

## 추계학적 강우발생모형과 Copula 함수를 이용한 가뭄위험분석 Drought Risk Analysis Using Stochastic Rainfall Generation Model and Copula Functions

유 지 영\* / 신 지 예\*\* / 김 동 균\*\*\* / 김 태 웅\*\*\*\*

Yoo, Ji Young / Shin, Ji Yae / Kim, Dongkyun / Kim, Tae-Woong

### Abstract

This study performed the bivariate drought frequency analysis for duration and severity of drought, using copula functions which allow considering the correlation structure of joint features of drought. We suggested the confidence intervals of duration-severity-frequency (DSF) curves for the given drought duration using stochastic scheme of monthly rainfall generation for 57 sites in Korea. This study also investigated drought risk via illustrating the largest drought events on record over 50 and 100 consecutive years. It appears that drought risks are much higher in some parts of the Nakdong River basin, southern and east coastal areas. However, such analyses are not always reliable, especially when the frequency analysis is performed based on the data observed over relatively short period of time. To quantify the uncertainty of drought frequency curves, the droughts were filtered by different durations. The 5%, 25%, 50%, 75%, and 95% confidence intervals of the drought severity for a given duration were estimated based on the simulated rainfall time series. Finally, it is shown that the growing uncertainties is revealed in the estimation of the joint probability using the two marginal distributions since the correlation coefficient of two variables is relatively low.

**Keywords** : drought risk, bivariate frequency analysis, copula functions

### 요 지

본 연구에서는 가뭄빈도해석을 위해 이변량 확률분포함수를 적용하였으며, 가뭄 특성(가뭄 지속기간과 심도)의 상호 관계를 고려하여 지역적 가뭄특성을 종합적으로 판단하였다. 또한 단변량 가뭄해석의 한계점을 극복하기 위한 방안으로 이변량 가뭄해석을 수행하였으며, 이를 위해 코플라 함수를 적용하였다. 가뭄 발생의 확률 및 경향성을 종합적으로 나타내어 줄 수 있는 결합 확률밀도함수를 추정된 후, 지점별 가뭄빈도해석 및 과거 최대가뭄사상에 대한 단변량 및 이변량 재현기간을 산정하여 비교·분석하였다. 또한, 우리나라의 과거 최대가뭄사상에 대한 가뭄위험도분석을 위해, 연속되는 50년과 100년 동안 최소 한번 발생하는 확률(과거 최대가뭄사상 크기의 가뭄)을 강우관측지점별로 계산하여 가뭄위험지역을 예상하였다. 그러나 우리나라와 같이 강수량자료의 기록연한이 짧은 경우에는 이변량 가뭄빈도해석을 수행하는 데 큰 불확실성을 야기할 가능성이 있다. 그러므로 가뭄해석 결과의 불확실성을 정량화시키기 위한 방안으로 강수량모의기법을 활용하였으며, 그 결과 관측된 가뭄사상으로 추정된 이변량 가뭄빈도곡선에 대한 5%, 25%, 50%, 75%, 그리고 95%의 신뢰구간을 제시할 수 있었다. 또한 가뭄 지속기간과 심도의 95% 신뢰수준에 대한 이변량 가뭄재현기간의 경계값(상한값 및 하한값)을 추정하

\* 한양대학교 대학원 건설환경공학과 박사과정 (e-mail: 7924pooh@hanyang.ac.kr)

Ph.D., Candidate, Department of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

\*\* 한양대학교 대학원 건설환경공학과 석사과정 (e-mail: starzee@hanyang.ac.kr)

Graduate Research Assistant, Department of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

\*\*\* 홍익대학교 건설도시공학부 조교수 (e-mail: kim.dongkyun@hongik.ac.kr)

Assistant Professor, Department of Civil and Urban Engineering, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

\*\*\*\* 교신저자, 한양대학교 공학대학 건설환경플랜트공학과 부교수 (e-mail: twkim72@hanyang.ac.kr, Tel: 031-400-5184)

Corresponding Author, Associate Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Ansan 426-791, Korea

었다. 그 결과 불확실성의 원인은 가뭄빈도해석 시 고려되었던 두 변량에 대한 낮은 상관성으로 인해, 확률적인 방법으로 결합분포모형을 추정하는 데 있어 발생한 불확실성인 것으로 확인되었다.

**핵심용어** : 가뭄 위험도, 이변량 빈도해석, Copula 함수

## 1. 서 론

자연적으로 일어나는 자연현상 중의 하나인 가뭄은 인간과 자연환경에 큰 영향을 주어왔다. 가뭄은 일반적으로 강수량의 부족으로부터 유발되며, 도시 및 농업지역의 수자원 이용 전반에 영향을 미치게 된다. 특히, 홍수와는 달리 광범위한 지역에 대하여 영향을 미치게 되므로, 이로 인한 피해도 크게 나타난다. 이 때문에 Wilhite (2000)는 자연재해 중에서 가장 큰 피해를 입히는 재해로 가뭄을 지목한 바 있으며, 특히 우리나라는 대략적으로 2년에 한번마다 가뭄에 의한 수자원 공급 긴장상태를 경험하고, 심한 경우에는 2년 이상 지속되는 가뭄으로 용수 공급에 심각한 차질이 발생하는 것으로 나타나고 있다(Yoo and Ryoo, 2003). 이렇듯 가뭄의 영향범위가 막대하기 때문에 가뭄의 재현특성을 이해하는 것은 가뭄 대응을 위한 중요한 요소가 된다.

일반적으로 가뭄의 해석에는 그 목적에 따라 여러 가지 지표를 이용하여 가뭄을 정의하며, 그 중 강수 및 하천유량 등은 기상 및 수문학적 가뭄을 판단하기 위한 지표로 널리 사용되고 있다. 특히 강수의 부족은 가뭄의 주된 요인이라고 할 수 있으며, 정량적 평가에 효과적으로 이용될 수 있다. 즉, 평균수준(또는 절단수준)을 설정하고 가뭄의 지속기간, 심도, 발생빈도 등을 정의한 후, 이를 시계열 분석하여 가뭄의 특성을 분석하는 것이다(Yevjevich, 1967).

가뭄의 특성을 파악하여 가뭄의 심도를 정량화하기 위해, 여러 가지 가뭄특성인자를 개별적으로 활용하는 가뭄빈도해석 방법이 적용되어져왔다. 그러나 가뭄의 특성인자를 무엇으로 선정하여 분석했는가에 따라 가뭄빈도해석의 결과는 서로 상이하게 나타난다(Fernandez and Salas, 1999; Chung and Salas, 2000; Cancelliere and Salas, 2004). 따라서 최근에는 다양한 가뭄 특성인자 간의 관계를 복합적으로 결합시켜 일관성이 있는 결과를 제시할 수 있는 가뭄해석방법의 필요성이 제기되고 있다. 특히 가뭄은 지속기간과 심도를 주요 특성변수로 갖는 이변량 수문사상이므로, 이 두 가지 변량의 발생분포 특성을 결합하여 통계학적으로 유의한 결합분포함수의 확률을 추정하는 연구가 활발히 이루어지고 있다(Shiau and Shen, 2001; Bonaccorso et al., 2003; Gonzalez and Valdés, 2003; Salas

et al., 2005; Kim et al., 2006; Mirakbari et al., 2010).

