고자 하는 어떤 것이 존재하는지 또는 존재하지 않은지를 명확하게 알고 있다는 것은 우리가 생활하는데 있어 유용한 정보가 될 것이다. 따라서 어떤 존재의 유무를 판단할 수 있는 성질을 알고 있다는 것은 유익한 일이다. 연속함수가 가지는 중요한 성질 중의 하나인 '중간값의 정리'는 고등학교 수학을 포함한 수학 전반에 걸쳐 존재성의 유무를 판단할 수 있는 성질 중의 하나이다. <프로토콜 B-8>은 교사 B가 단원 '중간값의 정리'를 교수하는 일부분이다.

<프로토콜 B-8> 중에서

교사 B : 예제 1번을 보고 문제를 파악해보도록 할께요. 예제 1번에서 이것을 $f(x)$로 놓도록 할께요. $f(x)=x^3-x^2+1=0$. 이것은 뭐랑 뭐 사이에서? -1과 0사이에서 뭘 가지면 돼? 적어도 하나의 실근을 가짐을 보이시오. 자, -1과 0 사이라는 거 구간으로 나타내면 어떻게 된다고요? 여기 밑줄 쳐놓고 이렇게 말할 수 있습니다. -1, 0의 열린구간에서 적어도 하나의 실근을 갖느냐는 문제입니다. 자, 그럼 어떻게 푼다고요? -1과 0이니까 실제로 저 함숫값에다가 -1과 0을 넣어서 곱했을 때 어떻게 돼? 0보다 작으면 된다는 거야. 실제로 넣어보자. $f(-1)=(-1)^3-(-1)^2+1=-1-1+1=-1$. 그 다음에 $f(0)=1$이 되죠. 그러면 $f(-1)f(0)=-1<0$. 그럼, 우리는 무슨 이야기를 할 수 있다구요? $f(x)=0$은 어디서 실근을 가진다구요? -1과 0사이에 적어도 하나의 실근을 갖는다라고 말할 수 있지.

교사 B가 수업 실제에서 선택한 문제'삼차방정식 $x^3-x^2+1=0$ 은 -1과 0 사이에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라'와 같이 '중간값의 정리'는 방정식의 실근이 어떤 구간에서 존재하는지를 판단할 때 일반적으로 사용된다. <프로토콜 B-8>에서 알 수 있듯이 교사 B도 중간값의 정리에 의해 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$가 서로 다른 부호를 가지면 방정식 $f(x)=0$은 a와 b 사이에 적어도 하나의 실근을 가진다(우정호 외, 2009)는 사실을 사용하여 문제를 해결하는 것을 볼 수 있었다.

☞ <중간값의 정리>에 대한 SCKT

문제 '삼차방정식 $x^3-x^2+1=0$ 은 -1과 0 사이에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라'를 해결하기위한 교수 활동으로써 다음을 생각할 수 있다.

(1) 표를 이용해서 실근의 존재를 파악하도록 할 수 있다.

x에 관한 식을 함수 $f(x)=x^3-x^2+1$ 로 놓은 다음 x가 정수일 때 표를 작성한다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	?	0	1	2	$\cdots$
$f(x)$	$\cdots$	-35	-11	-1	0	1	1	5	$\cdots$

$f(x)=0$이 되는 x가 $f(-1)=-1$, $f(0)=1$임으로 구간 $[-1,0]$안에 존재함을 알 수 있다. 또한 x가 0 이상인 경우에는 $f(x)$의 값이 양수임을 관찰함으로써 '중간값의 정리'를 사용할 수 있는 전제 조건인 구간의 양 끝점에서의 함숫값의 부호가 서로 달라야 한다는 성질

의 의미를 확인시킬 수 있다. 이것은 교사가 적절하지 못한 조건을 탐구해봄으로써 '중간값의 정리'의 성질을 확고히 하는데 의미가 있다. 실근인 x가 존재하는 구간을 좀 더 구체적으로 살펴보기 위해서 x를 실수 범위로 확장하여 표를 작성한다.

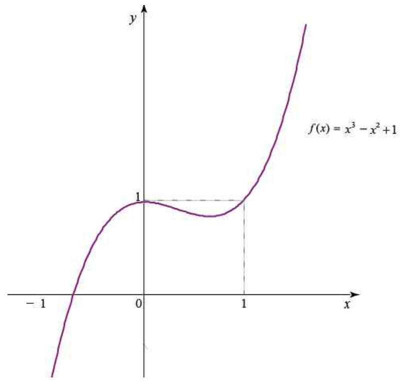
x	-1	$\cdots$	$-\frac{4}{5}$	$\cdots$	$-\frac{3}{4}$
$f(x)$	-1	$\cdots$	$-\frac{19}{125}$	$\cdots$	$\frac{1}{64}$

$f\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{19}{125}$ 이고 $f\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{64}$ 가 되어 $f(x)=0$이 되는 실근 x는 구간 $\left[-\frac{4}{5},-\frac{3}{4}\right]$에 존재하는 것을 확인할 수 있다. 구간 $\left[-\frac{4}{5},-\frac{3}{4}\right]$은 구간 $[-1,0]$보다 더욱 세분화한 구간으로 학생들이 실근이 존재하는 범위를 좀 더 구체적으로 파악할 수 있도록 한다.

(2) 함수의 그래프를 활용하여 실근의 존재를 파악하도록 할 수 있다.

함수 $f(x)=x^3-x^2+1$ 의 그래프를 직접 그려봄으로써 $f(x)=0$이 되는 x가 구간 $[-1,0]$안에 존재함을 확인할 수 있다. 교사 B가 <프로토콜 B-8>에서 보여주었듯이 교사는 그래프를 그려봄으로써 '중간값의 정리'가 만족함을 설명하여 실근이 존재한다는 것을 보여준다. 이 부분에서 교사는 간과하지 말아야 하는 사실이 있다. 문제에서 주어진 함수의 그래프를 그릴 수 있어야 한다는 것이다. 왜냐하면 일반적으로 다항함수에서 3차 함수까지는 그리기 쉬울 수 있으나 4차 이상인 다항함수나 복잡한 지수함수, 로그함수, 그리고 삼각함수는 그리기가 쉽지 않기 때문이다.

