

# 韓國開發研究

제35권 제3호(통권 제120호)

## 민간투자사업의 후생효과 분석

김정욱

(한국개발연구원 연구위원)

문외솔

(서울여자대학교 경제학과 조교수)

Analysis on the Welfare Effect of the PPP Implementation

Jungwook Kim

(Fellow, Korea Development Institute)

Weh-Sol Moon

(Assistant Professor, Seoul Women's University)

\* 본 논문은 필자들의 보고서인 『민간투자사업의 후생효과 분석과 최적 재정정책에 대한 연구』(정책연구시리즈 2008-04, 한국개발연구원, 2008)를 기초로 하여 작성되었으며, 2013학년도 서울여자대학교 교내학술특별연구비의 지원을 받았음을 밝힌다.

김정욱(교신저자): (e-mail) awaker2@kdi.re.kr, (address) Korea Development Institute, 47, Hoegi-ro, Dongdaemun-gu, Seoul, 130-740, Korea.

문외솔(제1저자): (e-mail) moon@swu.ac.kr, (address) Department of Economics, Seoul Women's University, 621, Hwarang-ro, Nowon-gu, Seoul, 139-774, Korea.

- Key Word: 민간투자사업(Public Private Partnership), 임대형 민간투자사업(BTL), 일반균형모형(General Equilibrium), 최적 재정정책(Optimal Fiscal Policy), 후생효과(Welfare Effect)
- JEL Code: E2, E6, H4, H5
- Received: 2012. 7. 20      • Referee Process Started: 2012. 8. 8
- Referee Reports Completed: 2013. 5. 6

## ABSTRACT

This study investigates the welfare implications of BTL projects using a general equilibrium model with the public sector and public-private partnerships. We show that when the government is not allowed to run budget deficits but private firms is able to overcome the financial constraint, BTL projects performed by public-private partnerships (PPPs) could be a good alternative and improve the welfare of the model economy. This paper quantitatively investigates excessive expansion of PPP projects and several alternatives to retrieve welfare losses caused by such an expansion. Assuming that future rents of BTL projects are not taken into account, we find the welfare losses up to 20 percent relative to conventional government projects. Finally, we show that it would be possible to reduce the losses by transforming the fully depreciated capital stock of the government projects into much smaller new PPP projects.

---

본 연구는 공공부문과 민간투자사업자를 포함한 일반균형모형을 사용하여 재정사업과 BTL 민간투자사업의 후생 차이를 비교·분석한다. 다른 모든 조건이 동일할 때, 정부가 세입·세출을 동일하게 유지해야 한다고 가정할 경우, 민간투자사업하에서의 국민경제 후생수준이 재정사업하에서의 후생수준보다 높은 것으로 나타난다. 정부가 균형재정의 제약을 회피할 목적으로 민간투자사업을 무리하게 추진하는 경우 미래의 임대료가 모두 부채로 간주되기 때문에 상당한 사회적 비용이 초래될 수 있음을 명시적으로 보인다.

## I. 서 론

민간투자사업이 정부의 재정부담에 대한 문제만 야기하지 않는다면 사회 전체의 후생을 증대시킬 수 있는가? 만일 민간투자사업이 정부의 현재 예산제약을 완화시켜 주는 효과가 있다면 어느 정도의 범위에서 민간투자사업이 재정사업보다 우월한 대안이 될 수 있는가?

본 연구의 목적은 매우 제한된 환경하에서 재정사업과 민간투자사업의 효과를 일반균형모형을 통해 분석하는 것이다. 민간투자사업과 관련한 기존의 연구는 거시 시계열 자료를 사용하여 민간투자사업의 확대가 거시경제변수에 어떠한 효과를 주는지에 대한 분석을 시도하거나 현재까지 추진된 민간투자사업으로 인해 미래에 발생할 것으로 예상되는 정부의 비용을 모의실험하는 것에 국한되었다. 이러한 연구는 민간투자사업이 재정사업과 비교하여 국가경제의 효율성이나 국민의 후생을 높일 수 있는 대안인지에 대한 해답을 제시하기 어려울 뿐 아니라 초기 민간투자사업의 확대가 국가경제에 미칠 후생 변화를 예측하는 데에도 한계가 있다.

본 논문은 공공부문을 포함한 일반균형모형을 사용하여 재정사업과 BTL 민간투자사업의 후생 차이와 최적 재정정책에 대한 함의를 비교·분석한다. 본 연구는 정부 예산제약에 대한 매우 제한적인 가정을 토대로 한다. 정부는 매년 세입과 세출을 동일하게 유지해야 하지만 민간투자사업을 시행하는 사업자는 이와 같은 예산제약의 문제로부터 자유롭다는 가정이다. 이러한 가정하에서 재정사업으로 공공서비스를 제공할 때와 민간투자사업으로 공공서비스를 제공할 때의 재정정책에 대한 함의를 도출한다. 이를 위해 정부가 경제 전체의 후생을 극대화하기 위해 선택해야 하는 최적 세율과 공공자본스톡의 적정 규모 등도 논의한다.

또한 최근 민간투자사업의 확대에 따른 정부 재정부담에 대한 문제가 제기되고 있는 점을 감안하여 민간투자사업의 확대에 따른 국가경제의 후생 변화를 모의실험한다. 미래에 발생할 BTL 사업의 임대료를 예상하지 못한 채 일시적으로 민간투자사업을 확대하는 경우 국가경제의 후생은 감소한다. 이는 미처 준비하지 못한 BTL 사업의 임대료 부담으로 인해 정부가 여타 재정사업에 충분한 예산을 할당하지 못하기 때문에 발생하

는 자원배분 왜곡의 문제라고 할 수 있다.

정부가 세입과 세출을 동일하게 유지해야 한다고 가정한다면, 다른 모든 조건이 동일할 때, 민간투자사업은 재정사업보다 더 높은 후생을 보장할 수 있다. 그러나 이러한 가정이 성립하지 않는다면 민간투자사업의 우월성은 보장되지 않는다. 재원조달에 있어 정부가 민간투자사업자보다 더 우월하다면 민간투자사업과 재정사업의 비교는 효율성 문제로 귀결될 수밖에 없다. Hart(2003)가 지적하였듯이 민간사업자가 건설단계에서 자신이 운영할 시설에 대한 변경이 가능하다면 그에 따른 비용이 수반된다고 할지라도 사업자는 보다 효율적인 운영을 위해 시설을 변경하려고 할 것이고, 이 경우 민간투자사업은 재정사업과 비교했을 때 보다 높은 효율성을 제공할 수 있다.<sup>1</sup> 이러한 측면에서 민간투자사업의 타당성을 입증하기 위해서는 보다 정교한 메커니즘이 필요할 수밖에 없다. 따라서 본 연구는 정부의 예산제약이라는 특수한 상황만을 고려하는 실험적인 연구이므로, Hart(2003)와 반드시 보완될 필요가 있음을 밝힌다.

본 연구는 정부의 균형재정 가정을 바탕으로 매우 유용한 시사점을 도출한다. 정부 균형재정의 제약을 회피할 목적으로 민간투자사업을 무리하게 추진한다고 하더라도 본 연구에서는 미래의 임대료가 모두 부채로 간주되기 때문에 상당한 사회적 비용이 초래 된다는 것을 명시적으로 보이고 있다.

Hart(2003) 이외에 민간투자사업과 관련한 기존 연구 가운데 정부부문에 의한 공공 서비스 공급보다 민간부문에 의한 공공서비스 공급이 보다 효율적일 수 있음을 보인 대표적인 연구로 Shleifer(1998)가 있다. Shleifer(1998)는 공공서비스를 공급하는 공급자들 사이의 경쟁이 심화될 때, 시장에서의 평판 메커니즘(reputational mechanism)이 중요하게 작용할 때, 그리고 비영리 기업들에 의한 서비스 공급이 가능할 때 민간에 의한 서비스 공급이 보다 우월함을 보였다. 한편, 민간투자사업의 확대에 따른 재정부담에 대한 대표적인 연구로는 김재형 외(2006)와 Maskin and Tirole(2008) 등이 있다. 김재형 외(2006)는 민간투자사업의 연간 재정부담금 상한에 대한 여러 가지 대안들을 모의실험하였고, Maskin and Tirole(2008)은 정부의 프로젝트 선정에 편의(bias)가 있을 경우 재정부담금 상한에 대한 함의를 도출하였다. 이와 반대로 민간투자사업의 확대로 인한 사회적 비용에 대한 우려도 지속적으로 제기되고 있다. 김재형(2007)은 2007~11년의 민자사업 총재정부담 규모를 19.4조원으로 추정했으며 계획적이지 못한

1 이러한 문제는 민간투자사업자가 시설의 건설과 운영에 대한 책임을 모두 맡고 있고 건설 및 운영에 대한 세부적인 내용의 계약이 성립되지 못할 때 가능하다.

