

Nonlocal 효과를 고려한 나노파이프의 안정성 해석 Stability Analysis of Nanopipes Considering Nonlocal Effect

최 종 윤* · 송 오 섭†
Jongwoon Choi and Ohseop Song

(Received December 24, 2012 ; Revised December 24, 2012 ; Accepted March 12, 2013)

Key Words : Carbon Nanotube(탄소나노튜브), Nanopipe(나노파이프), Flutter(플러터), Divergence(발산), Critical Flow Velocity(임계유속), Nonlocal Effect(비국부적 효과)

ABSTRACT

In this paper, static and oscillatory instability of a nanotube conveying fluid and modeled as a thin-walled beam is investigated. Analytically nonlocal effect, effects of boundary conditions, transverse shear and rotary inertia are incorporated in this study. The governing equations and boundary conditions are derived through Hamilton's principle. Numerical analysis is performed by using extended Galerkin method which enables us to obtain more accurate results compared with conventional Galerkin method. Variations of critical flow velocity of carbon nanopipes with two different boundary conditions based on the analytically nonlocal theory and partially nonlocal theory are investigated and pertinent conclusions are outlined.

기 호 설 명

u_o, v_o : X, Y 축 방향의 병진 변위
 θ_x, θ_y : X, Y 축에 관한 회전 변위
 (n, s, z) : 반경방향, 원주방향, 축방향 좌표
 $\sigma_{ij}(r)$: 비국부적 응력텐서
 $\sigma'_{ij}(r')$: 고전(국부적) 응력텐서
 $\epsilon_{ij}(r')$: 변형률 텐서
 δ_{ij} : 크로네크 델타
 λ, μ : Lamé 상수
 $e_n (= \frac{e_0 a}{L})$: 무차원 길이 스케일
 e_0 : 비국부적 스케일링 파라미터

$b_1, b_4 + b_5$: 파이프의 단위길이 당 질량, MOI
 m_f : 유체의 단위길이 당 질량

1. 서 론

탄소나노튜브(carbon nanotube ; 이하 CNT)는 그 우수한 전기적, 기계적, 물리적, 화학적 특성 때문에 나노전기기계, 나노파이프, 나노센서, 나노작동기, 나노복합재료 등을 위한 요소로서 크게 각광받고 있다. CNT는 완벽한 중공 실린더 구조와 우수한 기계적 특성으로 인하여 가스 저장을 위한 나노 컨테이너와 유체를 수송하는 나노파이프로서 사용될 수 있는 가능성이 있다. 특히, 나노파이프는 내부를 흐르는 유동 유체의 속도에 따라 그 거동 특성이 크게

† Corresponding Author ; Member, Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University
E-mail : songos@cnu.ac.kr
Tel : +82-42-821-5650, Fax : +82-42-822-5642

* Member, Machinery, Metals & Construction Exam. Bureau, Korean Intellectual Property Office

‡ Recommended by Editor Moon Kyu Kwak

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

달라지므로 이에 대한 연구가 필수적이다.

