

관수로 부정류 마찰항 보정을 위한 Levenberg Marquardt 방법의 적용연구

Application of Levenberg Marquardt Method for Calibration of Unsteady Friction Model for a Pipeline System

박 조 은* / 김 상 현**

Park, Jo Eun / Kim, Sang Hyun

Abstract

In this study, a conventional pipeline unsteady friction model has been integrated into Levenberg Marquardt method to calibrate friction coefficient in a pipeline system. The method of characteristics has been employed as the modeling platform for the frequency dependant model of unsteady friction. In order to obtain Hessian and Jacobian matrix for optimization, the direct differentiation of pressure to friction factor was calculated and sensitivities to friction for heads and discharges were formulated for implementation to the integration constant in the characteristic method. Using a hypothetical simple pipeline system, time series of pressure, introduced by a sudden valve closure, were obtained for various Reynolds numbers. Convergency in friction factors were evaluated both in steady and unsteady friction models. The comparison of calibration performance between the proposed method and genetic algorithm indicates that faster and stabler behaviour of Levenberg Marquardt method than those of evolutionary calibration.

Keywords : calibration of unsteady friction model, levenberg marquardt method, waterhammer, method of characteristics

요 지

이 논문에서는 관망시스템의 마찰항을 보정하기 위해서, 부정류 마찰 모형과 Levenberg Marquardt 방법을 합성하였다. 부정류 마찰항을 고려하기 위한 방법으로 빈도 의존 마찰항을 사용하였으며, 특성선 방법을 모형 개발의 기반으로 하였다. 최적화에 필요한 Hessian과 Jacobian 행렬을 구하기위해서 수압을 직접 마찰항에 미분한 항을 계산하였으며, 특성선 방법상에서의 다양한 수압과 유량에 대한 마찰계수의 민감도를 수식으로 유도하였다. 간단한 관망을 가정한 뒤, 갑작스런 밸브의 거동으로 도입된 수압의 시계열을 확보하였고, 이를 이용하여 정상류 마찰 모형과 부정류 마찰모형의 마찰항 보정을 수행하였다. 제안된 방법과 진화 연산 알고리즘의 마찰항 수렴거동을 비교하였으며, Levenberg Marquardt 방법의 안정적이고 신속한 수렴결과를 확인하였다.

핵심용어 : 부정류 마찰항, 모형의 보정, 수격압, 특성선 방법

* 부산대학교 대학원 환경공학과 석사과정 (e-mail: joeun0808@hotmail.com)

Graduate Student, Dept. of Environ. Engrg., Pusan National Univ., Busan 609-735, Korea

** 교신저자, 부산대학교 환경공학과 교수 (e-mail: kimsangh@Pusan.ac.kr, Tel: 051-510-2479)

Corresponding Author, Prof., Dept. of Environ. Engrg., Pusan National Univ., Busan 609-735, Korea

1. 서론

노후 상수도관이란 관의 내용연수가 초과되어 관의 내외부가 부식하여 파손사고와 빈번한 누수, 적수 등의 문제를 일으키는 상수도관과 내용연수가 지나지 않은 관중에서도 비내식성 관의 내부 스케일로 적수를 일으키는 상수도관을 말한다. 2009년 기준으로 전국 수도관 총연장은 154,435 km이며 이중 설치 후 21년 이상 경과된 관은 35,653 km (23.1%)이고, 16~20년의 경과기간을 가진 관은 27,385 km (17.7%)에 달한다(Ministry of Environment, Republic of Korea, 2010). 상수관로는 노후될수록 관 속에 이물질이 발생되어 통수 단면적이 줄어들어 도수능력이 감소되며, 수압을 견디지 못해 누수 및 파손율이 커지게 된다. 노후된 상수관로가 파손될 경우 인근 지역의 침수를 유발하고 즉각적인 보수가 이루어지지 않을 경우 관로파열 부위에 오염물질이 유입되어 관망내 수질을 악화시키는 문제가 발생한다. 현재 노후 상수관망에 대한 관리대책으로는 경과 년수(20년 이상) 만을 고려하여 단순 교체 하고 있으며, 체계적이고 과학적인 관망 노후상태 파악이 미흡하고 지자체 재정이 열악하여 노후관 관리가 소홀한 실정이다.

상수도 내에서의 안정적인 상수 공급, 노후관로의 파열로 인한 오염물의 유입 방지, 누수로 인한 상수의 유출 방지 및 수도사업의 재정 악화를 막기 위해서는 상수도의 적절한 관리가 필수적이다. 상수관망의 관리를 위해서는 상수관망의 원격 모니터링 및 제어시스템의 구축이 필요하다. 이와 연계해서 상수관 내에서의 정확한 수질과 수량의 시공간적 관측과 분석이 필요하나, 상수관망의 모든 지점에서 일어나는 물의 움직임을 감지하는 수리학적 해석은 차별화 전산분석 과정으로부터 발생하는 계산상의 한계를 가지고 있다(Chaudhry, 1987; Wylie and Streeter, 1993). 또한 관로에서의 흐름이 시간에 따라 변화하기 때문에 이를 해석하는 것이 난해하고, 필요한 자료의 부족 및 기술적 기반이 미약하기 때문이다(Wylie and Streeter, 1993).

상수관망 내에서의 밸브의 개폐나 펌프의 가동과 중단은 수리학적인 천이현상(hydraulic transients)을 발생시키며 관망내의 급작스런 수압의 변화로 인한 수격현상(water hammer)은 관로에 상당한 손상을 야기할 수 있다. 천이 상태에 노출된 관망은 정기적인 압력변화를 고려할 뿐만 아니라, 관망 내의 급격한 변화에 대비하여 예기치 않은 사고도 고려하여 설계되어야 한다. 일반적으로 관망 설계 시 정상상태 마찰항을 사용하고 있는데 이는 수격압이 발생된 관망의 압력감쇄를 정확하게 모사하지

못한다(Chaurhry, 1987; Roberson et al., 1985; Wylie and Streeter, 1993). 관망 시스템의 해석에서 가장 높은 민감도와 불확실성을 가지는 매개변수는 관 마찰계수이다(Walski, 1987). 이는 정확한 관망 해석을 위해서는 마찰계수의 보정이 필요함을 의미한다.

관망에서의 천이류의 정확한 모의는 전통적이고도, 현재 활발히 진행되는 중요 연구주제 중 하나이다(Bergant et al., 2001; Adamkowski and Lewandowski, 2006; Vitkovsky et al., 2006). 천이류 역산 분석과 연관된 관망의 마찰계수나 누수의 보정과 예측에 대한 연구는 지난 20여 년간, 국제적으로 중요한 연구 이슈가 되어왔고(Liggett and Chen, 1994), 이와 관련된 대부분의 연구는 관망 천이류의 정확한 해석이 천이류 역산 분석에 가장 중요한 선결과제임을 보여주고 있다. 또한 역산기법, 누수탐지기법, 관 노후화 분석 등을 위한 정확한 천이류 분석에 있어 관 마찰계수의 보정은 반드시 필요하다. 마찰계수는 노후화에 영향을 미치는 인자로 이용되고 있으며, 마찰손실계수는 부식에 의한 조도변화, 스케일에 의한 내부단면 축소, 관 내부에 이물질 퇴적으로 인한 내부단면 축소 등으로 인해 달라질 수 있다(Son, 1997).

