

2차원 사각형 주상체의 횡동요 및 2자유도 운동에 미치는 슬로싱의 영향

김윤호^{1,†} · 성홍근¹ · 조석규¹ · 최향순²
한국해양과학기술원 선박해양플랜트연구소¹
전 서울대학교 조선해양공학과²

The Sloshing Effect on the Roll Motion and 2-DoF Motions of a 2D Rectangular Cylinder

Yun-Ho Kim^{1,†} · Hong-Gun Sung¹ · Seok-Kyu Cho¹ · Hang-Shoon Choi²
Maritime & Ocean Engineering Research Institute, Daejeon¹
Prof. Emer., Seoul National University, Seoul²

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

This study is constructed to investigate the sloshing effect on the motions of a two-dimensional rectangular cylinder experimentally and numerically. The modes of motion under consideration are sway and roll, and also experimental cases are divided by two categories: 1-DoF roll motion and 2-DoF motion (Coupling sway and roll). It is found that the sway response is considerably affected by the motion of the fluid, particularly near the sloshing natural frequency, while the roll response changes comparatively small. The dominant mode of motion is analyzed for 2-DoF experiments as well. The measured data for 1-DoF motions is compared with numerical results obtained by the Multi-modal approach. The numerical schemes vary in detail with the number of dominant sloshing modes; i.e., there is a single dominant mode for the Single-dominant method, while the Model 2 method assumes that the first two modes are superior. For the roll motion, numerical results obtained by the two different methods are relatively in good agreement with the experiments, and these two results are similar in most wave frequency range. However, the discrepancies are apparent where the fluid motion is not governed by a single mode. But both of numerical methods over-predict the motion at the vicinity of the sloshing natural frequency. In order to correct the discrepancy, the modal damping needs to be investigated more precisely. Furthermore, another multi-modal approach, such as the Boussinesq-type method, seems to be required in the region of the intermediate liquid.

Keywords : Sloshing(슬로싱), Multi-modal method(Multi-modal 법), 2D rectangular cylinder(2차원 사각형 주상체), 1DoF & 2DoF motions(1자유도 및 2자유도 운동), Modal damping(모달 감쇠)

1. 서론

지속적인 에너지 수요의 증가와 환경오염에 대한 경각심으로 인해, 석유를 대체할 친환경 에너지원으로서 천연가스의 수요가 크게 증가하여 이에 대한 개발이 활발하게 전개되고 있다. 한편 육상 LNG 터미널의 경우 폭발의 위험성과 환경오염의 우려로 주민들이 기피하는 실정이다. 이를 해소하기 위한 방안으로 제안된 것이 LNG FSRU(Floating, Storage and Regasification Unit)이다. 이는 해상에서 LNG를 LNG선으로부터 인수하여 재기화 후 육상까지 송출하는 역할을 수행한다. LNG FSRU는 현재까지 총 14기가 운영 중이거나 건조 중인 것으로 알려져 있으며, 최근 발주된 신조물량은 전량 한국 조선소에 의해 건조되고 있다.

LNG FSRU는 기존의 LNG선과 달리 지정된 위치에서 작업을 수행하며, 작업하는 동안 탱크 내 수위가 계속 변하게 된다. 따라서 안전한 하역작업과 LNG 처리를 위해서는 탱크 내 슬로싱이 부유체의 운동에 미치는 영향이 엄밀하게 규명되어야 한다.

이러한 배경에서 본 문제를 2차원으로 단순화하여 우선 실험적으로 접근하였다. 즉, 2차원 수조에서 사각형 형상의 부유체의 파랑 중 운동에 미치는 내부 유동의 영향을 살펴보았다. LNG-FSRU 같은 구조물은 내부 탱크 및 선체의 형상이 복잡하고, 화물창도 여러 개로 나뉘어져 있지만, 해석의 편의를 위하여 직사각형 모델을 이용하였다. 이는 단일 부유체의 수평운동에 관한 실험(Rognebakke & Faltinsen, 2003)을 확장하여, 2자유도 운동으로 확장한 연구이다.

이를 위하여 우선 1자유도 횡동요에 대한 해석기법을 정립하였고, 이를 실험결과와 비교하였다. 이때 부유체의 운동은 잘 알려진 그린함수법 (Newman, 1977)을, 그리고 내부 유동은 Multi-modal법 (Faltinsen & Timokha, 2001)을 이용하여 운동방정식을 구성하였다. 지배적인 슬로싱 모드의 개수에 따라 두 개의 이론모델을 전개하여, 두 모델의 특성을 비교고찰하였다.

2. 실험적 접근

2.1 실험 구성

서울대학교 2차원 수조에서 실험을 수행하였다. 모든 실험은 규칙파 조건에서 수행되었고, 슬로싱 고유주파수와 횡동요 고유주파수를 가능한 모두 포함하기 위해서 충분히 긴 주파수영역을 선택하였다. 입사파는 파장(λ)과 파고(H)의 비가 저주파수 영역에서는 1/50가 되게 하였고, 슬로싱 고유주파수 근처에서는 1/40로, 이보다 더 높은 영역에서는 파고를 조금 더 키워주었다 (Fig. 1 참조).

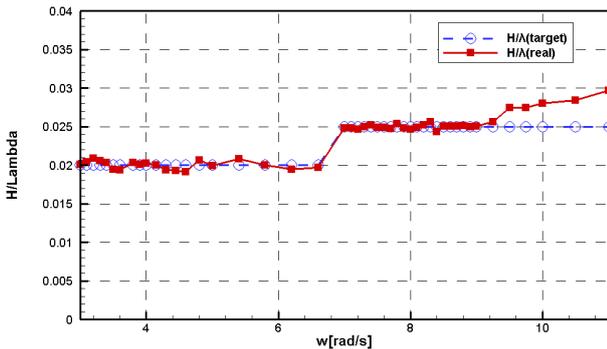


Fig. 1 Steepness of the incident regular waves

사각형 주상체의 외형은 Rognebakke & Faltinsen (2003)의 실험모델과 동일하게 폭 0.4m, 높이 0.4m, 흘수 0.2m로 택하였다. 길이는 수조의 제원을 고려하여 0.495m로 조정하였으며, 내부유동이 모델의 중앙에서 일어나도록 물을 채우는 탱크(Water Tank)는 중앙에, 발라스트 추를 위한 공간(Ballast Tank)은 모델의 양 옆에 위치시켰다. 수직방향의 힘이 운동에 미치는 영향을 최소화하기 위해 모든 실험은 중성 부력상태에서 수행되었다.

모델의 위쪽 카트리지와 연결부위와 모델의 중앙부에 힌지를 두어 수평운동 및 횡동요가 자유롭게 발생하도록 하였으며, 1자유도 횡동요에 대한 실험에서는 수평운동이 일어나지 않도록 레일 위쪽의 힌지를 고정시켰다. 또한, 2자유도 운동에서는 모델이 표류되는 것을 막기 위해서 모델의 양 옆에 51.8N/m의 강성을 지닌 스프링을 설치하였다. 모델의 주요 제원 및 형상은 Fig. 2와 같으며, 전체 실험 구성은 Fig. 3과 같다.

수평운동과 횡동요 변위를 측정하기 위해서 모델의 정중앙과 왼쪽 모서리에 서로 다른 표식을 부착한 후, 이를 디지털 카메라

로 계속하였다. 이를 통해 얻은 영상은 후처리 과정을 통해 파의 표류력 및 노이즈에 의한 영향을 제거한 후 정상 상태의 변위를 추출하였다. 아래 Fig. 4는 5.0rad/s에서 1자유도 운동 실험 시, 후처리되어 얻은 횡동요 변위로서 반사파가 오기 전 'Steady-state'에서의 운동값을 이용하여 전달 함수를 산정하였다.