Sohlberg 등⁽¹⁾은 연속체 모델링을 CNT의 진동에 적용하고 연속체 방법의 필요성을 주장하였고, Fernandez 등⁽²⁾은 분자구조역학을 사용하여 구한 양단 자유 SWCNT의 결과와 오일러 보(이하 EB) 이론에 기초한 결과를 비교하여 중형비가 클수록, 원자수가 증가할수록 두 방법의 결과가 유사하다는 것을 밝히고, 작은 중형비의 CNT를 해석 할 경우, 두 방법을 이용한 결과의 상이성을 줄이기 위해 전단변형과 회전관성 효과를 고려하여야 함을 주장하였다. 특히 CNT 유체유발진동에 관하여서는 Yoon 등^(3,4)은 양단 단순지지, 양단 고정, 각각의 경우, EB 이론을 적용하여, Choi 등^(5,6)은 티모센코 보(이하 TB) 이론을 적용하여 나노파이프 내부를 흐르는 유체가 자유진동에 미치는 영향, 나노파이프의 유체유동에 의한 구조적 불안정성과 외팔보 나노파이프의 유체유동에 의한 플러터 불안정에 관하여 연구하였다. 그 후, 나노스케일 영역에서 좀 더 정확한 결과를 얻어내기 위하여 strain gradient model, couple stress model, nonlocal stress model 같은 진보된 연속체 모델에 대한 연구가 수행되었다. 특히, 비국부적 응력 모델(nonlocal stress model)⁽⁷⁾은 나노스케일 효과를 충분히 반영한 효과적인 모델이다. Soltani⁽⁸⁾, Lee^(9,10) and Wang⁽¹¹⁾ 등의 연구자들은 비국부적 응력을 고려한 SWCNT의 유체유발진동 특성을 연구할 EB이론에 기초하여 수행하였다. 이들이 고려한 비국부적 응력 이론은 고전모델을 확장한 개념으로서 부분적 비국부이론(partially nonlocal theory; 이하 PNT)이라 불리는데, 강성을 작게 예측하는 특성이 있어서 시험 결과나 분자동역학 결과와 차이가 발생하였다. Yang 등의⁽¹²⁾ 연구자들은 이러한 모순에 대한 해결책으로 분석적 비국부 이론(analytically nonlocal theory; 이하 ANT)을 개발하여 CNT의 파동전파 문제에 적용하였다. 최근 나노파이프의 유체유발진동에 관한 연구는 상기 연구들에서 볼 수 있듯이, PNT를 적용하여 수행 되었으며⁽⁸⁻¹¹⁾, 비국부 고차항 등의 영향이 무시되어 그 결과의 신뢰도가 의심된다.

따라서 이 연구에서는 전단변형과 회전관성의 영향을 고려한 박판 보(thin-walled beam)⁽¹³⁻¹⁵⁾ 모델 및 진보된 ANT에 기초하여 최근에 수행한 외팔보 나노파이프에 대한 플러터 연구⁽¹⁶⁾를 확장하여 외팔

보와 양단 단순지지 나노파이프에 대하여 다이버전스(정적) 및 플러터(동적) 불안정성 경향을 도출하고 그 결과를 분석하였다. 또한, 이를 PNT 및 비국부 모델을 고려하지 않은 고전이론(classical theory; 이하 CT)에 의한 결과와 비교 분석하였다.

2. 구조 모델링

2.1 박판 보 모델의 변위장

나노파이프 내의 한 점 A의 변위벡터를 4개의 변위변수(kinematic variables)로 표시하면 다음과 같다(Fig. 1 참조).

$$\begin{aligned}
 u(s, z, t) &= u_o(z, t) \\
 v(s, z, t) &= v_o(z, t) \\
 w(s, z, n, t) &= \theta_Y(z, t) \left[X(s) + n \frac{dY}{ds} \right] \\
 &\quad + \theta_X(z, t) \left[Y(s) - n \frac{dX}{ds} \right]
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

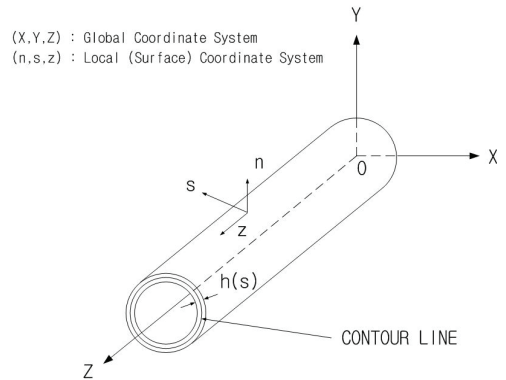
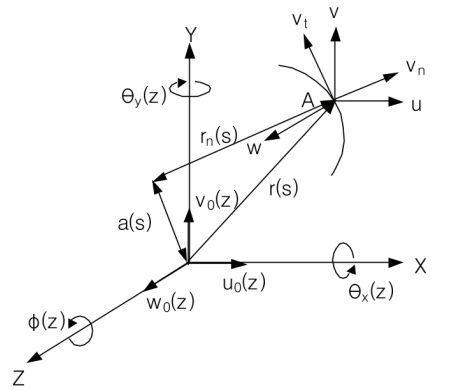


Fig. 1 Coordinates and geometry of a nanopipe

2.2 비국부장 이론(nonlocal theory)