이러한 이변량 가뭄빈도해석을 통한 결과의 신뢰성을 확보하기 위해서는 충분한 양의 관측자료를 확보해야 한다(Scott, 1992; Kim et al., 2006). 특히, 통계학적으로 분석되어지는 자료의 개수가 적을 경우, 분산이 증가하여 분석의 효율성이 감소하고 관측자료의 무작위성으로 인한 불확실성이 매우 커진다. 실제, 우리나라의 경우 근대 강우관측은 1900년대에 들어오면서 시작되어 최대 100년 이하의 강수기록을 가지고 있다. 몇몇 지점을 제외하면 대략 50년 이하의 관측기록을 보유하고 있는 지점이 대부분이어서, 가뭄의 재현특성을 정량적으로 파악하는 데 한계가 있다. 이와 같은 한계를 극복하기 위해, 분석자료의 길이를 확장할 수 있는 다양한 연구방법이 제시되고 있다(Narayana, 1982; Entekhabi et al., 1989; Rosenberg, 2004).

본 연구에서는 지금까지 논의한 가뭄재현특성에 관한 연구의 두 가지 주요 문제점, 즉, 이변량 가뭄특성의 고려와 짧은 관측자료로 인한 불확실성 문제를 정량적으로 검토하고자 한다. Fig. 1에 나타난 바와 같이 1~2 단계에서는 기상학적 가뭄분석의 기본 자료인 강수량을 추계학적 모의기법을 활용하여 구축한 월단위 모의 월강수량을 이용하여, Yevjevich (1967)가 제안한 연속이론(Run Theory)을 기반으로 한 가뭄사상을 추출하였다. 3단계에서는 Sklar (1959)에 의해 제시된 Copula 함수를 이용하여 이변량 가뭄빈도해석을 수행하고, 4단계에서는 3단계에서 구축한 이변량 가뭄빈도곡선에 대한 신뢰구간을 제시하였다.

## 2. 연구방법

### 2.1 가뭄의 정의

일반적으로 가뭄을 정의하는 데 있어 크게 4가지 관점(기상학적, 수문학적, 농업적, 사회경제학적 관점)으로 구분되며, 본 연구에서는 가뭄의 가장 근본적인 원인을 강수량의 부족에서부터 시작된다는 기상학적 관점으로 가뭄을 해석하였다. 일반적으로 가뭄의 재현특성을 분석하기 위해서는 연속이론을 적용하여 가뭄사상을 정의하고 가뭄의 특성변수(가뭄의 지속기간, 심도, 간격)를 대상으로 재현기간을 산정하는 방법이 효율적이라고 알려져 있다

(Yevjevich, 1967; Dracup et al., 1980; Sen, 1980; Loaiciga and Leipnik, 1996; Mishra and Desai, 2005).

본 연구에서는 기상학적 측면의 가뭄해석을 수행하고자 월 단위 강수량을 이용하여 Yevjevich (1967)에 의해 제안된 연속이론으로 가뭄을 정의하였다. Fig. 2에 나타난 바와 같이, 수문변량이 가뭄 절단수준 이하로 떨어지는 시점으로부터 절단수준 이상이 되는 종점까지의 시간을 가뭄 지속기간으로 정의하며, 가뭄 지속기간 내의 누적 강우부족량을 가뭄의 심도로 정의하였다.

본 연구에서 가뭄 절단수준을 결정하기 위해서 표준강수지수(Standardized Precipitation Index: SPI) 계산 시 이용되는 방법(McKee et al., 1993)과 동일한 개념으로 월 강우시계열에 대한 각 년도의 월별 가뭄 절단수준을 Eq. (1)과 같이 계산하였다.

$$x_{(n,i)} = \frac{x_{(s,i)} + x_{(s+1,i)} + \dots + x_{(n-1,i)}}{n-s} \quad (1)$$

여기서,  $x_{(n,i)}$ 는  $n$ 년도  $i$ 월의 가뭄 절단수준을 나타내며,

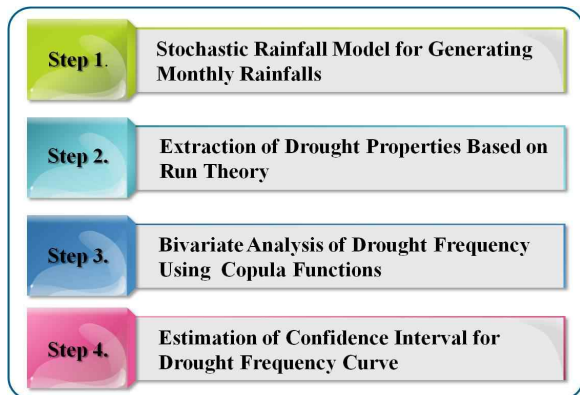


Fig. 1. Flowchart of Research

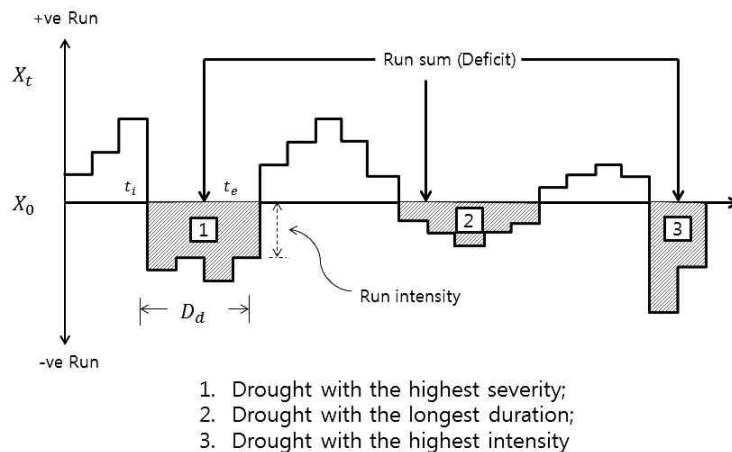


Fig. 2. Drought Characteristics using the Theory of Run for a Given Threshold Level

$i$ 는 1, 2, 3, ..., 12월을 나타내고,  $s$ 는 강우자료보유 시작 연도이다.

## 2.2 추계학적 강우모의 기법

일반적으로 기상학적 가뭄을 해석할 경우에는 장기적인 강우특성의 파악이 필요하기 때문에, 충분한 길이의 월강수량 자료가 구축되어야 한다. Thomas and Fiering (1962)은 순환자기회귀(Periodical AutoRegressive, PAR) 개념의 Thomas-Fiering 모형을 제안하였다. 이는 Auto Regressive Moving Average (ARMA) 종류의 모형으로 월강수량을 모의할 경우 널리 활용되었다(Delleur and Kavvas 1978). Sharma and O'Neill (2002)은 비매개변수적 방법을 이용하여 연도별 강우량의 상호 의존도를 조건부 확률로 고려한 후 월강수량을 모의하는 기법을 개발하였다. 또한 Ünal et al. (2004)은 월강수량 모의를 위한 AutoRegressive 모형, Thomas-Fiering 모형, Fragments 방법, 수정 F 방법, Two-Tier 모형과 Wavelet 방법의 적용성을 비교·검토하였다. Kim and Valdés (2005)는 월 단위 모의자료를 이용하여 가뭄해석을 수행하고자 준비모수(Semi-nonparametric: SNP) 모형을 적용하였으며, 실제 가뭄분석 시 이용될 월 단위 강수량 및 온도를 모의 발생하는 데 있어 1차 SNP 모형의 적용상 효율성을 증명한 바 있다.

