

혼합 중복 k -out-of- n 시스템 신뢰도 최적화 문제

백승원^{1*} · 전진욱²

¹합동군사대학교 / ²국방대학교 운영분석학과

A k -out-of- n System Reliability Optimization Problem with Mixed Redundancy

Seungwon Baek¹ · Geonwook Jeon²

¹Joint Forces Military University

²Department of Operations Research, Korea National Defense University

The k -out-of- n system with mixed redundancy is defined as k -out-of- n system which both includes warm-standby and cold-standby components. In case that operating components in the system fail and the system needs quick transition of standby components to operation state, the k -out-of- n system with mixed redundancy is useful for decreasing system failure rate and operational cost. Reliability-Redundancy Optimization Problem (RROP) involves selection of components with multiple choices and redundancy levels for maximizing system reliability with constraints such as cost, weight, etc. A solution methodology by using harmony search algorithm for RROP of the k -out-of- n system with mixed redundancy to maximize system reliability was suggested in this study.

Keywords: k -out-of- n System with Mixed Redundancy, Reliability Optimization, Warm-standby, Cold-Standby

1. 서론

신뢰도(Reliability)란 임의의 시스템이 주어진 사용조건 아래에서 의도된 임무기간 동안 고유의 기능을 고장발생 없이 성공적으로 수행할 수 있는 능력 또는 확률이며, 수학적으로 MTTF(Mean Time To Failure)나 임무기간동안 고장이 발생하지 않을 확률로서 표현된다. 특히, 신뢰도는 시스템의 운영단계에서는 향상시키기가 어렵기 때문에 시스템 설계시 중요한 요소이며, 이에 따라 시스템의 신뢰도를 향상시키는 노력이 필요하다. 신뢰도를 향상시키기 위한 방법은 시스템 구성 부품 자체의 신뢰도를 증가시키는 방법, 신뢰도가 낮은 부품을 <Table 1>의 중복(Redundancy)전략을 적용하여 설계하는 방법, 이 두 가지를 혼합하는 방법 등을 고려하게 된다.

두 가지 신뢰도 향상 방법을 개발자 입장에서 살펴보면, 우선 부품 자체의 신뢰도를 향상시키는 방법은 이를 위한 기술

개발 노력이 수반되어야 하므로 개발비 증가나 기술력 부족으로 인한 개발사업 실패의 가능성을 고려해야 한다. 그리고 부품을 중복 설계하는 방법은 선택된 대안 부품으로 요구하는 신뢰도를 만족시키기 위해 예비 부품을 추가하는 것으로 기술 개발에 대한 부담은 적다.

그러나 많은 부품들을 중복시켰음에도 잘못된 부품을 선택할 경우 전체 시스템의 신뢰도를 저하시켜 목표 신뢰도를 충족시키지 못하거나 개발 이후 잦은 고장 등으로 인해 운영유지비를 증가시킬 수 있다. 또한 대안 부품들 중 신뢰도가 높은 부품을 선택하여도 예산 제약이나 무게나 부피와 같은 시스템 자체의 물리적 제약 등으로 인해 무제한적으로 부품을 중복시킬 수도 없다. 그러므로 중복 설계방법을 적용하기 위해서는 어떤 대안 부품을 선택하여 제약조건을 만족하면서 예비 부품을 얼마나 추가할 것인지가 개발자의 주요 관심사항이 된다. 이 두 가지를 최적화하여 시스템의 신뢰도를 최대화시켜야 하

* 연락저자 : 백승원, 305-878 대전광역시 유성구 추목동 사서함 78호 합동군사대학교, Tel : 042-878-2175, Fax : 042-878-2311, E-mail : cadetbaek@hanmail.net

2012년 11월 25일 접수; 2013년 3월 2일 수정본 접수; 2013년 3월 6일 게재 확정.

Table 1. Redundancy strategy

구분	정의/특성
활성(Active) 중복	<ul style="list-style-type: none"> 중복설계된 모든 부품이 가동상태를 유지 하면서 부하(Load)를 공유하는 구조
대기(Standby) 중복	<ul style="list-style-type: none"> 가동중인 부품에 고장이 발생하면, 이를 감지하고 대기중인 예비 부품으로 부하를 전이(Switchover)하여 시스템의 기능을 유지하는 구조
	<ul style="list-style-type: none"> Hot Standby <ul style="list-style-type: none"> 주(Primary) 부품과 동일한 수준의 가동 상태 유지 대기 중 고장률 : 주 부품과 동일
	<ul style="list-style-type: none"> Warm Standby <ul style="list-style-type: none"> 주 부품보다 낮은 수준의 가동상태 유지 대기 중 고장률 : 주 부품보다는 낮으나 0보다 큼
	<ul style="list-style-type: none"> Cold Standby <ul style="list-style-type: none"> 유휴(Idle, Non-operate) 상태 대기 중 고장률 : 0(Zero)

는데 이 문제가 신뢰도-중복 최적화 문제(RROP : Reliability-Redundancy Optimization Problem)이며, RROP는 NP-hard인 조합 최적화 문제(Combinatorial Optimization Problem)로 알려져 있다.

RROP에 대한 연구는 여러 시스템 구조들 중에서 병렬, k-out-of-n, 직렬-병렬, 직렬 k-out-of-n 구조에 대한 부품 선택 및 중복 수량에 대한 최적해(Global Optima) 탐색을 다루어 왔다. 본 연구에서는 혼합 중복(Mixed Redundancy) 구조에 대한 신뢰도 최적화 문제를 다루었다. 그러나 기존 RROP 연구에서의 혼합 중복 구조는 다음 <Figure 1>의 좌측에서 보는 바와 같이 시스템이나 서브시스템의 부품들은 모두 동일한 중복 형태를 갖는 구조를 제안하였으나 실제 시스템 구조 중에는 <Figure 1>의 우측과 같이 시스템 또는 서브시스템내 부품이나 구성품이 서로 다른 중복 형태를 가지고 있는 시스템도 존재한다. 이러한 시스템 구조를 기존 연구에서는 ‘Systems with Mixed Standby Components’라고 표현하지만 국내에서는 아직 정확히 명명되지 않았고 용어의 혼동을 방지하기 위해 본 연구에서는 이러한 시스템을 ‘혼합 중복 k-out-of-n 시스템’이라고 정의하였다.