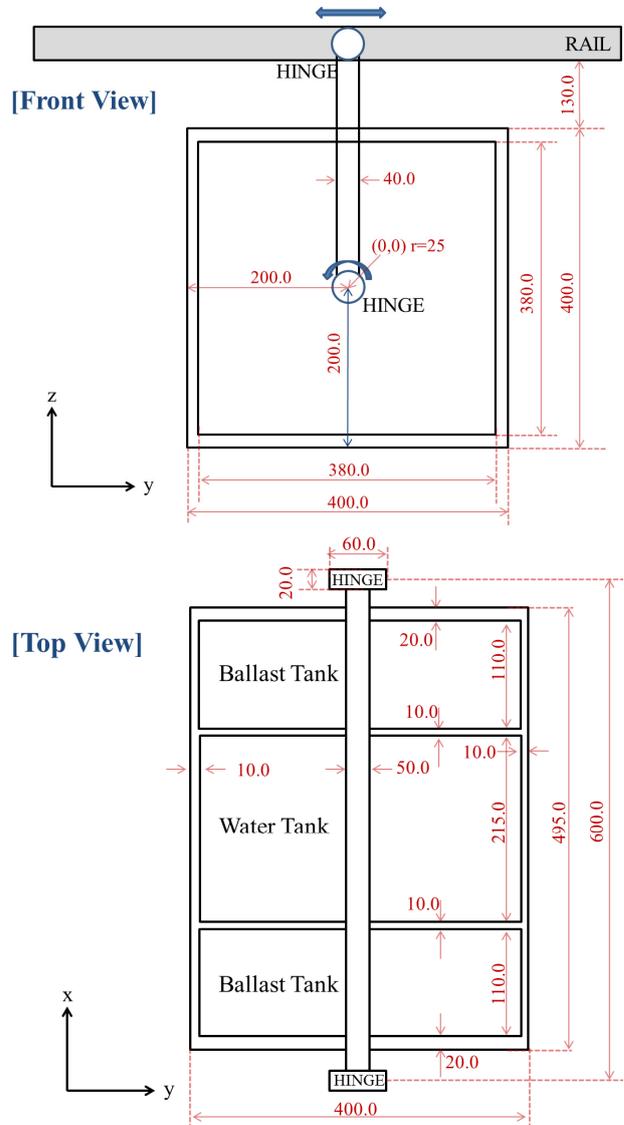


Fig. 2 Front and top view of the rectangular model

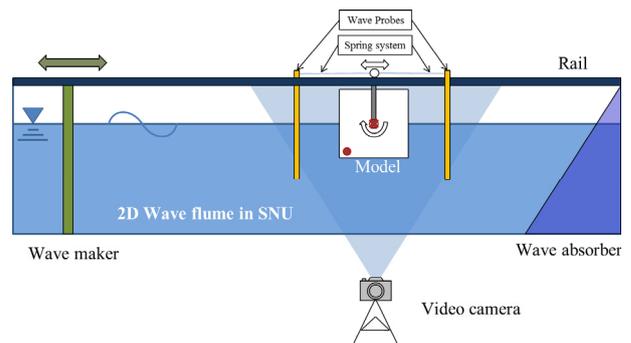


Fig. 3 Schematic view of the experimental setup

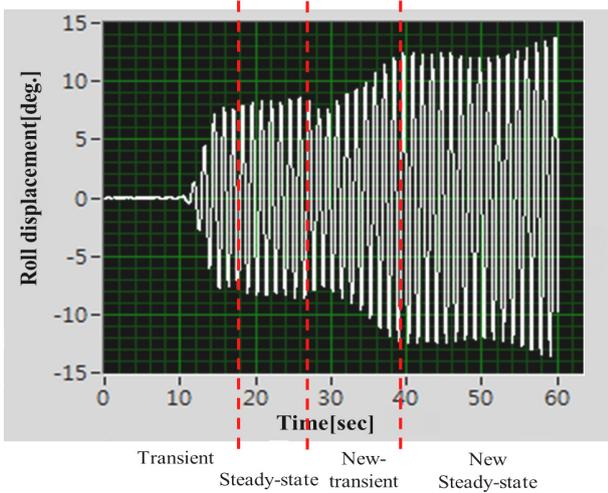


Fig. 4 Roll motion response for the 1-DoF experiment at 5.0rad/s

2.2 1자유도 횡동요

먼저 수평 운동을 구속한 상태에서 1자유도 횡동요에 대하여 실험을 수행하였다. 내부 수위를 0%에서부터 50%까지 등차적으로 증가시키면서 실험하였다. 횡동요 고유주파수는 free roll decay test를 통해서, 그리고 슬로싱 고유주파수는 아래 식 (1)을 이용하여 구하였다. 여기서 l 은 탱크의 폭, h 는 내부 탱크의 수위를 의미한다. 이는 직사각형 모델의 횡방향에 대한 슬로싱 유동을 해석적으로 풀어 얻은 결과이다 (Fox & Kuttler, 1983).

$$\omega_{n,slosh} = \sqrt{g\pi/l \times \tanh(\pi h/l)} \quad (1)$$

이렇게 구한 내부유동에 의한 슬로싱 고유주파수와 자유횡동요 실험을 통하여 얻은 횡동요 고유주파수는 다음 Table 1과 같다.

Table 1 Roll and sloshing natural frequencies for different filling ratios

Filling ratio[%]	Roll natural frequency[rad/s]	Sloshing natural frequency[rad/s]
0	3.96	-
10	3.67	4.96
20	3.51	6.72
30	3.18	7.73
40	2.93	8.30
50	2.45	8.62

정상 상태의 운동 변위는 전달 함수로 표현하였고, 이는 식 (2)와 같이 정의하였다.

$$Sway \ Transfer \ Function = \frac{\eta_2 [m]}{A_{wave} [m]} \quad (2)$$

$$Roll \ Transfer \ Function = \frac{\eta_4 [rad]}{A_{wave} [m]} \times B_{model} [m]$$

여기서 A_{wave} 는 입사파의 진폭, η_2, η_4 는 반사파가 오기 전 첫 번째 'steady-state'에서 수평운동, 횡동요 운동변위의 진폭을 의미한다. 횡동요 전달함수의 경우, 실험모델의 특성 길이인 폭 B_{model} 을 곱해줌으로써 무차원화하였다.

내부 탱크의 유동은 폭과 수위에 따라 아래와 같이 분류할 수 있다. $0.25 \leq h/l \leq 0.84$ 영역은 유한 영역, $0.1 \leq h/l \leq 0.25$ 은 중간 영역, 이보다 낮은 수위는 천수 영역이다 (Faltinsen & Timokha, 2009). 먼저 유한 영역에 해당하는 실험 결과는 Fig. 5와 같으며, 비교를 위해 내부 유동이 없는 경우(0%)도 포함시켰다.

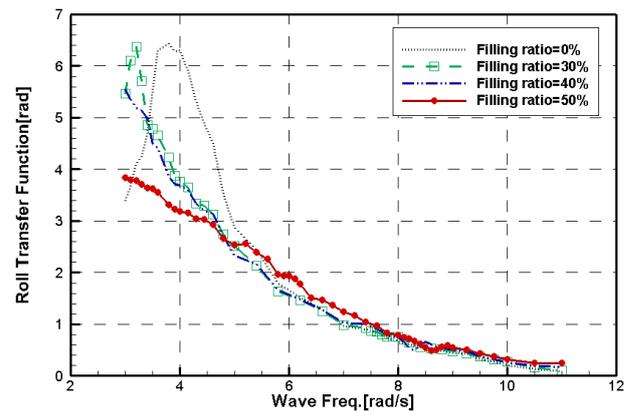


Fig. 5 1-DoF roll experiment for filling ratios of 0%, 30%, 40%, 50%

0%, 30%의 경우에는 실험 주파수 영역 내에 횡동요 고유주파수가 위치하므로 전달 함수의 큰 변화가 그림에 나타나 있다. 반면에 슬로싱 고유주파수 근처에서는 아주 미세한 변화만 나타날 뿐, 빈 탱크의 실험과 거의 유사한 값을 보이고 있다. 수평운동에 대한 선행연구들에서는 슬로싱 고유주파수 부근에서 운동의 변동이 크게 관측되었다 (Rognebakke & Faltinsen, 2003; Lee, et al., 2011). 그러나 1자유도 횡동요 실험의 경우엔 슬로싱 고주파수에서 운동의 절대 변위값이 작고, 슬로싱과 횡동요의 고유주파수가 멀리 떨어져 있어 모델-내부 유동 연성효과가 수평운동의 그것보다 훨씬 작아진다.