격자동력학 원자이론에 기초한 비국부적 연속체 탄성장 이론은 Eringen⁽⁷⁾에 의해 처음으로 제시되었다. 이 이론에 의하면, 탄성체 어느 한 점에서의 비국부적 응력은 그 점에서의 변형률뿐만 아니라 그 물체의 모든 다른 점에서의 변형률에 의하여 결정된다. 이에 따른 비국부적 이론의 구성방정식은 다음과 같다⁽¹²⁾.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(r) &= \int_{\Omega} \alpha(|r'-r|, e_n) \sigma'_{ij}(r') d\Omega \\ \sigma'_{ij}(r') &= \lambda \epsilon_{kk}(r') \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}(r') \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서, 비국부적 모듈 α 는 $|r'-r|$ 와 e_n 의 함수이고, a 는 내부 특성 길이(internal characteristic length)로서 CNT에서 탄소와 탄소 사이의 거리(0.142 nm)를 의미하며, e_0 는 CNT에서 0.29에서 8.79까지의 값을 가지는 것으로 알려져 있다⁽¹⁶⁾.

그러나 상기 식(2)는 분석적인 방법으로는 취급하기가 어려워 Eringen⁽⁷⁾은 다음의 미분방정식으로 단순화하였다⁽¹²⁾.

$$(1 - e_0 a^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \sigma'_{ij} \quad (3)$$

2.3 운동방정식과 경계조건

다음의 해밀턴 변분원리를 이용하여 나노파이프의 운동방정식과 경계조건을 유도한다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta K + \delta W_f) dt = 0 \quad (4)$$

$$t = t_0, t = t_1 \text{에서 } \delta u_o = \delta v_o = \delta \theta_Y = \delta \theta_X = 0$$

식(4)에서 ANT의 변형에너지 V 는 다음과 같다⁽¹²⁾.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int_{\tau} (\sigma_{zz} \epsilon_{zz} + \sigma_{sz} \gamma_{sz} + \sigma_{nz} \gamma_{nz}) d\tau \\ &= \frac{1}{2} \int_{\tau} (v_1 + v_2 + v_3 + \sigma_{sz} \gamma_{sz} + \sigma_{nz} \gamma_{nz}) d\tau \\ v_1 &= \frac{1}{2} E \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (e_0 a)^{2n} (\epsilon_Z^{<n>})^2 \\ v_2 &= E \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (e_0 a)^{2(n+1)} \sum_{m=1}^n [(-1)^{m+1} \epsilon_Z^{<m>} \epsilon_Z^{<2(n+1)-m>}] \right\} \\ v_3 &= \frac{1}{2} E \epsilon_Z^2 \end{aligned} \quad (5)$$

PNT에 의한 나노파이프의 변형에너지는 식(3)을 사용하여, 국부적 응력 이론(CT)식에 응력 및 굽힘 모멘트의 식을 대입하여 구한다⁽⁸⁻¹¹⁾. 식(4)에서 운동에너지 K 는 파이프의 운동에너지(K_p)와 유체의 운동에너지(K_f)의 합으로 표현된다. 파이프와 유체의 운동에너지는 각각 다음과 같다.

$$K_p = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] d\tau \quad (6)$$

$$K_f = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho_f \vec{R}_f \cdot \vec{R}_f d\tau \quad (7)$$

끝단($z=L$)에서 유속 U 에 의한 가상일(δW_f)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta W_f &= - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R-\frac{h}{2})} \rho_f U [(u_0 + U u_0') \delta u_0 \\ &\quad + (v_0 + U v_0') \delta v_0 + \dot{w}_0 \delta w_0]_{z=L} r dr d\theta \end{aligned} \quad (8)$$

이들을 해밀턴 변분 원리식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식과 경계조건을 구할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \delta u_o : & a_{44} (u_o'' + \theta_Y') \\ &= b_1 u_o + m_f \ddot{u}_0 + 2m_f U \dot{u}_0' + m_f U^2 u_o'' \\ \delta \theta_Y : & a_{22} \theta_Y'' - a_{44} (u_o' + \theta_Y) - a_{22} (e_0 a)^2 \theta_Y'''' \\ &= -3a_{22} (e_0 a)^4 \theta_Y'''''' = (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_Y \end{aligned} \quad (9)$$

외팔보 경계조건

$$\begin{aligned} \text{at } z = 0; & u_o = \theta_Y = 0 \\ \text{at } z = L; & a_{44} (u_o' + \theta_Y) = 0, a_{22} \theta_Y' = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

양단 단순지지 경계조건

$$\text{at } z = 0 \text{ and } L; u_o = a_{22} \theta_Y' = 0 \quad (11)$$

여기서 a_{44}, a_{22} 는 전단 및 굽힘 강성계수이다⁽¹⁵⁾.