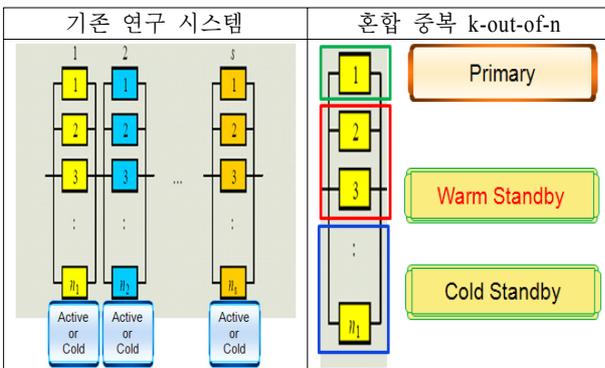


Figure 1. k-out-of-n System with Mixed Standby Components

혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 적용 사례로는 합정의 발전

기나 원자력 발전소, 핵 추진 엔진 등의 EDG(Emergency Diesel Generator)처럼 복수의 발전기로 구성된 체계나 네트워크 상의 서버 등을 들 수 있다. 이러한 시스템 구조는 가동 중인 주부품 고장시 예비 부품의 즉각적인 전환이 요구되거나 부품 특성상 예비 부품이 예열상태와 같이 낮은 수준의 가동상태(Warm-Standby)를 유지하지 않을 경우 즉각적 상태 전환에 시간이 소요되고, 시스템 가동이 잠시라도 중단되거나 고장이 발생할 경우 고장으로 인한 치명적 위험을 야기할 수도 있는 특성을 가진 시스템들이 많다. 하지만, 이러한 특성을 고려하여 모든 예비 부품이 낮은 수준의 가동상태만을 유지한다면 이로 인한 운영유지비용 증가와 고장발생의 가능성도 배제할 수 없으므로 일부 부품은 유휴상태(Cold-Standby)에 있다 시스템 상태를 고려하여 가동상태로 전환시키는 것이 더 효율적일 것이다.

혼합 중복 k-out-of-n 구조 설계는 이와 같이 중요하나, 현재 까지 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 RROP에 대한 연구는 아직 시도된 바가 없었다. 따라서 본 연구에서는 MTTF 최대화를 목적식으로 하여 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 RROP에 대한 수리 모형을 도출하고 3가지 예제에 수리 모형을 적용하였다. 또한 제안한 예제에 대한 최적해 산출과 차후 연구시 확장된 문제에도 적용이 가능토록 신뢰도 최적화 문제에 대한 Nahas *et al.*(2010)의 연구에서 활용된 Harmony Search(HS) Algorithm를 이용하여 최적해를 산출하였다.

2. 기존 연구 검토

본 절에서는 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 RROP의 해법에 대한 연구를 위하여 기존의 혼합 중복 구조에 대한 RROP와 혼합 중복 k-out-of-n 시스템 문제에 대한 기존 연구들을 고찰한다.

혼합 중복 구조에 대한 RROP 연구로는 Fyffe *et al.*(1968)은 14개 서브시스템으로 구성된 시스템에 대해 부품을 혼합 사용하지 않고 비용과 무게의 제약을 갖는 문제를 제시하였으며, Nakagawa and Miyazaki(1981)는 동일한 예제에 대해 각 서브시스템에서 부품의 혼합 사용을 허용하는 경우로 확장하여 최적해 탐색을 위해 대리제약 기법(Surrogate Constraints Method)을 이용한 휴리스틱 해법을 제시하였다. Kuo *et al.*(1987)은 라그랑지 승수법으로 최적의 부품 신뢰도를 결정하고, 분지한계법(Branch and Bound)을 이용하여 최적의 중복 부품수를 결정하는 휴리스틱 해법을 제시하였다.

그리고 최근의 RROP 연구는 조합 최적화 문제의 해법으로 문제의 현실적 상황과 다양한 제약조건의 반영이 용이한 메타 휴리스틱 해법을 적용하여 주로 수행되고 있다. 유전자 알고리즘을 이용한 연구로는 Yokota *et al.*(1996), Coit and Smith(1996), Kim *et al.*(2004) 등이 있으며, Moon(2010)은 병렬 유전자 알고리즘(PGA : Parallel Genetic Algorithm)을 제안하였으며, Kim *et al.*(2010)은 병렬 유전자 알고리즘과 Swap, 2-opt, Interchange의 지역 탐색(Local search) 알고리즘을 융합한 하이브리드 병렬

유전자 알고리즘을 적용하였다. Kim *et al.*(2011)은 병렬 개체 군집최적화 알고리즘(PSO : Parallel Particle Swarm Optimization)을 통해 해의 정확도 향상과 계산시간을 단축시켰다.

혼합 중복 k-out-of-n 시스템에 대한 연구로는 Galikowsky *et al.*(1996), Wang *et al.*(2000), El-Damcese *et al.*(2012)이 수리가능 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 4~5가지 구조 사례를 제시하고 MTTF, 가용도, 비용을 계산하여 비용 대 효과에 대한 각 구조별 우선 순위를 산출하는 문제를 다루었다. El-Sherbeny *et al.*(2012)은 동일한 예제에 대해 두 가지 고장 유형이 발생하는 경우로 문제를 확장하여 우선 순위를 산출하였다. Wang(1993)은 수리가능 혼합중복 k-out-of-n 시스템의 목표 가용도를 제약으로 하여 비용을 최소화하는 적정 Warm-Standby 및 Cold-Standby 부품 수량과 수리 인원을 산출하는 문제를 다루었다.

3. 수리계획 모형

대상 시스템은 <Figure 1> 우측과 같으며, 수리계획 모형에 사용되는 표기(Notation)와 가정(Assumption)은 다음과 같다.