민자사업이 재정 악화의 요인이 될 수 있다는 것을 지적한 바 있다. 이와 더불어 향후 무분별하게 늘어날 가능성이 있는 민자사업에 대한 제도적 장치가 마련될 필요가 있음을 강조했다. 박현(2008)은 SOC 분야의 민간투자사업 확대로 인한 사후적 사업관리의 문제를 제기했고, 민간투자사업에 대한 사후적 관리가 제대로 이루어지지 못할 경우 동 사업의 효율성에 상당한 문제가 발생할 수 있다고 보았다.

민간투자사업과 관련한 기존 연구는 불완전 계약, 정보의 문제 등과 같이 미시적 접근을 주로 시도하기 때문에 본 연구와 같이 거시경제모형을 사용하여 최적 재정정책에 대한 함의를 제시하는 이론적 연구는 찾아보기 어렵다. 그러한 측면에서 본 연구는 민간투자사업 분야에 있어 상당한 기여를 했다고 판단된다.

이하의 내용은 다음과 같다. 제Ⅱ장에서는 분석에 사용되는 모형을 소개하고 일반균형분석 해를 도출하며, 제Ⅲ장에서는 재정사업하에서의 최적 재정정책에 대한 함의를, 제Ⅳ장에서는 민간투자사업하에서의 최적 재정정책에 대한 함의를 도출하고 두 사업 간 공공서비스 수준을 비교한다. 제Ⅴ장에서는 재정사업을 민간투자사업으로 전환할 때 발생할 수 있는 문제점과 그에 대한 해결책을 모색하고, 제Ⅶ장에서는 결론을 맺는다.

## II. 모 형

본 연구에서 소개하는 모형은 기업, 정부 그리고 대표적 가계로 구성된다. 기업은 완전경쟁적인 환경하에서 생산활동을 수행하며, 경제주체들 사이의 정보의 불완전성이나 계약의 불완전성 문제는 고려하지 않는다.

### 1. 기업의 문제

#### 가. 공공자본의 건설과 공공서비스의 공급

정부(혹은 주무관청)는 매기 민간에 공공서비스를 제공하며 정부의 공공서비스는 공공사업 또는 공공자본스톡으로부터 생산된다.<sup>2</sup> 따라서 공공서비스를 제공하고자 하는

---

<sup>2</sup> 이하에서는 정부와 주무관청이라는 용어를 구분 없이 사용한다.

정부는 투자를 통해 공공자본을 형성해야 하고 형성된 공공자본을 서비스 형태로 전환해야 한다. 정부가 공공자본을 형성해야 하는 단계를 ‘건설단계’, 공공자본을 사용하여 공공서비스를 제공하는 단계를 ‘운영단계’로 표현한다.

### ① 건설단계

정부는 수많은 공공프로젝트를 수행한다. 그러나 본 연구에서는 분석을 단순화하기 위해 정부는 한 기간에 모두  $N$ 개의 프로젝트를 수행한다고 가정한다. 특정 프로젝트  $i$  가 공공서비스 형태로 민간에 제공되기 위해서는 프로젝트  $i$ 에 대한 공공자본형성이 이루어져야 하므로 프로젝트  $i$ 의 공공자본스톡을  $G(i)$ 로 나타낸다.

정부의 공공자본스톡  $G(i)$ 를 생산하는 기술은 규모수익불변이라고 가정한다.

$$G(i) = AK_c(i)^a L_c(i)^{1-a} \quad (1)$$

여기서  $A$ 는 생산함수의 기술수준,  $K_c(i)$ 와  $L_c(i)$ 는 공공자본스톡  $G(i)$ 를 생산하기 위해 투입되는 자본과 노동,  $a$ 는 자본의 기여도를 나타낸다. 정부가 어느 시공사로 하여금 공공자본스톡  $G(i)$ 를 건설하도록 할 경우 해당 시공사는 주어진 공공자본스톡  $G(i)$ 를 생산하기 위해 비용극소화 문제를 푼다.<sup>3</sup> 비용극소화 문제로부터 공공자본스톡  $G(i)$ 를 형성하는 데 필요한 최소비용을 구할 수 있으며, 이를  $C^c(i)$ 로 표현한다.

$$C^c(i) = \phi G(i) \quad (2)$$

여기서  $\phi$ 는 한계비용을 나타내는 상수로서 식 (3)과 같이 표현되는데, 주목할 점은 한계비용은 모든 프로젝트에 대해 동일하다는 것이다.<sup>4</sup>

$$\phi = \frac{1}{A} \left( \frac{r}{a} \right)^a \left( \frac{w}{1-a} \right)^{1-a} \quad (3)$$

프로젝트  $i$ 의 공공자본스톡  $G(i)$ 의 수명(내구연한)은  $N$ 기간이라고 가정한다. 각 프로젝트는 공공자본스톡을 생산하기 위해 최초 한 기간의 건설기간을 필요로 하며 완공

**3** 비용함수  $rK_c(i) + wL_c(i)$ 를 제약식  $G(i) = AK_c(i)^a L_c(i)^{1-a}$ 에 대해 극소화한다. 여기서  $r$ 은 자본의 단위 가격,  $w$ 는 임금이다. 1계 조건은  $ap(i)AK_c(i)^{a-1}L_c(i)^{1-a} = r$ 과  $(1-a)p(i)AK_c(i)^a L_c(i)^{-a} = w$ 이며, 여기서  $p(i)$ 는 자본스톡  $G(i)$ 의 가격이다. 따라서 공공자본스톡의 건설에 투입되는 자본-노동 비율은 임금 -이자율의 비율  $[(1-\alpha)/a][K_c(i)/L_c(i)] = w/r$ 로 표현할 수 있다.

**4** 생산함수가 규모수익불변이므로 자본스톡의 가격  $p(i)$ 는 모든 프로젝트에 대해 한계비용  $\phi$ 와 같다.

된 공공자본은  $N$ 기간 동안 운영된다. 정부는 내구연한이 도래한 사업에 대해 소멸되기 직전 기간, 곧 마지막 운영기간  $N$ 시점에 신규 자본스톡에 대한 투자를 시행하여 프로젝트  $i$ 의 서비스 공급이 중단되지 않도록 한다.

## ② 운영단계

프로젝트  $i$ 의 공공자본스톡  $G(i)$ 가 건설되면 정부 또는 운영업체는 자본과 노동을 사용하여 공공서비스를 생산한다. 운영단계  $j$ 에서 프로젝트  $i$ 의 공공자본스톡  $G(i)$ 로부터 공공서비스  $S_j(i)$ 를 생산하는 생산기술은 다음과 같은 규모수익불변 생산함수를 가정한다.

$$S_j(i) = B_j(i)K_j(i)^bL_j(i)^{1-b} \quad (4)$$

여기서  $B_j(i)$ 는 생산함수의 기술수준,  $K_j(i)$ 와  $L_j(i)$ 는 공공서비스  $S_j(i)$ 를 생산하기 위해 투입되는 자본과 노동,  $b$ 는 자본의 기여도를 나타낸다. 생산함수의 기술수준을 반영하는  $B_j(i)$ 는 시간에 따른 공공자본스톡의 감가상각에 의존하며, 다음과 같이 가정한다.

$$B_j(i) = B \{(1-\delta)^{j-1} G(i)\}^\gamma \quad (5)$$

여기서  $\delta$ 는 공공자본스톡의 감가상각률을 나타내고,  $\gamma$ 는 공공자본스톡의 공공서비스 생산에 대한 기여도를 나타낸다.<sup>5</sup> 주어진  $S_j(i)$  수준의 공공서비스를 생산하는 정부(혹은 기업)도 비용극소화 문제를 푼다.<sup>6</sup> 비용극소화 문제로부터 운영단계  $j$ 번째에서  $S_j(i)$ 의 공공서비스를 생산하기 위해 발생하는 공공서비스 최소생산비용 또는 최소운영비용  $C_j^o(i)$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

**5** 공공자본스톡의 수명( $N$ )이 다해도 공공자본스톡이 모두 사라지지는 않지만 내구연한이 끝난 뒤 감가상각되고 남은 공공자본스톡은 더 이상 유용하지 않다는 가정을 내포하고 있다. 감가상각되고 남은 공공자본스톡이 일정 규모에 미치지 못하면 더 이상 쓸모없는 것이 된다고 가정해도 무방하다. 이는 균형에서 모든 공공자본스톡의 규모가 동일하기 때문이다.