본 연구에서는 가뭄빈도해석 시 활용하기 위한 월 단위 지점별 강수량을 모의하고자 1차 SNP 모형을 적용하였다. 1차 SNP 모형은 Eq. (2)과 같이 월 단위 강수량 모의 발생 시 당월( $j+1$ )과 이전 월간( $j$ )의 의존적 관계를 고려하여 월별 강수량을 연속적으로 모의할 수 있는 계절 강수 모형이다(Haan, 2002).

$$X_{i,j+1} = \overline{X_{j+1}} + r_{j+1}(1) \frac{s_{j+1}}{s_j} (X_{i,j} - \overline{X_j}) \quad (2)$$

$$+ z_{i,j+1} s_{j+1} \sqrt{1 - r_{j+1}^2(1)}$$

여기서,  $i, j$ 는 각각 연도와 월을 나타내고 있으며,  $X_{j+1}$ 는 목표로 하는 달의 월강수량을,  $\overline{X_j}$ 는  $j$ 달에 관측된 월강수량의 평균,  $r_{j+1}$ 은 목표로 하는 달과 전달과의 상관계수,  $s_j$ 는 표준편차를 나타낸다. 주의할 점은  $i, j+1$ 에서  $j$ 가 12일 때,  $j+1$ 은 13을 나타내는데 이때,  $i = i+1$ 로 다음해의 1월 나타낸다.  $z$ 는 임의의 표준정규난수를 월별 왜곡도 계수와 계절상관계수와의 관계를 이용하여 나타낸 Gamma 분포의 무작위 변량이다.

### 2.3 Copula 함수를 이용한 이변량 빈도해석 기법

일반적으로 가뭄빈도해석을 수행하는 데 있어 다양한 가뭄 특성인자 간의 관계를 복합적으로 결합시켜 가뭄을 해석할 필요성은 지속적으로 강조되고 있으며, 실제 가뭄 해석 연구에서는 다양한 가뭄특성 인자의 발생분포 특성을 결합하여 통계학적으로 유의한 결합분포함수의 조건부 확률을 추정하는 연구가 활발히 이루어지고 있는 실정이다(Bonaccorso et al., 2003; Kim et al., 2003; Salas et al., 2005; Mirakbari et al., 2010). 또한, Gonzalez and Valdés (2003)는 수자원 시스템이 실패할 위험 정도를 해석하는 데 있어 이변량 가뭄재현기간을 이용하였으며, 그 결과 이변량 가뭄빈도해석의 필요성을 재 증명한 바 있다.

이처럼 실제 수문변량을 분포시키는 데 있어 일반적으로 확정된 분포는 없으며(Silverman, 1986; Moon and Lall, 1994; Smakhtin, 2001), 지난 20여년에 걸쳐 매개변수적 방법과 비매개변수적 방법을 비교분석하는 연구는 지속적으로 이어지고 있다(Adamowski, 1985, 1996; Moon

and Lall, 1994; Lall, 1995). 또한 매개변수적 방법을 이용하였을 경우 발생하는 문제점을 극복하기 위한 대안으로 비매개변수적 방법을 적용한 바도 있다(Oliveria, 1975; Yue et al., 1999; Kim et al., 2003).

두 개 이상의 변량간의 관계성을 파악하는 데 있어 일반적으로는 상관계수를 흔히 활용하지만, 변량간의 분포가 극단치 분포의 꼬리부분을 다루는 변량일 경우에는 Copula를 사용하여 그 의존성 구조를 파악하는 것이 타당하다고 알려진 바 있다(Sklar, 1959). 따라서 최근에는 다변량 간의 의존구조를 파악하는 데 있어, 서로 다른 여러 확률 분포의 결합과 분리가 용이하다고 알려져 있는 Copula 함수를 활용한 가뭄해석이 활발하게 적용되어 지고 있다(Wong et al. 2010). Zhang and Singh (2006)은 가뭄해석을 수행하는 데 있어, Copula 방법을 이용하였을 경우에 이변량 빈도 해석의 한계를 완화할 수 있음을 증명한 바 있다. 또한, Kao and Govindaraju (2007, 2010)는 여러 가지의 극치 분포를 바탕으로 Copula 모형을 적용하여 동일한 자료에 대한 빈도해석 결과를 비교하여, 각 단변량 분포특성에 보다 적합한 모형을 우선 결정한 후, 각 단변량에 대한 최적 분포 함수를 다양한 Copula 함수를 이용하여 결합시키는 방안을 제시한 바 있다. 최근 국내 가뭄연구에서도 Copuls 함수를 활용한 활발한 가뭄해석이 수행되고 있으며, 이 중 Kwak et al. (2012)은 Copula 이론을 이용하여 한강의 상류유역인 평창강과 남한강 상류 유역을 대상으로 수문학적 가뭄의 결합확률분포를 추정하였고, Kim et al. (2012)은 우리나라의 가뭄상황을 종합적으로 판단하고자 Copulas 기반의 결합 가뭄지수를 산정하여 활용한 바 있다.

본 연구에서는 다변량 분포를 구현하는 데 적용이 용이하다고 알려져 있는 다양한 Copula 함수 중 Table 1 (Nelsen, 2006)과 같은 5가지 Copula 함수(Gaussian, Clayton, Frank,

Table 1. Joint Probability Distribution Functions for Copula (Nelsen, 2006)

Copula	Joint probability distribution function
Gaussian	$c^G(u_1, \dots, u_n; \Sigma) = \frac{\partial}{\partial u} C^G(u_1, \dots, u_n; \Sigma) = \frac{1}{ \Sigma ^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} y^T (\Sigma^{-1} - \eta) y\right)$
Clayton	$[\max(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1, 0)]^{-1/\theta}$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$
Gumbel	$\exp(-[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{1/\theta})$
Student-t	$c(u; v, \Sigma) = \frac{\Gamma((v+d)/2)[\Gamma(v/2)]^{d-1}}{[\Gamma((v+1)/2)]^{\frac{1}{2}}} \prod_{i=1}^d (1 + y_i^2/v)^{-(v+1)/2} (1 + y^T \Sigma^{-1} y/v)^{-(v+d)/2}$

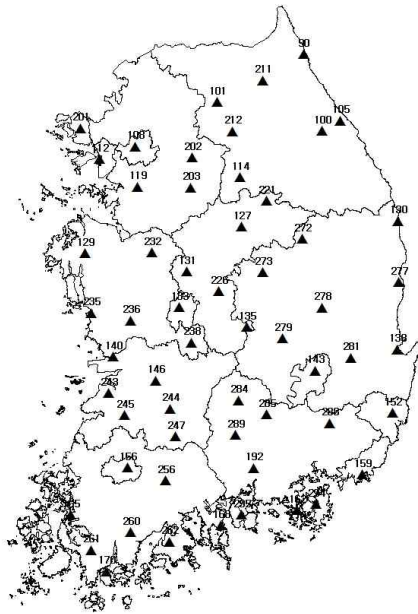


Fig. 3. Rainfall Observation Sites

Gumbel, Student- $t$ 를 적용하여, 대상 지점별 최적의 Copula 함수를 선정하여 가뭄의 특성을 보다 일관성 있도록 분석하고자 한다. 실제 이변량 가뭄빈도해석 시 가뭄의 주요 특성변수로 알려져 있는 가뭄 지속기간과 가뭄 심도를 동시에 고려하기 위해, Copula 함수를 이용하여

두 변량에 대한 결합 확률밀도함수를 추정하였으며, 최종적으로 Eq. (3)을 이용하여 이변량 가뭄재현기간을 산정하였다. 여기서  $T_{DS}$ 는  $D \geq d$  이고, 동시에  $S \geq s$ 인 경우의 결합 재현기간이며,  $E(L)$ 은 가뭄의 발생간격을 나타낸다(Kim et al., 2006).