<표 기>

- i : 시스템에 선택된 부품의 Index($i = 1, 2, \dots, q$)
- q : 부품의 종류수
- R : 시스템의 신뢰도
- k : 시스템 작동을 위한 최소 부품수
- y_i : 부품 i 의 Cold-Standby 수량
- s_i : 부품 i 의 Warm-Standby 수량
- N : 시스템의 총 부품수
- $n(t)$: t 시점에 가동 가능상태에 있는 부품수
- $n_{i,max}$: 부품 i 의 최대 가용 부품수
- $P_n(t)$: t 시점에 시스템 내 부품수가 n 개일 확률
- $\mathbf{P}(t)$: t 시점의 $P_n(t)$ 에 대한 행벡터
- \mathbf{Q} : 시스템 내 부품 수량에 대한 전이율 행렬
- \mathbf{e} : 일시상태(Transient)의 수만큼 원소가 1로 구성된 열벡터
- λ_i : 부품 i 작동시 고장율
- α_i : 부품 i 의 Warm-Standby 고장율
- μ_i : 부품 i 의 수리율

C, W : 시스템의 비용 및 무게 제약
 c_i, w_i : 부품 i 의 비용 및 무게

<가 정>

1. 각 부품의 고장율 및 수리율은 지수분포(Exponential Distribution)를 따른다.
2. 모든 부품의 고장은 독립적(Independent)으로 발생한다.
3. <Figure 2>와 같이 작동중인 부품이 고장시 Warm-Standby 부품이 우선적으로 작동 전환되며, Cold-standby 부품은 Warm-Standby로 전환된다.
4. 수리가능(Repairable) 시스템일 경우 고장 부품 수리 완료후 Warm-Standby 부품 수량이 부족 하면, 우선 Warm-Standby 상태로 전환되고, 그렇지 않으면 Cold-Standby 상태로 전환된다.

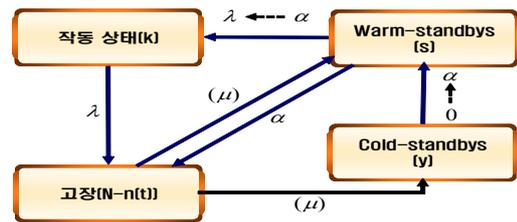


Figure 2. Transition assumption of system

5. 부품의 상태가 전환되는 시간은 고려하지 않는다.
6. 부품 상태 전환을 위한 스위치 또는 고장감지기 신뢰도는 Perfect(1.0)하다.
7. $n(t) \leq k - 1$ 이 되면, 시스템 고장(System Failure)이 발생한다.

3.1 수리불가능(Nonrepairable) 시스템

수리불가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템은 $(y_i + s_i + 1)$ 개의 부품이 고장 나면 기능을 상실한다. 따라서 이러한 시스템의 MTTF를 구하기 위해서는 연속시간 마코프 체인(CTMC : Continuous Time Markov Chain)을 활용하여 다음과 같이 산출한다.

각 상태(State)를 시스템 내에 있는 부품수로 정의하였을 때, 수리불가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 전이율 다이어그램(Transition Diagram)은 <Figure 3>과 같다. 그리고 이러한 전이율 다이어그램을 이용하면 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 전이

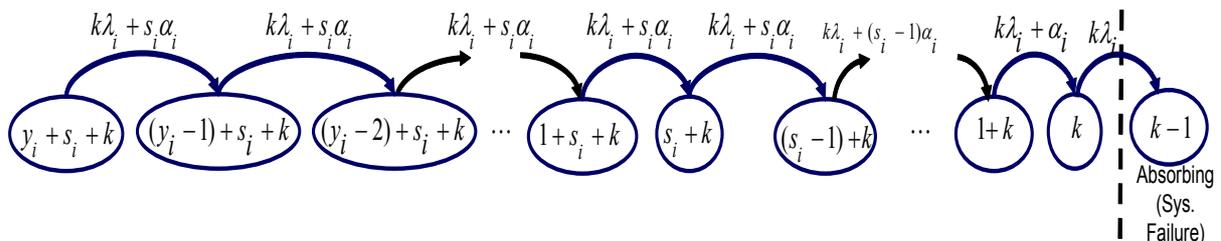


Figure 3. Diagram of nonrepairable k-out-of-n system with mixed standby components

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix}
 -k\lambda_i - s_i\alpha_i & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 k\lambda_i + s_i\alpha_i & -k\lambda_i - s_i\alpha_i & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & k\lambda_i + s_i\alpha_i & -k\lambda_i - s_i\alpha_i & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & & & k\lambda_i + s_i\alpha_i & -k\lambda_i - s_i\alpha_i & 0 & 0 & 0 \\
 0 & & & 0 & k\lambda_i + s_i\alpha_i & -k\lambda_i - (s_i - 1)\alpha_i & 0 & 0 \\
 0 & & & 0 & 0 & k\lambda_i + (s_i - 1)\alpha_i & -k\lambda_i - (s_i - 2)\alpha_i & 0 \\
 \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & \dots & & \dots & & 0 & k\lambda_i + 2\alpha_i & -k\lambda_i - \alpha_i & 0 \\
 0 & \dots & & \dots & & 0 & 0 & k\lambda_i + \alpha_i & -k\lambda_i & 0 \\
 0 & \dots & & \dots & & 0 & 0 & 0 & k\lambda_i & 0
 \end{bmatrix} \quad (1)$$

행렬 \mathbf{Q} 는 식 (1)과 같다.

$P_n(t)$ 를 t 시간에 시스템 내에 n 개의 부품이 있을 확률이라고 하고, $P_n(t)$ 로 구성된 행벡터를 $\mathbf{P}(t)$ 라고 하면, 초기 상태 (Initial State) 확률 벡터 $\mathbf{P}(0)$ 는 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{P}(0) = [P_n(0), P_{n-1}(0), \dots, P_1(0), P_0(0)] \quad (2) \\
 = [1, 0, \dots, 0, 0]$$

또한, 콜모고로프 방정식(Kolmogorov Equation)을 이용하면 $\mathbf{P}(t)$ 와 \mathbf{Q} 는 식 (3)과 같은 관계가 있다.