**6** 비용함수  $rK_j(i) + wL_j(i)$ 를 제약식  $S_j(i) = B_j(i)K_j(i)^bL_j(i)^{1-b}$ 에 대해 극소화한다. 비용극소화 문제를 통해 도출되는 1계 조건은  $bq_j(i)B_j(i)K_j(i)^{b-1}L_j(i)^{1-b} = r$  과  $(1-b)q_j(i)B_j(i)K_j(i)^bL_j(i)^{-b} = w$ 이며. 여기서  $q_j(i)$ 는  $j$ 단계에서 제공되는 프로젝트  $i$ 의 공공서비스 가격이다. 따라서 프로젝트  $i$ 의  $j$ 단계 서비스 공급을 위해 투입되는 자본-노동 비율은 임금-이자율의 비율  $[(1-b)/b][K_j(i)/L_j(i)] = w/r$ 로 표현할 수 있다. 각 프로젝트에 대해 운영단계  $j$ 에서 요구되는 자본-노동 비율은 모든 운영단계에서 동일하다는 사실에 주목할 필요가 있다.

$$C_j^o(i) = \psi_j(i)S_j(i), \quad \forall i, j \quad (6)$$

여기서  $\psi_j(i)$ 는 한계비용으로 프로젝트  $i$ 의 자본스톡 규모와 운영기간에 따른 감가상각이 반영되어 있다. 따라서 다음과 같다.

$$\psi_j(i) = \frac{1}{B_j(i)} \left( \frac{r}{b} \right)^b \left( \frac{w}{1-b} \right)^{1-b}, \quad \forall i, j \quad (7)$$

#### 나. 최종재를 생산하는 대표적 기업

경제 내에는 공공자본스톡 및 공공서비스를 생산하는 부문과 함께 최종재를 생산하는 부문이 있다. 최종재를  $Y$ 로 나타내고 이를 생산하는 대표적 기업은 다음의 규모수익불변 기술을 사용한다.

$$Y = \chi K_f^z L_f^{1-z} \quad (8)$$

여기서  $\chi$ 는 최종재 생산함수의 기술수준,  $K_f$ 와  $L_f$ 는 최종재  $Y$ 를 생산하기 위해 투입되는 자본과 노동,  $z$ 는 자본의 기여도를 나타낸다. 최종재를 생산하는 대표적 기업의 이윤극대화 문제로부터 최종재 생산에 필요한 자본–노동 비율을 임금–이자율의 비율로 표현할 수 있다.<sup>7</sup>

$$\left( \frac{1-z}{z} \right) \left( \frac{K_f}{L_f} \right) = \frac{w}{r} \quad (9)$$

## 2. 대표적 가계의 문제

본 절에서는 공공자본스톡, 공공서비스 및 최종재화를 생산하는 생산부문에 이어서 가계부문을 소개한다. 경제 내에는 무수히 많은 동질적인 가계들이 있고 이들의 수는 1로 정규화된다. 개별 가계는 최종재화의 소비  $C_f$ 와 정부가 공급하는 공공서비스  $S_j(i)$ 로부터 다음과 같은 형태의 효용을 얻는다.

<sup>7</sup> 최종재 생산 기업은 이윤  $\chi K_f^z L_f^{1-z} - rK_f - wL_f$ 를 극대화한다. 이로부터 도출되는 1계 조건은 각각  $z\chi K_f^{z-1} L_f^{1-z} = r$ 과  $(1-z)\chi K_f^z L_f^{-z} = w$ 와 같다. 여기서 최종재의 가격은 1로 정규화하였다.

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \ln C_{f,t} + \theta \sum_{i,j} \ln S_{j,t}(i) \right\} \quad (10)$$

여기서  $\beta$ 는 할인인자,  $C_{f,t}$ 는  $t$ 기 최종재의 소비,  $S_{j,t}(i)$ 는  $t$ 기 운영단계  $j$ 에 있는 프로젝트  $i$ 의 공공서비스 소비, 그리고  $\theta$ 는 공공서비스로부터 얻는 효용의 가중치를 나타내는 파라미터이다. 대표적 가계의  $t$ 기 예산제약식은 다음과 같다.

$$C_{f,t} + I_t = (1 - \tau)(r_t K_{f,t} + w_t L_{f,t}) + H_t \quad (11)$$

여기서  $I_t$ 는  $t$ 기 민간부문의 투자,  $\tau$ 는 소득세율,  $K_{f,t}$ 와  $L_{f,t}$ 는 각각  $t$ 기 최종재 생산에 투입되는 자본과 노동을 나타내며,  $H_t$ 는 공공자본스톡과 공공서비스 생산에 투입한 노동과 자본으로부터 얻는 소득을 나타낸다. 효용함수가 식 (10)과 같이 주어지면 대표적 가계는 한 단위의 노동을 비탄력적으로 공급한다. 모형의 분석을 용이하게 하기 위하여 프로젝트의 수와 운영기간은  $N$ 으로 동일하며, 매기 1개의 프로젝트가 수명이 다하여 종료되므로 새로운 공공자본  $G(i)$ 가 건설된다고 가정한다.

마지막으로 경제 전체의 자본스톡은 다음과 같은 법칙에 따라 축적된다.

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta_K)K_t \quad (12)$$

### 3. 정부의 문제

본 절에서는 정부가 공공서비스를 공급하는 경우 정부가 건설해야 하는 공공자본스톡의 규모와 공공서비스의 수준, 그리고 정부의 예산제약에 대해 논의한다. 정부는 공공서비스의 각 운영단계에서 동일한 공공서비스를 제공하는데, 그 이유는 프로젝트의 각 단계에서 공급되는 공공서비스로부터 대표적 가계가 얻는 효용은 동일하기 때문이다. 따라서 프로젝트  $i$ 의 모든  $j$ 단계에서 정부의 공공서비스 수준은 동일하다.

$$S(i) = S_j(i) \quad (13)$$

특정 프로젝트에 대해 동일한 공공서비스를 운영기간 동안 공급해야 하지만 그렇다고 해서 각 프로젝트에 대한 공공자본스톡의 규모가 동일할 필요는 없다. 그러나 분석을 단순화하기 위해 다음과 같이 가정한다.

〈가정 1〉 정부는 모든 프로젝트  $i$ 에 대해 매기 동일한 규모의 공공자본을 건설한다.  
 즉,  $G = G(i)$ .

여기서 공공자본스톡  $G$ 는 운영기간에 따라 감가상각되므로 동일한 수준의 공공서비스를 지속적으로 제공하기 위해서는 각 단계에서 투입되는 자본량과 노동량이 달라져야 한다. 식 (13)과 〈가정 1〉로부터 모든 프로젝트  $i$ 에 대해  $S = S(i)$ 가 성립함을 알 수 있다.

〈가정 2〉 정부는 매기 균형예산을 달성한다.

정부의 조세수입을  $T$ 로 나타내면 〈가정 2〉에 따라서 공공자본스톡의 건설과 공공서비스를 생산하는 정부의 예산제약은 다음과 같다.

$$C^c + C^o = T \quad (14)$$

여기서  $C^c$ 는 매기 신규 공공자본 건설에 사용되는 정부 총지출이고,  $C^o$ 는 매기 공공서비스 생산에 사용되는 정부 총지출이다. 정부는 수입 가운데 일부( $\mu$ )를 신규 공공자본 건설에 사용하고, 나머지  $(1 - \mu)$ 를 공공서비스 생산에 사용한다.

$$C^c = \mu T \quad (15)$$

$$C^o = (1 - \mu) T \quad (16)$$

#### 4. 일반균형분석

본 절에서는 자본의 가격과 임금이 모형 내에서 결정되는 일반균형분석을 통해 재정사업과 민간투자사업의 효과를 비교·분석하기 위한 틀을 제시한다.

##### 가. 자본–노동 비율

〈가정 3〉 모든 생산함수의 자본 기여도는 동일하다:  $a = b = z$ .

〈가정 3〉에 따라 공공자본스톡 생산함수와 공공서비스 생산함수, 그리고 최종재를 생

산하는 생산함수에서 자본의 기여도  $a$ ,  $b$ , 그리고  $z$ 가 모두 동일하므로 이를  $\alpha$ 라고 표현한다. 그러면 건설단계와 각 운영단계, 그리고 최종재화 생산에 투입되는 자본–노동 비율은 모두 동일해진다. 나아가 경제 전체의 자본–노동 비율  $k$ 와도 같아진다.

$$k = k_f = k_c = k_j \quad (17)$$

여기서  $k_f (= K_f / L_f)$ 는 최종재 생산에 투입되는 자본–노동 비율을 나타내고,  $k_c (= K_c / L_c)$ 는 건설단계에서 공공자본스톡  $G$ 를 생산하기 위해 투입되는 자본–노동 비율을 나타내며,  $k_j (= K_j / L_j)$ 는 운영단계  $j$ 에서 공공서비스  $S$ 를 생산하기 위해 투입되는 자본–노동 비율을 나타낸다.