슬로싱에 의한 영향을 보다 엄밀히 고려하기 위해 50% 채워진 경우의 입사파와 선체 운동과의 위상 차이를 확인하였다. 본 연구에서 위상은 식 (3)과 같이 정의된다.

$$A(t) = \text{real} [|A| \cdot e^{-i\omega t + \epsilon}] \quad (3)$$

여기서 $|A|$ 는 운동 및 입사파의 진폭, ω 는 파주파수로서 입사파 변위와 모델 횡동요 변위의 시계열 자료를 토대로 위상차 ϵ 를 구하였으며, 그 결과는 Fig. 6과 같다.

모델의 앞쪽에 설치된 파고계와 카메라로부터 측정된 모델의 변위 시계열 자료를 가지고, 변위의 위상차이를 각 주파수에 대하여 도시화 하였다. 50% 채웠을 시 슬로싱 고유주파수는 8.62rad/s인데, Fig. (6)에서 확인했을 시 전후로 위상차가 약 4.0rad(230 deg) 나타난다. 슬로싱에 의한 횡동요의 변화는 미미

하지만, 위상의 이동은 수평운동에 대한 기존 연구와 동일한 경향을 제시하였다. 실험 장비의 한계로 내부 유동을 계측하지는 못하였으나, 위의 그래프를 통해 간접적으로 내부 유동의 위상이 180도 변하는 것을 확인하였다.

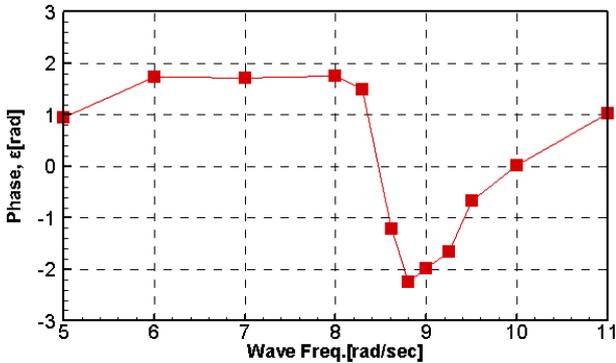


Fig. 6 Phase of the floater motion relative to external wave elevation at 0% filled case

중간 영역에 해당하는 10%, 20% 채워진 경우에 대한 실험 결과는 Fig. 7과 같다.

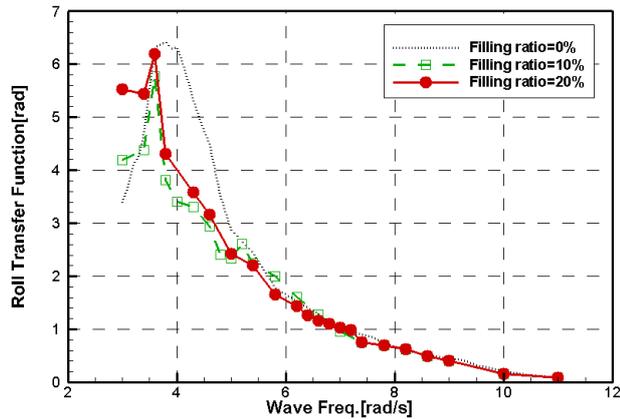


Fig. 7 1-DoF roll experiments for filling ratio 0%, 10%, 20%

두 경우 모두 앞선 실험결과와 마찬가지로 슬로싱 고유주파수 부근에서의 변동이 매우 미미하다. 그리고 횡동요 고유주파수 근처에서 최고값을 보이나, 20% 채웠을 시 가장 낮은 주파수인 3.0rad/s에서 유동이 복잡해져 횡동요 변위가 매우 불안정하게 나타난다. 이때 횡동요 최대값의 형상을 빈 탱크에 대한 결과와 비교하면 그 폭이 상당히 좁게 나타나는 데, 이는 내부 유동이 비록 횡동요 진폭에는 크게 영향을 미치지 못하지만, 위상 차이가 발생하여 횡동요를 일정 부분 감소시킨다고 해석할 수 있다.

2.3 2자유도 수평 및 횡동요 운동

다음은 횡동요에 덧붙여 수평운동을 허용하여 2자유도 운동에 대한 실험을 수행하였다. 내부 수위는 0, 30, 50%에 대해서 수행

하였으며, 다른 조건은 앞에서 기술한 1자유도 운동과 같다.

2자유도 운동 시험에서 구한 수평운동의 전달함수는 Fig. 8~10과 같다. 비교를 위해서 Lee, et al. (2010)에 의한 1자유도 수평운동 결과를 함께 도시하였다.

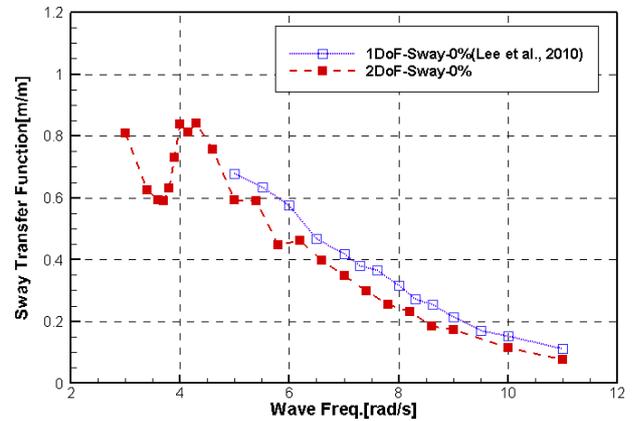


Fig. 8 Sway transfer function for 2-DoF experiments with 0%-filling

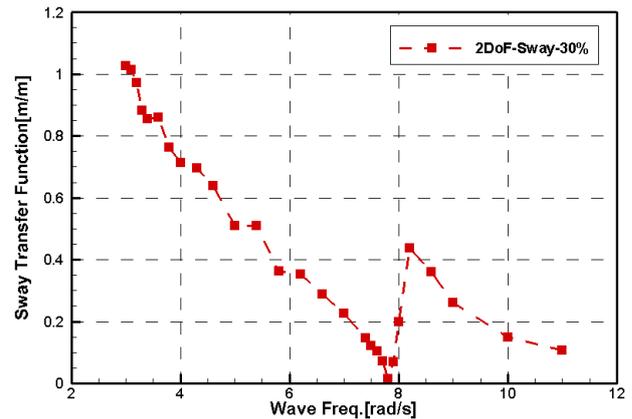


Fig. 9 Sway transfer function for 2-DoF roll experiments with 30%-filling

Fig. 8의 경우, 횡동요 고유주파수 근처인 3.8rad/s에서 국부적으로 최소값을 보인다. 이는 횡동요의 공진으로 인해 파 에너지가 횡동요에 많이 소모되었기 때문으로 사료된다. 4.0rad/s 이후에는 단조 감소하며, 전체적으로 1자유도 수평운동에 대한 실험보다 수평운동의 변위가 작게 확인되었다. 일반적인 질량-스프링 시스템에서 공진 주파수에서 멀어지면서 운동 RAO가 감소하는 현상이 여기서도 잘 드러났다. 또한, 횡동요의 허용으로 인해 파 에너지의 분산이 이전 실험값과의 차이를 야기했다고 판단된다.