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t) \cdot \mathbf{Q} \quad (3)$$

MTTF는 시스템 상태가 시스템 작동 초기 상태에서 시스템 고장이라는 흡수상태(Absorbing State)까지 걸리는 평균시간의 개념으로 해석하여 도출한다. 이 때, \mathbf{Q} 를 그대로 이용하여 계산하면 복잡하기 때문에 \mathbf{Q} 에서 흡수상태에 해당되는 \mathbf{Q} 의 마지막 행과 열을 제거한 새로운 행렬 \mathbf{A} 를 이용한다. 그러면 식 (4)와 같이 MTTF를 도출할 수 있다.

$$\text{MTTF} = E[T_{P(0) \rightarrow P(\text{Absorbing})}] = \mathbf{P}(0)(-\mathbf{A}^{-1})\mathbf{e} \quad (4)$$

$$\text{where, } \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}(0) = [P_n(0), P_{n-1}(0), \dots, P_1(0)] = [1, 0, \dots, 0]$$

여기서 $\mathbf{P}(0)$ 도 벡터 내에서 흡수상태인 $P_0(0)$ 가 제거된($1 \times n$) 행벡터이며, 열벡터 \mathbf{e} 도 흡수상태를 제외한 ($n \times 1$) 행렬임을 유의해야 한다.

수리계획 모형은 비용과 무게, 부품 수량을 제약으로 하고, i 와 y_i, s_i 를 결정변수로 하여 다음과 같이 수립하였다.

$$\text{Max. MTTF} = \mathbf{P}(0)(-\mathbf{A}^{-1})\mathbf{e} \quad (5)$$

Subject to

$$(k + y_i + s_i)c_i \leq C \quad (6)$$

$$(k + y_i + s_i)w_i \leq W \quad (7)$$

$$N = k + y_i + s_i \leq n_{i, \max} \quad (8)$$

$$1 \leq i \leq q \quad (9)$$

$$y_i \geq 1, s_i \geq 1, y_i, s_i : \text{Integer} \quad (10)$$

$$\text{where, } \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{P}(0) = [1, 0, \dots, 0] \quad (11)$$

목적함수 식 (5)는 시스템의 MTTF를 최대화하는 것이며, 제약함수 식 (6)~식 (8)은 시스템 구성을 위한 자원의 제약(Constraint)을 의미하는 것으로 시스템을 구성하는 부품들의 비용과 무게, 부품 수량의 합이 가용한 자원을 초과할 수 없음을 의미한다. 식 (9)는 시스템에 선택할 수 있는 부품 종류의 범위를 지정하고 있으며, 식 (10)은 Warm-Standby와 Cold-Standby 부품이 최소 1개 이상 시스템 내에 있어야 함을 나타내고 있다. 식 (11)은 앞서 설명한 MTTF 산출에 필요한 벡터들을 정의한다.

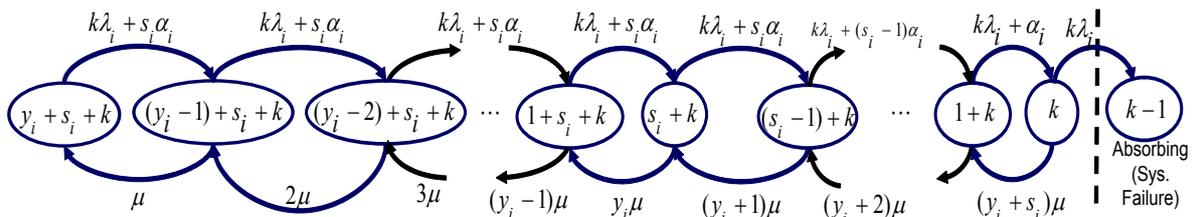


Figure 4. Diagram of repairable k-out-of-n system with mixed standby components

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix}
 -k\lambda_i - s_i \alpha_i & k\lambda_i + s_i \alpha_i & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \mu & -k\lambda_i - s_i \alpha_i - \mu & k\lambda_i + s_i \alpha_i & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 2\mu & -k\lambda_i - s_i \alpha_i - 2\mu & k\lambda_i + s_i \alpha_i & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & \dots & \dots & y_i \mu & -k\lambda_i - s_i \alpha_i - y_i \mu & k\lambda_i + s_i \alpha_i & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & \dots & \dots & 0 & (y_i + 1)\mu & -k\lambda_i - (s_i - 1)\alpha_i - (y_i + 1)\mu & k\lambda_i + (s_i - 1)\alpha_i & 0 & \dots & 0 \\
 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & (y_i + 2)\mu & -k\lambda_i - (s_i - 2)\alpha_i - (y_i + 2)\mu & k\lambda_i + (s_i - 2)\alpha_i & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & (y_i + s_i - 1)\mu & -k\lambda_i - \alpha_i - (y_i + s_i - 1)\mu & k\lambda_i + \alpha_i & 0 \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & (y_i + s_i)\mu & -k\lambda_i - (y_i + s_i)\mu & k\lambda_i \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.2 수리가능(Repairable) 시스템

수리가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템은 제 3.1절의 전이율 다이어그램과 전이율 행렬에 수리율을 추가하여 <Figure 4>와 식 (12)와 같이 상태 변화를 나타낼 수 있다.

제 3.1절과 동일한 방법으로 수리계획 모형을 구하면 다음과 같다.

Max. MTTF = $\mathbf{P}(0)(-\mathbf{A}^{-1})\mathbf{e}$ (13)

Subject to

$(k + y_i + s_i)c_i \leq C$ (14)

$(k + y_i + s_i)w_i \leq W$ (15)

$N = k + y_i + s_i \leq n_{i,max}$ (16)

$1 \leq i \leq q$ (17)

$y_i \geq 1, s_i \geq 1, y_i, s_i : \text{Integer}$ (18)

where, $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{P}(0) = [1, 0, \dots, 0]$ (19)

수리계획 모형의 각 식은 제 3.1절의 내용과 동일하다. 식 (13)은 목적함수이며, 식 (14)~식 (16)은 비용, 무게, 수량에 대한 제약, 식 (17)은 부품 종류에 대한 제약, 식 (18)은 대기 부품의 최소 수량에 대한 제약을 의미한다.