#### 나. 조건부 요소수요함수와 비용함수

모든 생산부문에서 자본–노동 비율이 동일하므로 자본–노동 비율과 요소가격비율 사이의 관계식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{w}{r} = \frac{1-\alpha}{\alpha} k \quad (18)$$

최종재를 생산하는 기업의 자본 및 노동에 대한 한계생산은 각각 자본의 단위가격  $r$  및 임금  $w$ 와 일치한다.<sup>8</sup> 한편, 요소가격비율을 통해 건설단계와 운영단계의 조건부 요소수요함수를 찾을 수 있다.<sup>9</sup> 이로부터 공공자본스톡  $G$ 를 형성하는 데 필요한 최소비용  $C^c$ 와 공공서비스  $S$ 를 공급하는 데 필요한 최소비용  $C^o$ 를 구한다. 모든 운영단계에 대해서 다음이 성립한다.<sup>10</sup>

<sup>8</sup> 이자율  $r$ 은  $\alpha \chi k^{\alpha-1}$ 과 같고, 임금  $w$ 는  $(1-\alpha)\chi k^\alpha$ 와 같다.

<sup>9</sup> 건설단계에서 공공자본스톡  $G$ 에 대한 조건부 요소수요함수  $L_c$ 는  $L_c = A^{-1}[(1-\alpha)r/(\alpha w)]^\alpha G = k^{-\alpha}G/A$ ,  $K_c$ 는  $K_c = A^{-1}[\alpha w/((1-\alpha)r)]^{1-\alpha}G = k^{1-\alpha}G/A$ 이고, 각 운영단계  $j$ 에서 공공서비스  $S$ 에 대한 조건부 요소수요함수  $L_j$ 와  $K_j$ 는 각각  $L_j = k^{-\alpha}S/B_j$ ,  $K_j = k^{1-\alpha}S/B_j$ 와 같다. 균형에서 대표적 가계가 공공자본스톡의 건설에 투입하는 최적 시간과 각 운영단계에서 공공서비스 생산에 투입하는 최적 시간은 기업의 노동에 대한 요소수요함수와 동일하다. 대표적 가계가 공공자본스톡의 건설에 투입하는 최적 시간과 각 운영단계에서 공공서비스 생산에 투입하는 최적 시간을 각각  $\lambda_c$ 와  $\lambda_j$ 라고 쓴다면 노동 시장 균형조건은  $\lambda_c = k^{-\alpha}G/A$ 와  $\lambda_j = k^{-\alpha}S/B_j$ 로 주어진다.

<sup>10</sup>  $C^c = \phi G$ 이고, 식 (3)에서  $\phi = \frac{1}{A} \left( \frac{r}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{w}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}$ 이다. 식 (18)을 이용하면  $\phi = \frac{1}{A} k^{-\alpha} \left( \frac{w}{1-\alpha} \right)$ 이다. 최종재를 생산하는 기업의 이윤극대화조건으로부터  $w = (1-\alpha)\chi k^\alpha$ 이므로  $\phi = \frac{\chi}{A}$ 가 된다. 한편,

$$C^c = \frac{\chi}{A} G \quad (19)$$

$$C_j^o = \frac{\chi}{B_j} S \quad (20)$$

#### 다. 대표적 가계의 소득

모형의 대표적 가계는 한 단위의 노동을 비탄력적으로 공급하기 때문에 각 부문(건설부문,  $N$ 단계의 운영부문, 최종재부문)에 한 단위의 노동시간 중 일부를 배분하게 된다. 대표적 가계가 공공자본스톡의 건설에 투입하는 노동시간의 비율을  $\lambda_c$ , 각 운영단계에서 공공서비스 생산에 투입하는 노동시간의 비율을  $\lambda_j (j=1, \dots, N)$ , 최종재 생산에 배분하는 노동시간의 비율을  $\lambda_f$ 로 나타내면 대표적 가계의 시간 배분은 다음 제약식을 만족해야 한다.

$$\lambda_f + \lambda_c + \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad (21)$$

대표적 가계의 소득 가운데 최종재 생산으로부터 얻은 부분  $(1-\tau)(rK_f + wL_f)$ 은 식 (17)과 노동시장 균형조건  $L_f = \lambda_f$ 을 적용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(1-\tau)(rK_f + wL_f) = (1-\tau)\lambda_f(rk + w) \quad (22)$$

한편, 대표적 가계의 소득  $H$ 는 다음과 같다.<sup>11</sup>

$$H = (1 - \lambda_f)(rk + w) \quad (23)$$

공공자본스톡과 공공서비스 생산으로부터 발생한 소득에 대해서는 정부가 과세하지 않는다고 가정하였다. 이는 공공자본스톡과 공공서비스의 생산이 공공부문에 의해 수행

$C^o = \psi_j S^o$ 이고  $\psi_j$ 는  $\psi_j = \frac{1}{B_j} \left(\frac{r}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{w}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$  이므로 위와 같은 방법으로  $\psi_j = \frac{\chi}{B_j}$ 를 얻는다.

<sup>11</sup> 소득  $H$ 는 공공자본스톡 생산에 투입한 노동 및 자본으로부터 얻는 소득  $rK_c + wL_c$ 과 공공서비스 생산에 투입한 노동 및 자본으로부터 얻는 소득  $\Sigma_j(rK_j + wL_j)$ 으로 구분된다. 식 (17)과 노동시장 균형조건  $L_c = \lambda_c$ 와 각각의  $j$ 에 대해  $L_j = \lambda_j$ 를 사용하면  $rK_c + wL_c$ 는  $\lambda_c(rk + w)$ 와 같고,  $\Sigma_j(rK_j + wL_j)$ 는  $\Sigma_j \lambda_j(rk + w)$ 와 같음을 보일 수 있다. 이상의 결과와 대표적 가계의 시간제약으로부터 소득  $H$ 를 도출 할 수 있다.

되기 때문이다. 이상의 결과와 최종재를 생산하는 기업의 이윤극대화조건을 사용하면 대표적 가계의 소득  $(1-\tau)(rK_f + wL_f) + H$ 는  $(1-\tau\lambda_f)\chi k^\alpha$ 와 같다. 그리고 정부의 세수  $T$ 는  $\tau\lambda_f(rk + w)$ 이고  $\tau\lambda_f(rk + w)$ 는  $\tau Y$ 이므로 다음이 성립한다.

$$T = \tau Y \quad (24)$$

#### 라. 자원제약식과 요소 배분

대표적 경제주체의 시간제약하에서 노동시장 균형조건은 경제 전체의 자원제약식이 된다.<sup>12</sup>

$$Y + C^c + C^o = \chi k^\alpha \quad (25)$$

정부의 세수  $T (= C^c + C^o)$ 는  $\tau Y$ 와 같으므로 최종재 생산과 세수는 다음과 같다.

$$Y = \frac{1}{1+\tau} \chi k^\alpha \quad (26)$$

$$T = \frac{\tau}{1+\tau} \chi k^\alpha \quad (27)$$

따라서 최종재 생산에 투입하는 최적 시간  $\lambda_f$ , 공공자본스톡 건설에 투입하는 최적 시간  $\lambda_c$ , 그리고 공공서비스 생산에 투입하는 최적 시간  $\Sigma_j \lambda_j$ 는 정부의 정책변수들로 표현할 수 있다.

$$\lambda_c = \mu \frac{\tau}{1+\tau} \quad (28)$$

$$\sum_j \lambda_j = (1-\mu) \frac{\tau}{1+\tau} \quad (29)$$

$$\lambda_f = \frac{1}{1+\tau} \quad (30)$$

**12** 대표적 가계가 공공자본스톡 건설에 투입하는 최적 시간과 공공서비스 생산에 투입하는 최적 시간은 노동시장균형조건으로부터 찾을 수 있다. 공공자본스톡 건설에 투입하는 최적 시간  $\lambda_c$ , 운영단계  $j$ 에서 공공서비스 생산에 투입하는 최적 시간  $\lambda_j$ , 그리고 최종재 생산에 투입하는 최적 시간  $\lambda_f$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.  $\lambda_c = C^c / (\chi k^\alpha)$ ,  $\Sigma_j \lambda_j = C^o / (\chi k^\alpha)$ ,  $\lambda_f = Y / (\chi k^\alpha)$ .  $\lambda_c$ 와  $\lambda_j$ 의 경우 각각의 최소비용함수  $C^c$ 와  $C^o$ 로 치환한 것이며(각주 (9) 참고),  $\lambda_f$ 는 생산함수로부터 도출된다.