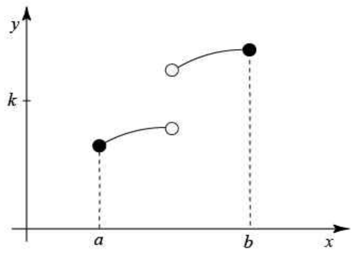
교사는 앞 단계의 표를 이용한 방법과 그래프를 이용한 방법을 비교하고 표를 이용하여 그래프를 그리는 교수 활동을 함으로써 학생들의 이해를 돕는 교수 활동과 그에 맞는 수학적 지식을 갖추어야 한다. 나아가 교사는 표를 이용한 방법과 그래프를 활용한 방법의 번거로움 등의 단점을 지적하면서 기호화한 '중간값의 정리'가 문제를 해결하는데 일반적인 성질임을 알려주어야 한다.



[그림 Ⅳ-2]

(3) 반례를 탐구함으로써 ‘중간값의 정리’의 전제 조건을 강조할 수 있다.

교사가 또 한 가지 주의해야 할 점은 ‘중간값의 정리’가 연속함수일 때 성립한다는 것을 강조하여야 한다. 예를 들어 [그림 Ⅳ-3]에서 보는 것처럼 불연속함수에 대해서 $f(a)$와 $f(b)$사이에 어떤 k가 있어서 $f(c)=k$가 되는 c가 구간$[a,b]$에 존재하지 않을 수 있기 때문이다. 이러한 교수 활동으로 ‘중간값의 정리’가 성립하기위해서는 먼저 연속함수여야 한다는 것을 학생들에게 자연스럽게 이해시킬 수 있다.



[그림 Ⅳ-3]

2) 수학적 개념과 성질의 연관성을 설명할 수 있는 지식

교사 A는 단원 ‘지수함수의 부정적분’의 수업 실제(프로토콜 A-3)에서 미분과 적분이 역의 연산 관계임을 이용하여 지수함수의 부정적분 $\int e^x\,dx$, $\int a^x\,dx$을 구하기 전에 지수함수 e^x, a^x의 도함수를 복습하였다. 학생들의 학습 기억을 상기시키고 본 차시의 학습 내용과 연관하여 설명하기 위해서 지수함수 e^x, a^x의 도함수 $(e^x)'=e^x$, $(a^x)'=a^x\ln a$를 판서

하면서 수업을 시작하였다.

<프로토콜 A-3> 중에서

교사 A : $\int e^x\,dx$, $\int a^x\,dx$ 부터 보겠습니다. 자, 일단은 하기 전에 미분부터 다시 생각해야겠지요. $\{e^x\}'$ 어떻게 됐었죠? 그냥 그대로($\{e^x\}'=e^x$)였죠? 그 다음에 $\{a^x\}'$ 어떻게 됐었지? 그냥 a^x에, 어떻게 됐었죠? 이 앞에 뭐가 나왔어요? $\ln a$가 딸려서 나왔었지요 ($\{a^x\}'=a^x\ln a$)? 기억나죠? 그러면 적분 한 번 해봅시다. 그럼 어차피 $\{e^x\}'$하면 자기 자신이잖아. 그죠? 적분하면 자기자신인건데 주의할 점은 뭔가요? 뭐가 들어가야 된다고요? 적분상수 C가 들어가야 되겠죠$\left(\int e^x\,dx=e^x+C\right)$? a^x은요? 반대로 봐요. 반대로 ($\{a^x\}'=a^x\ln a$). $\{a^x\}'$하면 a^x은 그대로 나오잖아? 그대로 유지됐죠? 그럼 애(a^x)를 미분할꺼야. a^x만 남아야 되니까 애($\ln a$)가 없어지려면 어떻게 돼야겠어요? $\ln a$가 밑에 있으면 $\{a^x\}'$되면서 $\ln a$가 나오기때문에 없어지면서 애(a^x)만 남겠죠? 맞아요? $\left(\int a^x\,dx=\frac{1}{\ln a}\,a^x+C\right)$ 이렇게 된다. 됐습니까?

☞ <지수함수의 부정적분>에 대한 SCKT

교사 A는 판서된 지수함수의 도함수와 부정적분의 개념을 관련하여 설명하면서 지수함수의 부정적분을 구하는 교수 활동을 하였다.

(1) 표를 사용하여 다항함수와 지수함수의 미분과 부정적분 관계를 이해시킬 수 있다.

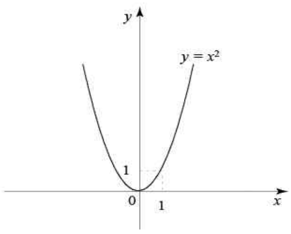
$f(x)$	$f'(x)$	$\int f(x)\,dx=F(x)+C$	$\frac{d}{dx}(F(x)+C)$
x^2	$2x$	$\int x^2\,dx=\frac{1}{3}x^3+C$	x^2
e^x	e^x	$\int e^x\,dx=e^x+C$	e^x
a^x	$a^x\ln a$	$\int a^x\,dx=a^x\frac{1}{\ln a}+C$	a^x

이 때, 교사 A가 <프로토콜 A-3>에서 보여준 것처럼 $\int a^x\,dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$가 되는 과정

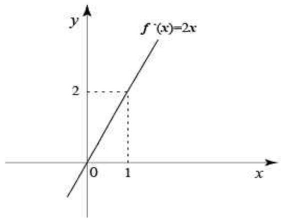
을 바로 보여주기보다는 먼저 쉬운 다항함수 $\int x^2\,dx$을 구하는 과정을 보여줌으로써 학생들의 이해를 도울 수 있다. 즉, $\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$ 라는 3차함수가 되고 다시 부정적분인 이 3차함수 $\frac{1}{3}x^3 + C$ 를 미분하면 x^2이 된다는 사실을 확인시켜 미분과 부정적분의 역연산 관계를 보여주는 것이다. 이와 같은 방법으로 지수함수 a^x의 도함수가 $a^x \ln a$임을 보이고 부정적분 $\int a^x\,dx$을 미분하면 다시 a^x가 되어야하므로 $\int a^x\,dx = a^x \frac{1}{\ln a} + C$ 임을 보여주는 것이다.