물을 30%, 50% 채운 Fig. 9, 10의 경우에는 횡동요 운동에 의한 국부적인 변동이 확인되지 않는다. 특히 30% 채워진 경우는 실험 주파수 영역 내에 횡동요 고유주파수가 위치함에도 연성 효과가 거의 보이지 않는다. 이는 2자유도 운동으로 인하여 횡동요 고유주파수가 약간 낮아졌기 때문으로 사료된다. 반면, 슬로싱

고유주파수 부근에서 수평 운동의 변위가 점점 감소하여 0에 근접했다가 이후에 증폭된 후 다시 감소하는 경향을 보인다. 이러한 결과는 수평단독운동의 경우와 일치하는 것으로 횡동요의 영향이 거의 없음을 의미한다.

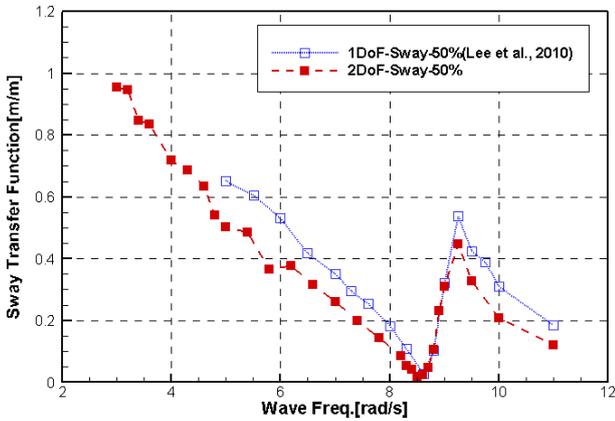


Fig. 10 Sway transfer function for 2-DoF roll experiments with 50%-filling

2자유도 운동실험에서 얻은 횡동요 변위에 대한 결과는 Fig. 11~13과 같다. 여기서 □표는 2.2절에서 기술한 횡동요 단독 실험결과이며, ■표는 2자유도 운동에서 얻은 횡동요 전달함수이다.

빈 탱크 실험의 경우 정성적으로는 1자유도 운동의 결과와 유사하나, 정량적으로 크게 차이를 보인다. 전달함수의 최고값이 1자유도 운동에 비해서 약 77% 감소하였다. 특히 6.0rad/s 이후에는 횡동요 변위가 1도 내외로 거의 변화를 보이지 않는다. Fig. 8 와 Fig. 11를 비교함으로써, 파 에너지의 거의 대부분이 수평 운동에 소모되는 것을 확인할 수 있다 (Kim, et al., 2012).

이러한 경향은 Fig. 12~13에서도 확인할 수 있다. 전체적인 변위가 1자유도 운동에 비해서 극히 미미한 수준이며, 다만 횡동요 고유주파수 근처인 3.0~4.0rad/s에서 그 값이 증가하지만 그 양은 크지 않다. 두 조건 모두에서 슬로싱 고유주파수보다 조금 더 높은 주파수 영역에서 국부적인 변동이 나타난다. 1자유도 횡동요 운동과 마찬가지로 슬로싱 고유주파수 근처에서 횡동요 운동에 미치는 내부 유동의 역할은 극히 미미한 것으로 확인되었다.

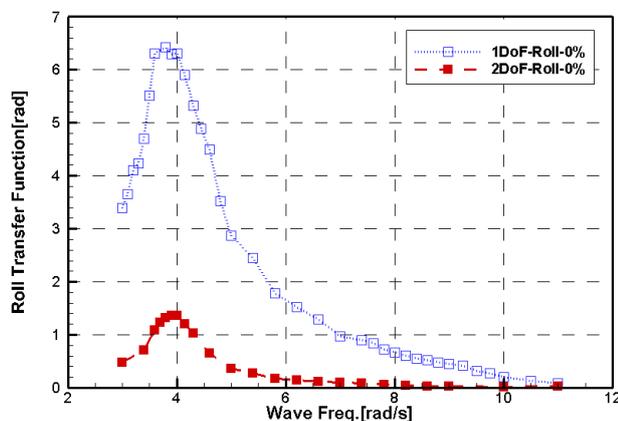


Fig. 11 Roll transfer function for 2-DoF roll experiments with 0%-filling

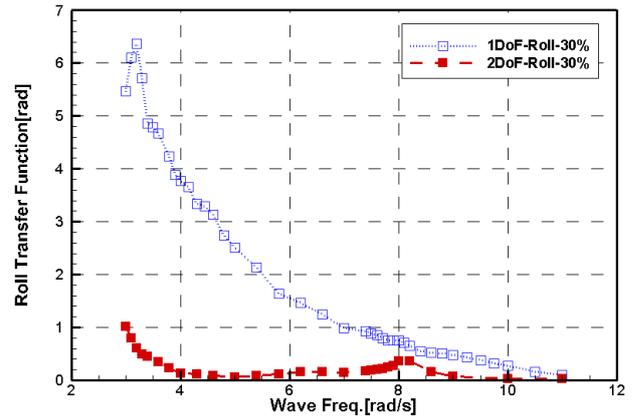


Fig. 12 Roll transfer function for 2-DoF roll experiments with 30%-filling

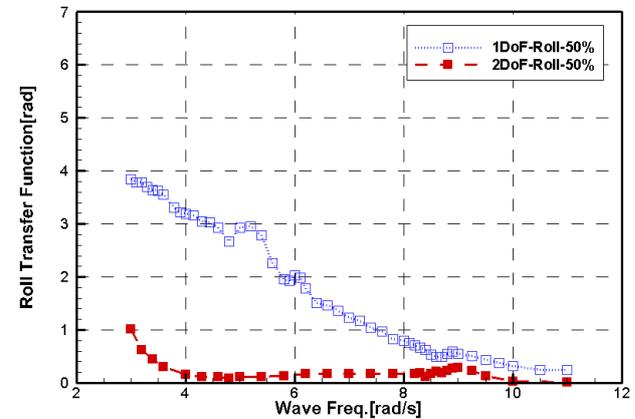


Fig. 13 Roll transfer function for 2-DoF roll experiments with 50%-filling

3. 수치적 접근

3.1 외부 유동

시간 영역에서의 1자유도 횡동요 운동 방정식은 다음과 같다.

$$(I_{44} + A_{44}(\infty))\eta_4''(t) + B_{44}^{visc}\eta_4'(t) | \eta_4'(t) | \quad (4)$$

$$+ B_{44}^{wave}\eta_4'(t) + C_{44}\eta_4(t) + \int_0^t h_{44}(\tau)\eta_4'(t-\tau)d\tau$$

$$= F_4^{exc}(t) + F_4^{hinge}(t) + F_4^{sloshing}(t)$$

여기서 I_{44} 은 내부 탱크의 물을 제외한 모델 자체의 질량 관성 모멘트, $A_{44}(\infty)$ 은 무한대 주파수에서 횡동요 운동의 부가질량 관성모멘트, B_{44}^{visc} 는 점성 감쇠모멘트, B_{44}^{wave} 는 선형 파 감쇠 모멘트이다. C_{44} 는 횡동요 복원모멘트이고, 우변의 F_{44}^{exc} 는 파 강제모멘트, $F_{44}^{sloshing}$ 는 내부 유동에 의해 부유체에 작용하는 모멘트, F_{44}^{hinge} 는 회전중심인 힌지에서의 마찰 감쇠모멘트이다. h_{44}

는 시간기억함수로써 파 감쇠모멘트 항으로부터 구하였다 (Ogilvie, 1964). 부가질량모멘트, 파 감쇠모멘트, 파랑 가진모멘트는 일정 패널법에 기반한 수치해석 코드로 산출하였다 (Choi & Choi, 1991). 이때, 내부 수위 및 발라스트의 양이 달라짐에 따른 관성 변경 및 GM의 변화는 도면으로부터 구한 값을 적용하였다.