여기서 정부가 공공자본스톡 건설 및 공공서비스 생산에 사용하는 총비용  $C^c$ 와  $C^o$ 는 각각  $\mu T$ 와  $(1 - \mu)T$ 라는 사실을 이용하였다.<sup>13</sup>

대표적 가계의 노동공급을 1로 가정하였으므로 경제 전체의 자본–노동 비율  $k$ 는  $K$ 와 같다. 따라서 각 생산부문에 투입되는 자본의 비율이 노동시간에 비례한다는 사실을 알 수 있다. 최종재 생산에 투입되는 자본량  $K_f$ 는  $\lambda_f K$ 이고, 공공자본스톡 생산에 투입되는 자본량  $K_c$ 는  $\lambda_c K$ 이며, 운영단계  $j$ 에서 공공서비스 생산에 투입되는 자본량  $K_j$ 는  $\lambda_j K$ 이다.

### III. 재정사업

본 장에서는 정부가 직접 공공자본스톡을 건설하고 이로부터 공공서비스를 생산하여 공급하는 재정사업을 고찰한다.

#### 1. 공공자본스톡과 공공서비스 수준의 결정

정부는 조세수입  $T$  가운데 일정 비율  $\mu$ 를 매기 신규 공공자본스톡의 건설에 투입하고 나머지를 공공서비스 생산에 투입한다. 따라서 공공자본스톡 구입에 사용되는 정부지출, 공공서비스 구입에 사용되는 정부지출은 각각 다음과 같다.<sup>14</sup>

$$\mu T = \frac{\chi}{A} G \quad (31)$$

$$(1 - \mu)T = \frac{\chi}{B} G^{-\gamma} S \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^{-\gamma(j-1)} \quad (32)$$

따라서 재정사업하에서의 최적 공공자본스톡의 규모( $G^*$ )와 최적 공공서비스 수준( $S^*$ )은 다음과 같이 결정된다.

<sup>13</sup> 운영단계  $j$ 에서 공공서비스 생산에 투입되는 시간  $\lambda_j$ 는  $\lambda_j = \frac{(1-\delta)^{-\gamma(j-1)}}{\sum_\ell (1-\delta)^{-\gamma(\ell-1)}} (1-\mu) \frac{\tau}{1+\tau}$ .

<sup>14</sup> 식 (15)=식 (19), 식 (16)=식 (20)을 통해 얻을 수 있다.

$$G^* = \left( \frac{A}{\chi} \right) \mu T \quad (33)$$

$$S^* = \frac{BG^{*\gamma}}{\chi D} (1 - \mu) T \quad (34)$$

여기서  $D = \sum_{j=1}^N (1 - \delta)^{-\gamma(j-1)}$ 이다. 공공자본스톡의 규모와 공공서비스 수준을 결정하는 가장 중요한 요소는 기술수준  $A$ 와  $B$ 임을 알 수 있다. 최종재 생산의 기술수준으로 평가한 공공자본스톡 생산의 상대적 기술수준  $A/\chi$ 가 높을수록, 그리고 공공서비스 생산의 상대적 기술수준  $B/\chi$ 가 높을수록 동일한 정부 재정으로 더 많은 규모의 공공자본스톡과 공공서비스를 생산할 수 있다.<sup>15</sup>

## 2. 최적 재정정책

모든 프로젝트에 대해 각 단계에서 공급되는 공공서비스의 수준이 동일하므로 대표적 가계의 효용함수(식 (10))를 보다 단순하게 표현할 수 있다.

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \ln C_{f,t} + \theta N \ln S_t \} \quad (10a)$$

제약식은

$$C_{f,t} + I_t = \left( \frac{\chi}{1 + \tau} \right) K_t^\alpha \quad (11a)$$

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta_K) K_t \quad (12)$$

여기서  $k_t = K_t$ 를 이용하였다. 이하에서의 분석은 모형 경제의 정상상태에서 이루어 진다.

### 가. 자본의 감가상각률 $\delta_K$ 가 1일 때

가계가 보유하고 있는 자본스톡  $K$ 의 감가상각률을 1이라고 가정하면 대표적 가계의

---

<sup>15</sup> 각주 (10)에서  $\phi = \chi/A$ 임을 보였다. 공공자본스톡의 가격이 한계비용과 동일하므로  $\chi/A$ 는 곧 공공자본스톡의 가격이 된다. 동일하게  $j$ 번째 단계의 공공서비스 가격  $q_j$ 는  $\chi/B_j$ 이다.

$t$ 기 제약식은 다음과 같다.

$$C_{f,t} + K_{t+1} = \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K_t^\alpha \quad (11b)$$

최종재와 공공서비스의 소비에 대한 효용함수가 로그함수이고 생산기술이 콥-더글라스 생산함수이며 자본과 노동에 대한 세율이 동일할 때 자본의 감가상각률이 1이라면 대표적 가계의 최적 자본과 최적 소비는 다음과 같다.

$$K' = \beta\alpha \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K^\alpha \quad (35)$$

$$C_f = (1 - \beta\alpha) \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K^\alpha \quad (36)$$

시간을 나타내는 아래첨자는 생략했으며  $K'$ 은 다음 기 초의 자본스톡을 가리킨다. 정부의 재정수입  $T = \tau/(1+\tau)\chi K^\alpha$ 으로 정부의 공공자본스톡의 규모 및 매기 동일하게 공급되는 정부의 공공서비스 수준을  $(\tau, \mu, K)$ 의 함수로 찾을 수 있다.<sup>16</sup>

$$G^*(\tau, \mu, K) = A\mu \frac{\tau}{1+\tau} K^\alpha \quad (33a)$$

$$S^*(\tau, \mu, K) = \frac{A^\gamma B}{D} \mu^\gamma (1-\mu) \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right)^{1+\gamma} K^{(1+\gamma)\alpha} \quad (34a)$$

정부의 최적 재정정책에 대한 함의를 찾기 위하여 대표적 가계의 문제를 함수방정식(functional equation)의 형태로 표현한다. 이때 함수방정식도 정부의 정책변수  $\tau$ 와  $\mu$ , 그리고 자본스톡  $K$ 의 함수로 표현된다. 재정사업을 통해 공공서비스를 제공하는 정부의 문제는 정책변수  $\tau$ 와  $\mu$ 를 선택하여 대표적 가계의 가치함수를 극대화하는 것이다.

$$V(\tau, \mu, K) = \ln C_f + \theta N \ln S^*(\tau, \mu, K) + \beta V(\tau, \mu, K') \quad (37)$$

제약식은

**16**  $T = \tau Y$ 이고  $Y = \chi K^\alpha / (1+\tau)$ 라는 사실을 이용했다.

$$K' = \beta\alpha \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K^\alpha \quad (35)$$

$$C_f = (1 - \beta\alpha) \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K^\alpha \quad (36)$$

$$S^*(\tau, \mu, K) = \frac{A^\gamma B}{D} \mu^\gamma (1 - \mu) \left( \frac{\tau}{1 + \tau} \right)^{1+\gamma} K^{(1+\gamma)\alpha} \quad (34a)$$

대표적 가계에 의해 극대화된 가치함수  $V(\tau, \mu, K)$ 는 다음과 같은 형태로 표현된다.<sup>17</sup>

$$\begin{aligned} V(\gamma, \mu, K) = & \Delta + \frac{N\theta(1+\gamma)}{1-\beta} \ln(\gamma) - \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{(1+\beta)(1-\beta\alpha)} \ln(1+\gamma) \\ & + \frac{N\theta\gamma}{1-\beta} \ln(\mu) + \frac{N\theta}{1-\beta} \ln(1-\mu) + \alpha \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{1-\beta\alpha} \ln(K) \end{aligned} \quad (37a)$$

가치함수로부터 확인할 수 있는 사실은 정부의 정책변수  $\tau$ 와  $\mu$ 가 서로 독립적이라는 점이다. 가치함수를 극대화하는 세율  $\tau$ 와 공공자본스톡에 투입되는 비율  $\mu$ 의 조합은 다음과 같다.

$$\tau^* = \frac{(1-\beta\alpha)N\theta(1+\gamma)}{1+\beta\alpha N\theta(1+\gamma)} \quad (38)$$

$$\mu^* = \frac{\gamma}{1+\gamma} \quad (39)$$

가치함수를 극대화하는 최적 세율  $\tau^*$ 가 0과 1 사이의 값을 갖기 위해서는 다음의 조건이 성립해야 한다.

$$0 < \theta < \frac{1}{N(1-2\beta\alpha)(1+\gamma)} \quad (40)$$

최적 세율  $\tau^*$ 는 공공자본스톡의 기여도  $\gamma$ , 효용함수 가중치  $\theta$ , 그리고 공공자본스톡의 내구연한(또는 공공서비스의 종류)  $N$ 에 의해 결정된다. 최적 세율  $\tau^*$ 를 통해 알 수 있듯이  $\gamma$ ,  $\theta$ , 그리고  $N$ 이 커질수록 최적 세율도 상승한다. 한 단위의 공공자본스톡으로 보다 많은 공공서비스를 생산할 수 있다면 정부는 최적 세율을 높인다. 대표적 가계

17  $\Delta \equiv \frac{1}{1-\beta} \left\{ \ln(1-\beta\alpha)\chi + \beta\alpha \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{1-\beta\alpha} \ln(\beta\alpha\chi) + N\theta \ln(A^\gamma B) \right\} - \frac{N\theta}{1-\beta} \ln D$

가 공공서비스로부터 얻는 효용에 보다 큰 비중을 두게 된다면 정부는 최적 세율을 높인다. 마지막으로 공공자본스톡의 수명이 길어지거나 정부가 제공하는 공공서비스의 종류가 많아지면 최적 세율은 상승한다.