3. 수치 해석

3.1 무차원화(dimensionless)

다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다.

$$\xi = \frac{z}{L}, \bar{\eta}(\xi, T) = \frac{u_0(z, t)}{L}, \bar{\theta}_Y(\xi, T) = \theta_Y(z, t),$$

$$\beta = \frac{m_f}{b_1 + m_f}, \bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}}} U, \sigma = \frac{a_{22}}{a_{44} L^2},$$

$$T = \sqrt{\frac{a_{22}}{b_1 + m_f}} \frac{t}{L^2}, \gamma = \left(\frac{b_5 + b_{15}}{b_1 + m_f} \right) \frac{1}{L^2}, \quad (12)$$

$$e_n = \frac{e_0 a}{L}$$

식 (12)를 이용하여 무차원 지배방정식을 유도한다.

운동방정식

$$\bar{\theta}_Y' + \bar{\eta}'' = \sigma \ddot{\eta} + 2\sigma \bar{u} \beta^{\frac{1}{2}} \dot{\eta}' + \sigma \bar{u}^2 \bar{\eta}''$$

$$\sigma \bar{\theta}_Y'' - \bar{\theta}_Y - \bar{\eta}' - \sigma (e_n^2 \bar{\theta}_Y'''' + 3e_n^4 \bar{\theta}_Y''''') = \sigma \gamma \ddot{\theta}_Y \quad (13)$$

외팔보 경계조건

$$\text{at } \xi = 0 ; \bar{\eta} = \bar{\theta}_Y = 0$$

$$\text{at } \xi = 1 ; \bar{\theta}_Y + \bar{\eta}' = 0, \sigma \bar{\theta}_Y' = 0 \quad (14)$$

양단 단순지지 경계조건

$$\text{at } \xi = 0 \text{ and } 1 ; \bar{\eta} = \sigma \bar{\theta}_Y' = 0 \quad (15)$$

여기에서, $(\dot{\quad}) = \frac{\partial(\quad)}{\partial T}, (\quad)' = \frac{\partial(\quad)}{\partial \xi}$ 이다.

3.2 고유치 문제

Extended Galerkin's method를 사용하여 위의 고유치문제의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\bar{\eta}(\xi, T) = \sum_{j=1}^N a_j(T) \phi_j^{(1)}(\xi),$$

$$\bar{\theta}_Y(\xi, T) = \sum_{j=1}^N b_j(T) \phi_j^{(2)}(\xi) \quad (16)$$

여기에서 시험함수 ϕ_j 는 경계 조건을 만족시키는 TB의 고유함수를 이용한다.

위 식 (16)을 식(13~15)에 대입한 후 $j=1$ 부터 N 까지 extended Galerkin 적분을 행하고 행렬식으로 정리하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \quad (17)$$

여기서, $\{\ddot{q}\}, \{\dot{q}\}, \{q\}$ 및 $[M], [C], [K]$ 는 다음과 같다.

$$\{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} \ddot{a}_j \\ \ddot{b}_j \end{bmatrix}, \{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} \dot{a}_j \\ \dot{b}_j \end{bmatrix}, \{q\} = \begin{bmatrix} a_j \\ b_j \end{bmatrix}$$

식 (17)을 상태공간식으로 표현하면, 다음과 같다.

$$\{\dot{Z}\} = [A]\{Z\} \quad (18)$$

$$\text{여기에서, } \{Z\} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}$$

이 연구의 수치 해석에 사용된 나노파이프 및 유체의 재료 특성과 기하학적 특성은 다음과 같다.

$$E = 1 \text{ TPa}, \quad G = 0.4 \text{ TPa}, \quad \nu = 0.25,$$

$$\rho_{out} = 2.3 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_f = 1 \text{ g/cm}^3, \quad h = 0.34 \text{ nm}$$

3.3 무차원 상대 유속

무차원화 된 유속의 상대비교를 위해, 상대 유속을 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{U}_{rel} = \bar{u} \bar{R} \frac{1}{L} \quad (19)$$

$$\text{여기에서 } \bar{R} = \sqrt{\frac{m_f^*}{a_{22}^*}} / \sqrt{\frac{m_f}{a_{22}}}, \bar{L} = \frac{L}{L^*}$$

$(\quad)^*$ 는 $h=0.34 \text{ nm}, L=13.6 \text{ nm}, R_{out}=0.68 \text{ nm}$ 일 때의 수치이다.