마찰계수를 미지변수로 설정하여 정상상태 관망시스템의 비선형방정식을 직접 풀어서 관망내의 마찰계수를 보정하는 방법에 대한 상당한 연구가 수행되었고(Walski, 1983; Ormsbee and Wood, 1986; Boulos and Wood, 1990), 측정된 수두, 유량값과 계산된 수두, 유량값의 최소자승을 최소화하는 최적화 함수를 이용하여 마찰계수를 추정하는 역산법이 개발되었다(Lansley and Basnet, 1991). 또한 정상상태 관망시스템 모형의 누수를 탐지하기 위하여 유량과 수두의 최소자승을 Levenberg-Marquardt 방법으로 최소화하는 역산법을 개발하였다(Pudar and Liggett, 1992). 최근에는 관망내에 천이류를 발생시켜 얻은 압력파를 이용하여 최적화 알고리즘으로 관망 매개변수를 추정하는 천이류 역산분석에 대한 연구가 진행되고 있다(Liggett and Chen, 1994; Nash and Karney, 1999; Vitkovsky et al., 2000; Jung and Karney, 2004). 천이류 역산분석에는 다양한 최적화 알고리즘이 사용되고 있다. Levenberg-Marquardt 방법과 같은 경사법은 수렴이 빠르다는 장점이 있어 널리 사용되었으나(Liggett and Chen, 1994; Nash and Karney, 1999), 수렴에 실패하거나 지역 최적해를 찾는다는 단점이 있다(Jung and Karney, 2006). 상수관망 최적화 알고리즘으로는 GA 알고리즘이 많이 사용되고 있는 추세이며, Kapelan and Savic은 GA 알고리즘과 Levenberg-Marquardt 방법을 결합하여 hybrid Genetic

Algorithm을 개발하였다(Kapelan et al., 2003).

기존의 모든 연구들은 최적화를 관망의 정상상태에서 수행하거나, 부정류 상태라도 정상상태 마찰항에 근거하여 수행되었다. 이는 부정류 마찰항이 가지고 있는 수식의 복잡성에도 부분적으로 기인한 것이다. 그러나 정확한 관망의 해석을 위해서는 부정류 마찰모형을 적용할 필요성이 있다. 부정류 마찰모형과 관련된 국내 연구로는 Kim et al. (1998)의 부정류 2차원 모델인 Brunone 모델에 대한 적합성과 정확성을 비교 분석하는 연구가 보고된 바 있다. 또한 Jang et al. (2008)은 Brunone, Zielke 등 현존하는 부정류 모형을 비교하는 연구를 진행하였다. 본 연구에서는 Jang et al. (2008)의 논문에서 정리된 Zielke 부정류 마찰항 모형을 적용하여 최적화 알고리즘으로 Levenberg-Marquardt 방법을 이용해 마찰계수를 보정하는 방법을 개발하였다.

2. 방법론의 개발

2.1 지배방정식과 특성선 방법

관수로에서 천이류를 해석하는 방법 중 특성선 방법이 계산상의 정확도와 편리성으로 가장 유용하게 사용되어진다(Wylie and Streeter, 1993). 특성선 방법은 운동량 방정식과 연속방정식의 편미분 방정식을 상미분 방정식으로 변형하는 방법으로 계산 진행시간이 같아야 한다는 단점이 있지만, 편미분 방정식을 정확하고 편리하게 해석할 수 있다는 특성을 가지고 있다. 관내의 천이흐름은 Eqs. (1) and (2)의 질량과 운동량보전 방정식으로 표현될 수 있으며 이 방정식을 1차원 거동으로 근사화하여 다음과 같은 편미분 방정식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (2)$$

여기서, H는 압력수두, Q는 유량, D는 내부관경이다. 또한 f는 Darcy-Weisbach 마찰계수, a는 충격파속도, g는 중력가속도, A는 관로단면적이다. 위의 편미분 방정식을 상미분 방정식 형태로 변형하여 다음과 같은 특성선 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dQ}{dt} \pm \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (3)$$

위의 식은 $dx/dt = \pm a$ 로 정의되어지는 C^+ 와 C^- 특

성선(characteristic line)상에서만 유효하게 적용되어진다. 일단 초기조건과 시간-공간 축이 결정되어지면 Eq. (3)은 특성선상의 양의 기울기(P)와 음의 기울기(M)를 가지는 두 선을 따라 적분되어진다. 미지점에 대한 2개의 방정식은 다음과 같다.

$$H_P = C_P - B_P Q_P \quad (4)$$

$$H_P = C_M + B_M Q_P \quad (5)$$

여기서, 적분상수는 다음과 같다.

$$C_P = H_A + Q_A [B - R|Q_A|(1-e)] \quad (6)$$

$$B_P = B + eR|Q_A| \quad (7)$$

$$C_M = H_B - Q_B [B - R|Q_B|(1-e)] \quad (8)$$

$$B_M = B + eR|Q_B| \quad (9)$$

수두와 유량의 아래첨자는 그 지점의 수두와 유량을 의미 하고(즉 P는 $t + \Delta t$ 의 지점, A와 B는 t 의 지점), 특성값을 구하기 위해서는 초기조건 A점과 B점이 알려져야 한다. $B = a/(gA)$, $R = f\Delta x/(2gDA^2)$ 이며, e 는 선형화 상수로 0.85가 적절하게 적용된다(Karney and McInnis, 1992).

일반적으로 정상류상태의 값들을 계산하여 부정류 상태의 초기값으로 취함으로서 부정류 상태의 계산이 진행되어 나간다. 따라서 관망 내부의 P점에서의 수두와 유량은 다음과 같이 나타난다.

$$H_P = \frac{C_P B_M + C_M B_P}{B_P + B_M} \quad (10)$$

$$Q_P = \frac{C_P - C_M}{B_P + B_M} \quad (11)$$

2.2 Levenberg-Marquardt 최적화 알고리즘

Levenberg-Marquardt (LM) 알고리즘은 비선형방정식의 최적해를 최소자승법으로 구하는 방법으로, 비선형 최소자승법은 함수와 측정자료 사이의 오차 제곱의 합을 줄이기 위해 매개변수의 값을 반복적으로 개선하는 방법이다. LM 알고리즘은 최소화 알고리즘인 구배경사방법 (gradient descent method)과 Gauss-Newton 방법의 조합으로 이루어져 있다. 구배 경사법은 함수의 구배를 이용하여 오차 제곱의 합이 가장 많이 줄어드는 방향으로 매개변수의 값을 반복적으로 개선하는 방법이며, Gauss-

Newton법은 함수를 2차식이라 가정하고 2차식을 최소가 되도록 매개변수의 값을 개선하는 방법이다. LM 알고리즘은 매개변수가 최적값에서 멀면 구배 경사법에 가깝고, 매개변수가 최적값에 가까워질수록 Gauss-Newton법에 가까워진다.

LM 알고리즘의 오차함수는 함수와 측정값 사이의 오차에 대한 제곱의 합으로 다음과 같이 정의된다.

$$F(a) = \sum_{i=1}^N [y_i - y(x_i; a)]^2 \quad (12)$$

여기서, y_i 는 측정값을 나타내고 $y(x_i; a)$ 는 매개변수 a 에 대한 함수값을 나타낸다.