хин에서의 마찰 및 점성 마찰에 의한 감쇠모멘트는 실험과의 보정을 통해서 추정하였다.

3.2 내부 유동

식 (4)에서 $F_{44}^{sloshing}$ 항을 포함한 시간영역 해석을 위해서 multi-modal법으로 내부 유동을 모사하였다. 포텐셜 유동을 가정하고, 탱크 내부에서 파가 깨지지 않는다는 가정 하에서 자유 표면의 진폭을 푸리에 시리즈로 나타낸다 (Faltinsen, et al., 2000).

$$\zeta = l \sum_{i=1}^N \beta_i(t) \cos \left[\frac{\pi i(x + 0.5l)}{l} \right] \quad (5)$$

l : Tank Length, β_i : The Free Surface Mode, N : Number of Free Surface Modes

Multi-modal법에서는 압력 변동 최소원리에 기반한 Betaman-Luke 변분법을 이용하여 자유 표면에 대한 지배방정식은 식 (6) 과 같은 텐서 방정식으로 표현된다 (Faltinsen & Timokha, 2009).

$$\begin{aligned} & \sum_{a=1}^N \beta_a'' \left[\delta_{am} + \sum_{b=1}^N \beta_b D1^m(a,b) + \sum_{b=1}^N \sum_{c=1}^b \beta_b \beta_c D2^m(a,b,c) \right] \\ & + \sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^a \beta_b' \beta_c' T0^m(a,b) \\ & + \sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^a \sum_{c=1}^b \beta_a' \beta_b' \beta_c' T1^m(a,b,c) \\ & + \omega_m^2 \beta_m = \bar{K}_m(t), m = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $D1^m$, $D2^m$, $T0^m$, $T1^m$, 항들은 내부 탱크의 길이와 수위에 관계되는 항으로 Faltinsen and Timokha (2009)의 책에 관계 및 유도과정이 자세히 수록되어 있다.

지배적인 모드의 수에 따라서 두 가지 해를 얻을 수 있다. 우선 단일 모드가 지배적이라는 가정 하에 전개된 Single-dominant 방법이고, 두 번째는 첫 두 모드가 함께 지배적이라는 가정 하에 전개된 Two mode-dominant (Model 2) 방법이다.

먼저 Single-dominant 방법에서 각 모드의 크기를 다음과 같이 가정한다.

$$\beta_1 = O(\varepsilon^{1/3}), \beta_2 = O(\varepsilon^{2/3}) \quad (7)$$

$$\beta_i \leq o(\varepsilon) \text{ for } i \geq 3 (\varepsilon = \eta_4/l)$$

식 (7)의 가정을 식 (6)에 넣은 후, $o(\varepsilon)$ 이하의 크기를 지닌 항들을 소거하면 방정식은 식 (8)과 같이 정리된다. 여기서 d, q 등은 내부 탱크의 수위 및 탱크 길이에 따라 결정되는 상수이다.

$$\begin{aligned} & (\ddot{\beta}_1 + 2\xi_1\sigma_1\dot{\beta}_1 + \sigma_1^2\beta_1) + d_1(\ddot{\beta}_1\beta_2 + \dot{\beta}_1\dot{\beta}_2) \\ & + d_2(\ddot{\beta}_1\beta_1^2 + \dot{\beta}_1^2\beta_1) + d_3\ddot{\beta}_2\beta_1 = \bar{K}_1(t) \\ & (\ddot{\beta}_2 + 2\xi_2\sigma_2\dot{\beta}_2 + \sigma_2^2\beta_2) + d_4\ddot{\beta}_1\beta_1 + d_5\dot{\beta}_1^2 = 0 \\ & (\ddot{\beta}_3 + 2\xi_3\sigma_3\dot{\beta}_3 + \sigma_3^2\beta_3) + q_1\ddot{\beta}_1\beta_2 + q_2\ddot{\beta}_1\beta_1^2 \\ & + q_3\ddot{\beta}_2\beta_1 + q_4\dot{\beta}_1^2\beta_1 + q_5\dot{\beta}_1\dot{\beta}_2 = \bar{K}_3(t) \\ & \ddot{\beta}_i + 2\xi_i\sigma_i\dot{\beta}_i + \sigma_i^2\beta_i = K_i(t), i = 4, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

두 번째 방법은 첫 모드뿐만 아니라 두 번째 모드도 같은 크기를 지닌다고 가정한 Model 2 방법이다. 이 때 모드에 대한 가정은 식 (7)과 동일하나, 두 번째 모드의 크기는 $\beta_2 = o(\varepsilon)$ 로 택한다. 첫 번째 방법과 동일하게 식 (5)에 넣어준 후 고차항을 제거하면 식 (9)과 같다.

$$\begin{aligned} & (\ddot{\beta}_1 + 2\xi_1\sigma_1\dot{\beta}_1 + \sigma_1^2\beta_1) + d_1(\ddot{\beta}_1\beta_2 + \dot{\beta}_1\dot{\beta}_2) \\ & + d_2(\ddot{\beta}_1\beta_1^2 + \dot{\beta}_1^2\beta_1) + d_3\ddot{\beta}_2\beta_1 + \tilde{d}_1\ddot{\beta}_1\beta_2^2 \\ & + \tilde{d}_2\ddot{\beta}_2\beta_1\beta_2 + \tilde{d}_3\dot{\beta}_2^2\beta_1 + \tilde{d}_4\dot{\beta}_1\dot{\beta}_2\beta_2 = \bar{K}_1(t) \\ & (\ddot{\beta}_2 + 2\xi_2\sigma_2\dot{\beta}_2 + \sigma_2^2\beta_2) + d_4\ddot{\beta}_1\beta_1 + d_5\dot{\beta}_1^2 + \tilde{d}_5\ddot{\beta}_1\beta_1\beta_2 \\ & + \tilde{d}_6\ddot{\beta}_2\beta_1^2 + \tilde{d}_7(\ddot{\beta}_2\beta_2^2 + \dot{\beta}_2^2\beta_2) + \tilde{d}_8\dot{\beta}_1^2\beta_2 + \tilde{d}_9\dot{\beta}_1\dot{\beta}_2\beta_1 = 0 \\ & (\ddot{\beta}_3 + 2\xi_3\sigma_3\dot{\beta}_3 + \sigma_3^2\beta_3) + q_1\ddot{\beta}_1\beta_2 + q_2\ddot{\beta}_1\beta_1^2 + q_3\ddot{\beta}_2\beta_1 \\ & + q_4\dot{\beta}_1^2\beta_1 + q_5\dot{\beta}_2\beta_1 + \tilde{d}_{10}\ddot{\beta}_1\beta_2^2 + \tilde{d}_{11}\ddot{\beta}_2\beta_1\beta_2 \\ & + \tilde{d}_{12}\dot{\beta}_2\dot{\beta}_1\beta_2 + \tilde{d}_{13}\dot{\beta}_2^2\beta_1 = \bar{K}_3(t) \\ & (\ddot{\beta}_4 + 2\xi_4\sigma_4\dot{\beta}_4 + \sigma_4^2\beta_4) + \tilde{d}_{14}\ddot{\beta}_1\beta_2\beta_1 + \tilde{d}_{15}\dot{\beta}_1^2\beta_2 + \\ & \tilde{d}_{16}\ddot{\beta}_2\beta_2 + \tilde{d}_{17}\ddot{\beta}_2\beta_1^2 + \tilde{d}_{18}\dot{\beta}_2^2 + \tilde{d}_{19}\dot{\beta}_2\dot{\beta}_1\beta_1 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 & (\ddot{\beta}_5 + 2\xi_5\sigma_5\dot{\beta}_5 + \sigma_5^2\beta_5) + \ddot{d}_{20}\ddot{\beta}_1\beta_2^2 + \ddot{d}_{21}\ddot{\beta}_2\beta_2\beta_1 \\
 & + \ddot{d}_{22}\dot{\beta}_2\beta_1\dot{\beta}_2 + \ddot{d}_{23}\dot{\beta}_2^2\beta_1 = \ddot{K}_5(t) \\
 & (\ddot{\beta}_6 + 2\xi_6\sigma_6\dot{\beta}_6 + \sigma_6^2\beta_6) + \ddot{d}_{24}\ddot{\beta}_2\beta_2^2 + \ddot{d}_{25}\dot{\beta}_2^2\beta_2 = 0
 \end{aligned}$$