4. 수치 해석 결과 및 고찰

경계조건이 각각 외팔보와 단순지지인 경우에 대하여, 나노파이프의 임계유속의 변화를 고전이론(CT), 부분적 비국부이론(PNT), 분석적 비국부이론(ANT)으로 나누어 고찰하였다. 특히 PNT, ANT에서의 비국부 고차항의 영향을 살펴보기 위하여 4차와 6차의 경우로 나누어 살펴보았다.

Tables 1, 2 및 Figs. 2, 3은 외팔보에 대하여 $R_{in}/R_{out}=0.6, 0.9$ 인 경우, e_0 값의 변화(0.29-8.79)⁽¹⁷⁾에 따른 플러터 불안정성을 발생시키는 임계유속의 변화를 나타낸다⁽¹⁶⁾.

e_0 값이 증가하면 PNT의 경우 임계유속이 감소하고, ANT의 경우는 임계유속이 증가함을 알 수 있다. e_0 값이 커질수록 비국부적 효과가 커지는데, 이는 CNT 내부의 탄소들 사이의 결합력이 증가하며 이에 따라 CNT의 강성이 증가하여 임계유속이 CT의 경우보다 커지는 것으로 판단된다. 따라서 ANT가 PNT보다 더 정확한 예측이 가능하다는 것을 보여준다.

또한 $R_{in}/R_{out}=0.6$ 인 경우가 0.9인 경우보다 크기

효과(scale effect)에 민감한 것을 알 수 있다.

4차와 6차의 비국부 고차항을 비교하면, $R_{in}/R_{out}=0.6$ 인 경우에는 e_0 값이 점점 증가함에 따라서 임계유속이 차이를 보이나, $R_{in}/R_{out}=0.9$ 인 경우는 동일한 임계유속을 나타낸다.

이 역시 크기가 작을수록 구조물이 크기 효과에 민감하기 때문인 것으로 사료된다. 그러므로 크기가 작을수록 비국부 고차항의 차수를 늘려서 사용하는 것이 바람직하다.

Table 1 Variation of relative critical velocities $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (cantilever, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out} = 0.6, L/2R_{out}=10$)

$e_0(e_n)$	$\bar{U}_{rel,cr}$			
	CT ; 5.330(2nd)			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00242)	5.330 (2nd)	5.330 (2nd)	5.330 (2nd)	5.330 (2nd)
1.99 (0.01662)	5.310 (2nd)	5.310 (2nd)	5.350 (2nd)	5.350 (2nd)
3.69 (0.03082)	5.260 (2nd)	5.260 (2nd)	5.400 (2nd)	5.400 (2nd)
5.39 (0.04502)	5.160 (2nd)	5.160 (2nd)	5.480 (2nd)	5.480 (2nd)
7.09 (0.05922)	4.980 (2nd)	5.000 (2nd)	5.580 (2nd)	5.570 (2nd)
8.79 (0.07342)	3.710 (2nd)	4.740 (2nd)	5.700 (2nd)	5.900 (2nd)

Table 2 Variation of relative critical velocities, $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (cantilever, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out} = 0.9, L/2R_{out}=10$)

$e_0(e_n)$	$\bar{U}_{rel,cr}$			
	CT ; 4.023(3rd)			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00061)	4.023 (3rd)	4.023 (3rd)	4.023 (3rd)	4.023 (3rd)
1.99 (0.00416)	4.023 (3rd)	4.023 (3rd)	4.027 (3rd)	4.027 (3rd)
3.69 (0.00771)	4.019 (3rd)	4.019 (3rd)	4.031 (3rd)	4.031 (3rd)
5.39 (0.01126)	4.010 (3rd)	4.010 (3rd)	4.040 (3rd)	4.040 (3rd)
7.09 (0.01481)	3.997 (3rd)	3.997 (3rd)	4.053 (3rd)	4.053 (3rd)
8.79 (0.01836)	3.980 (3rd)	3.980 (3rd)	4.066 (3rd)	4.066 (3rd)