4. 하모니 서치 알고리즘

하모니 서치 알고리즘(HSA : Harmony Search Algorithm)은 2001년도에 Geem *et al.*(2001)에 의해 제안된 메타 휴리스틱 기법으로 여러 가지 악기들의 완벽한 화음을 찾는 과정에 착안한 최적화 방법이다.

4.1 HS 알고리즘의 개념 및 특징

HS 알고리즘의 기본개념은 연주자가 좋은 하모니를 찾아 연주하는 즉흥 연주를 모방한 알고리즘으로 음악적으로 화음

이 서로 조화를 이루는 규칙이 존재하듯이 HS 알고리즘은 이 규칙을 모방해 아름다운 하모니를 찾듯이 해를 검색하는 것이다. 찾아낸 좋은 화음은 연주자가 다음 연주시 잊지 않고 차후 작·편곡 등에 활용할 수 있도록 악보에 기록하는 것처럼 검색된 양질의 해를 식 (20)과 같이 행벡터(Solution Vector) 형태로 하모니 메모리(HM : Harmony Memory)에 저장한다.

$$\mathbf{HM} = \begin{bmatrix}
 x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,p_{max}} \\
 x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,p_{max}} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 x_{HMS,1} & x_{HMS,2} & \dots & x_{HMS,p_{max}}
 \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서 p_{max} 는 결정변수의 개수이며, HM의 행벡터를 하모니, 즉 해로 볼 수 있다. HMS(Harmony Memory Size)는 HM에 최대 저장 가능한 하모니의 개수를 나타낸다.

HS 알고리즘은 계산을 거듭하면서 더 좋은 해가 나타나면 HM을 최신화하면서 최적해를 탐색하는데 이 때, HM을 최신화하기 위해 기억회상(Memory Consideration), 피치 조정(Pitch Adjustment), 랜덤 선택(Random Selection)의 세 가지 방법을 사용하며, 이 세 방법의 관계를 <Figure 5>와 같이 나타낼 수 있다.

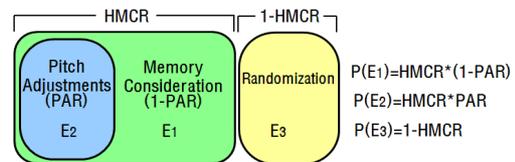


Figure 5. New harmony improvisation concept

여기서 HMCR(Harmony Memory Consideration Rate)은 세 가지 방법을 적용함에 있어 기존의 HM을 활용할 확률을 뜻하는 파라미터이며, PAR(Pitch Adjustment Rate)은 기존의 HM을 활용하는 방법인 기억 회상과 피치 조정 중에서 피치 조정을 활용할 확률을 나타내는 파라미터이다.

기억회상은 악보에 기록된 음을 하나 선택해 그대로 가져다 사용하는 개념으로 HM에서 하나의 해를 가져와 결정변수 값으로 사용하며, 세 가지 방법 중 $HMCR \times (1-PAR)$ 의 확률로 선택된다.

피치조정은 선택된 음을 위나 아래로 조정해 보정하는 개념으로 기억회상을 위해 기존 HM에서 도출한 해의 인접값을 활용하는 방법이다. 이는 HMCR×PAR의 확률로 선택되며, 새로운 해는 기존 HM에서 도출된 해에 $bw \times u(-1, 1)$ 를 더하여 지정한다. 이 때, bw (bandwidth)는 가상의 변화 정도를 나타내는 파라미터이며, $u(-1, 1)$ 은 -1에서 1사이의 균등 분포(Uniform Distribution)에서 도출된 난수를 의미한다.

랜덤선택은 결정변수의 범위 내에서 난수를 만들어 해로서 사용하는 방법으로서(1-HMCR)의 확률로 선택된다. 이는 지역 최적해에 빠졌을 때에 다른 영역으로 유도하는 효과가 있지만, 임의로 하나의 해를 선택하는 것이므로 정확도가 낮다. 그러므로 랜덤선택의 확률이 너무 높지 않도록 주의해야 한다.

일반적으로 기존 메타 휴리스틱 알고리즘은 초기값 구성시 랜덤 선택과 랜덤 초기해 구성이 수렴속도와 정확도에 좋지 않은 영향을 줄 수도 있지만, HS 알고리즘은 랜덤한 방법으로 최적해를 찾는 기법이므로 결정변수의 랜덤 초기값이 속도와 정확도에 미치는 영향이 적고, 적은 수학적 계산과정을 바탕으로 양질의 해를 제공할 수 있어 효율적인 알고리즘으로 알려져 있다.

4.2 HS 알고리즘의 수행절차

HS 알고리즘은 <Figure 6>과 같이 5단계의 수행절차를 통해 최적해를 탐색한다.

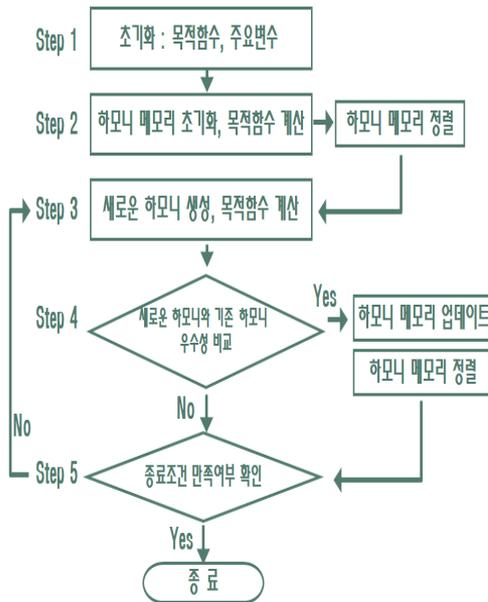


Figure 6. Optimization procedure of HS algorithm

첫 번째 단계는 초기화 단계(Initialization of an optimization problem and algorithm parameters)로서 목적함수, HMS, HMCR, PAR, 결정변수의 개수, 변수 범위, 종료조건 등을 지정한다. 본 연구에서 적용된 파라미터는 다음 장에서 구체적으로 제시하

겠다.