(2) 그래프를 이용할 수 있다.

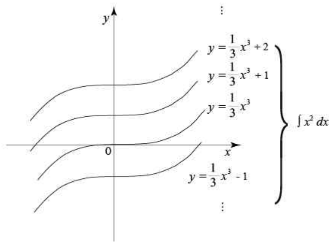
다항함수 $f(x) = x^2$의 그래프 [그림 Ⅳ-3]와 $f(x)$의 도함수 $f'(x) = 2x$의 그래프 [그림 Ⅳ-4]은 2차함수와 1차함수로서 서로 다른 함수이다. 부정적분 $\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$의 그래프 [그림 Ⅳ-6]는 상수 C 만큼 차이가 있는 3차함수들이다. 학생들은 다항함수의 그래프, 다항함수의 도함수와 부정적분의 그래프를 비교해봄으로써 그것들이 서로 다른 함수라는 것을 쉽게 받아들일 수 있다. 같은 방법으로 자연지수함수 $f(x) = e^x$와 그 도함수 $f'(x) = e^x$, 그리고 부정적분 $\int e^x\,dx = e^x + C$ 의 그래프 [그림 Ⅳ-7], [그림 Ⅳ-8], [그림 Ⅳ-9]를 차례로 비교해봄으로써 자연지수함수, 자연지수함수의 도함수, 자연지수함수의 부정적분(상수 C는 배제함)은 모두 같은 함수라는 것을 확인시킬 수 있다.



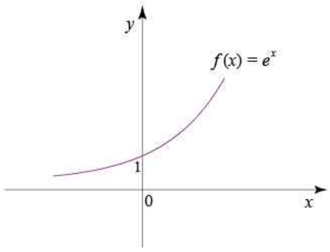
[그림 Ⅳ-4]



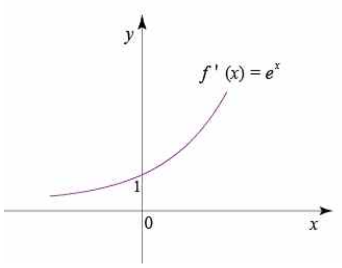
[그림 Ⅳ-5]



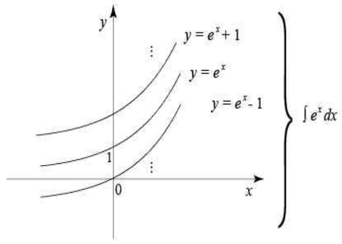
[그림 Ⅳ-6]



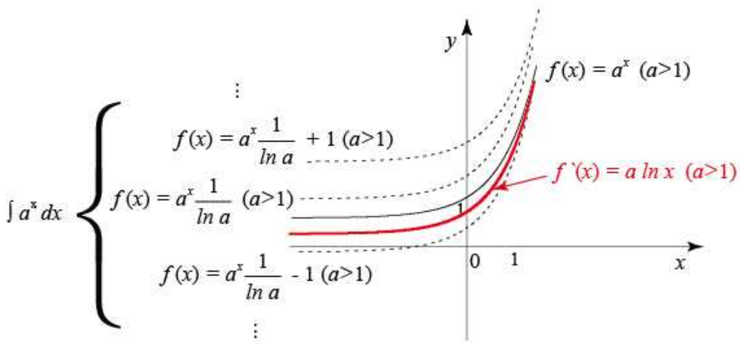
[그림 Ⅳ-7]



[그림 Ⅳ-8]



[그림 Ⅳ-9]



[그림 Ⅳ-10]

마지막으로 밑이 $a(a>1)$인 지수함수 $f(x)=a^x$와 그의 도함수 $f'(x)=a^x\ln a$, 그리고 부정적분 $\int a^x dx = a^x\frac{1}{\ln a}+C$ 의 그래프들(그림 Ⅳ-10)을 차례로 비교해봄으로써 밑이 $a(a>1)$인 지수함수, 지수함수의 도함수, 그리고 부정적분(상수 C는 배제함)의 관계가 상수배($\ln a$ 또는 $\frac{1}{\ln a}$)만큼만 차이가 있는 지수함수라는 것을 확인시킬 수 있다.

여기에서도 교사는 적분상수 C 의 의미를 부가적으로 상기시켜 주어야한다. 왜냐하면 두 함수가 어떤 구간에서 같은 도함수를 가지면 이 두 함수는 상수만큼의 차이만 있다는 사실을 고등학교 과정에서 증명할 수는 없지만 교사라면 이러한 사실을 인지하여 수업 실제에서 어떤 함수의 부정적분은 하나의 함수가 아니라 상수 C 만큼 차이가 나는 함수들을 의미한다고 강조하여야 한다.

지수함수는 자연현상이나 인구성장률과 같은 사회현상을 나타내는 수학적 모델로 자주 사용되는 함수이다. 연구 일정에 따라 교사 A의 '지수함수'의 수업 실제를 관찰할 수는 없었지만 본 차시의 수업 내용이 지수함수와 연관이 있는 지수함수의 부정적분에 관한 내용이라

서 교사 A가 생각하는 지수함수에 관한 교수 활동이 궁금하여 수업 관찰 후에 사후 면담을 실시하였다.