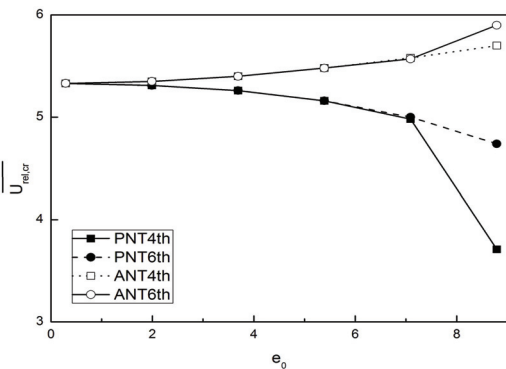


Fig. 2 Variation of relative critical velocities $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (cantilever, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out} = 0.6, L/2R_{out}=10$)

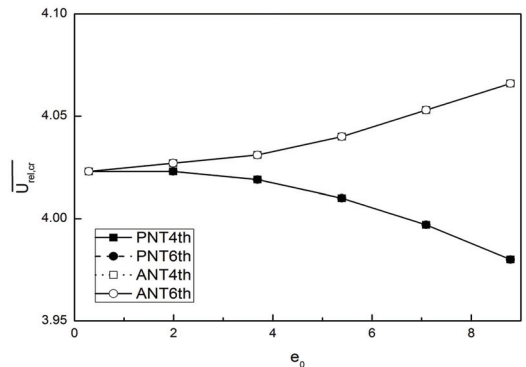


Fig. 3 Variation of relative critical velocities $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (cantilever, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out} = 0.9, L/2R_{out}=10$)

Tables 3, 4 및 Figs. 4, 5는 단순지지보(SS)의 경우에 대하여 $R_{in}/R_{out}=0.6, 0.9$ 인 경우, e_0 값의 변화 (0.29-8.79)⁽¹⁷⁾에 따른 다이버전스 불안정성을 발생시키는 임계유속 변화를 나타낸다.

$R_{in}/R_{out}=0.6$ 인 경우, PNT는 CT와 비교하여 임계유속을 작게 예측하며, ANT는 크게 예측함을 볼 수 있다. 특히 e_0 값이 커질수록 그 경향이 커짐을 알 수 있다. 다만 $R_{in}/R_{out}=0.9$ 인 경우에 ANT에 의한 임계유속이 CT의 임계유속과 거의 동일한 경향을 보이는데, 이는 나노파이프의 크기가 ANT의

영향이 미치지 않을 정도로 크고, 단순지지 경계조건이 CNT 강성의 영향을 덜 받기 때문으로 판단된다. e_0 가 증가하면 ANT의 경우 임계유속이 증가하며, 이는 결합력이 증가할수록 CNT의 강성이 커지기 때문이다. 이 경향은 $R_{in}/R_{out}=0.6$ 인 경우가 0.9인 경우보다 뚜렷하며 이는 크기가 작을수록 크기 효과(scale effect)에 더 민감하기 때문이다.

또한, 비국부 고차항을 4차와 6차까지 고려한 경우를 비교하면, e_0 값의 증가에 따라 임계유속이 동일한 값을 나타낸다. 이는 단순지지보의 경우 비국부

Table 3 Variation of relative critical velocities $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (SS, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out}=0.6, L/2R_{out}=10$)

$e_0(e_n)$	$\bar{U}_{rel,cr}$			
	CT : 3.110(1st)			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00242)	3.110 (1st)	3.110 (1st)	3.110 (1st)	3.110 (1st)
1.99 (0.01662)	3.110 (1st)	3.110 (1st)	3.110 (1st)	3.110 (1st)
3.69 (0.03082)	3.100 (1st)	3.100 (1st)	3.120 (1st)	3.120 (1st)
5.39 (0.04502)	3.080 (1st)	3.080 (1st)	3.140 (1st)	3.140 (1st)
7.09 (0.05922)	3.060 (1st)	3.060 (1st)	3.160 (1st)	3.160 (1st)
8.79 (0.07342)	3.030 (1st)	3.030 (1st)	3.190 (1st)	