두 번째 단계는 HM을 초기화하는 단계(Initialization of harmony memory)로서 HM과 목적함수 값을 구하고 그 값을 이용해 HM을 우선순위에 맞게 정렬(Sort)한다.

세 번째 단계는 새로운 하모니를 생성하는 단계(Improvisation of a new harmony from HM)로서 여기서는 앞서 언급된 HM 최신화 세 가지 방법 중 하나를 적용하여 하나의 새로운 해를 생성한다.

네 번째 단계는 HM을 최신화하는 단계(Updating of HM)로서 이전 단계에서 생성된 새로운 HM의 목적함수 값을 기존 HM에서 가장 정확도가 낮은 해의 목적함수 값과 비교한다. <Figure 7>의 예와 같이 새로운 해가 기존 HM의 해보다 목적함수 값이 더 낮다면, 가장 정확도가 낮은 해는 HM에서 제거되고 새로운 해가 포함된 뒤 HM은 재정렬된다. 그리고 새로운 해가 기존 HM의 값보다 좋지 않으면 기존 HM을 그대로 유지한다.

마지막으로 알고리즘의 시행 회수가 종료 조건을 만족하는 지 비교하고, 이를 만족할 때까지 3, 4단계를 계속 반복한다.

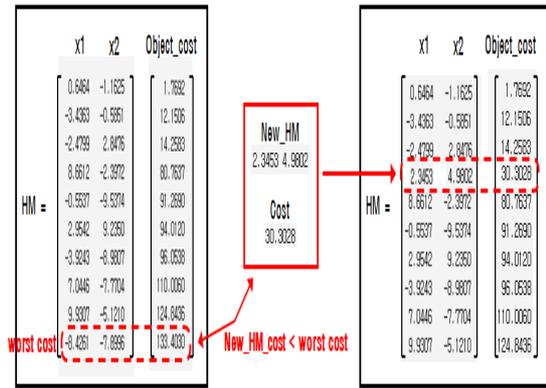


Figure 7. Example of updating HM

5. 수치실험 및 분석

수치실험은 각 대안 부품의 부품수별 신뢰도를 계산하고, $[i, s_i, y_i]$ 형태로 해를 산출하여 HM을 구성하였으며, 실험에 적용한 파라미터는 다음 <Table 2>와 같다.

Table 2. Parameter of HS algorithm

Parameter	Value
HMS	10
HMCR	0.96
PAR	0.2
bw	1
Max Iteration(종료조건)	5000

HMCR, PAR은 본 연구와 유사한 RROP에 대해 Nahas et al.

(2010)이 HS 알고리즘을 활용하면서 이용한 값을 적용하였으며, HMS는 해공간의 차이를 고려하여 10으로 지정하였다. 그리고 실험에서 많은 부품수를 고려하지 않기 때문에 $bw = 1$ 로 하되, 해가 양의 정수로 도출되어야 하므로 $bw \times u(-1, 1)$ 값이 음수일 경우 -1, 양수일 경우 1을 적용하도록 조정하였다. 종료조건은 Lee *et al.*(2005)의 연구를 근거로 정확한 해로 수렴되는 조건인 5000으로 하였다.

5.1 수리불가능 혼합 중복 병렬 시스템(예제 1)

본 예제는 동일한 부품으로 구성된 수리불가능 혼합 중복 병렬 시스템이다. 본 연구의 시스템 구조가 기존 RROP 연구에서 다뤄지지 않았던 구조이기 때문에 시스템 최대 부품수(n_{max})는 4, 최소 가동 부품수(k)는 1을 적용하는 병렬 시스템으로 축소된 형태의 문제를 구성하여 제약식을 만족하는 모든 해 (i, s_i, y_i) 에 대한 목적함수 값들을 계산한 뒤 이 중 최대값을 도출하는 방법으로 최적해를 직접 계산하고 이 값을 HS 알고리즘으로 산출된 최적해와 비교함으로써 작성된 HS 알고리즘의 정확성을 검증하였다.

대안 부품의 데이터는 Fyffe *et al.*(1968)과 Zia *et al.*(2008)이 제안한 데이터를 참조하여 <Table 3>과 같이 적용하였다. 그리고 자원의 제약은 비용은 15, 무게를 31부터 40까지 1씩 증가하여 10가지 문제로 구성하였다.

Table 3. Data of components

i	1	2	3	4	5
λ_i	0.001054	0.000726	0.000943	0.000513	0.000619
α_i	$\lambda_i \times 0.05$				
c_i	1	2	3	4	2
w_i	7	8	8	6	9

직접 계산한 결과와 HS 알고리즘 실험결과를 비교한 실험 결과는 다음 <Table 4>와 같다. 본 연구에서 제안한 HS 알고리즘은 모든 문제에서 최적해를 제공하였다.

5.2 수리불가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템(예제 2)

본 예제는 동일한 부품으로 구성된 수리불가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템이다. 대안 부품의 데이터는 제 5.1절과 같으며, 자원의 허용한도는 시스템 최대 부품수(n_{max})는 6, 최소 가동 부품수(k)는 2를 적용하였으며, 자원의 제약은 비용은 15로 고정하고 무게를 31부터 50까지 1씩 증가하여 20가지 문제로 구성하였다.

실험결과와 다음 <Table 5>와 같다. 무게 제약이 증가할수록 MTTF가 증가하였는데, 이는 대기부품수가 증가할수록 신뢰도는 향상되는 것을 알 수 있다. 그리고 혼합 중복식 Warm-

Standby 부품보다 Cold-Standby 부품이 많이 확보되어야 신뢰도가 증가됨을 알 수 있었다.