#### 나. 자본의 감가상각률 $\delta_K$ 가 1보다 작을 때

자본의 감가상각률  $\delta_K$ 가 1보다 작은 경우 대표적 가계의  $t$ 기 제약식은 다음과 같다.

$$C_{f,t} + K_{t+1} = \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K_t^\alpha + (1 - \delta_K) K_t \quad (11c)$$

정상상태에서의 자본스톡은 대표적 가계의 1계 조건(Euler equation)으로부터 얻을 수 있다.

$$K_{ss} = \left( \frac{\beta\alpha\chi}{(1+\tau)(1-\beta(1-\delta_K))} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (35a)$$

정상상태에서 대표적 가계 소비는

$$C_{ss} = \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K_{ss}^\alpha - \delta_K K_{ss} \quad (36a)$$

최적 재정정책은 다음을 만족시킨다.

$$(\tau, \mu) = \arg \max V(\tau, \mu) \quad (41)$$

여기서 가치함수는

$$V(\tau, \mu) = \ln C_{ss} + \theta N \ln S_{ss}^* (\tau, \mu) + \beta V(\tau, \mu) \quad (37b)$$

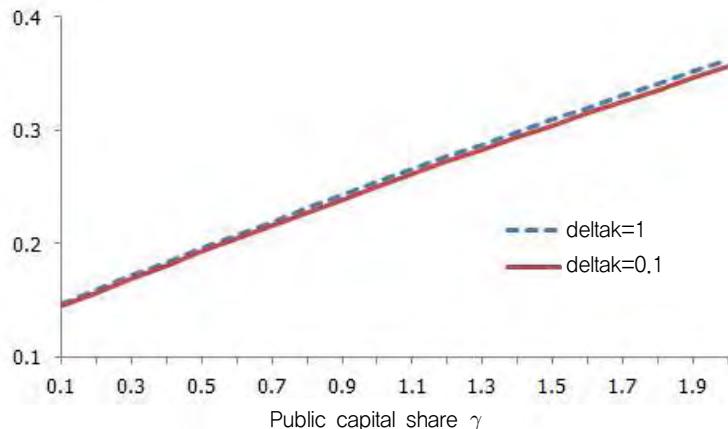
제약식은

$$K_{ss} = \left( \frac{\beta\alpha\chi}{(1+\tau)(1-\beta(1-\delta_K))} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (35a)$$

$$C_{ss} = \left( \frac{\chi}{1+\tau} \right) K_{ss}^\alpha - \delta_K K_{ss} \quad (36a)$$

$$S_{ss}^*(\tau, \mu) = \frac{A^\gamma B}{D} \mu^\gamma (1-\mu) \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right)^{1+\gamma} (K_{ss})^{(1+\gamma)\alpha} \quad (34a)$$

[Figure 1] Optimal Tax Rate



대표적 가계의 가치함수를 극대화하는 정책변수  $\tau$ 와  $\mu$ 의 조합은 수치분석(numerical analysis)을 통해 찾을 수 있다. 그런데 공공자본스톡에 투입되는 비율  $\mu$ 는 정부의 공공서비스 수준  $S_{ss}^*(\tau, \mu)$ 에만 나타나고 대표적 가계는 로그 효용함수를 갖기 때문에 자본스톡의 감가상각률  $\delta_K$ 와 관계없이 항상  $\mu^* = \gamma / (1 + \gamma)$ 가 된다는 것을 알 수 있다. 공공자본스톡의 기여도  $\gamma$ 에 따라 최적 세율을 계산한 결과는 [Figure 1]과 같다.<sup>18</sup> 정상 상태에 초점을 맞추고 있는 본 연구의 특성상 자본스톡의 감가상각률  $\delta_K$ 가 최적 세율에 미치는 영향은 크지 않다.

#### IV. 민간투자사업

본 장에서는 동일한 모든 사업들이 민간투자사업으로 수행될 경우의 공공서비스 수준과 대표적 가계의 후생수준을 평가한 뒤, 제Ⅲ장에서 논의한 재정사업하에서의 후생수준과 비교한다.

공공자본의 건설과 운영을 담당하는 민간사업자들에 대한 가정은 다음과 같다.

<sup>18</sup> 모든 생산함수의 기술수준은 1로 동일하고,  $N$ 은 20, 자본의 기여도  $\alpha$ 는 0.3, 공공자본스톡의 감가상각률  $\delta$ 는 0.1, 할인인자  $\beta$ 는 0.9709, 효용함수 파라미터  $\theta$ 는 0.01로 설정하여  $\gamma$ 가 1, 감가상각률  $\delta_K$ 가 0.1일 때 최적 세율이 25% 수준이 되도록 하였다.

〈가정 4〉 민간사업자는 차입계약에 직면하지 않고 자본시장으로부터 시장이자율로 차입하는 것이 용이하다.

현실적으로 정부가 재정사업을 통해 공공서비스를 제공하는 경우 그에 따른 비용은 국공채 발행을 통해 조달할 수 있다. 이 경우 정부의 국공채는 무위험자산이므로 민간사업자보다 낮은 금리로 자본을 조달할 수 있다. 따라서 민간사업자가 자본시장으로부터 정부와 동일한 금리로 차입한다는 가정은 현실과 차이가 있음을 밝혀 둔다.

## 1. 민간사업자가 제공하는 상대적 공공서비스 수준

민간사업자의 이윤함수를  $t$ 기 현재가치로 표현하면 다음과 같다.

$$\pi_t = \sum_{j=0}^N \left( \beta \frac{C_{f,t+j}}{C_{f,t+j+1}} \right)^j R - C_t^c - \sum_{j=1}^N \left( \beta \frac{C_{f,t+j}}{C_{f,t+j+1}} \right)^j C_{t+j,j}^o \quad (42)$$

여기서  $R$ 은  $N+1$ 기간 동안 매기 정부로부터 받는 임대료이다. 모든 공공서비스가 민간투자사업에 의해 추진된다고 할 때 한 기간에 발생하는 정부 임대료의 총합은  $R(N+1)$ 이 된다. 정부는 매기 균형예산을 달성해야 하므로 각 민간사업자에게 지급하는 임대료  $R$ 은 다음과 같다.

$$R = \frac{T}{N+1} \quad (43)$$

대표적 가계가 차입계약 문제에 직면하지 않았다면 기업의 할인율은 대표적 가계의 소비의 기간 간 한계대체율과 같다. 본 모형과 같이 성장하는 변수가 없는 경우 정상상태에서 기업의 할인율은  $\beta$ 와 같다. 자유진입조건을 가정하면 민간사업자의 현재가치로 나타낸 이윤은 0이 되므로 서비스 수준은 다음과 같이 결정된다.<sup>19</sup>

$$S = \left( \frac{B}{\chi \tilde{D}} \right) G^\gamma \left[ \frac{\tilde{\beta}}{N+1} T - \left( \frac{\chi}{A} \right) G \right] \quad (44)$$

여기서  $\tilde{\beta}$ 는  $\sum_{j=0}^N \beta^j \circ$ 이고,  $\tilde{D}$ 는  $\sum_{j=1}^N \beta^j (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}$ 이다. 여기서는 매기 정부가

<sup>19</sup> 민간사업자의 비용함수 식 (19)와 식 (20)을 민간사업자의 이윤함수에 대입하여 정리한 후 자유진입조건을 가정하면 서비스 수준을 도출할 수 있다.

지급하는 임대료  $R = T/(N+1)$ 을 사용하였다.