<면담 A-6> 중에서

연구자 :	지수함수를 수업할 때 수업내용은 어떻게 구성했는지?
교사 A :	지수함수가 어떤 함수인지 지수함수를 정의하고 그 다음에 문제를 통해서 지수함수를 확인하는 수업을 했어요.
연구자 :	문제는 어떤 문제를 선택했나요?
교사 A :	교과서 순서대로 다 풀어주지는 못하고 예제 하나, 문제 하나 ,그 다음에는 학생들 스스로 풀어보게 했습니다.
연구자 :	지수함수는 어떤 함수인지?
교사 A :	지수형태 a^b에서 지수 부분이 미지수 x인 함수를 말합니다.

면담 결과, 교사 A가 수업 실제에서 보여주는 고등학교에서 가르치는 지수함수에 관한 내용(CCK)은 부족함이 없이 표현되었을 것임을 알 수 있었다. 또한 '지수함수'의 전형적인 문제 제시나 해결도 충분했음을 알 수 있었다. '지수함수'는 수학 뿐 만 아니라 사회현상, 기초과학에서 나타나는 현상을 설명하기 좋은 학습 내용이다. 교사는 교과서에 나오는 문제 뿐 만 아니라 '지수함수'를 실생활과 관련된 문제를 제시함으로써 '지수함수'라는 학습 내용이 교과서에만 존재하는 수준에 머물지 않고 현실과 밀접하게 살아있는 학습 내용임을 학생들에게 느낄 수 있게 교수할 수 있어야 한다. 이는 교사가 수업 실제에서 특정한 수학적 개념과 성질 등을 실생활과 연관시킬 수 있는 수학적 지식(SCKT)의 유무를 알아 볼 수 있는 것이다. 위 면담에서 나타나듯이 교사 A는 '지수함수'수업 실제에서 지수함수의 정의와 전형적인 문제로만 수업 내용을 구성했음을 볼 수 있었다.

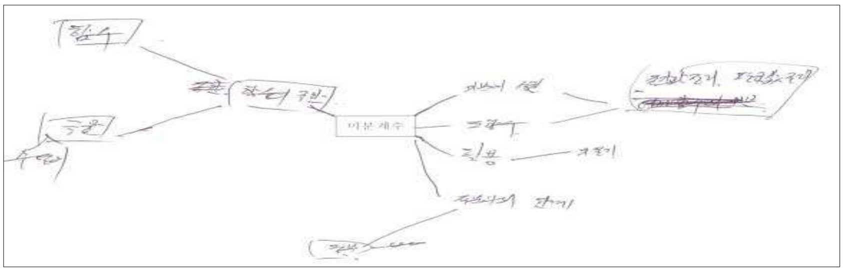
<프로토콜 B-10>에서 교사 B는 단원 '미분계수'의 수업 실제에서 '미분계수'가 평균변화율의 극한으로 정의되는 수학적 사실(CCK)로서 교수 활동을 하였다. 따라서 교사 B는'미분계수'를 정의하기 위해서 평균변화율과 함수의 극한을 복습하면서 수업을 시작하였다.

- <프로토콜 B-10> 중에서 -

교사 B :	이렇게 평균변화율을 구할 수 있어. 어, 미분을, 다항함수의 미분을 배우기 시작했는데 시작하자마자 배운 건 평균변화율 하나밖에 없어. 그럼, 도대체 미분은 뭘로 이야기를 하겠다는 거냐면 요, 평균변화율의(잠시 뜸을 두고) 평균변화율 배우기전에 계속해서 뭐 배웠죠? 함수의?
학생 :	극한
교사 B :	극한, 배웠죠. 극한. 우리는 평균변화율의 극한으로 미분계수를 정의할 겁니다.

☞ <미분계수>에 대한 SCKT

교사 B의 이러한 교수 활동은 ‘미분계수’가 평균변화율과 함수의 극한의 수학적 개념과 연관이 있다는 것을 알고 있다고 볼 수 있다. 또한 설문내용이었던 ‘미분계수에 관련된 수학적 개념이나 수학적 사실의 로드맵(계보)을 작성하시오.’의 교사 B의 답변에 해당하는 [그림Ⅳ-11]에서도 알 수 있듯이 ‘미분계수’는 함수, 수열의 극한, 함수의 극한, 도함수, 평균값의 정리, 그리고 적분 등과 같은 수학적 성질과 연관이 있음을 보여주었다. 그 뿐만 아니라 [그림Ⅳ-11]는 교사 B가 ‘미분계수’을 중심으로 하는 고등학교 수학 내용의 교육과정의 계열성까지 이해(KCC)하고 있음을 나타내었다. 하지만 그들나름 머리 속에 정리하고 있는 관계망을 따라 수업을 전개하지 않았다. 즉, 머리 속으로 알고 있는 것과 교수내용은 다르게 나타났다



[그림 Ⅳ-11] 교사 B의 면담 내용

학생들이 ‘미분계수’ 단원에서 오류를 범하는 내용으로 함수의 극한과 평균변화율의 극한인 미분계수를 구별하지 못하는 경우가 있다. 다시 말하면 평균변화율이 기하학적 의미로 보면 주어진 구간에서의 직선의 기울기에 해당하는 것은 쉽게 인식하는 반면에 ‘미분계수’에서의 평균변화율이 주어진 구간에서의 기울기 함수에 해당하는 함수로의 전환된 생각을 파악하지 못한다는 것이다. 교사가 학생들의 이러한 어려움이나 오류를 해결하기 위해서 다음과 같은 교수 활동을 할 수 있다.

(1) 표를 활용할 수 있다.