LM 알고리즘은 이 오차함수를 테일러급수로 전개하고 2차 미분을 통하여 근사 최소점을 찾는 방법이므로, Hessian 행렬을 계산해야 한다. 그러나 Hessian 행렬의 계산은 많은 시간과 저장공간을 필요로 하므로 간략화한 Hessian 행렬 α 를 이용한다.

간략화한 Hessian 행렬 α 와 Jacobian 행렬 β 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{kl} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_k} \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_l} \right] \quad (13)$$

$$\beta_k = \sum_{i=1}^N [y_i - y(x_i; a)] \frac{\partial y(x_i; a)}{\partial a_k} \quad (14)$$

LM 알고리즘은 Hessian 행렬인 α 에 감쇄상수 λ 를 더하여 새로운 Hessian 행렬 α' 을 도입하였다.

$$\begin{aligned} \alpha'_{jj} &\equiv \alpha_{jj}(1+\lambda) \\ \alpha'_{jk} &\equiv \alpha_{jk} \end{aligned} \quad (15)$$

Hessian 행렬과 Jacobian 행렬을 이용하여 매개변수 a 의 변화값을 구할 수 있다.

$$\delta a_l = (\alpha'_{kl})^{-1} \beta_k \quad (16)$$

오차함수를 매개변수 a 에 대하여 최적화시키기 위한 LM 알고리즘의 계산 순서는 다음과 같다. 먼저 매개변수 a 의 초기값을 지정하고 감쇄상수 λ 를 선택한다. Eqs. (13) and (14)를 이용하여 Jacobian, Hessian 행렬을 계산한 후, Eq. (16)을 이용하여 매개변수의 변화값 δa 를 구하고 오차함수 $F(a + \delta a)$ 의 값을 계산한다. 만약 오차함수 $F(a + \delta a)$ 의 값이 오차함수 $F(a)$ 의 값보다 크다면 λ 값을 증가시켜 매개변수가 최적점으로 수렴할 수 있도록 한다.

오차함수 $F(a + \delta a)$ 가 오차함수 $F(a)$ 의 값보다 작다면, 매개변수 $a + \delta a$ 가 최적값에 수렴해 가는 것이므로, λ 값을 감소시킨 후 매개변수를 $a + \delta a$ 로 갱신한다. 오차함수 $F(a)$ 가 최소값에 수렴하게 할 때까지 위의 과정을 반복하며, $\lambda = 0$ 으로 설정하여 계산을 끝낸다.

LM 알고리즘은 경사법을 사용하고 있으므로 국부해에 수렴할 수 있으며 Jacobian과 Hessian 행렬을 직접 계산해 주어야 한다는 단점이 있다. 그러나 Genetic Algorithm 알고리즘과 같은 유전자 알고리즘에 비해 수렴이 빠르다는 장점이 있으므로 계산 시간을 현저하게 단축시킬 수 있다.

2.3 부정류 마찰모형

부정류 마찰 모형으로 가장 널리 쓰이는 모형은 유체의 점성거동을 고려한 부정류 마찰항 모형이다(Zielke, 1968). 본 논문에서는 Zielke의 반경 점성 모형을 사용하였고, Zielke 모형의 부정류 마찰항은 다음과 같이 유도된다. 자세한 유도 과정은 Jang et al. (2008)의 논문을 참고하였다.

$$h_{fu}(t) = \frac{16\nu}{gD^2} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial t}(u) W(t-u) du \quad (17)$$

여기서, ν 는 유체의 동 점성계수, V 는 유속, W 는 무차원 시간(τ)의 가중함수로서 다음과 같이 적용된다.

$$W(\tau) = \begin{cases} e^{-26.3744\tau} + e^{-70.8493\tau} + e^{-135.0198\tau} \\ + e^{-218.9216\tau} + e^{-322.5544\tau} & \text{for } \tau > 0.02 \\ 0.282\tau^{-\frac{1}{2}} - 1.250 + 1.058\tau^{\frac{1}{2}} + 0.938\tau \\ + 0.397\tau^{\frac{3}{2}} - 0.352\tau^2 & \text{for } \tau \leq 0.02 \end{cases} \quad (18)$$

Eq. (17)의 적분항은 $\partial v / \partial t$ 와 가중함수(W)의 합성곱(convolution)을 나타내는데, 이로 인해 계산시간이 시간의 흐름에 따라 천문학적으로 커지고 많은 저장 용량을 필요로 하는 단점이 있다.

Zielke의 부정류 마찰항 모형에서 손실수두와 손실수두의 마찰계수에 대한 미분항은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_L = \frac{16\nu}{gD^2 A} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t}(u) W(t-u) du \quad (19)$$

$$\frac{\partial h_L}{\partial f} = \frac{16\nu}{gD^2 A} \int_0^t \left(\frac{\partial Q}{\partial f} - \frac{\partial Q}{\partial f} \right) \frac{1}{\Delta t} W(t-u) du \quad (20)$$

2.4 특성선방법의 적용을 위한 유량수압 민감도

초기 정상상태 조건에서는 $\partial Q_p / \partial f = 0$, 상류저수조에

서의 $\partial H_1/\partial f=0$ 이라고 가정을 한다. 마찰 계수에 대한 수두의 일차 미분항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial H_p^n}{\partial f} = \frac{\partial H_p^{n-1}}{\partial f} - Q_0^2 \frac{\Delta x}{2gDA^2} \quad (21)$$

여기서, 수두의 윗첨자(n-1)은 p지점의 시간상 한 단계 이전의 지점을 의미한다.

부정류 상태에서는 마찰계수에 대한 상류저수조 수두의 일차 미분항은 $\partial H_1/\partial f=0$ 이다. 상류저수조 유량의 마찰계수에 대한 일차 미분항은 상류저수조에서의 유량 Q_1 을 미분하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial Q_1}{\partial f} = -\frac{1}{B_M} \left[\frac{\partial C_M}{\partial f} + \frac{(H_1 - C_M)}{B_M} \frac{\partial B_M}{\partial f} \right] \quad (22)$$

내부 지점에서의 유량과 수두에 관한 일차 미분항은 관망 내부 p점(xp,tp)에서의 수두와 유량식을 미분하여 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial Q_p}{\partial f} = \frac{1}{B_p + B_M} \left[\frac{C_M - C_p}{B_p + B_M} \left(\frac{\partial B_p}{\partial f} + \frac{\partial B_M}{\partial f} \right) + \left(\frac{\partial C_p}{\partial f} - \frac{\partial C_M}{\partial f} \right) \right] \quad (23)$$

$$\frac{\partial H_p}{\partial f} = \frac{1}{B_p + B_M} \left[\frac{\partial C_p}{\partial f} B_M + \frac{\partial B_M}{\partial f} C_p + \frac{\partial B_p}{\partial f} C_M + \frac{\partial C_M}{\partial f} B_p \right. \\ \left. - \frac{C_p B_M + B_p C_M}{B_p + B_M} \left(\frac{\partial B_M}{\partial f} + \frac{\partial B_p}{\partial f} \right) \right] \quad (24)$$

여기서, $\frac{\partial Q_p}{\partial f}$ 와 $\frac{\partial H_p}{\partial f}$ 는 각각 유량, 수압의 마찰 민감도를 나타낸다.