Table 4. Solution of example 1

No.	W	계산결과				HS Algorithm(10 runs)			
		i	s_i	y_i	MTTF	i	s_i	y_i	MTTF
1	31	4	1	1	5662.304	4	1	1	5662.304
2	32	4	1	1	5662.304	4	1	1	5662.304
3	33	4	1	1	5662.304	4	1	1	5662.304
4	34	4	1	1	5662.304	4	1	1	5662.304
5	35	4	1	1	5662.304	4	1	1	5662.304
6	36	5	1	2	6231.249	5	1	2	6231.249
7	37	5	1	2	6231.249	5	1	2	6231.249
8	38	5	1	2	6231.249	5	1	2	6231.249
9	39	5	1	2	6231.249	5	1	2	6231.249
10	40	5	1	2	6231.249	5	1	2	6231.249

Table 5. Solution of example 2

No.	W	HS Algorithm(10 runs)			
		i	s_i	y_i	MTTF
1	31	1	1	1	1400.009
2	32	2	1	1	2032.520
3	33	2	1	1	2032.520
4	34	2	1	1	2032.520
5	35	2	1	1	2032.520
6	36	5	1	1	2383.861
7	37	5	1	1	2383.861
8	38	5	1	1	2383.861
9	39	5	1	1	2383.861
10	40	2	1	2	2704.428
11	41	2	1	2	2704.428
12	42	2	1	2	2704.428
13	43	2	1	2	2704.428
14	44	2	1	2	2704.428
15	45	5	1	2	3171.914
16	46	5	1	2	3171.914
17	47	5	1	2	3171.914
18	48	2	1	3	3376.335
19	49	2	1	3	3376.335
20	50	2	1	3	3376.335

5.3 수리가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템(예제 3)

본 예제는 동일한 부품으로 구성된 수리가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템이다. 대안 부품의 데이터와 시스템 구조, 문제의 종류는 제 5.2절과 같으며, 수리율은 본 시스템을 발전체계로 가정하여 Dulik(1996)이 연구한 EDG 평균 수리시간인 8시간 내외로 다음 <Table 6>과 같이 부여하였다.

Table 6. Repair rate of components

i	1	2	3	4	5
μ_i	0.167	0.125	0.143	0.111	0.125

실험결과는 다음 <Table 7>과 같다. 수리가능한 특성으로 인해 MTTF는 예제 2보다 높게 나타났으며, 예제 2와 마찬가지로 대기부품수가 증가할수록 신뢰도는 향상되고, Warm-Standby 부품보다 Cold-Standby 부품이 많아야 신뢰도가 증가됨을 알 수 있었다.

예제 1, 2, 3의 실험결과를 통하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다. 시스템의 고장율이 k 와 s_i 에 비례하고 s_i 가 결정변수로서 작용하며, Warm-Standby 부품의 고장율은 주부품의 고장율보다는 낮지만 고장 가능성이 있는 부품이기 때문에 가급적 Warm-Standby 부품을 최소화하여 시스템 내 고장 가능성이 있는 부품의 수를 감소시키는 것이 신뢰도 향상에 도움을 준다고 판단할 수 있겠다.

Table 7. Solution of example 3

No.	W	HS Algorithm(10 runs)			
		i	s_i	y_i	MTTF
1	31	1	1	1	5778155
2	32	2	1	1	9890486
3	33	2	1	1	9890486
4	34	2	1	1	9890486
5	35	1	1	2	1.34×10^9
6	36	1	1	2	1.34×10^9
7	37	1	1	2	1.34×10^9
8	38	1	1	2	1.34×10^9
9	39	1	1	2	1.34×10^9
10	40	2	1	2	2.49×10^9
11	41	2	1	2	2.49×10^9
12	42	1	1	3	4.13×10^{11}
13	43	1	1	3	4.13×10^{11}
14	44	1	1	3	4.13×10^{11}
15	45	1	1	3	4.13×10^{11}
16	46	1	1	3	4.13×10^{11}
17	47	1	1	3	4.13×10^{11}
18	48	2	1	3	8.35×10^{11}
19	49	2	1	3	8.35×10^{11}
20	50	2	1	3	8.35×10^{11}

6. 결 론

본 연구에서는 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 개념과 이에 대한 신뢰도 산출 방법을 알아보고, 이러한 신뢰도 산출 방법을 신뢰도-중복 최적화 문제(RROP)에 적용하여 가용한 자원 내에서 다양한 대안부품들 중 최적의 부품을 선택하고, 부품수

를 결정하는 수리계획 모형 수립 및 수치실험을 실시하였다. 이때 시스템의 형태는 수리불가능 혼합 중복 병렬 시스템과 수리불가능 및 수리가능 혼합 중복 k-out-of-n 시스템을 각각 분석하였다. 또한 하모니 서치 알고리즘(HSA)을 이용해 3가지 예제의 수치실험을 실시하였다. 실험결과 혼합 중복 k-out-of-n 시스템 내에서 주부품 고장에 따른 즉각적인 작동상태 전이를 위해 필요한 Warm-Standby 부품은 최소화하면서 가용 자원 내에서 Cold-Standby 부품을 최대화시키는 것이 신뢰도 향상에 도움이 된다는 사실을 확인할 수 있었다.

하지만 현실 시스템은 본 연구의 대상 시스템이 동일 부품으로 구성된 것과 달리 시스템내 다른 부품으로 구성될 수도 있다. 예를 들면, 원자력 발전소내 원자로 정지시 가동되어야 하는 「디젤 발전기-비상 디젤 발전기(EDG)-이동식 발전기」 시스템, 네트워크 체계에서 「메인 서버-보조 서버」 시스템 등이 이러한 예가 될 수 있다. 따라서 상이한 부품으로 구성된 혼합 중복 k-out-of-n 시스템의 RROP에 대한 연구가 필요하다. 또한 Imperfect Switch, 부품의 상태 전환시간 등을 반영하거나 지수 분포 이외의 고장시간 분포를 적용한 연구도 고려할 수 있을 것이다.

참고문헌

Kim, K. T. and Jeon, G. W. (2010), An Optimal Reliability-Redundancy Allocation Problem by using Hybrid Parallel Genetic Algorithm, *IE Interfaces*, **23**(2), 147-155.

Kim, J. Y. and Shin, K. S. (2004), An Optimal Reliability-Redundancy for Maximizing System Reliability : Study by using Genetic Algorithm, *Journal of Quality Management*, **32**(4), 125-139.