식 (8)과 식 (9)을 풀어 구한 슬로싱 모드 β 를 이용하여 내부 유동에 의한 모멘트 항을 계산할 수 있다. 식 (10)이 Single-dominant 방법에 의한 것이고, 식 (11)이 Model 2 방법으로 구한 슬로싱 모멘트 항이다.

$$\begin{aligned}
 F_4^{sloshing} = m_l \left[-\frac{1}{\pi^2 h} \left(2\beta_1 + \frac{2}{9}\beta_3 \right) + \right. & \quad (10) \\
 \left. g\eta_4 \left(-\frac{h}{2} + \frac{1}{4h} (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) \right) \right] \\
 - \rho l \eta_4 \left[\left(\frac{h^3}{3} - \frac{hl^2}{12} \right) - \frac{16l^3}{\pi^5} \left(\frac{h\pi}{l} - 4 \tanh \left(\frac{\pi h}{2l} \right) \right) \right] \\
 - \frac{\rho l}{2} \left[\ddot{\beta}_1 L_1^{(0)} + \ddot{\beta}_3 L_3^{(0)} + (\ddot{\beta}_1 \beta_2 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2) L_{1,2}^{(1)} \right. \\
 \left. + (\ddot{\beta}_2 \beta_1 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2) L_{2,1}^{(1)} + (\ddot{\beta}_1 \beta_1^2 + 2\dot{\beta}_1^2 \beta_1) L_{1,1,1}^{(2)} \right]
 \end{aligned}$$

식 (10)~(11)에 포함된 계수들은 상당히 복잡한 형태를 띄며, 이의 유도과정 및 정리는 Faltinsen and Timokha (2001)의 논문에 수록되어 있다.

$$\begin{aligned}
 F_4^{sloshing} = m_l \left[-\frac{1}{\pi^2 h} \left(2\beta_1 + \frac{2}{9}\beta_3 + \frac{2}{25}\beta_5 \right) \right. & \quad (11) \\
 \left. + g\eta_4 \left(-\frac{h}{2} + \frac{1}{4h} (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2 + \beta_5^2 + \beta_6^2) \right) \right] \\
 - \rho l \eta_4 \left[\left(\frac{h^3}{3} - \frac{hl^2}{12} \right) - \frac{16l^3}{\pi^5} \left(\frac{h\pi}{l} - 4 \tanh \left(\frac{\pi h}{2l} \right) \right) \right] \\
 - \frac{16l^3}{243\pi^5} \left(\frac{3h\pi}{l} - 4 \tanh \left(\frac{3\pi h}{2l} \right) \right) \\
 - \frac{16l^3}{3125\pi^5} \left(\frac{5h\pi}{l} - 4 \tanh \left(\frac{5\pi h}{2l} \right) \right)
 \end{aligned}$$

$$- \frac{\rho l}{2} \left[\ddot{\beta}_1 L_1^{(0)} + \ddot{\beta}_3 L_3^{(0)} + \ddot{\beta}_5 L_5^{(0)} + (\ddot{\beta}_1 \beta_2 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2) L_{1,2}^{(1)} \right. \\
 + (\ddot{\beta}_2 \beta_1 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2) L_{2,1}^{(1)} + (\ddot{\beta}_1 \beta_1^2 + 2\dot{\beta}_1^2 \beta_1) L_{1,1,1}^{(2)} \\
 + (\ddot{\beta}_1 \beta_1 \beta_2 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2 \beta_1) L_{2,1,1}^{(2)} \\
 + (\ddot{\beta}_2 \beta_1 \beta_2 + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2 \beta_2) L_{1,2,2}^{(2)} \\
 \left. + (\ddot{\beta}_1 \beta_2^2 + 2\dot{\beta}_2^2 \beta_2) L_{2,2,2}^{(2)} \right]$$

마지막으로 식 (8)~(9)의 modal damping 값은 Keulegan 공식을 이용하여 산정하였다. 탱크 내부에서 파가 깨지지 않고, 또 천장의 영향이 없다는 본 실험조건에서는 점성 경계층 형성이 감쇠에 가장 지배적으로 작용한다고 판단하였다. 이러한 배경에서 층류(laminar flow)를 가정하고 전개된 Keulegan (1959)의 방법으로부터 ξ 값을 구하였다.

$$\xi = \frac{\sqrt{vT}}{2L_T \pi^{1.5}} \left[(\pi + L_T k) + \frac{L_T k (\pi - 2kh)}{\sinh(2kh)} \right] \quad (12)$$

k 는 정상파에 해당하는 파수인데, $2\pi/\lambda$ 로 정의되며 여기서는 $\lambda = 2L_T$ 이다. L_T 은 내부 탱크의 폭으로써 Fig. 2와 같이 380mm 이다. T 는 파수에 상응하는 주기를 의미하며, h 는 내부 탱크의 수위를 나타낸다. v 는 동 점성 계수로서 본 연구에서는 20°C 상온에서의 값인 $1.0 \times 10^{-6} m^2/s$ 값을 사용하였다.

식 (12)을 이용하여 각 filling ratio에 따른 ξ 값을 구하면 아래 Table 2와 같다. 3.3절에서 살펴볼 수치 결과에서는 Model 1 방법 및 Model 2 방법에 따라 각각 1~3번째 또는 1~6번째 모드에 해당하는 값을 택하였다.

Table 2 Roll and sloshing natural frequencies for different filling ratios

Modal Damping	10% filled case	30% filled case	50% filled case
ξ_1	0.0056	0.0022	0.0018
ξ_2	0.0039	0.0015	0.0014
ξ_3	0.0029	0.0013	0.0013
ξ_4	0.0022	0.0012	0.0012
ξ_5	0.0017	0.0011	0.0011
ξ_6	0.0014	0.0011	0.0011

3.3 해석 결과

시적분 방법으로는 Runge-Kutta 4차 방법을 이용하였고, 자유 표면 및 1차 미분의 초기 조건은 모두 0으로 두었다. 시간은 0.1 초 간격으로 계산시간은 50초로 정하였으며, 실험과 마찬가지로

정상상태에서의 횡동요 변위를 추출하여 전달함수로 표현하였다.

$$\beta_i(0) = \dot{\beta}_i(0) = 0, i \geq 1 \quad (13)$$

먼저, 모델의 내부 탱크에 물이 50% 채워진 경우에 대한 두 방법에 따른 계산결과를 실험치와 비교하였다(Fig. 14 참조). 이 그림에는 참고로 빈 탱크에 대한 결과도 함께 수록하였다.

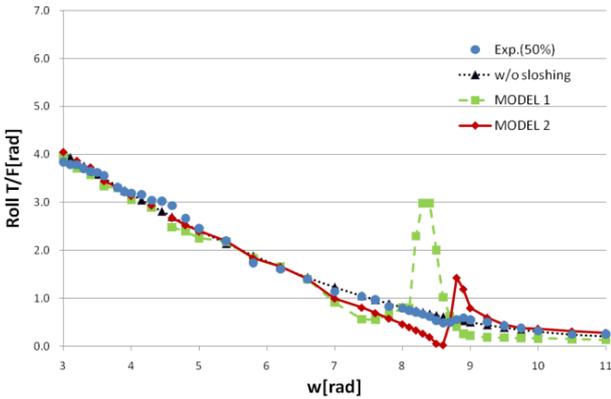


Fig. 14 Roll transfer function for 50%-filled case

비교 결과, 7.0rad/s 이하의 저주파수 영역과 9.0rad/s 이상의 고주파수 영역에서는 대체적으로 잘 일치함을 확인할 수 있다. 반면에 슬로싱 고유주파수인 8.62rad/s 근처에서 두 수치해석 결과가 다른 양상을 보이고 있으며, Single-dominant(Model 1) 방법의 경우 8.1rad/s 근처에서 매우 큰 변동을 보인다. 그러나 Model 2의 경우 8.6rad/s에서 전달함수가 거의 0에 근접했다가 이후에 급격히 증가한 후 다시 실험치에 접근하고 있다. Model 2 방법은 수평운동에 대한 선행연구의 경향과 동일한 결과를 보인다 (Lee, et al., 2011).