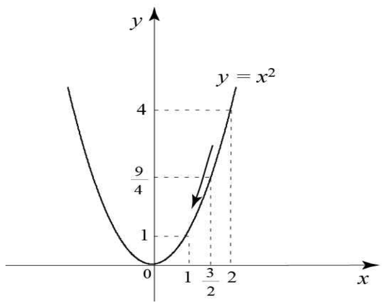
예를 들어 함수 $f(x)=x^2$에 대하여 $x=1$에서의 미분계수 $f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$을 구하는 과정을 표를 이용하여 보여준다.

x	2	$\cdots$	$\frac{3}{2}$	$\cdots$	1
$f(x)$	4	$\cdots$	$\frac{9}{4}$	$\cdots$	1
$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$	3	$\cdots$	$\frac{5}{2}$	$\cdots$	?

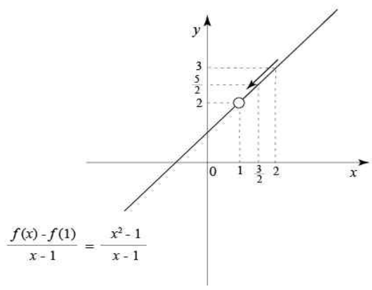
x의 값이 1에 가까이 갈수록 평균변화율인 기울기 함수의 값이 2로 접근한다는 것을 보여 줄 수 있다.

(2) 그래프를 이용할 수 있다.

(가)에서의 표의 요소인 함수 $f(x)=x^2$의 그래프 [그림 Ⅳ-12]와 기울기 함수 $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{x^2-1}{x-1}$ 의 그래프 [그림 Ⅳ-12]에서 x의 값이 1에 가까이 갈 때 각각의 함숫값들의 변화를 보여줌으로써 교사는 학생들의 '미분계수'에 대한 이해를 도울 수 있다.



[그림 Ⅳ-12]



[그림 Ⅳ-13]

3) 수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식

<프로토콜 A-2>는 단원 '삼각함수의 부정적분'에 대한 교사 A의 수업 실제이다. 교사 A가 선택한 문제 부정적분 $\int \frac{1+\cos x\tan x}{\cos^2 x}\,dx$는 단순한 풀이에 의해 해결되는 문제가 아니라 삼각함수의 성질, 삼각함수의 도함수 등을 문제를 해결하는 절차에 따라 적절히 이용하여야만 해결되는 문제이었다.

<프로토콜 A-2> 중에서

교사 A : 하나만 더 해봅시다. 이번에는 $\int \frac{1+\cos x \tan x}{\cos^2 x}\, dx$. 자, 이 문제 한번 보자. 일단 간단하게 정리를 해봐야 될 것 같은데. 보자. $\cos x$하고 $\tan x$하고 곱하면 어떻게 돼요? 아까 했었잖아. (잠시 사이를 두고) $\sin x$ 되죠? $\sin x$. $1+\sin x$이고 밑에는 $\cos^2 x$가 남죠$\left(\int \frac{1+\sin x}{\cos^2 x}\, dx\right)$? 이제 우리가 뭔가 할 수 있는 게 너무 없지 않나요? 이제 어떻게 생각해야 될까?

학생 : 나눠서, 여기 저기, 대각선으로 … (웅성웅성)

교사 A : 대각선? 이렇게$\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)$ 보면 이거 뭐에요? $\sec^2 x$이죠? $\sec^2 x$ 적분하면 뭐겠어요?

학생 : $\tan x$요.

교사 A : 이렇게$\left(\frac{\sin x}{\cos^2 x}\right)$ 보면 $\frac{1}{\cos x}$하나랑 $\sin x$ 곱하면 $\tan x$죠? $\frac{1}{\cos x}$은 뭘로 바뀌어?

학생 : $\sec x$

교사 A : $\sec x \tan x$로 바뀌죠? 얘($\sec x \tan x$)는 뭐겠어요? $\sec x$ 미분한 거겠죠? 자세히 다시 써 보면, 부정적분을 만들어 보면 $\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx + \int \frac{\sin x}{\cos^2 x}\, dx$ 이렇게 되있잖아요? 하고 봤더니 이것($\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx$)가 뭐라구요? $\int \sec^2 x\, dx$. 이것($\frac{\sin x}{\cos x}$)은 뭘로 부정적분 됐죠?

학생 : $\tan x$

교사 A : 이것$\left(\frac{\sin x}{\cos^2 x}\right)$도 마찬가지로 해보자. 이것은 $\tan x$에다가 $\sec x$ 곱한거잖아요. 그럼 뭘 미분하면 애가 됐었어? $\sec x$를 미분하면 $\sec x \tan x$ 됐었죠? 그죠? 플러스 C까지. 이렇게($\tan x+\sec x+C$) 되는 거죠. 이런 식으로 부정적분이 된다 이거죠.

☞ <삼각함수의 부정적분>에 대한 SCKT

$\frac{1}{\cos x}=\sec x$ $\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$ 수업 중에 나타난 교사 A의 교수는 부정적분을 해결하기위해서 필요한 삼각함수의 성질(CCK)을 교사자신은 잘 알고 있다는 것을 보여주었다. 또한 부정적분 $\int \frac{1+\cos x \tan x}{\cos^2 x}\, dx$을 해결하는 과정에서도 삼각함수의 성질을 적절하게 사용(SCK)하여 교수하였다. 교사는 교수 활동을 할 때 학습 내용을 학생들이 얼마나 이해하고 있는지를 어느 정도 가늠할 수 있다. 교사는 학생들의 이해 정도에 따라 교수하는 형태가 달라져야 한다.