같은 방법으로 관 끝의 유량조절밸브에서의 일차미분항은 하류측 밸브에서의 수두와 유량식을 미분하여 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial H_{N+1}}{\partial f} = \frac{\partial C_p}{\partial f} - B_p \frac{\partial Q_{N+1}}{\partial f} - Q_{N+1} \frac{\partial B_p}{\partial f} \quad (25)$$

$$\frac{\partial Q_{N+1}}{\partial f} = \frac{1}{2} \left\{ -2Cv \frac{\partial B_p}{\partial f} + \frac{1}{2} [(2CvB_p)^2 + 4 \times 2CvC_p]^{-1/2} \right. \\ \left. \times \left[2(2Cv)^2 B_p \frac{\partial B_p}{\partial f} + 4 \times 2Cv \frac{\partial C_p}{\partial f} \right] \right\} \quad (26)$$

여기서, $\frac{\partial Q_{N+1}}{\partial f}$ 와 $\frac{\partial H_{N+1}}{\partial f}$ 는 각각 유량, 수압의 마찰 민감도를 나타내며 Cv 는 $Cv = (Q_0\psi)^2/2H_0$, ψ 는 무차원 밸브 개도이다.

특성선 적분상수의 마찰계수에 대한 일차 미분항은 C_p , B_p , C_M , B_M 을 미분하여 구할 수 있다. Darcy-Weisbach

마찰계수만을 적용하였을 경우의 특성선 적분상수의 일차 미분항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial C_p}{\partial f} = \frac{\partial H_A}{\partial f} + \frac{\partial Q_A}{\partial f} \left[\frac{a}{gA} - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} |Q_A|(1-e) \right] \quad (27)$$

$$+ Q_A \left[\frac{(e-1)\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_A| + f \frac{\partial |Q_A|}{\partial f} \right) \right]$$

$$\frac{\partial B_p}{\partial f} = \frac{e\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_A| + f \frac{\partial |Q_A|}{\partial f} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\partial C_M}{\partial f} = \frac{\partial H_B}{\partial f} - \frac{\partial Q_B}{\partial f} \left[\frac{a}{gA} - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} |Q_B|(1-e) \right] \quad (29)$$

$$- Q_B \left[\frac{(e-1)\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_B| + f \frac{\partial |Q_B|}{\partial f} \right) \right]$$

$$\frac{\partial B_M}{\partial f} = \frac{e\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_B| + f \frac{\partial |Q_B|}{\partial f} \right) \quad (30)$$

$\frac{\partial C_p}{\partial f}$, $\frac{\partial B_p}{\partial f}$, $\frac{\partial C_M}{\partial f}$, $\frac{\partial B_M}{\partial f}$ 는 특성선 적분상수 C_p , B_p ,

C_M , B_M 의 마찰민감도이다. 수두와 유량의 첨자 A는(xp- Δx ,tp- Δt)의 시간과 공간좌표를 나타내며, 첨자 B는(xp+ Δx ,tp- Δt)의 시간과 공간좌표를 나타낸다.

2.5 부정류 마찰모형과 LM방법의 특성선방법 상에서의 결합

Nash와 Karney는 LM 방법을 이용하여 마찰계수를 보정하였으나 정상상태의 가정에서 도출된 수두감쇄 효과를 고려하여 Darcy-Weisbach 마찰계수만을 적용하였다 (Nash and Karney, 1999). 이는 최대 혹은 최소 수격압을 안정적으로 모의하는 목적에는 적합하나 정확한 천이류의 모의에는 한계를 가지고 있다. 따라서 이 논문에서는 부정류 마찰모형을 적용하여 LM method를 이용한 마찰계수를 보정 방법을 설계하였다.

Fig. 1에 나타난 LM 방법과 MOC의 결합은 다음과 같은 단계에 따라 실행된다. 먼저 마찰계수 f의 초기값을 지정하고 감쇄상수 λ 를 선택한다. 마찰계수 f값을 이용하여 MOC 계산을 통해 시간에 따른 천이류 내에서의 압력(H, calibrated)을 계산한다. 간략화한 Hessian 행렬과 Jacobian 행렬을 계산하기 위해 MOC 수식을 직접 미분하여 $\partial H/\partial f$ 를 계산한다. Eq. (16)을 이용하여 δf 를 구하고 오차함수 $F(f+\delta f)$ 의 값을 계산한다. 여기서, 오차함수는 $F(f) = \sum_{i=1}^N [H_{i,measured} - H_{i,calibrated}(f)]$ 로 설정한다. 만약 $F(f+\delta f) \geq F(f)$ 라면 λ 값을 증가시키고, $F(f+\delta f) < F(f)$ 라면 λ

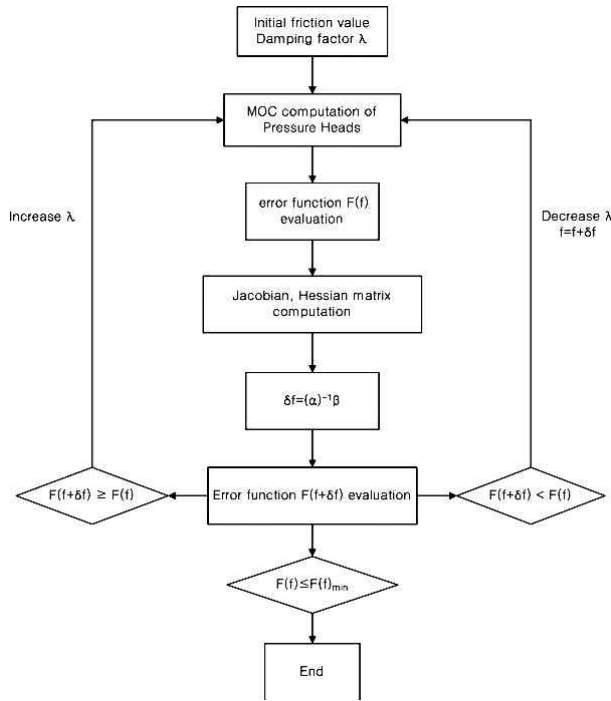


Fig. 1. Flow Chart of the Iteration Between MOC and LM

값을 감소시킨 후 매개변수를 $f \leftarrow f + \delta f$ 로 갱신한다. 오차 함수 $F(f)$ 가 최소값에 수렴할 때까지 위의 과정을 반복하며, $\lambda = 0$ 으로 설정하여 계산을 끝낸다.

부정류 마찰항 모형으로는 Zielke의 2차원 반경 점성 모형을 이용하였으며, 부정류 마찰항을 적용한 특성선 적분상수는 다음과 같다.

$$C_P = H_A + Q_A [B - R|Q_A|(1-e)] - \Delta x h_L \quad (31)$$

$$B_P = B + eR|Q_A| \quad (32)$$

$$C_M = H_B - Q_B [B - R|Q_B|(1-e)] + \Delta x h_L \quad (33)$$

$$B_M = B + eR|Q_B| \quad (34)$$

여기서, h_L 은 각 부정류 마찰항 모형에서의 손실수두이다.