이를 보다 자세히 분석하기 위해 횡동요 변위와 슬로싱모드 β 에 대한 시계열 자료를 살펴보면 다음과 같다. Fig. 15는 Model 1 방법의 결과이고, Fig. 16은 Model 2 방법의 결과이다.

세 번째 슬로싱 모드까지 모사한 그래프에서 'Beta 1, 2, 3'은 식 (8), (9)에서 계산된 결과이며, 무차원 수이다.

Fig. 15의 경우, 초기에는 수치해가 비교적 안정적인 모습을 보이나, 급격히 단순 증가하여, 첫번째 모드에 의해 전체 횡동요 변위가 발산하는 양상을 보인다. 반면에 Model 2에서는 Fig. 16과 같이 일정 시간이 지나면서 정상 상태에 도달하고, 횡동요 변위가 0에 가까운 값을 도출하였다. Model 1 방법은 일반적으로 critical depth 경우를 제외한 finite liquid 영역에서 수평운동에 대해서는 안정적인 해를 제공하였다 (Lee, et al., 2011). 그러나 횡동요의 경우에는 충분히 shallow liquid 영역을 벗어났음에도 불구하고, 수위를 높이면서 GM값이 작아짐에 따라 전체 시스템이 불안정해진다. 반면 Model 2 방법은 안정된 해를 제공하나, 내부유동에 의한 영향이 과도하게 나타나 실제 실험과 차이를 보인다.

다음 30% 물이 채워졌을 경우에 대한 수치 결과는 Fig. 17과 같다.

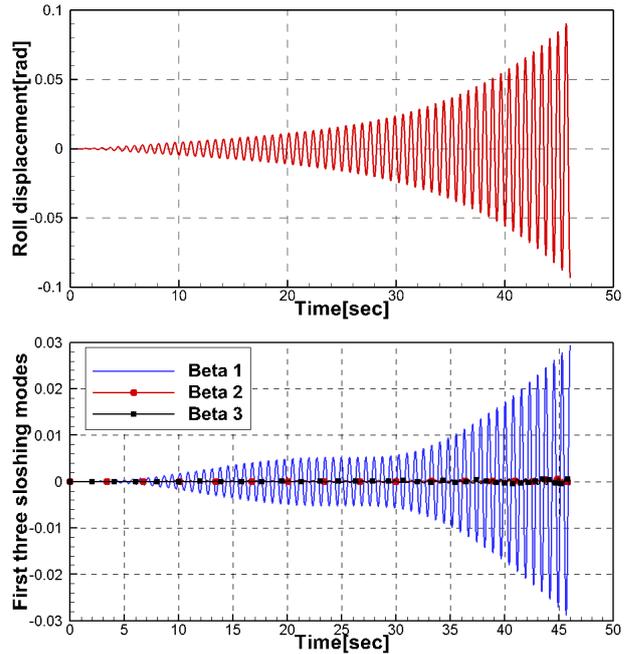


Fig. 15 Roll motion(upper graph) and first three sloshing modes(lower one) – by Model 1 method, $\omega = 8.1$ rad/s, 50% filled case

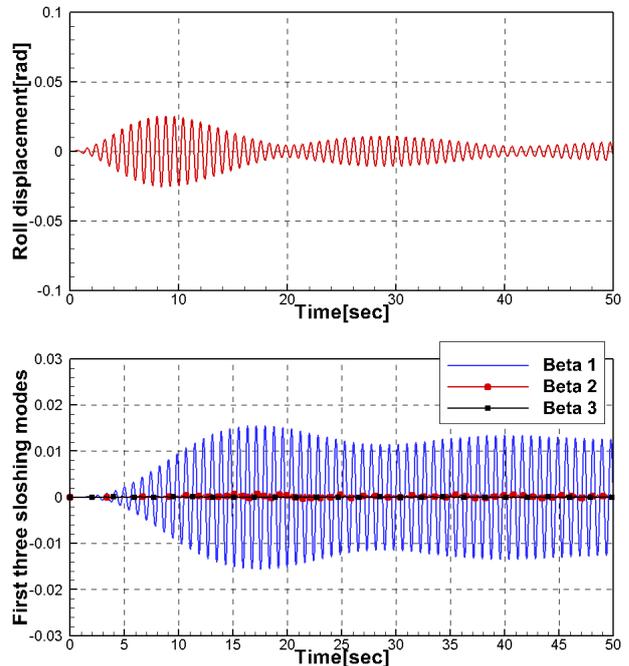


Fig. 16 Roll motion(upper graph) and first three sloshing modes(lower one) – by Model 1 method, $\omega = 8.6$ rad/s, 50% filled case

30% 채워진 경우에는 두 해석 결과가 거의 동일한 값을 제공한다. 수위가 낮아짐에 따라 횡동요 복원력이 커져서 Model 1 방법도 전체 횡동요 운동방정식 내에서 안정적으로 슬로싱 모멘트를 산정한다고 판단된다. 그러나 50% 채워진 경우처럼 슬로싱

고유주파수 근처에서 내부 유동에 의한 영향이 과도하게 추정되었다.

마지막으로 10% 채워진 경우에 대한 해석을 수행하였다.

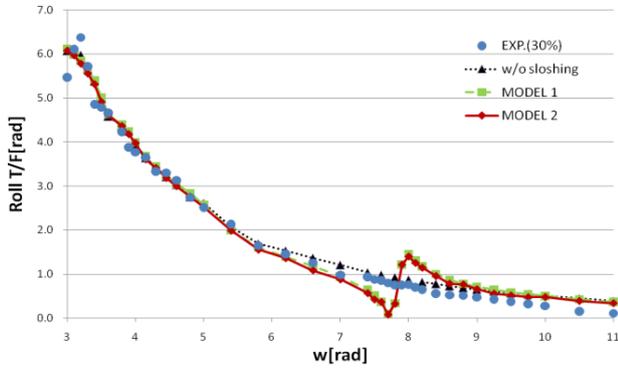


Fig. 17 Roll transfer function for the 30%-filled case

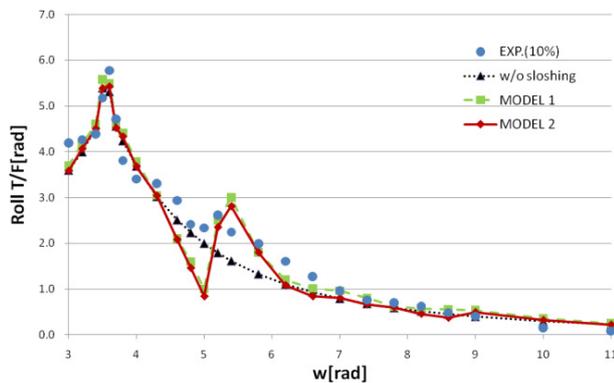


Fig. 18 Roll transfer function for the 10%-filled case

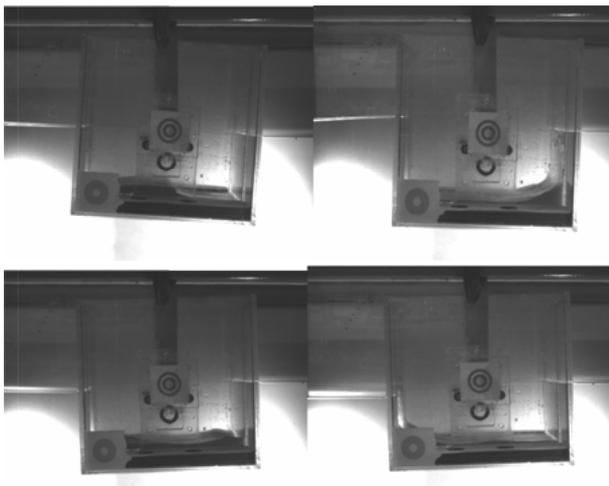


Fig. 19 Snapshots for the 10% filled experiment at 5.2 rad/s

이 경우에는 shallow liquid 영역과 intermediate liquid 영역이 복합적으로 존재한다. Fig. 19는 5.2rad/s에서의 실험 snapshot으로써, 이런 특성을 확인할 수 있다.