<프로토콜 A-2>에서 교사 A는 삼각함수의 성질, 예를 들면 $\frac{1}{\cos x}=\sec x$ 을 판서하지

않고 말로만 언급하고 그쳤다. 이 후, 학생들의 반응은 학습 내용을 어려워하는 양상을 보였다. 교사의 SCK는 학생들이 가지는 어려움(KCS)에 따라 다르게 나타나야 한다. 수업을 관찰하면서 연구자는 교사 A가 학생들이 받아들이는 학습내용에 대한 어려움(KCS)을 고려하여 수학내용(SCK에 해당)을 전개했으면 하는 생각하였다.

<프로토콜 B-10>에서 교사 B의 '미분계수'와 관련된 수학적 개념과 성질에 대한 지식(SCKT)을 살펴보았다. 여기에서 교사 B의 SCKT의 또 다른 측면을 볼 수 있는데 '미분계수'를 정의하기위해서 교사 B는 '평균변화율'의 개념을 복습한 다음에 평균변화율의 극한으로 '미분계수'를 정의하는 교수 활동을 전개하였다. 이것은 교사 B가 '미분계수'라는 수학적 개념을 설명하기 위하여 평균변화율과 극한의 개념을 수학적인 규칙과 절차에 따라 설명했다고 볼 수 있다. <프로토콜 B-13>은 교사 B가 단원 '함수의 극대, 극소'을 교수하는 수업의 일부분이다.

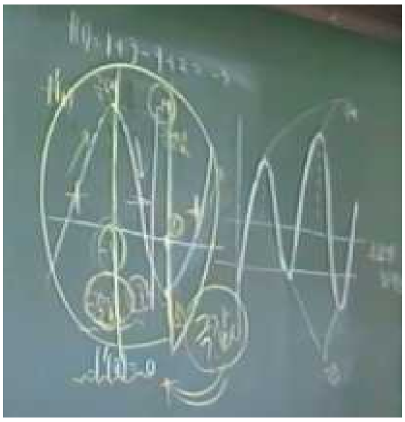
<프로토콜 B-13> 중에서
교사 B : 73페이지에 있는 극대극소의 판정을 봅시다. 함수가 증가하다가 감소할 때 이 점을 우리가 극대라고 한다고 그랬죠. 그러면은 이렇게 증가하다가 감소한다고 그랬을 때 $f'(x)$의 부호가 머로 바뀌죠. $f'(x)$는 여기가 증가하기 때문에 +에서 무엇으로 바뀝니까? -로 바뀝니다. 부호가 +에서 -로 바뀌는 즉, 도함수의 부호가 +에서 -로 바뀌는 이 점을 뭐라고 그러지? 극대. 아, 이점에서 뭘 갖는다. 극대를 갖는다는 거죠. 거기서 극대를 갖는다고 합니다. 그리고 극댓값 $f(a)$를 갖습니다. 자 그러면 $f'(x)$의 부호가 이번에는 음수에서 양수로 바뀌면요. 여길 기준으로 해서 또 양수에서 음수로 바뀌죠. 양수, 음수, 양수. 음수에서 양수로 바뀌는 이 때 x는요. 즉 1에서 뭘 갖는다. 극솟값을 갖겠죠. 극솟값을 갖는다라고 합니다. 됐죠. 자 그렇게 어렵지 않아요. 예제 1번을 통해서 극값을 구해보겠습니다. 자, $f(x)$는 자, 여러분 같이 봅시다. 자, 극값을 구하는 것도요. 마찬가지로 도함수를 구해서 그래프의 개형을 판단해서 우리가 뭐 할 수 있어. 극값을 구할 수가 있습니다.

☞ <함수의 극대, 극소>에 대한 SCKT

교사 B는 도함수를 이용하여 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있다는 것을 설명하기위해서 함수의 극댓값, 극솟값의 용어를 설명하고 극값(극댓값, 극솟값)이 도함수와 관련하여 가지는 성질에 대해 설명하고 마지막으로 도함수를 이용한 함수의 극대, 극소를 판정하는 교수 활동을 전개(SCK)하였다. 이러한 교수 활동은 교사 B 자신은 함수의 극값을 판정하는데 도함수를 이용하는 방법이 유용하다는 사실을 알고 있다는 것을 확인할 수 있었다. 하지만 수업실제에서 교사 B가 보여준 교수 활동에서 학생들에게 함수의 극값을 판정하는데 도함수를 이용하는 방법이 유용하다는 사실을 부각시키기 위해서 함수에서 극값을 구할 때 극값의 정의에 의해 구해보고 도함수를 이용하여 함수의 극값을 구한 다음 서로 비교하여 이 단원의 학습목표이기도 하는 도함수를 이용하여 함수의 극대, 극소를 판정하는 것이 유용하다

는 것을 보여주는 교수활동(KCT)이 있었으면 하였다.

초임교사 A와 B의 SCKT 측면을 수학적 개념과 사실의 전형적인 문제, 수학적 개념과 사실의 연관성, 수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식으로 나누어 살펴본 결과, 초임교사 A와 B의 SCKT는 고등학교 수학내용인 CCK의 요소가 강한반면 이를 교수하는데 전문성을 보이는 SCKT의 수준은 여전히 부족하다는 것을 보여주었다. 또한 초임교사 A와 B의 SCKT 측면이 수업에서 잘 나타나려면 PCK영역인 KCS, KCT, 그리고 KCC를 잘 알고 있을 때 교수를 위한 SCKT가 의미있게 제시될 수 있을 것이다. 교사 B의 SMK도 교사 A와 마찬가지로 CCK는 충분한 반면에 KCS, KCT를 고려한 SCKT는 더욱 연구가 필요하다고 볼 수 있다. 그 한 예로 학생이 잘 이해하지 못하고 질문을 하였을 때 하위 구조의 지식을 따라 설명하는 것이 아니라 이미 언급한 내용(학생이 이해하지 못했던)을 반복적으로 설명할 뿐이었다.