부정류 마찰모형에서는 부정류 마찰항에 대한 추가 손실 수두를 고려해 주어야 한다. 정상상태 특성선 적분상수 C_M , C_P 의 미분항에서 추가 손실수두의 미분항을 결합하여 다음과 같이 계산을 진행한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_P}{\partial f} = & \frac{\partial H_A}{\partial f} + \frac{\partial Q_A}{\partial f} \left[\frac{a}{gA} - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} |Q_A|(1-e) \right] \\ & + Q_A \left[\frac{(e-1)\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_A| + f \frac{\partial |Q_A|}{\partial f} \right) \right] - \Delta x \frac{\partial h_L}{\partial f} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_M}{\partial f} = & \frac{\partial H_B}{\partial f} - \frac{\partial Q_B}{\partial f} \left[\frac{a}{gA} - \frac{f\Delta x}{2gDA^2} |Q_B|(1-e) \right] \\ & - Q_B \left[\frac{(e-1)\Delta x}{2gDA^2} \left(|Q_B| + f \frac{\partial |Q_B|}{\partial f} \right) \right] + \Delta x \frac{\partial h_L}{\partial f} \end{aligned} \quad (36)$$

여기서, $\frac{\partial C_P}{\partial f}$ 와 $\frac{\partial C_M}{\partial f}$ 는 각각 특성선 적분상수의 마찰민감도이고 $\frac{\partial h_L}{\partial f}$ 는 부정류 마찰항에 의한 추가 손실수두의 마찰 민감도를 의미한다.

3. 기상관망 구성과 수치실험

수치실험에 사용한 관로는 스테인리스관을 사용하였으며 전장 117 m, 내경 0.02 m, 두께 0.003 m, 밸브 급폐시간 0.05 sec의 조건이며, 상류의 수두(upstream reservoir head)는 71 m, 관의 마찰계수는 0.036을 사용하였다. 스테인리스관의 Fig. 2는 대상관망의 모식도로서 저수조-관로-밸브로 연결되어 있는 단순관망 체제를 도식하고 있다. 사용된 탄성파의 속도는 1,417 m/sec으로 지정하였으며 관말 밸브의 급격한 폐쇄는 초기조건인 완전개방상태에서 조작되었다. 시간 흐름에 따른 관 내부 압력 변화를 계산

하기 위해 특성선 방법을 사용하였고, 총길이 117m의 관을 간격 4.5m로 하여 총 27개의 절점으로 나누어 Courant 수를 1로 하였다. 그에 따른 계산시간 간격은 0.00318 sec 이고, 층류와 난류영역 모두에서 모의하였다. 다양한 흐름 범위의 거동에 대한 민감성을 평가하기 위해서 레이놀즈 수를 1,000~12,000까지 변화시켜 마찰계수에 대한 보정을 실시하였다. 유체는 층류와 난류 혹은 전이영역에 따라 마찰계수가 달라지고 이와 관련하여 수두변화의 민감성에 따라 보정과정에 영향을 끼치게 된다. 다른 흐름조건에서 같은 마찰계수 0.036을 적용한 것은 관의 조도와 내경이 미치는 영향도 함께 고려하기 위한 것이다. 레이

놀즈수 1000에서의 유량과 유속은 각각 $1.86E-05 \text{ m}^3/\text{s}$, $5.93E-02 \text{ m/s}$, 레이놀즈수 3000에서의 유량과 유속은 각각 $5.59E-05 \text{ m}^3/\text{s}$, $1.78E-01 \text{ m/s}$, 레이놀즈수 6000에서는 $1.12E-04 \text{ m}^3/\text{s}$ 와 $3.56E-01 \text{ m/s}$, 레이놀즈수 12000에서는 $2.24E-04 \text{ m}^3/\text{s}$, $7.12E-01 \text{ m/s}$ 로 설정하였다.

4. 결과 및 토의

4.1 정상상태 마찰모형의 마찰계수보정

Fig. 3은 정상상태 마찰모형을 사용하였을 때의 압력의 변동도식이다. Fig. 3의 (a), (b), (c), (d)는 각각 Reynolds

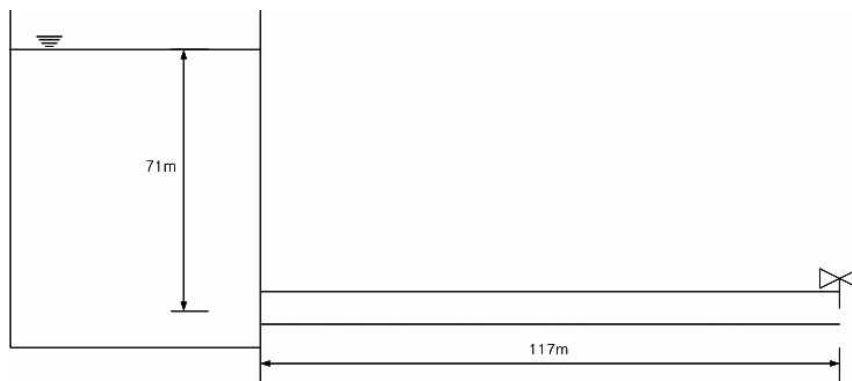


Fig. 2. Schematic for Reservoir-Pipe-Valve System

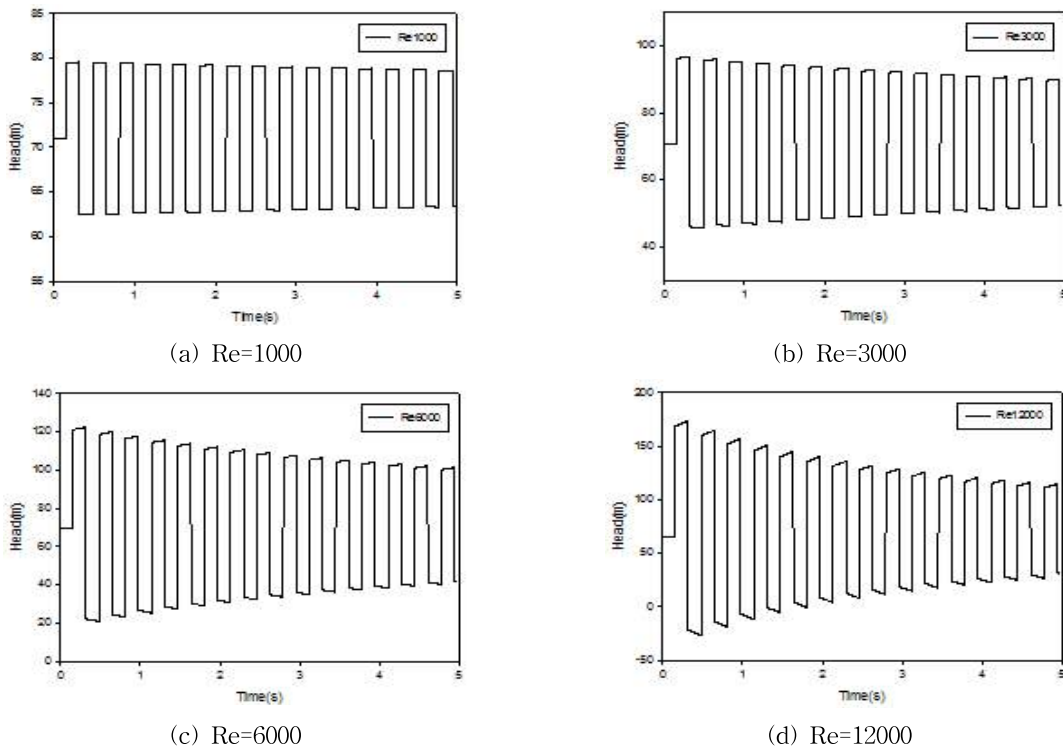


Fig. 3. Steady Friction Water-hammer of the Pipeline System with Different Reynolds Number

number 1000, 3000, 6000, 12000일 때의 압력의 시계열을 나타낸다. 밸브 조작에 따른 유속 변화량이 증가함에 따라 최대, 최소 수격압의 크기도 증가하며, 마찰에 의한 수두 감쇄 효과도 증가하는 것을 알 수 있다.