이 때에 자유수면은 조화운동의 합으로 표현되지 않고, 내부 유동이 bore wave 형태를 보인다. 따라서 지배적인 슬로싱 모드를 최대 2개까지 포함하는 해석기법으로는 중간 영역에서 현상을 예측하기에는 한계가 있다. 따라서 지배적인 모드의 개수가 증가되고 바닥지형의 영향도 고려한 Boussinesq-type의 Multi-modal 방법에 대한 추가적 연구가 필요해 보인다.

전체적으로 Multi-modal법에 기반한 해석 결과들은 실험치에 비해 슬로싱 고유주파수 근처에서 훨씬 더 큰 변동을 예측하고 있다. 이는 식 (8)~(9)에 들어가는 modal damping 값이 실제보다 훨씬 작음에 기인한 것으로 사료된다(식 (12) 및 Table 2 참고). 실제 횡동요 운동과 슬로싱 유동은 강한 비선형 현상으로 감쇠의 대부분이 경계층형성에 의한 것으로 가정된 Keulegan (1959)의 모델은 한계가 있다고 판단된다. 따라서 보다 엄밀한 현상 예측을 위해서는 감쇠에 대한 추가적인 연구가 요구된다.

4. 결론

본 논문에서는 2차원 사각형 부유체의 2자유도 수평 및 횡동요에 미치는 내부 탱크의 슬로싱 영향을 이론적 및 실험적 방법으로 분석하였다.

이를 체계적으로 접근하기 위하여 1자유도 수평운동에 대한 선행연구에 이어 우선 1자유도 횡동요를 다루었다. 결과를 살펴보면 슬로싱의 영향은 횡동요 고유주파수 부근에서는 운동 변위를 일부 저감시키는 방향으로 나타났으며, 슬로싱 고유주파수 부근에서는 국부적인 변동을 야기시키는 것으로 나타났다. 이는 수평운동과는 달리 횡동요의 경우 횡동요와 슬로싱의 고유 주파수가 멀리 떨어져 있기 때문에 사료된다. 또한, 유한 영역에서 중간 영역으로 수위를 변화시킴에 따라 내부 유동의 형태 및 횡동요 운동 특성의 변화도 확인하였다.

2자유도 수평 및 횡동요 운동 시험의 경우, 수평 운동이 지배적으로 나타났으며, 횡동요 운동은 횡동요 및 슬로싱의 특성 주파수 부근을 제외하고는 비교적 작은 값을 보인다. 이는 파에너지에 의한 운동에너지가 주로 수평운동에 소모되기 때문으로 판단된다.

위에 기술한 1자유도 횡동요에 대한 실험 결과는 Multi-modal 방법에 기반한 Single-dominant 방법, Two mode-dominant 가정에 의한 Model 2 방법으로 계산한 결과와 비교하였다. 두 수치 결과는 30% 채워진 경우에는 거의 동일한 값을 보인다. 이는 Model 2 방법에서 가정한 두 번째 모드의 영향이 미비하기 때문으로 판단된다. 그러나 50% 채워진 경우에는 Single-dominant 방법이 슬로싱 고유주파수 부근에서 실험값을 제대로 예측하지 못함에 반해, Model 2 방법은 상대적으로 보다 개선된 결과를 제공한다. 이를 통해 고차항을 포함하는 Model 2 방법이 보다 더 넓은 영역에서 유효하게 사용할 수 있음을 확인할 수 있다.

10% 채워진 경우의 수치 결과는 상대적으로 더 큰 차이를 보이고 있다. 이는 shallow liquid 영역에서는 많은 고차 모드가 나

타나 제한된 모드만을 포함하는 해석 기법으로는 현상을 제대로 묘사하기 어렵다. 이를 해결하기 위해서는 Boussinesq-type Multi-modal 방법과 같은 다른 접근법이 필요해 보인다.

또한 두 수치 결과가 모든 경우에서 실험치보다 슬로싱 영향을 과도하게 추정하고 있다. 실험치에 근접한 결과를 얻기 위해서는 modal damping에 대한 연구가 수행되어야 한다.

결론적으로, Multi-modal 방법에 기반한 해석 기법은 이 문제에 대한 이론적 바탕을 제공하고, 또한 계산 시간이 짧아 매우 유용하게 사용할 수 있다. 그러나 천수역의 경우나 비선형성이 강하고 점성의 영향이 큰 운동에 대해서는 적용에 한계가 있다.

후 기

본 연구는 지식경제부 산업원천기술개발 과제인 'LNG FSRU 구조물-계류시스템 설계핵심 기술 개발'의 일부로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

Choi, Y.R. & Choi, H.S., 1991. Transient Surge Motion of a Moored Ship in Random Waves. *International Journal of Offshore & Polar Engineering*, 1(2), pp.239-241.

Faltinsen, O.M. Rognebakke, O.F. Lukovsky, I.A. & Timokha, A.N., 2000. Multidimensional Modal Analysis of Nonlinear Sloshing in a Rectangular Tank with Finite Water Depth. *Journal of Fluid Mechanics*, 407(1), pp.201-234.

Faltinsen, O.M. & Timokha, A.N., 2001. An Adaptive Multimodal Approach to Nonlinear Sloshing in a Rectangular Tank. *Journal of Fluid Mechanics*, 432, pp.167-200.

Faltinsen, O.M. & Timokha, A.N., 2009. *Sloshing*. Cambridge University Press: Cambridge.

Fox, D.W. & Kuttler, J.R., 1983. Sloshing frequencies.

Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Physik, 34(5), pp.668-696.

Keulegan, G.H., 1959. Energy Dissipation, in Standing Waves in Rectangular Basins. *Journal of Fluid Mechanics*, 6(1), pp.33-50.

Kim, Y.H. et al., 2012. An experimental study on the sloshing effect to the rectangular cylinder's 1-DoF & 2-DoF motions. *The Conference of the Korean Society of Ocean Engineers*, Daegu, Republic of Korea, 31 May - 1 June 2012.

Lee, D.Y. Kim, Y.H. & Choi, H.S., 2010. A Study on the Sloshing Effect on the Motion of 2D Rectangular Cylinders in Regular Waves. *The Conference of Naval Architecture of Korea*, Changwon, Republic of Korea, 21-22 October 2010.

Lee, D.Y. Cho, G.N. Kim, Y.H. & Choi, H.S., 2011. The Effect of Sloshing on the Sway Motions of 2D Rectangular Cylinders in Regular Waves. *Journal of Marine Science and Ocean Engineers*, 16(3), pp.323-330.

Newman, J.N., 1977. *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press: Cambridge.

Ogilvie, F.T., 1964. Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions. *5th Symposium on Naval Hydrodynamics*, Bergen, Norway, 10-12 September 1964.

Rognebakke, O.F. & Faltinsen, O.M., 2003. Coupling of Sloshing and Ship Motion. *Journal of Ship Research*, 47(3), pp.208-221.