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} \quad (3)$$

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 관측 월 단위 강수량을 이용한 기상학적 가뭄특성 분석

본 연구에서는 우리나라 기상청 산하의 기상관측 지점 중 관측연수가 30년 이상인 57개 지점(Fig. 3)을 대상으로 하여, 지점별 가뭄사상에 대한 특성을 분석하였다. 이는 다음 절에서 분석되어질 모의 강수량을 이용하여 가뭄의 재현능력을 평가하기에 앞서 관측 가뭄사상의 특성을 분석한 것이다. 그 결과 각 지점별 가뭄사상의 수, 가뭄 지속기간과 가뭄 심도에 대한 기초통계량(평균, 최대값, 분산, 왜곡도)의 결과는 Table 2와 같이 나타났다. 이 중 가뭄사상 수는 108번(서울) 관측지점에서 94개로 가장 많이 발

Table 2. Basic Statistics of Drought Events for 57 Sites

Site No.	Site name	Number of drought events	Duration				Severity			
			Mean	Max	Var.	Skew.	Mean	Max	Var.	Skew.
90	Sokcho	76	3.25	9	2.16	1.59	164.17	497.70	12680.64	1.17
100	Daegwallyeong	65	3.45	9	3.00	1.33	203.81	582.84	16222.08	1.02
101	Chuncheon	80	3.34	11	3.75	2.10	170.50	736.10	23203.99	1.47
105	Gangneung	82	3.28	7	1.83	1.19	179.73	546.17	12676.59	1.01
108	Seoul	94	3.26	11	3.61	2.10	168.26	604.62	19009.41	0.98
112	Incheon	91	3.20	9	2.49	1.46	144.40	497.21	13690.39	0.91
114	Wonju	62	3.16	9	2.24	1.59	121.58	432.73	10203.44	1.40
119	Suwon	83	3.39	11	3.14	1.54	166.02	537.40	18048.31	0.91
127	Chungju	63	3.10	8	2.18	1.47	125.80	342.19	9304.27	0.82
129	Seosan	67	3.81	13	5.22	1.73	163.30	554.36	16932.28	0.91
130	Uljin	62	3.61	11	5.26	1.77	163.75	480.50	13063.90	1.23
131	Cheongju	77	3.09	9	2.53	1.67	126.90	417.65	9949.82	1.05
133	Daejeon	79	3.15	9	2.36	1.54	157.18	520.23	16737.95	1.09
135	Chupungnyeong	84	3.35	10	3.02	1.67	131.48	395.28	9445.98	0.97
138	Pohang	88	3.40	10	2.75	1.62	137.66	514.30	9315.45	1.36
140	Gunsan	67	3.63	12	4.24	1.65	147.95	512.02	16043.28	1.38
143	Daegu	80	3.46	13	3.69	2.20	129.78	420.61	10406.68	0.91

**Table 2. Basic Statistics of Drought Events for 57 Sites (Continue)**

Site No.	Site name	Number of drought events	Duration				Severity			
			Mean	Max	Var.	Skew.	Mean	Max	Var.	Skew.
146	Jeonju	90	3.24	12	2.64	2.34	148.64	625.76	15180.84	1.40
152	Ulsan	76	3.78	14	4.98	1.93	186.30	619.06	15799.17	0.89
156	Gwangju	81	3.28	12	4.01	2.28	148.88	619.77	22536.20	1.77
159	Busan	81	3.41	16	4.99	2.87	207.31	811.54	27559.94	1.26
162	Tongyeong	73	3.16	9	2.39	1.72	177.57	645.72	20044.58	1.04
165	Mokpo	78	3.63	12	5.02	1.97	148.71	485.73	15725.21	1.23
168	Yoesu	82	3.30	9	2.88	1.71	180.11	582.58	20729.82	0.98
170	Wando	53	3.58	9	3.79	1.50	204.42	648.22	23979.59	0.97
192	Jinju	64	3.59	12	5.20	1.89	230.05	737.34	39076.35	0.95
201	Ganghwa	66	3.26	9	2.38	1.49	150.15	511.42	16045.03	1.07
202	Yangpyeong	68	3.00	8	1.85	1.58	127.04	407.03	10303.30	0.95
203	Icheon	65	3.14	9	2.25	1.87	140.53	404.90	10862.85	0.77
211	Inje	64	2.88	8	1.79	1.87	114.60	320.41	8314.49	0.79
212	Hongcheon	65	3.00	8	2.00	1.67	131.43	349.98	8895.06	0.57
221	Jecheon	67	3.06	11	3.21	2.46	119.83	463.65	10436.32	1.38
226	Boeun	63	3.21	9	2.55	1.48	130.35	400.26	10247.30	0.91
232	Cheonan	60	3.52	9	3.37	1.30	148.36	427.51	11266.49	0.92
235	Boryeong	59	3.17	9	2.45	1.70	138.85	421.87	12501.67	1.10
235	Boryeong	59	3.17	9	2.45	1.70	138.85	421.87	12501.67	1.10
236	Buyeo	65	3.18	9	3.00	1.63	143.69	612.33	15339.05	1.55
238	Geumsan	65	3.06	9	2.56	1.84	128.42	451.28	10911.36	1.29
243	Buan	64	3.38	12	3.48	2.08	148.88	635.50	15723.59	1.72
244	Imsil	60	3.47	9	3.44	1.29	154.68	526.12	14965.97	1.25
245	Jeongeup	60	3.47	11	3.54	1.61	148.14	465.53	13787.67	1.31
247	Namwon	58	3.43	11	4.67	1.90	161.48	760.90	24287.90	1.76
256	Suncheon	61	3.23	9	2.78	1.57	165.04	665.03	21738.94	1.47
260	Jangheung	58	3.45	9	3.76	1.46	192.23	667.05	25586.13	1.05
261	Haenam	60	3.40	9	3.23	1.60	173.57	576.37	20230.82	1.04
262	Goheung	65	3.37	9	3.55	1.63	188.65	666.66	25978.83	1.14
272	Yeongju	61	3.34	11	3.10	2.02	123.32	581.44	12084.33	1.82
273	Mungyeong	63	3.24	8	2.47	1.38	128.78	423.67	9500.00	1.10
277	Yeongdeok	70	3.19	13	3.86	2.99	125.74	474.17	8637.43	1.70
278	Uiseong	63	3.35	9	2.75	1.42	111.12	433.43	6825.92	1.42
279	Gumi	57	3.40	10	2.49	1.89	123.93	387.34	8799.07	1.12
281	Yeongcheon	61	3.28	10	3.94	2.02	118.30	390.60	8240.86	1.05
284	Geochang	55	3.65	10	4.12	1.43	171.11	731.78	23705.81	1.41
285	Hapcheon	60	3.42	14	4.69	2.45	168.93	641.75	25475.65	1.25
288	Miryang	61	3.31	9	2.72	1.41	156.97	602.97	17320.08	1.26
289	Sancheong	55	3.38	9	3.24	1.32	190.31	768.95	31170.78	1.35
294	Geoje	63	3.33	8	2.65	1.20	223.20	680.52	22989.89	0.71
295	Namhae	61	3.30	11	3.91	2.13	222.45	729.48	27024.14	1.26

견되었으며, 반면 170번(완도) 관측지점에서 53개로 가장 적게 발견되었다. 또한, 지점별 가뭄이 가장 길게 발생했던 최대 가뭄 지속기간 중 가장 큰 지점의 기간은 159번(부산) 관측지점의 16개월인 것으로 확인되며, 그 때의 가뭄 심도는 약 800 mm 정도의 부족강우량으로 인한 가뭄으로 확인되었다.