Table 4 Variation of relative critical velocities, $\bar{U}_{rel,cr}$ with e_0 (SS, Timoshenko beam, $R_{in}/R_{out}=0.9, L/2R_{out}=10$)

$e_0(e_n)$	$\bar{U}_{rel,cr}$			
	CT ; 1.323(1st)			
	PNT		ANT	
	4th	6th	4th	6th
0.29 (0.00061)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)
1.99 (0.00416)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)
3.69 (0.00771)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)
5.39 (0.01126)	1.318 (1st)	1.318 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)
7.09 (0.01481)	1.318 (1st)	1.318 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)
8.79 (0.01836)	1.318 (1st)	1.318 (1st)	1.323 (1st)	1.323 (1st)

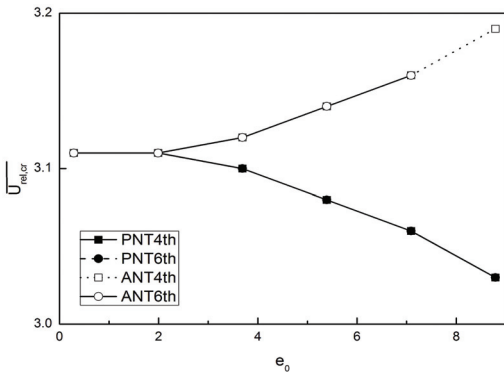


Fig. 4 Counterpart of Fig. 2 for simply supported case

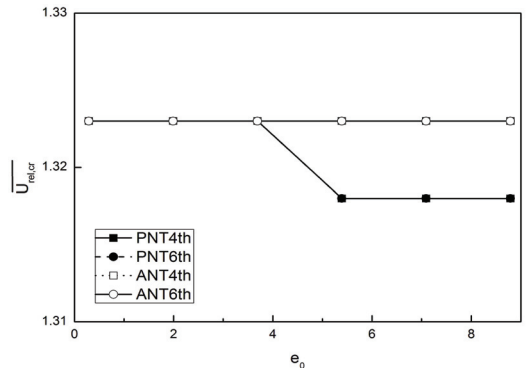


Fig. 5 Counterpart of Fig. 3 for simply supported case

고차항의 영향이 적으며 비국부 고차항을 4차까지만 고려하여도 무방하다는 것을 보여준다.

5. 결 론

이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 분석적 비국부 방법이 부분적 비국부방법보다 임계유속값을 크게 예측한다.

(2) 분석적 비국부 방법의 경우, 전체적으로 e_0 값이 커질수록 임계유속이 증가하는데, 이는 CNT 내부 탄소들의 결합력이 증가하여 CNT 구조물의 강성이 증가하기 때문이다.

(3) $R_{in}/R_{out}=0.9$ 인 단순지지보의 경우 분석적 비국부 방법에 의하여 구한 임계유속이 고전이론의 임계유속과 동일한 경향을 보이는데, 이는 나노파이프의 크기가 분석적 비국부적 이론의 영향이 미치지 않을 정도로 크고 단순지지 경계조건이 CNT 구조물 강성의 영향을 덜 받기 때문이다.

(4) e_0 값이 커짐에 따라 분석적 비국부 방법과 부분적 비국부 방법간 임계유속의 차이가 외팔보의 경우 단순지지의 경우보다 더 커지는 경향을 보인다.

(5) 외팔보의 경우 동적 불안정 현상인 플러터가 발생하나, 단순지지의 경우에는 정적 불안정 현상인 다이버전스가 발생한다.

(6) 크기가 작을수록 구조물이 크기효과(scale effect)에 더욱 민감하게 반응하므로 비국부 고차항의 차수를 늘려서 계산하는 것이 바람직하다.

(7) 비국부 방법에 의한 나노 크기 구조물의 해석을 통하여 이전에 사용되었던 고전이론의 한계를 극복할 수 있다. 분석적 비국부 방법은 부분적 비국부 방법에 의한 물리적 모순을 제거하고 실험치에 근접한 결과를 얻을 수 있는 현재로서는 최선의 방법으로 판단된다.