[그림 Ⅳ-14] 함수의 극대, 극소

Ⅴ. 결론

Ball 외(2008)는 교사의 교수를 위한 전문화된 수학내용지식(SCKT)를 수학교사로서 정체성을 가장 잘 드러내는 중요한 요소로 보았다. 따라서 본 연구는 미적분 영역에서 우리나라 고등학교 초임교사들의 SCKT의 특성을 파악하고자 하였다. 이를 위해 초임교사의 SCKT의 요소인 수학적 개념과 성질의 문제를 설명할 수 있는 지식, 수학적 개념과 성질의 연관성을 설명할 수 있는 지식, 수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식으로 나누어 살펴보았다. 교사 A가 본인이 알고 있는 지식을 수업 실제에서는 학생에게 어떻게 표현해야 할지를 잘하지 못한다고 토로하였고 교사 B도 수학적 개념간의 연결성을 고려하는 수업 실제에서 이전 수업 내용을 그대로 언급하는 것만으로 본 차시와 연결을 꾀하는 것을 볼 수 있었다. 이는 교수 실제에서 나타난 초임교사의 SCKT가 교수 활동에서 충분히 발휘되지 못한다는 것을 의미한다. 본 연구의 두 고등학교의 상황[5]이 서로 다름에도 두 초임교사 모두 교과서 중심의 진행을 따르고 있었고 학생들의 학습수준을 고려한 수학지식의 차별화된

접근은 찾아보기가 어려웠다. 본 연구결과에서 교사의 프로토콜에 나타나있듯이 두 교사들은 교과서에서 다루는 예제를 중심으로 <표 Ⅳ-2>가 보여주는 것처럼 다양한 학습의 기회를 제공하지 못하는 one-dimensional(단편적) SCKT만을 제시하였지만 연구자는 각 교수 실제마다 교사가 접근가능한 multi-dimensional(다차원적) SCKT를 포함하여 미적분의 수학 내용에서 교사가 활용해야하는 SCKT를 규명하고자 하였다. 즉 연구참여자들의 SCKT가 부족하였다라고만 마무리할 것이 아니라 교사의 SCKT의 접근가능성을 제시하여 현장교육에 도움을 주고자 한 것이다.

일반적으로 교사들은 교과서의 내용만 잘 다룬다면 자신의 할 일을 잘하였다고 생각한다. 본 연구의 수업관찰에서 나타났듯이 학생들의 질문에도 똑같은 내용을 반복적으로 다루거나 임기응변식(다음에 더 자세히 다룬다는 식)으로 순간을 모면하였다. 이는 교사 스스로도 학생의 선수학습이 결여되어있으니 당연히 선수지식을 다루며 본 차시와 연결을 시도해야함에도 그 적절한 대응 방법을 알지 못하는 것이다. 또한, 이는 교사가 가지고 있는 지식들이 학생의 수준(KCS)와 교수법(KCT) 그리고 교육과정(KCC)와 같은 PCK 영역들의 요소들과 관계망을 구성하며 형성되어야함을 의미한다. 교사는 수학지식의 앞뒤, 상하체계를 이해해야할 뿐만 아니라 어떤 과제를 통해 지식을 담아내고 그러기 위해서 필요한 활동들은 무엇인지, 더불어 학생들의 흥미를 어떻게 이끌어낼지를 끊임없이 연구해야 한다.

교사지식은 예비교사교육과 현장교육의 경험을 통해서 얻어진다. 초임교사는 현장교육의 기간이 짧아 이들의 교수활동의 대부분은 예비교사교육과 그들이 교사임용시험을 준비하면서 습득한 지식들이 대부분이다. 초임교사들이 그들이 알고 있는 지식과 교수활동에서 나타내는 지식이 다르다는 연구(김유경 외, 2012)도 있지만 이들 초임교사들에게 선행적으로 이루어지는 교육적 경험이 학교수학에 대한 올바른 지식구조를 가질 수 있도록 사범대학 교육과정과 임용고사에서 요구하는 영역이 이를 뒷받침해야한다. 예를 들어 미적분 영역은 학교수학의 여러 영역 중 난이도에서 가장 높은 고지에 있는 지식체계이다. 이런 내용을 예비교사가 다룰 때 다른 여러 단과대학에서 다루는 것처럼 단지 수많은 공식을 통해 답을 구할 수 있다라는 접근은 제고되어야 하고 이를 어떤 구조로 더 세분화하여 구성할 수 있는지, 역사적으로 발전해온 미적분의 대표적인 개념들을 인지하고, 지식의 로드맵을 구성하여 현장에서 다룰 때 어떤 차별적 지식의 다양성을 제시할 수 있는지를 예비교사가 경험할 수 있게 미적분학 강의가 이루어져야 하며 이를 머리에만 머무르는 지식이 아니라 수업시연을 통한 SCKT가 잘 발현될 수 있도록 안내해야할 것이다.

---

5) 교사 A는 중소도시에 있는 학교로 대입준비에 역점을 두는 학교이고, 교사 B는 농어촌지역에 위치하고 있어 상대적으로 대입준비에 압박감이 덜 한 학교이다.