본 연구에서는 가뭄 지속기간과 심도의 상관 정도를 검토하기 위해서 3가지 상관계수(Pearson's CC, Kendall rank CC, and Spearman rank CC)를 계산하였다. 그 결과 가뭄 지속기간과 심도의 상관계수는 평균적으로 약 0.5 이상이며, 상관계수가 높게 산정된 남해안 인근지역은 0.8 이상인 반면, 강원도 인근지역은 낮은 상관성을 나타내는 것으로 확인되었다(Fig. 4).

### 3.2 추계학적 모의강수를 이용한 가뭄사상의 재현 능력 평가

본 연구에서는 관측된 가뭄사상을 재현할 수 있는 가뭄 자료를 구축하고자 다양한 추계학적 강수모의 기법 중 1차 SNP 모형을 이용하여 기상학적 측면의 가뭄해석을 수행하였다. 그 결과 57개 각 지점별 모의발생횟수에 따라 결정된 표본의 수의 월강수량 시계열이 구축가능하였다. 이에 본 연구에서는 해당 지점마다 100개의 월강우시계열을 100번을 모의하여 모의 강우자료를 구축하였다. 또한, 단일 지점에서 독립적으로 모의된 월별 강우량의 계절적 특성과 관측치의 계절적 특성을 비교하였다. Table 3은 부산지점을 대표로 각 월별 기초통계량을 계산하여 정리

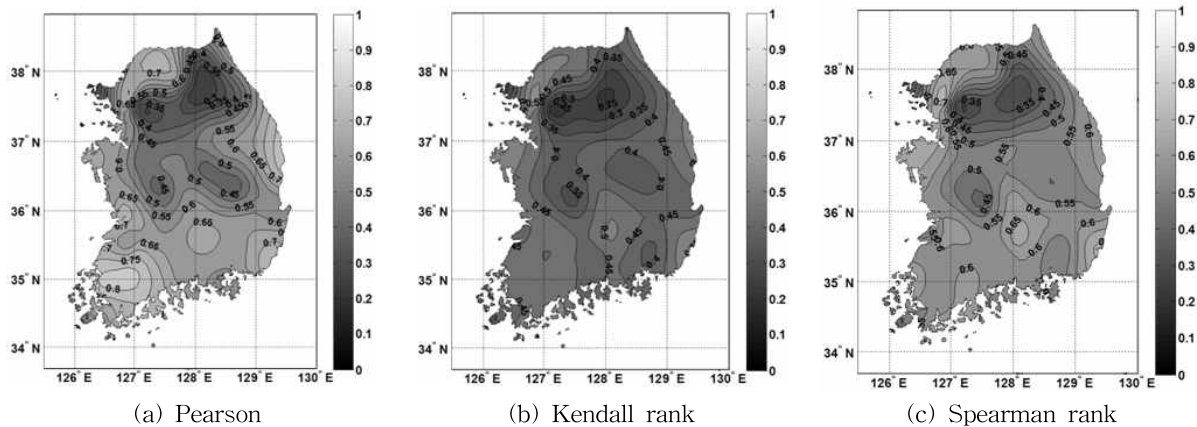


Fig. 4. Correlation Coefficient of Duration and Severity

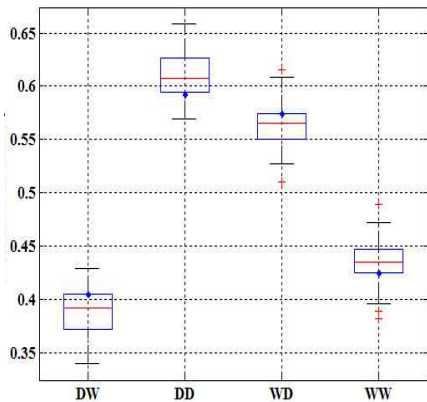
Table 3. Basic Statistics of Monthly Rainfalls (mm) Using SNP Model for Busan

Month	Mean		Variance		Skewness	
	Observation	Generation	Observation	Generation	Observation	Generation
1	32.7	34.1	713.6	666.0	1.25	1.26
2	44.1	47.8	1032.1	881.6	0.81	0.92
3	80.9	81.5	2113.1	1980.0	0.71	0.73
4	143.7	142.4	5823.4	5878.9	0.92	0.95
5	158.0	160.9	7968.4	7475.0	0.90	0.79
6	213.4	214.3	24301.2	25099.9	2.35	2.03
7	289.5	289.7	28811.1	28520.6	1.21	1.16
8	239.1	244.7	29475.2	27379.2	0.96	1.06
9	162.2	172.8	12246.1	11752.9	0.69	0.82
10	60.8	67.2	2721.1	2709.8	1.38	1.29
11	56.1	62.1	3004.9	3005.0	1.70	1.56
12	24.6	26.5	460.7	402.8	1.10	1.28

한 것이다.

이처럼 모의된 월 단위 강수량은 연속이론으로 결정된 가뭄 절단수준에 의하여, 가뭄 절단수준 이하로 떨어지는 건조(Dry) 상태와 절단수준 이상인 습윤(Wet) 상태로 분리되어진다. 처음의 t 시점에서는 건조 상태였다가 t+1 시점에서는 습윤 상태로 이동하는 경우(DW)와 반면 t+1 시점에서도 건조 상태일 경우(DD)로 나뉜다. 또한 처음의 t 시점에서는 습윤 상태였다가 t+1 시점에서는 건조 상태로 이동하는 경우(WD)와 반면 t+1 시점에서도 습윤 상태일 경우(WW)로 나뉘며, 이는 일반적으로 상태전환확률이라고 부른다. 실제 관측된 가뭄을 재현할 수 있는 가뭄자료를 구축하기 위해서는 모의된 강수량을 연속이론으로 분석하여 정의된 가뭄 절단수준으로 인한 가뭄사상을 보다 효율적으로 재현할 수 있어야 한다. 그러므로 Fig. 5와 같이 모의된 월별 강수량에 대한 상태전환확률의 특성과 관측 강수량에 대한 특성을 검토하였으며, 108번(서울) 관측지점과 159번(부산) 관측지점의 결과를 대표로 도시하였다.

여기서 상자그림(boxplot)은 100개의 시계열에 대하여

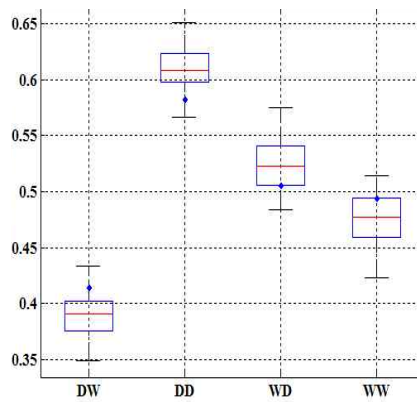


(a) 108 Site

100번 모의한 강수량을 이용하여 계산되어진 95% 신뢰구간의 상태전환확률을 나타내며, 상자그림 내 점은 관측된 강수량을 이용하여 계산한 상태전환확률이다. 이처럼 모의된 강수량을 이용하여 분석한 가뭄 절단수준에 의해 건조 상태가 시작되어 습윤 상태로 변환하기 직전까지의 연속된 기간인 가뭄 지속기간이라고 정의하고, 또한 그 때의 총 강우 부족량을 가뭄 심도로 정의하여 Table 4와 같이 가뭄사상을 추출하여 관측된 가뭄사상의 통계적 특성과 비교검토 한 후, 지점별 가뭄사상을 Copula 함수를 이용하여 이변량 가뭄빈도분석을 통해 얻은 가뭄빈도곡선에 대한 불확실성을 정량화하는 데 활용하였다.