## 2. 민간투자사업하에서의 최적 재정정책

정부의 공공서비스가 민간투자사업에 의해 공급될 때 정부가 선택해야 하는 정책변수는 공공자본스톡 수준  $G$ 와 세율  $\tau$ 다. 이와 같은 정부의 문제는 두 단계로 나누어 볼 수 있다. 정부는 첫 번째 단계에서 세율  $\tau$ 가 주어졌을 때 공공서비스 수준  $S$ 를 극대화하는 공공자본스톡 수준을 선택한다. 따라서 최적 공공자본스톡 수준은 세율  $\tau$ 와 민간이 보유하고 있는 자본  $K$ 의 함수로 표현된다. 두 번째 단계에서는 대표적 가계의 효용을 극대화하는 세율  $\tau$ 를 선택한다.

### 가. 공공자본스톡의 선택

첫 번째 단계에서 정부의 문제는 민간사업자가 제공하는 공공서비스 수준(식 (44))을 극대화하는 공공자본스톡을 선택하는 것이다.<sup>20</sup> 최적 공공자본스톡  $\hat{G}$ 는

$$\hat{G} = \nu A \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right) K^\alpha \quad (45)$$

여기서  $\nu$ 는  $\tilde{\beta}/(N+1)$ 로서 1보다 작다.<sup>21</sup>

모든 공공서비스가 민간투자사업으로 추진될 때, 주어진 세율하에서 정부가 선택하는 최적 공공자본스톡의 수준  $\hat{G}$ 을 재정사업에서의 공공자본스톡 수준  $G^*$ (식 (33a))와 비교해 보자. 재정사업으로 추진될 때 공공자본스톡에 투입되는 정부의 최적 재정비율  $\mu^*$ 은  $\gamma/(1+\gamma)$ 와 같았다. 따라서 정부가 재정사업으로 추진할 때와 민간투자사업으로 추진할 때의 세율이 동일하고 민간자본스톡의 규모가 같다면,  $\nu$ 가 1보다 작기 때문에 민간투자사업으로 추진할 때의 공공자본스톡 규모가 더 작다는 사실을 알 수 있다.

최적 공공자본스톡 수준  $\hat{G}$ 이 결정되면 식 (44)로부터 가장 높은 수준의 공공서비스

**20**  $\left( \frac{B}{\chi D} \right) G^* \left[ \frac{\tilde{\beta}}{N+1} \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right) \chi K^\alpha - \left( \frac{\chi}{A} \right) G \right]$ 를 극대화하는  $G$ 를 선택하는 것이다. 여기서 정부의 조세수입  $T$ 가  $\tau/(1+\tau)\chi K^\alpha$ 와 같다는 것을 이용한다.

**21**  $\tilde{\beta} = \sum_{j=0}^N \beta^j < \sum_{j=0}^N (1)^j = N+1$

수준을 찾을 수 있다.

$$\hat{S} = \nu^{1+\gamma} \left( \frac{D}{\tilde{D}} \right) \frac{A^\gamma B}{D} \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right)^\gamma \left( \frac{1}{1+\gamma} \right) \left( \frac{\tau}{1+\tau} \right)^{1+\gamma} K^{(1+\gamma)\alpha} \quad (46)$$

재정사업과 민간투자사업의 두 제도하에서 정부의 세율  $\tau$ 가 동일하다고 가정해 보자.<sup>22</sup> 그러면 앞서 언급한 바와 같이  $\mu$ 는  $\gamma/(1+\gamma)$ 와 동일하므로  $\hat{S}$ 과  $S^*$ (재정사업으로 추진될 때의 공공서비스 수준)의 관계는 다음과 같다.

$$\hat{S} = \nu^{1+\gamma} \left( \frac{D}{\tilde{D}} \right) S^* = \left( \frac{\sum_{j=0}^N \beta^j}{N+1} \right)^{1+\gamma} \frac{\sum_{j=1}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}}{\sum_{j=1}^N \beta^j (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}} S^* \quad (46a)$$

따라서 민간투자사업으로 추진될 때 상대적 공공서비스 수준  $\hat{S}/S^*$ 는 대표적 가계의 할인인자  $\beta$ , 공공자본스톡의 감가상각률  $\delta$ , 공공서비스가 제공되는 기간  $N$ , 그리고 공공자본스톡의 공공서비스에 대한 기여도  $\gamma$ 에 의해 결정된다.

[Figure 2]와 [Figure 3]은 공공자본스톡의 기여도  $\gamma = 1$ , 공공자본스톡의 감가상각률  $\delta = 0.1$ , 대표적 가계의 할인인자  $\beta = 0.9709$ , 그리고 공공자본스톡의 내구연한  $N = 20$ 년을 기준으로 하여 각각의 파라미터들이 변할 때 민간투자사업의 상대적 공공서비스 수준의 변화를 보여준다.<sup>23</sup>

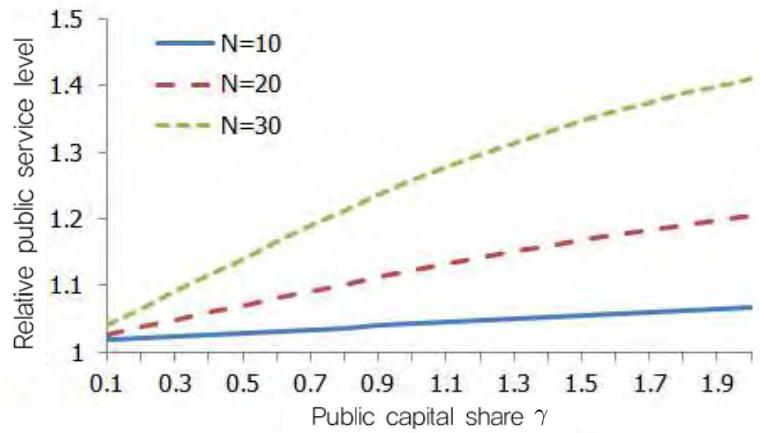
[Figure 2]는 자본스톡의 기여도  $\gamma$ 가 0.1에서 2 사이일 때 민간투자사업의 상대적 공공서비스 수준을 보여준다. 공공서비스 생산에서 공공자본스톡의 기여도가 0.5일 때 공공자본스톡의 내구연한이 10년이라면 민간투자사업의 공공서비스 수준은 재정사업보다 약 2.9%가량 높고 내구연한이 20년이라면 약 7.0%가량, 내구연한이 30년이라면 14.0% 가량 높다.

[Figure 3]은 공공자본스톡의 감가상각률  $\delta$ 가 1%에서 20% 사이일 때 민간투자사업의 상대적 공공서비스 수준을 보여준다. 공공자본스톡의 감가상각률이 10%일 때  $N = 10$ 이면 민간투자사업의 공공서비스 수준은 재정사업보다 약 4.2%가량 높고  $N = 20$ 이면 약 12.2%가량,  $N = 30$ 이면 25.7%가량 높다.

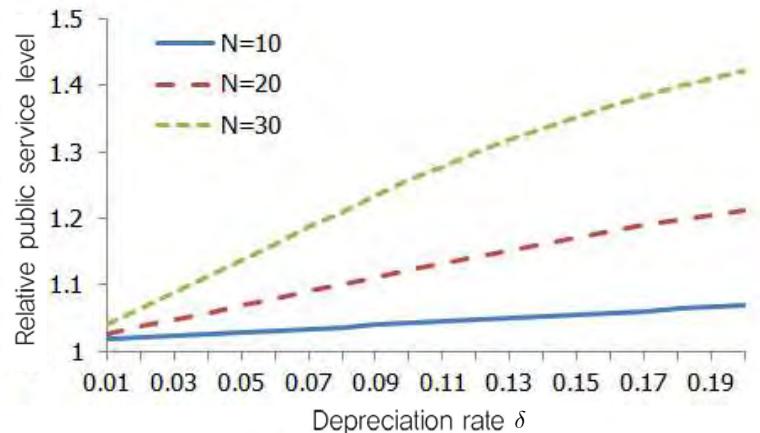
**22** 실제로 대표적 가계의 효용을 극대화하는 세율은 동일하다.