관 마찰계수를 찾기 위해 LM 알고리즘을 적용하여 최적화를 수행하였으며, 레이놀즈수 별, 초기조건 별로 최적화를 실시하였다. 레이놀즈수 범위는 1000, 3000, 6000, 12000을 사용하였으며 마찰계수의 초기 조건으로는 0.02, 0.03, 0.04, 0.05를 사용하였다. Table 1은 각 조건별 수렴값을 나타낸다. 정상상태 모형을 적용하였을 경우 모든 경우에 대하여 마찰계수 참값인 0.036값에 수렴하는 것을 확인할 수 있었다.

Table 1의 결과는 Pudar and Liggett (1992) 등의 선행 연구결과를 재현한 결과로, 부정류 마찰항 보정 연구를 신뢰성 있게 진행하기 위한 예비 수치모의 결과이다.

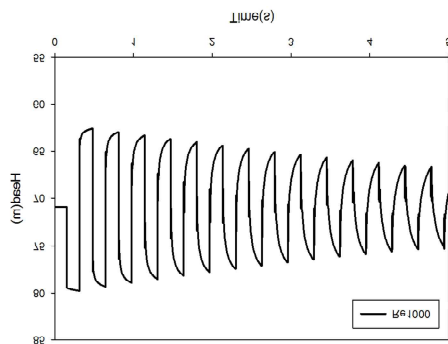
4.2 부정류 마찰모형의 마찰계수보정

Fig. 4의 (a), (b), (c), (d)는 Zielke의 2차원 반경 점성 모형을 사용하였을 때의 압력과 도식으로, 각각 Reynolds number 1000, 3000, 6000, 12000일 때의 수격압 모의 결과를 나타낸다. 레이놀즈수가 증가함에 따라 최대, 최소 수격압의 크기도 증가하며, 마찰에 의한 수두 감쇄 효과도

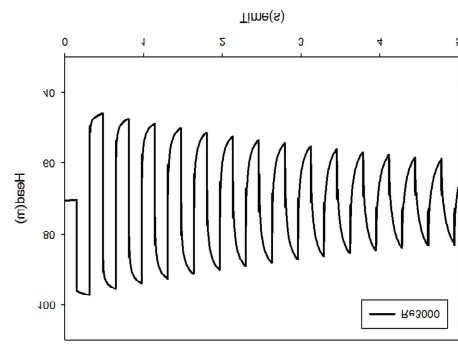
증가하는 것을 확인할 수 있다. 이들 결과를 기반으로 관 마찰계수를 찾기 위해 LM 알고리즘을 적용하였으며, 레

Table 1. Calibrated Friction Factor for Steady Friction Model Using LM Method

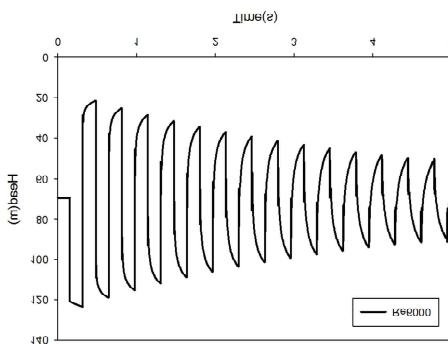
Reynolds number	Starting point	Convergence
Re 1000	0.02	0.036
	0.03	0.036
	0.04	0.036
	0.05	0.036
Re 3000	0.02	0.036
	0.03	0.036
	0.04	0.036
	0.05	0.036
Re 6000	0.02	0.036
	0.03	0.036
	0.04	0.036
	0.05	0.036
Re 12000	0.02	0.036
	0.03	0.036
	0.04	0.036
	0.05	0.036



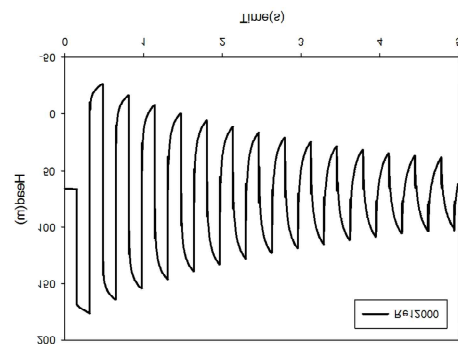
(a) Re=1000



(b) Re=3000



(c) Re=6000



(d) Re=12000

Fig. 4. Zielke Friction Water-hammer of the Pipeline System with Different Reynolds Number

이놀즈수 별, 초기조건 별로 최적화를 실시하였다. 레이놀즈수 범위는 1000, 3000, 6000, 12000을 사용하였으며 초기 조건값으로 0.02, 0.03, 0.04, 0.05를 사용하였다. Table 2는

Table 2. Calibrated Friction Factor for Zielke Unsteady Friction Model Using LM Method

Reynolds number	Starting point	Convergence
Re 1000	0.02	0.03473
	0.03	0.03491
	0.04	0.03692
	0.05	0.03786
Re 3000	0.02	0.03591
	0.03	0.0359
	0.04	0.03608
	0.05	0.03608
Re 6000	0.02	0.03599
	0.03	0.03598
	0.04	0.03601
	0.05	0.03602
Re 12000	0.02	0.036
	0.03	0.036
	0.04	0.036
	0.05	0.036

각 조건별 수렴값을 나타내고 있다. 레이놀즈수 1000의 경우 초기값이 0.02일 때는 0.03473, 0.03일 때는 0.03491, 0.04일 때는 0.03692, 0.05일 때는 0.03786의 값에 수렴을 하여 상대적으로 오차가 큰 수치를 나타낸다. 레이놀즈수 1000에서 수렴에 실패한 것은 층류 영역에서의 마찰계수는 $f = 64/Re$ 로 나타나기 때문에 초기 설정한 0.036값과 다르기 때문이라 생각된다. 레이놀즈수가 3000, 6000 등으로 증가할수록 마찰 계수값이 0.036값에 근접하게 수렴하였다. 레이놀즈수 12000인 경우 초기 값에 관계없이 모두 0.036에 수렴하는 결과를 확인할 수 있다.