### 3.3 Copula 함수를 이용하여 이변량 가뭄빈도분석

단변량 가뭄분석의 한계점을 제시한 다양한 선행 연구에서 이를 극복하기 위한 방안으로 다변량 빈도분석이 제시되고 있으며, 최근의 다변량 가뭄분석에서 Copula 함수의 활용도가 높아지고 있다. 이에 본 연구에서는 가뭄 지속기간과 심도를 고려하고자 Copula 함수를 이용하였으며, 앞서 구축된 관측 월 단위 강수량을 이용하여 가뭄사상에



(b) 159 Site

Fig. 5. Transition Probability of Drought Properties

Table 4. Basic Statistics of Drought Properties using Generated Monthly Rainfall for Busan

	Observation		SNP model	
	Duration (month)	Severity (-mm)	Duration (month)	Severity (-mm)
Mean	3.41	211.99	3.58	204.94
Maximum	13.00	725.70	12.96	886.31
Variance	4.20	29461.9	3.96	30715.55
Skewness	2.06	1.12	1.88	1.40
Correlation coefficient	0.65		0.68	
Averaged Interval of drought occurrences	4.52		4.45	



대한 이변량 가뭄빈도해석을 수행하였다. 우선 각 단변량 (지속기간, 심도)의 주변분포함수를 결정하기 위해 Log-normal, Exponential, Gamma, Gumbel, GEV (Generalized Extreme Values), GP (Generalized Pareto) 분포를 적용하였다.

Kolmogorov-Smirnov (K-S) 검정 통계량을 바탕으로 가뭄 지속기간은 Log-normal 함수, 가뭄 심도는 Gamma 함수가 최적 확률분포함수로 결정되었다. 본 연구에서는 가뭄 지속기간 분포에 따른 가뭄심도의 결합 확률밀도함수를 추정하기 위해 5가지 Copula 함수(Gaussian, Student-*t*, Clayton, Frank, and Gumbel)를 적용하였으며, 그 결과 최우도 함수로 추정된 지점별 5가지 Copula 매개변수는 Table 5와 같다. 57개 관측소 중 Gaussian copula는 32개 지점, Student-*t* copula는 10개 지점, Gumbel copula는 8개 지점, Clayton copula는 5개 지점 마지막 Frank copula는 2개 지점에 최적함수로 결정되었다. 각 지점별 Copula

함수로 추정된 결합 확률밀도함수를 이용하여 결합재현기간을 산정하였다. 이를 바탕으로 재현기간(2년, 5년, 10년, 20년, 50년, 100년)에 대한 이변량 가뭄빈도곡선이 작성되었으며(Fig. 6), 지점별 과거 최대 가뭄사상에 대한 이변량 재현기간을 산정하였다.

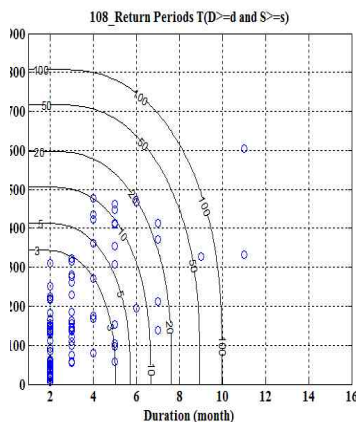
과거 최대 가뭄사상의 이변량 재현기간을 이용하여, 연속되는 *n*년 동안 최소한 한번 *T*년 빈도의 가뭄이 발생할 확률을 Eq. (4)와 같이 산정하였으며, 이는 가뭄 위험도 (*R*)를 의미한다(Chow et al., 1988).

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (4)$$

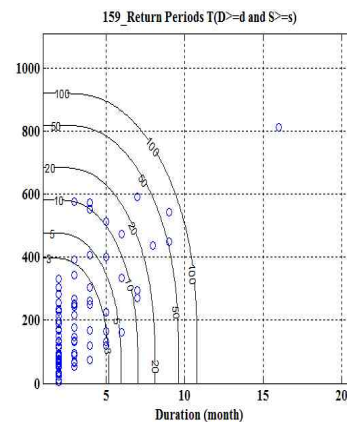
그 결과 Fig. 7과 같이 *n*=50년과 100년에 해당하는 가뭄위험도를 공간적으로 산정할 수 있으며, 그림에서 어두운 색에서 밝은 색으로 갈수록 가뭄발생확률이 커지고 있음을 뜻한다. *n*=100년에 대해서, 과거에 발생한 최대가뭄

Table 5. Copula Parameters and Corresponding Log-likelihood Function for Fitted Model

Sites	Copula functions	Copula parameter		Log-likelihood value
		( $\theta$ )	( $\gamma$ )	
108	Gaussian	0.65	0.00	25.75
	Clayton	1.32	0.00	20.44
	Frank	4.63	0.00	23.66
	Gumbel	1.59	0.00	20.54
	Student- <i>t</i>	0.65	0.01	25.69
159	Gaussian	0.64	0.00	21.15
	Clayton	1.14	0.00	13.20
	Frank	4.27	0.00	17.29
	Gumbel	1.56	0.00	17.54
	Student- <i>t</i>	0.64	0.01	21.02



(a) 108 Site



(b) 159 Site

Fig. 6. Bivariate Return Periods of Drought Duration and Severity

사상의 재현기간에 해당하는 가뭄위험은 한강 권역 일부, 영동 권역, 낙동강 권역에서 인근 지역보다 상대적으로 가뭄발생위험이 크게 나타났다.

본 연구에서 구축한 월 단위 모의강수량을 이용하여 추출한 가뭄사상에 대하여, 이전과 동일한 절차 및 방법을 적용하여 이변량 가뭄빈도해석을 수행한 결과, Fig. 6에 나타난 바와 같이, 가뭄 지속기간이 2개월과 3개월인 경우, 20년, 50년, 100년의 재현기간에 대한 가뭄 심도가 동일하게 나타나게 되었다. 따라서 Fig. 8은 이변량 가뭄빈도곡선의 특정 가뭄 지속기간(3개월, 6개월, 9개월, 11개월)에 해당하는 95% 신뢰구간을 가뭄빈도곡선과 같이 도시한 것으로 108번(서울)과 159번(부산) 관측지점에 대하여 대표로 나타낸 것이다.