Kim, H. S. and Jeon, G. W. (2011), Reliability Redundancy Optimization Problem using Parallel Particle Swarm Optimization Algorithm, *Journal of Defence Science and Technology*, **4**(4), 21-35.

Moon, Y. M. (2010), *Reliability Optimization Problems for k-out-of-n : G System by using Parallel Genetic Algorithm*, Korea National Defence University, Seoul, Korea.

Lee, S. K., Ko, K. E., and Sim, K. B. (2011), Study on Improvement of Convergence in Harmony Search Algorithms, *Journal of Korea Intelligent Information System Society*, **21**(3), 401-406.

Lee, H. W. (2006), *Queueing Theory : Stochastic Analysis*, Sigma Press, Seoul, Korea.

Ali, I., Raghav, Y. S., and Bari, A. (2011), Integer Goal Programming Approach for Finding a Compromise Allocation of Repairable Components, *International Journal of Engineering, Science and Technology*, **3**(6), 184-195.

Chern, M. S. (1992), On the Computational Complexity of Reliability Redundancy Allocation in a Series System, *Operations Research Letters*, **11**(5), 309-315.

Coit, D. W. (2003), Maximization of System Reliability with a Choice of Redundancy Strategy, *IIE Transactions*, **35**, 535-543.

Coit, D. W. (2001), Cold-Standby Redundancy Optimization for Nonrepairable Systems, *IIE Transactions*, **33**, 471-478.

Coit, D. W. and Liu, J. (2000), System Reliability Optimization with k-out-of-n Subsystems, *International Journal of Reliability, Quality and Safety En-*

- gineering*, 7(2), 129-142.
- Coit, D. W. and Smith, A. E. (1996), Adaptive Penalty Methods for Genetic Optimization of Constrained Combinational Problems, *INFORMS Journal on Computing*, 8(2), 173-182.
- Coit, D. W. and Smith, A. E. (1996), Penalty Guided Genetic Search for Reliability Design Optimization, *Computers and Industrial Engineering*, 30(4), 895-904.
- Cui, L., Li, H., and Li, J. (2004), *Technical Report 2004-14 : Markov Repairable Systems with History-Dependent Up and Down States*, Department of Mathematics, Washington State University, Pullman, USA.
- Dulik, J. D. (1996), *Use of Performance Monitoring to Improve Reliability of Emergency Diesel Generator*, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA.
- El-Damcese, M. A. and Helmy, A. N. (2012), Study of Reliability with Mixed Standby Components, *Asian Journal of Applied Sciences*, 5, 357-370.
- Elsayed, A. E. (1996), *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman, INC., New Jersey, USA.
- El-Sherbeny, M. S. and Al-Hussaini E. K. (2012), Characteristic Reliability Measures of Mixed Standby Components and Asymptotic Estimation, *International Journal of Statistics and Application*, 2(3), 11-23.
- Fyffe, D. E., Hines, W. W., and Lee, N. K. (1968), System Reliability Allocation and a Computational Algorithm, *Operations Research*, 17(2), 64-69.
- Galikowsky, C., Sivazlian B. D., and Chaovalitwongse, P. (1996), Optimal Redundancy for Reliability and Availability of Series Systems, *Microelectronics Reliability*, 36(10), 1537-1546.
- Geem, Z. W., Kim, J. H., and Loganathan, G. V. (2001), A New Heuristic Optimization Algorithm : Harmony Search, *Simulation*, 76(2), 60-68.
- Jain, M. and Gupta, R. (2011), Redundancy Issues in Software and Hardware Systems : An Overview, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 18(1), 61-98.
- Kuo, W., Lin, H., Xu, Z., and Zhang, W. (1987), Reliability Optimization with the Lagrange Multiplier and Branch-and-Bound Technique, *IEEE Transactions on Reliability*, 36(5), 624-630.
- Kuo, W. and Prasad, V. R. (200), An Annotated Overview of System-Reliability Optimization, *IEEE Transactions on Reliability*, 49(2), 176-187.
- Kuo, W. and Wan, R. (2007), Recent Advances in Optimal Reliability Allocation, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A : Systems and Humans*, 37(2), 143-156.
- Lee, K. S. and Geem, Z. W. (2005), A New Meta-Heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization : Harmony Search Theory and Practice, *Computational Methods Applied Mechanic Engineering*, 194, 3902-3933.
- Nakagawa, Y. and Miyazaki, S. (1981), Surrogate Constraints Algorithm for Reliability Optimization Problem with two constraints, *IEEE Transactions on Reliability*, 30(2), 175-180.
- Nahas, N. and Thien-My, D. (2010), Harmony Search Algorithm : Application to the Redundancy Optimization Problem, *Engineering Optimization*, 42(9), 845-861.
- Nmah, B. K. (2011), Optimal Allocation of Redundancy in A Mixed System, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 73(3), 255-265.
- Rakhee, M. J. and Maheshwari, S. (2004), Reliability Analysis of Redundant Repairable System with Degraded Failure, *IJE Transactions B : Application*, 17(2), 171-182.
- Rhodin, M. L. J. (2011), *Reliability Calculations for Complex Systems*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 75-85.
- Tavakkoli-Moghaddam, R. and Safari, J. (2007), A New Mathematical Model for a Redundancy Allocation Problem with Mixing Components Redundant and Choice of Redundancy Strategies, *Applied Mathematical Sciences*, 1(45), 2221-2230.
- Yokota, T., Gen, M., and Li, X. (1996), Genetic Algorithm for Non-linear Mixed Integer Programming Problems and Its Applications, *Computers and Industrial Engineering*, 30(4), 905-917.
- Wang, K. H. (1993), Cost Analysis of the M/M/R Machine-repair Problem with Mixed Standby Spares, *Microelectronics Reliability*, 33(9), 1293-1301.
- Wang, K. H. and Kuo, C. C. (2000), Cost and Probabilistic Analysis of Series Systems with Mixed Standby Components, *Applied Mathematical Modeling*, 24, 957-967.
- Zia, L. and Coit, D. W. (2008), *Reliability-Redundancy Allocation Using a Column Generation Approach*, Working paper, Rutgers University, Piscataway, USA, 2008.