Table 2의 수렴결과는 레이놀즈수가 작은 흐름에서는 흐름에 대한 점성의 영향력이 상대적으로 크지만, 레이놀즈수가 증가하면서는 관성력이 흐름을 지배함으로 인하여 마찰 손실계수가 흐름에 상당한 영향을 주는 기작에 기인한다. Fig. 5는 레이놀즈수에 따른 마찰손실계수의 수렴도를 나타낸다. 레이놀즈수 3000, 6000, 12000의 범위에서 반복횟수 100회 이내에 실제값 0.036 근처로 수렴을 하였다. 그러나 레이놀즈수 1000에서는 초기조건에 따라서 수렴값에 다소간 차이가 발생했다.

4.3 진화연산을 사용한 방법과 마찰계수 보정능력 비교

관수로의 매개변수 보정과 관련된 많은 연구들은 매개

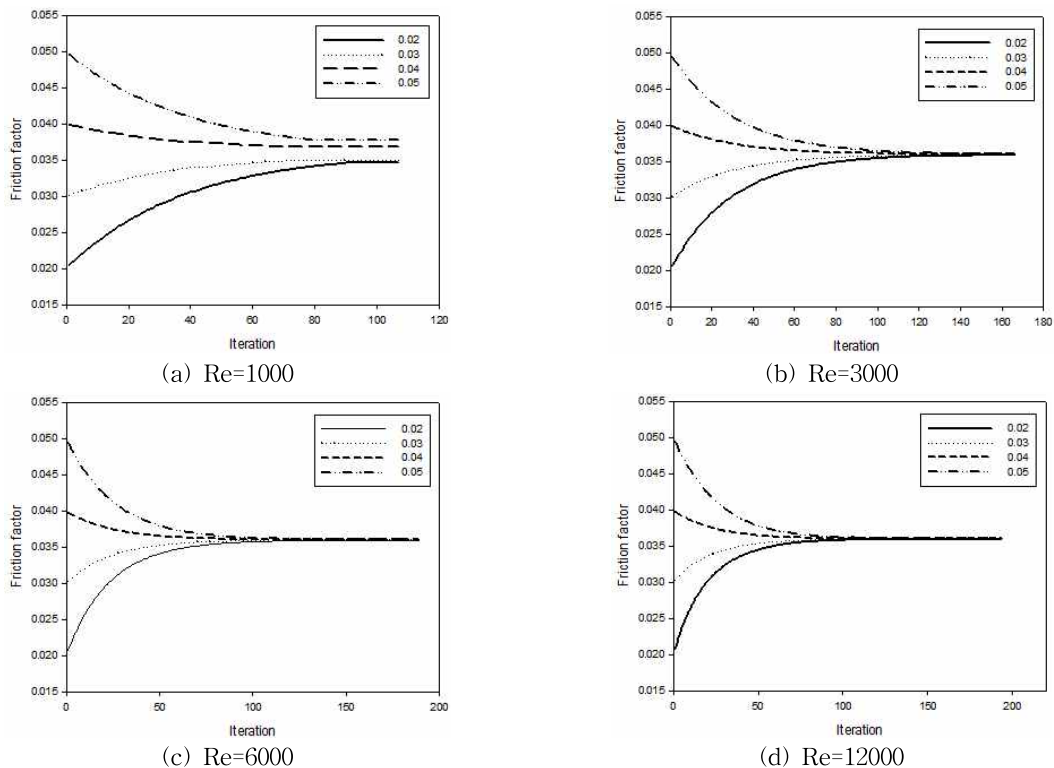


Fig. 5. Convergence of LM Method for Different Starting Point and Reynolds Number

변수 최적화의 방법론으로 유전자알고리즘(GA) 등의 진화연산 알고리즘을 채택하고 있다(Jung and Karney 2004; Vitkovsky et al., 2000). 이는 GA가 매개변수보정에 활용될 수 있는 용이성을 구조적으로 가지고 있는데서 기인한다.

마찰계수의 보정에 LM 방법을 결합하는 본 연구의 장점을 표현하기 위하여 GA 알고리즘을 부정류 마찰모형과 결합하였고, 본 연구의 결과와 비교분석을 수행하였다. GA 알고리즘에 사용된 적합도 함수(Fitness Function)는 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \sum_{t=1}^{\text{end}} (h_{i,\text{measured}} - h_{i,\text{calibrated}})^2 \quad (39)$$

여기서, $h_{i,\text{measured}}$ 는 실제 마찰계수를 적용하여 계산된 수두값을 나타내고, $h_{i,\text{calibrated}}$ 는 GA알고리즘을 통하여 보정된 마찰계수를 적용하여 계산된 수두값을 나타낸다. Fig. 6은 Reynolds 수 1000, 3000, 6000, 12000에서 Zielke 부정류 모형을 적용하여 GA 알고리즘을 이용하여 마찰계수를 보정한 결과를 나타낸다. GA를 이용한 최적화는 50 인구수, 20 세대를 선택하여 반복횟수는 1000회로 실행하였고 통상적인 GA 입력변수로 제안되는 변이와 도약 돌연변이 확률, 교차 확률 등이 사용되었다(Goldberg, 1989). GA 알고리즘의 경우 유전자의 재생(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)와 같은 모든 입력 변수의 값을 동일하게 사용하였으므로, 네 경우의 흐름조건에서 모두 같은 수렴 양상을 보였다. GA 알고리즘을 통한 마찰계수의 보정은 400회 이내에 0.036 근처에 수렴하였으며, 500회 반복이후 모두 0.036에 수렴하였다. Fig. 7에는 GA 보정을 통해 얻은 적합도를 나타내었다.

LM 알고리즘의 경우 레이놀즈수 1000일 때를 제외하

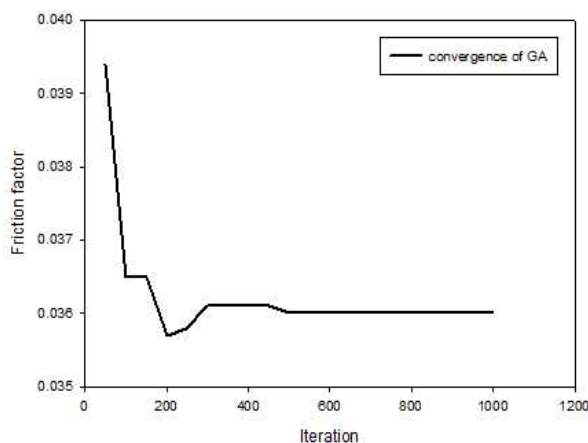


Fig. 6. GA Convergence behaviour for Friction Factor of Unsteady Friction Model

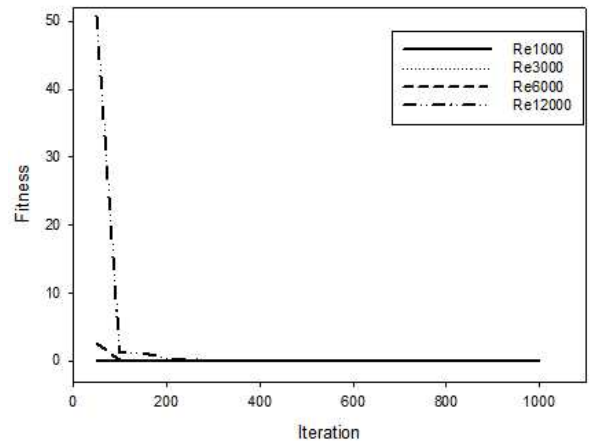


Fig. 7. Best Fitness of GA for Different Reynolds Number

고 반복횟수 200회 이내에 마찰계수 값에 수렴하였다(Fig. 5). GA 알고리즘을 이용하였을 때는 반복횟수가 500회 이후 모든 레이놀즈 흐름에서 마찰 계수값이 0.036에 수렴하였다. GA 알고리즘은 안정적으로 최적해에 수렴하는 장점이 있지만 세대를 거듭함에 따라 새로운 개체들의 집합이 형성되고 진화와 도태의 과정을 반복하기 때문에 반복횟수가 LM 알고리즘에 비해 많이 필요하다는 단점이 있다. 이는 본 연구에서 수행된 LM방법의 적용성이 GA 방법보다 부정류 마찰모형의 마찰계수 수렴 속도면에서 우수하다는 것을 의미한다.