전체 57개 관측지점 중 상대적으로 불확실성이 크게 나타나는 지역을 검토하기 위해, 특정 가뭄 지속기간(6개월,

9개월, 11개월)에 해당하는 95% 신뢰구간의 이변량 재현기간을 대표로 추정하였다. 그 결과, 95% 신뢰구간에 해당하는 특정 가뭄 지속기간과 심도를 고려한 이변량 가뭄 재현기간의 경계값(상한값 및 하한값)을 추정하였으며, Fig. 9와 같이 몇 개의 특정 지점에서는 상대적으로 불확실성이 크게 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 가뭄빈도해석을 위해 이변량 확률분포 함수를 적용하였으며, 가뭄 특성(가뭄 지속기간과 심도)의 상호 관계를 고려하여 지역적 가뭄특성을 종합적으로 판단하였다. 또한 단변량 가뭄해석의 한계점을 극복하기 위한 방안으로 이변량 가뭄해석을 수행하였으며, 이에 다변량 빈도해석 시 유용하다고 알려져 있는 Copula 함수를

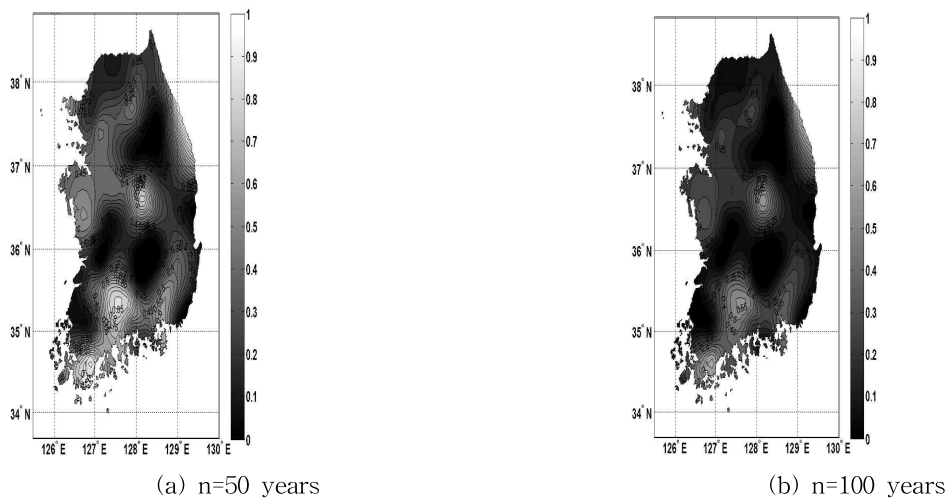


Fig. 7. Drought Risk Map for Observed the Largest Drought Events

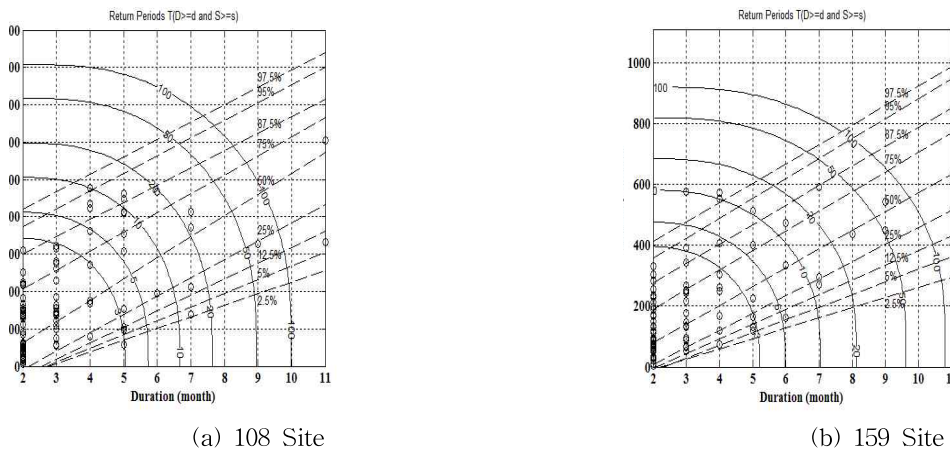
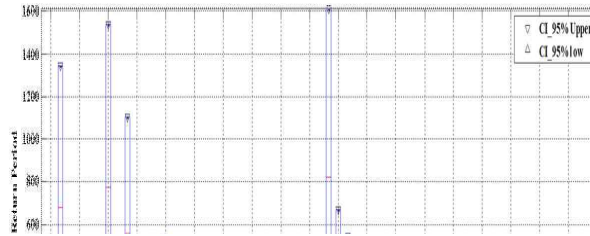
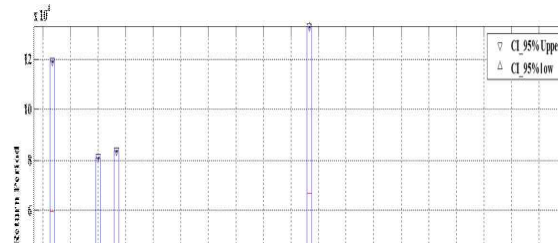


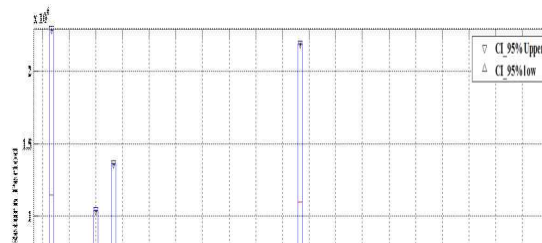
Fig. 8. Superposition of Return Period (years) of Droughts Based on Bivariate Analysis



(a) Drought duration (6 months)



(b) Drought duration (9 months)



(c) Drought duration (11 months)

Fig. 9. The 95% Confidence Interval of Bivariate Return Period for the Given Drought Duration at Each all Sites

적용하였다. 그 후, 가뭄 발생의 분포 및 경향성을 가장 근접하게 나타내어 줄 수 있는 결합 확률밀도함수를 추정한 후, 지점별 가뭄빈도분석 및 과거 최대가뭄사상에 대한 가뭄위험도 분석을 실시하였다. 향후 연속되는 50년, 100년 동안 최소 한번 강우관측지점별 재현기간 빈도의 가뭄(과거 최대가뭄사상 크기의 가뭄)이 발생할 확률을 계산하여 가뭄위험지역을 예상하였다. 그러나 관측된 자료로 분석한 가뭄분석 결과에는 불확실성이 내재되어 있으며, 이에 보다 신뢰성 있는 가뭄분석을 수행하기 위해서는 이변량 가뭄빈도곡선에 대한 불확실성을 정량화 해 줄 수 있는 방안이 필요하다.

본 연구에서는 SNP 모형을 적용하여 모의강수량 자료를 구축한 후, 이 모의강수량을 이용하여 이변량 가뭄빈도분석을 수행하였다. 그 결과, 앞서 관측된 가뭄사상으로 추정된 이변량 가뭄빈도곡선에 대한 95%, 90%, 75%, 50%의 신뢰구간을 제시할 수 있었다. 또한, 95% 신뢰구간에 해당하는 특정 가뭄 지속기간과 심도를 고려한 이변량 가뭄재현기간의 경계값(상한값 및 하한값)을 추정하였으며,

이는 상대적으로 가뭄빈도분석의 불확실성이 큰 5개의 관측지점(#100(대관령), #114(원주), #127(충주), #133(대전), #211(인제))을 발견하였다. 이러한 불확실성 원인은 이변량 가뭄빈도분석의 해석 시 고려되었던 두 변량이 서로 낮은 상관성을 나타냄에도 불구하고, 가뭄 지속기간에 따른 조건부로 가뭄심도를 해석함에서 발생되어진 것으로 판단된다. 이는 확률적인 방법으로 결합밀도함수를 추정하는 데 있어 발생되어진 불확실성인 것으로 확인되었으며, 향후 가뭄빈도분석 결과를 이용하여 가뭄을 판단하고 해석할 경우에는, 실제 분석결과에 미칠 수 있는 다양한 불확실성을 충분히 고려하여 보다 신뢰성 있는 가뭄판단을 해야 할 것으로 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 한국연구재단의 BK21 첨단글로벌 건설리더 양성사업단(한양대학교)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## REFERENCES