참 고 문 헌

(1) Sohlberg, K., Sumpster, B. G., Tuzun, R. E. and Noid, D. W., 1998, Continuum Methods of Mechanics as a Simplified Approach to Structural Engineering of Nanostructures, *Nanotechnology*, Vol. 9, No. 1, pp. 30~36.

(2) Fernandez, I. R., Fangohr, H. and Bhaskar, A.,

2006, Normal Modes of Carbon Nanotubes : Similarities and Differences with their Continuum Counterpart, *Journal of Physics : Conference Series* 26, pp. 131~134.

(3) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2005, Vibration and Instability of Carbon Nanotubes Conveying Fluid, *Composites Science and Technology*, Vol. 65, No. 9, pp. 1326~1336.

(4) Yoon, J., Ru, C. Q. and Mioduchowski, A., 2006, Flow-induced Flutter Instability of Cantilever Carbon Nanotubes, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 11-12, pp. 3337~3349.

(5) Choi, J. W., Gil, B. R. and Song, O. S., 2008, Flow-induced Vibration of Carbon Nanotubes Conveying Fluid, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 654~662.

(6) Choi, J. W. and Song, O. S., 2008, Effect of Boundary Conditions on the Stability Characteristics of Nanopipes, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 10, pp. 1057~1064.

(7) Eringen, A. C., 2002, *Nonlocal Continuum Field Theories*, Springer.

(8) Soltani, P., Taherian, M. M. and Farshidianfar, A., 2010, Vibration and Instability of a Viscous-fluid-conveying Single-walled Carbon Nanotube Embedded in a Visco-elastic Medium, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 43, No. 42, 425401.

(9) Lee, H.-L. and Chang, W.-J., 2008, Free Transverse Vibration of The Fluid-conveying Single-walled Carbon Nanotube Using Nonlocal Elastic Theory, *Journal of Applied Physics*, Vol. 103, No. 2, 024302.

(10) Lee, H.-L. and Chang, W.-J., 2009, Vibration Analysis of a Viscous-fluid-conveying Single-walled Carbon Nanotube Embedded in an Elastic Medium, *Physica E*, Vol. 41, No. 4, pp. 529~532.

(11) Wang, L., 2009, Vibration and Instability Analysis of Tubular Nano- and Micro-beams Conveying Fluid Using Nonlocal Elastic Theory, *Physica E*, Vol. 41, No. 10, pp. 1835~1840.

(12) Yang, Y., Zhang, L. and Lim, C. W., 2011, Wave Propagation in Double-walled Carbon Nanotubes on a Novel Analytically Nonlocal Timoshenko-beam Model, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 8, pp. 1704~1717.

(13) Paidoussis, M. P., 1998, Fluid-structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow, Vol. 1, Academic Press.

(14) Choi, J. W. and Song, O. S., 2001, Stability Analysis of Composite Material Pipes Conveying Fluid, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 11, No. 8, pp. 314~321.

(15) Librescu, L. and Song, O. S., 2006, Thin-walled Composite Beams : Theory and Application, Springer.

(16) Choi, J. W., Kim, S. K. and Song, O. S., 2012, Flow-induced Vibration of Carbon Nanopipe with Nonlocal Effect, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 1, pp. 38~45.

(17) Narendar, S. and Gopalakrishnan, S., 2010, Terahertz Wave Characteristics of a Single-walled Carbon Nanotube Containing a Fluid Flow using the Nonlocal Timoshenko Beam Model, Physica E, Vol. 42, No. 5, pp. 1706~1712.



Jongwoon Choi received his BS and MS degrees from the Department of Mechanical Engineering at Chungnam National University in 1998 and 2000. His PhD degree was awarded by the Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University in 2009. He is cur-

rently a patent examiner in Korean Intellectual Property Office, Daejeon, Korea. His research interests include structural vibration analysis in mechanics.



Ohseop Song received his BS degree from the Department of Mechanical Design Engineering at Seoul National University in 1978 and MS degree from Mechanical Engineering at New Jersey Institute of Technology. His PhD degree was awarded by Virginia Polytechnic Institute and State University. He is currently a professor in the Department of Mechanical Engineering at Chungnam National University, Daejeon, Korea. His research interests encompass vibration and control of composite structures, instability of nanopipes, and rotor-dynamics.