5. 결 론

본 연구에서는 관망 시스템의 노후화 등의 진단을 위해서 관벽의 마찰손실계수를 보정하는 방법을 Levenberg Marquardt 방법과 부정류 마찰모형의 결합을 통해서 개발하였다. 관망시스템의 수직압 현상 이후에 나타나는 수압감쇠의 모의를 통해서 확보되는 수압의 시계열을 사용하여 마찰손실계수를 보정하는 방법을 특성선 방법에 기반을 두고 개발하였다.

- 1) Levenberg Marquardt 방법의 적용을 위해서, 관로의 임의의 지점에서의 다양한 수압과 유량에 대한 민감도를 유도하였고, 이를 특성선 방법에서 구현하였으며, 부정류 마찰모형으로는 세계적으로 적용성을 가장 널리 인정받는 Zielke의 반경 점성 모형을 사용하였다.
- 2) 개발된 모형의 유용성을 검증하기 위해서 가상관망에서의 수치실험을 수행하였고, 정상류 마찰 모형과 부정류 마찰모형에서 다양한 레이놀즈수와 상이한

초기조건에서 해에 수렴거동을 확인하였다. 그러나 층류조건에서는 최종 수렴거동에 일정부분 불확실성이 존재했다.

- 3) 개발된 모형의 유용성을 입증하기 위해서, 관련 연구에 널리 쓰이는 진화연산 알고리즘을 사용한 마찰손실계수의 보정결과와 비교하였고, 개발된 방법론이 해에 수렴 속도면에서 상대적인 우수성을 확인할 수 있었다.
- 4) 본 연구와 관련된 후속연구는 매개변수의 보정과정을 조도와 함께, 관로의 누수나 막힘 파열 등을 수압으로 보정하는 주제가 유망할 것으로 판단된다. 그러나 관로의 노후화가 상당히 진전된 경우는 통수단면적의 감소가 예상됨으로 이에 따른 파속도의 변화과 이를 전반적으로 고려할 수 있는 방법론의 개발이 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 한국연구재단의 기본연구프로그램(2010-0021511)의 지원을 받아서 수행되었고, 이에 감사드립니다.

REFERENCES

- Adamkowski, A., and Lewandowski, M.L. (2006). "Experimental examination of unsteady friction models for transient pipe flow simulation." *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol. 128, No. 6, pp. 1351-1361.
- Bergant, A., Simpson, A.R., and Vitkovsky, J. (2001). "Developments in unsteady pipe flow friction modelling." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 39, No. 3, pp. 249-258.
- Boulos, P.F., and Wood, D.J. (1990). "Explicit calculation of pipe network parameters." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 11, pp. 1329-1344.
- Chaudhry, M.H. (1987). *Applied Hydraulic Transients*, Van nostrand reinhold company, NY.
- Goldberg, D.E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Co., Inc.
- Jang, I., Kim, S.H., and Kim, J.H. (2008). "Transient analysis of pipeline system considering unsteady friction models." *Journal of the Korean Society of Water and Wastewater*, Vol. 22, No. 6, pp. 657-664.
- Jung, B.S., and Karney, B.W. (2006). "Optimization of transient protection devices using GA and PSO approaches." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 132, No. 1, pp. 44-52.
- Jung, B.S., Karney, B.W. (2004). "Particle swarm optimization compared to a genetic algorithm for calibration of water distribution system." *Proceeding of 9th International Conference on Pressure Surges*, Chester, UK, March.
- Kapelan, Z.S., Savic, D.A., Walters, G.A. (2003). "A hybrid inverse transient model for leakage detection and roughness calibration in pipe networks." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No. 5, pp. 481-492.
- Karney, B.W., and McInnis, D. (1992). "Efficient calculation of transient flow in simple pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 7, pp. 1014-1030.
- Kim, M.G., Noh, J.S., Park, N.S., and Kim, S.H. (1998). "Unsteady pipeflow friction characteristics." *Proceedings of Korea Society of Civil Engineers Conference*, Vol. 1998, No. 3, pp. 93-96.
- Lansley, K.E., and Basnet, C. (1991). "Parameter estimation for water distribution networks." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 117, No. 1, pp. 126-144.
- Liggett, J.A., and Chen, L.C. (1994). "Inverse transient analysis in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 8, pp. 934-955.
- Ministry of Environment, Republic of Korea (2010). *Statistics of Waterworks*.
- Nash, G.A., and Karney, B.W. (1999) "Efficient inverse transient analysis in series pipeline systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 125, No. 7, pp. 761-764.
- Ormsbee, L.E., and Wood, D.J. (1986). "Explicit pipe network calibration." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 112, No. 2, pp. 166-182.
- Pudar, R.S., and Liggett, J.A. (1992). "Leaks in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 7, pp. 1031-1046.
- Roberson, J.A., and Crowe, C.T. (1985). *Hydraulic Engineering Fluid Mechanics*, 3rdEd. Houghton

- Mifflin, Boston.
- Son, K.I. (1997) "Predicting flow resistance coefficients in water supply mains" *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 29, No. 4, pp. 223- 231.
- Vitkovsky, J., Stephens, M., Bergant, A., Simpson, A., and Lambert, M. (2006). "Numerical error in weighting function-based unsteady friction models for pipe transients." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 132, No. 7, pp. 709-721.
- Vitkovsky, J.P., Simpson, A.R., and Lambert, M.F. (2000). "Leak detection and calibration using transients and genetic algorithms." *Journal of Water Resource Planning and Management*, Vol. 126, No. 4, pp. 262-265.
- Walski, T.M. (1983). "Techniques for calibrating network models." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 109, No. 4, pp. 360-372.
- Walski, T.M. (1987). *Water supply system rehabilitation*, Task Committee on Water Supply Rehabilitation Systems, ASCE, New York.
- Wylie, E.B., and Streeter, V.L. (1993). *Fluid transients in system*, Prentice-Hall, Englewood cliffs, N.J.
- Zielke, W. (1968). "Frequency-dependent friction in transient pipe flow." *Journal of Basic Engineering*, Vol. 90, No. 1, pp. 109-115.

논문번호: 12-112	접수: 2012.10.15
수정일자: 2012.11.30/2013.01.07	심사완료: 2013.01.07