<표 Ⅳ-2> 초임교사 A와 B의 교수를 위한 전문화된 내용 지식(SCKT)

SCKT	교사 A	교사 B
수학적 개념과 성질의 문제를 설명할 수 있는 지식	치환적분법의 유용성을 알고 있고 문제 $\int (2x+1)^3\, dx$가 치환적분의 유용성을 알려주는 전형적인 문제임을 인식하고 있다는 것을 알 수 있었다. 하지만 교수를 위한 충분한 지식은 하위개념을 이해하고 나아갈 수 있게 세분화되지 않았다.	수업 실제에서 선택한 문제'삼차방정식 $x^3 - x^2 + 1 = 0$ 은 -1과 0 사이에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라'은 교사 B 스스로 '중간값의 정리'전형적인 문제임을 알고 있으며 문제 해결까지도 그 성질에 맞게 교수하는 것으로 보아 '중간값의 정리'의 사실(CCK)을 인식하고 있으나 교수를 위한 지식으로는 변환되지 않았다.
수학적 개념과 성질의 연관성을 설명할 수 있는 지식	미분과 적분이 역의 연산 관계임을 이용하여 지수함수의 부정적분 $\int e^x\, dx$, $\int a^x\, dx$을 구하기 전에 지수함수 e^x, a^x의 도함수를 복습하였다.	'미분계수'는 함수, 수열의 극한, 함수의 극한, 도함수, 평균값의 정리, 그리고 적분 등과 연관이 있음을 보여주었다. '미분계수'을 중심으로 하는 고등학교 수학 내용의 교육과정의 계열성(KCC)을 이해하고 있는 듯하나 실제 수업에서 이전 수업내용을 한번 언급하는 수준에서 본 차시와 연결하였다.
수학적 규칙과 절차를 설명할 수 있는 지식	선택한 부정적분 $\int \frac{1+\cos x \tan x}{\cos^2 x}\, dx$ 을 해결하기위해서 삼각함수의 성질 $\frac{1}{\cos x} = \sec x$ 과 $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$ 을 문제 해결 과정에서 절차에 맞게 설명하였다. 하위 수준을 포함한 재구성은 없었다.	도함수를 이용하여 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있다는 것을 설명하기위해서 함수의 극댓값, 극솟값의 용어를 설명하고 극값(극댓값, 극솟값)이 도함수와 관련하여 가지는 성질에 대해 설명하고 마지막으로 도함수와 관련된 성질을 이용한 함수의 극대, 극소를 판정하는 교수 활동을 교과서 순서대로 전개하였으나 학생수준에 맞게 더 세분화되지 않았다.

참고 문헌

곽영순 (2009). 교실 수업에서 초임 과학교사의 교과내용지식이 내용교수지식에 주는 영향에 대한 연구. 한국과학교육학회지, 29(6), 611-625.

권민성, 남승인, 김상룡 (2009). 미국의 선다형 문항 적용을 통한 우리나라 초등 교사의 수학

을 가르치는데 필요한 지식 분석. 수학교육, 48(4), 399-417.
김유경, 방정숙 (2012). 초등학교 수학 수업에 나타난 초임교사의 교수학적 내용 지식 분석. 한국학교수학회논문집, 15(1), 27-51.
김원경, 김용대 (2002). 교사의 수학적 지식에 대한 연구: 함수개념과 관련하여. 수학교육, 41(1), 101-107.
박임숙 (2002). 교사의 무한개념 이해도 조사 연구. 수학교육, 39(1), 37-47.
우정호 외 9인 (2009). 고등학교 수학, 두산동아 (주).
조용환 (1999). 질적연구: 방법과 사례. 서울: 교육과학사.
최승현, 황혜정 (2008). 수학과 내용 교수지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한연구. 한국학교수학회논문집, 11(2), 569-593.
____________ (2009). 내용교수지식(PCK)에 기초한 수업컨설팅에 관한 연구 -수학 초임교사의 사례를 중심으로-. 학교수학, 11(3), 369-387.
An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
Ball, D. L., Bass, H., Boerst, T., Cole, Y., Jacobs, J., Kim, Y., Lewis, J., Sleep, L., Suzuka, K., Thames, M., & Zopf, D. (2009). Developing teachers' mathematical knowledge for teaching. *Presented as part of a California Commission on Teacher Credentialing Panel via*
Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23.
Cha, I. S. (1999). *Prospective secondary mathematics teachers' conception of function: mathematical and pedagogical understanding*. Ph.D dissertation, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (2003). *Educational research: An introduction*. (7^{th} ed.). White Plains, New York: Longman.
Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. NY: Teachers College Columbia University.
Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
Huberman, M. (1993). *The lives of teachers*. New York: Teachers College Press.
Leinhardt, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 52-75.
Marks, R. (1990). Pedagogical Content Knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study: Application in education*. San Francisco: Jossey-Bass.

Mohr, M. J. (2008). Mathematics knowledge for teaching the case of pre-service teachers. InG. Kulm (Ed.), *Teacher knowledge practice in middle grades mathematics* (pp. 19-43). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers'knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on psychology of mathematics education: Past, Present and Future* (pp. 461-494). Rotterdam, Netherlands: Sense.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

An Analysis of Novice Teachers' Specialized Content Knowledge for Teaching in High School Calculus Lessons

Koh, Hee Jeong[6] · Choi-Koh Sang Sook[7]

Abstract

This study was to investigate novice teachers' Specialized Content Knowledge for Teaching in High School Calculus Lessons. The lessons of two novice teachers in Kyunggi Do were observed from July, 2011 to Feb. 2012. All observed lessons were audeotaped and transcribed into word files. Their calculus lessons were analyzed into three kinds of knowledge consisting of SCKT. Their SCKT just copied the contents of the textbook and other additional SCKT were not found for teaching. Even though students asked a question that they did not understand, the teacher just repeated the previous contents that already he used. But this study included possible contents of SCKT within the areas these teachers covered so that teachers in school may use for teaching of Calculus. The novice teacher do not have sufficient experience, the program of the college of education and the contents of the teacher certificate-examination should include multi-dimensional approaches in SCKT to pre-service teachers in order to raise better specialized teachers in mathematics.

Key Words: Novice Teacher, Specialized Content Knowledge for Teaching (SCKT), Mathematical Knowledge for Teaching, Subject Matter Knowledge, Calculus.

6) Dankook University (khjmath@dankook.ac.kr)
7) Dankook University (sangch@dankook.ac.kr), The Corresponding Author