- Adamowski, K. (1985). "Nonparametric kernel estimation of flood frequencies." *Water Resources Research*, Vol. 21, No. 11, pp. 1585–1590.
- Adamowski, K. (1996). "Nonparametric estimation of low-flow frequencies." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122, pp. 46–49.
- Bonaccorso, B., Cancelliere, A., and Rossi, G. (2003). "An analytical formulation of return period of drought severity." *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 17, No. 3, pp. 157–174.
- Cancelliere, A., and Salas, J.D. (2004). "Drought length properties for periodic-stochastic hydrologic data." *Water Resources Research*, Vol. 40 No. W02503, doi: 10.1029/2002WR001750.
- Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill Book Company.
- Chung, C., and Salas, J.D. (2000). "Drought occurrence probabilities and risks of dependent hydrologic processes." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 5, No. 3, pp. 259–268.
- Delleur, J.W., and Kavvas, M.L. (1978). "Stochastic models for monthly rainfall forecasting and synthetic generation." *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 17, No. 10, pp. 1528–1536.
- Dracup, J.A., Lee, K.S., and Paulson, E.G. Jr. (1980). "On the definition of droughts." *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 2, pp. 297–302.
- Entekhabi, D., Rodriguez-Iturbe, I., and Eagleson, P.S. (1989). "Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman-Scott Rectangular Pulses Model: Parameter estimation and validation." *Water Resources Research*, Vol. 95, No. 95, pp. 295–302.
- Fernandez, B., and Salas, J.D. (1999). "Return period and risk of hydrologic events. I: mathematical formulation." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 297–307.
- Gonzalez, J., and Valdés, J.B. (2003). "Bivariate drought recurrence analysis using tree ring reconstructions." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 8, No. 5, pp. 247–258.
- Haan, C.T. (2002). *Statistical Method in Hydrology*. The Iowa State University Press, Ames, IO, pp. 496.
- Kao, S.C., and Govindaraju, R.S. (2007). "A bivariate frequency analysis of extreme rainfall with implications for design." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 112, No. D13119, doi:10.1029/2007JD008522.
- Kao, S.C., and Govindaraju, R.S. (2010). "A copula-based joint deficit index for droughts." *Journal of Hydrology*, Vol. 380, No. 1–2, pp. 121–134.
- Kim, S.D., Ryu, J.S., Oh, K.R., and Jeong, S.M. (2012). "An application of copulas-based joint drought index for determining comprehensive drought conditions" *Journal of Korean Society of Hazard Mitigation*, Vol. 12, No. 1, pp. 223–230.
- Kim, T.W., and Valdés, J.B. (2005). "Synthetic generation of hydrologic time series based on nonparametric random generation." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 10, No. 5, pp. 395–404.
- Kim, T.W., Valdés, J.B., and Yoo, C. (2003). "Nonparametric approach for estimating return periods of droughts in arid regions." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 8, No. 5, pp. 237–246.
- Kim, T.W., Valdés, J.B., and Yoo, C. (2006). "Nonparametric approach for bivariate drought characterization using Palmer drought index." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 134–143.
- Kwak, J.W., Kim, D.G., Lee, J.S., and Kim, H.S. (2012). "Hydrological drought analysis using copula theory" *Journal of the Korea Society of Civil Engineers*, Vol. 32, No. 3B, pp. 161–168.
- Lall, U. (1995). "Recent advance in nonparametric function estimation: Hydrologic application." *Reviews of Geophysics*, Vol. 33, No. S2, pp. 1093–1102.
- Loaiciga, H., and Leipnik, R. (1996). "Stochastic renewal model of low-flow streamflow sequences." *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Vol. 10, No. 1, pp. 65–85.
- McKee, T.B., Doesken, N.J., and Kleist, J. (1993). "The relationship of drought frequency and duration to time scales." *Eighth Conference on Applied Climatology, American Meteorological Society, Anaheim, California*, pp. 179–184.
- Mirakbari, M., Ganji, A., and Fallah, S. (2010). "Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts."

- Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 985-1000.
- Mishra, A.K., and Desai, V.R. (2005). "Drought forecasting using stochastic models" *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 19, No. 5, pp. 326-339.
- Moon, Y.I., and Lall, U. (1994). "Kernel quantile function estimator for flood frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 30, No. 11, pp. 3095-3103.
- Narayana, I.R. (1982). "Stochastic modeling of monthly rainfall." *Journal of Hydrology*, Vol. 57, No. 3-4, pp. 375-387.
- Nelsen, R.B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer, New York, pp. 109-155.
- Oliveria, J.D.T. (1975). "Bivariate extremes: extensions." *Bulletin of the International Statistical Institute*, Vol. 46, No. 3-4, pp. 241-251.
- Rosenberg, K.J. (2004). *Stochastic Modeling of Rainfall and Generation of Synthetic Rainfall Data at Mawson Lakes*. Ph.D. Thesis, University of South Australia, Adelaide, Australia.
- Salas, J.D., Fu, C., Cancelliere, A., Dustin, D., Bode, D., Pineda, A., and Vincent, E. (2005). "Characterizing the severity and risk of drought in the Poudre River, Colorado." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 131, No. 5, pp. 383-393.
- Scott, D.W. (1992). *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice and Visualization*. Wiley, New York.
- Sen, Z. (1980). "Statistical analysis of hydrologic critical droughts" *Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 106, No. 1, pp. 99-115.
- Sharma, A., and O'Neill, R. (2002). "A nonparametric approach for representing interannual dependence in monthly streamflow sequences." *Water Resources Research*, Vol. 38, No. 7, pp. 5-15-10.
- Shiau, J.T., and Shen, H.W. (2001). "Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 127, No. 1, pp. 30-40.
- Silverman, B.W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman & Hall/CRC, London.
- Sklar, A. (1959). "Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges." *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris* 8, pp. 11.
- Smakhtin, V.U. (2001). "Low flow hydrology: a review." *Journal of Hydrology*, Vol. 240, No. 3-4, pp. 147-186.
- Thomas, H.A., and Fiering, M.B., (1962). "Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation" *Design of Water Resources Systems*, (Ed. by A. Maas et al.) Chapter 12. Harvard University Press, Cambridge.
- Ünal, N., Aksoy, H., and Akar, T. (2004). "Annual and monthly rainfall data generation schemes." *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 18, No. 4, pp. 245-257.
- Wilhite, D.A. (2000). "Drought as a natural hazard: concepts and definitions." *Drought, A Global Assessment*, Routledge Publishers, UK.
- Wong, G., Lambert, M.F., Leonard, M., and Metcalfe, A.V. (2010). "Drought analysis using trivariate Copulas conditional on climatic states." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 15, No. 129.
- Yevjevich, V. (1967). "On objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts." *Hydrology Paper*, No. 23, Colorado State University, Fort Collins, pp. 4-18.
- Yoo, C., and Ryoo, S. (2003). "Analysis of drought return and duration characteristics at Seoul." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 36, No. 4, pp. 561-573.
- Yue, S., Ouarda, T.B.M.J., Bobee, B., Legendre, P., and Bruneau, P. (1999). "The Gumbel mixed model for flood frequency analysis." *Journal of Hydrology*, Vol. 226, No. 1-2, pp. 88-100.
- Zhang, L., and Singh, V.P. (2006). "Bivariate flood frequency analysis using the copula method." *Journal of Hydrologic Engineering*, Vol. 11, No. 2, pp. 150-164.

논문번호: 12-126	접수: 2012.12.14
수정일자: 2013.01.21	심사완료: 2013.01.21