**23**  $\beta = 0.9709$ 는 연평균 실질이자율이 3%와 동일하다.

[Figure 2] Public Capital Share



[Figure 3] Depreciation Rate of Public Capital Stock



#### 나. 최적 세율의 선택( $\delta_K = 1$ )

정부는 두 번째 단계에서 대표적 가계의 소비와 최적 공공서비스 수준이 주어졌을 때 대표적 가계의 가치함수를 극대화하는 세율  $\tau$ 를 선택한다.

$$V(\tau, K) = \ln C_f + \theta N \ln S + \beta V(\tau, K') \quad (47)$$

여기서 대표적 가계의 민간자본스톡과 소비는 각각 식 (35), (36)과 같고 최적 공공서

비스 수준은  $\hat{G}$  와 같다. 재정사업에서와 마찬가지로 가치함수  $V(\tau, K)$ 는 정부의 정책 변수  $\tau$ 와 자본스톡  $K$ 의 함수로 표현된다.<sup>24</sup>

$$V(\tau, K) = \Gamma + \frac{N\theta(1+\gamma)}{1-\beta} \ln \tau - \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{(1-\beta)(1-\beta\alpha)} \ln(1+\tau) + \alpha \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{1-\beta\alpha} \ln K \quad (47a)$$

가치함수를 극대화하는 최적 세율은 재정사업으로 추진할 때와 동일하다.

$$\delta_K \text{가 } 1 \text{일 때 } \tau^* = \frac{(1-\beta\alpha)N\theta(1+\gamma)}{1+\beta\alpha N\theta(1+\gamma)} \quad (38)$$

재정사업과 민간투자사업의 차이는 공공서비스 수준의 차이를 통해 나타나지만 대표적 가계가 공공서비스 수준에 대해 로그 효용함수를 갖기 때문에  $\delta_K$ 가 1보다 작을 때에도 최적 세율에 대한 합의는 동일하다.

### 3. 재정사업과 민간투자사업의 후생 비교 및 논의

앞에서 재정사업과 민간투자사업에서의 대표적 가계의 가치함수를 살펴보았다. 재정사업의 경우 대표적 가계의 가치함수와 민간투자사업에서의 가치함수의 차이를 재정사업과 민간투자사업 사이의 후생수준 차이로 정의한다. 두 가치함수 식 (37a)와 식 (47a)의 차이는 다음과 같다.

$$\text{민자사업} - \text{재정사업} = \frac{N\theta}{1-\beta} \left\{ (1+\gamma) \ln \nu + \ln \left( \frac{D}{\tilde{D}} \right) \right\} > 0 \quad (48)$$

괄호 안의 값이 0보다 크다면 민간투자사업으로 추진할 때 대표적 가계의 후생이 더 크다고 할 수 있다. 그런데 앞서 논의한 바와 같이 적정한 범위의 모수값에서 민자사업은 보다 높은 후생을 보장할 수 있다.

**24**  $\Gamma = \frac{1}{1-\beta} \left\{ \ln(1-\beta\alpha)\chi + \beta\alpha \frac{1+N\theta(1+\gamma)}{1-\beta\alpha} \ln(\beta\alpha\chi) + N\theta \ln(A^\gamma B) \right\}$   
 $+ \frac{N\theta}{1-\beta} \left\{ \gamma \ln \left( \frac{\gamma}{1+\gamma} \right) + \ln \left( \frac{1}{1+\gamma} \right) + (1+\gamma) \ln \nu - \ln \tilde{D} \right\}$

## V. 민간투자사업 추진의 효과

본 장에서는 재정사업을 통해 공공서비스를 제공하던 정부가 일부 사업을 민간투자사업으로 전환할 때 모형 경제에 미치는 영향을 살펴본다. 특히 재정사업 가운데 일부를 민간투자사업으로 전환할 때 정부는 재정부담을 일부 덜 수 있고 그로 인해 절감된 재정을 민간투자사업자에게 지불할 비용, 즉 임대료로 간주한다는 점에서 김재형 외(2006)와 Maskin and Tirole(2008)의 논의와 일관성을 유지한다. 본 장에서는 민간투자사업으로의 전환을 통해 절감한 예산을 미래의 비용으로 고려하지 못할 경우 발생할 수 있는 문제를 논의한다.<sup>25</sup>

논의에 앞서 정부가 효과적으로 대응할 경우 예상되는 결과를 간략히 언급하고자 한다. 우선 정부가 모든 공공서비스를 재정사업을 통해 공급하고 있다고 가정해 보자. 매 시점마다 노후시설을 교체하기 위해 신규투자를 시행해야 하는데, 그 비용은  $T\gamma/(1+\gamma)$ 와 같다. 한편, 해당 사업을 민간투자사업으로 추진한다면 민간투자사업자에게  $N+1$ 기간 동안 임대료  $R$ 을 지급하는 내용의 계약을 체결해야 하는데, 이때 임대료 수준은  $T/(N+1)$ 이다. 공공자본스톡의 공공서비스 기여도  $\gamma$ 가 지나치게 작지 않다면 정부가 민간사업자에게 지불해야 하는 임대료 수준은 정부가 공공자본스톡 건설에 사용하는 비용보다 작다.

정부가 내구연한이 도래한 노후시설을 민간투자사업을 통해 신축하여 공공서비스를 공급하려 한다면 당해 예산을 절감할 수 있을 뿐 아니라 민간에 공급되는 공공서비스 수준도 향상시킬 수 있다. 그러나 정부는 일정 기간 민간사업자에게 임대료를 지불해야 하므로 미래에 발생할 비용에 대한 준비를 반드시 해야 한다. 정부가 먼 미래에 발생할 비용을 예상하여 합리적으로 대응한다면 재정사업을 민간투자사업으로 전환할 때 예산 절감과 함께 더 높은 공공서비스를 민간에 제공함으로써 민간의 효용을 증대시킬 수 있다. 그러나 근시안적인 대응은 앞으로 살펴볼 문제들을 야기할 수 있다.

---

**25** 김재형 외(2006)에서 논의한 외부효과, 즉 민간투자사업을 통해 절감한 예산을 보다 생산적인 곳에 투자하여 경제 전체의 총생산을 높이는 효과는 고려하지 않는다.

## 1. 일정 비율의 프로젝트가 민간투자사업으로 추진되는 경우

정부가 재정사업 가운데 일부를 민간투자사업으로 전환하는 경우를 살펴본다. 재정사업에 의해 공급되던 공공서비스 가운데 일부 시설이 노후되어 신규투자가 필요하다고 해보자. 이러한 시설에 대한 신규투자를 민간투자사업으로 추진할 경우 앞 장에서 살펴본 바와 같이 정부는 예산 일부를 절감할 수 있다. 그런데 정부가 미래에 민간투자사업자에게 지불할 비용을 고려하지 않고 현재 절감한 예산을 모두 사용하여 민간투자사업에 투자하는 경우를 살펴본다. 본 절에서는 이와 같은 경우를 ‘근시안적(myopic) 민간투자사업의 확대’라고 부른다.

정부는  $N$ 개의 공공서비스를 재정사업을 통해 공급하고 있다. 어느  $t$ 기에 기존 공공자본스톡 가운데 하나를 새로 교체해야 하는데 이를 민간투자사업으로 추진하려 한다. 만약 공공자본스톡을 재정사업으로 추진한다면  $\mu T$ 의 재정을 투입해야 한다.

〈가정 5〉 정부는 신규 공공자본스톡 건설사업에 투입될 모든 예산을 민간투자사업에 투입한다. 따라서  $N+1$ 기간 동안 매기 민간투자사업에 지출해야 하는 임대료는  $\mu T$ 와 같다.

정부의 임대료  $R$ 이 주어졌을 때 식 (44)로부터 서비스 수준을 극대화하는 민간투자사업자의 공공자본스톡 규모를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{G}(R) = \tilde{\beta} \left( \frac{A}{\chi} \right) \mu R \quad (49)$$

여기서  $\mu$ 는  $\gamma/(1+\gamma)$ 이므로  $\gamma$ 가 증가하면 재정사업에서 자본스톡 건설에 투입되는 재정비율이 상승한다. 따라서 정부가 민간투자사업을 시행할 때 민간사업자에게 지불하는 임대료 수준이 높아져  $\hat{G}$ 은 증가한다.

민간투자사업이 완전경쟁적이고 진입이 자유롭기 때문에 주어진 임대료 수입에서  $\hat{G}(R)$ 이 결정되면 민간투자사업자가 민간에 공급할 공공서비스 수준도 결정된다.

$$\hat{S}(R) = \tilde{\beta} \left( \frac{B\hat{G}^\gamma}{\chi D} \right) (1 - \mu) R \quad (50)$$

여기서  $\hat{S}(R)$ 은  $\hat{G}(R)$ 과 달리  $\gamma$ 가 증가하면 감소함을 확인할 수 있다.

$t+1$ 기에  $\mu T$ 는 임대료의 형태로 민간투자사업자에게 지급되므로 나머지  $(1-\mu)T$  가운데 일부를 재정사업의 신규 공공자본스톡 건설에 투입하고 나머지를 재정사업의 공공서비스 공급에 투입한다. 신규 공공자본스톡 건설에 투입되는 재정비율을  $g$ 로 나타내면 정부의 공공자본스톡 수준은  $G^*$ (식 (33))를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G = \left( \frac{A}{\chi} \right) g (1 - \mu) T \quad (51)$$

경제 전체에 모두  $N-1$ 개의 재정사업이 추진되고 있다고 하자.  $t$ 기에 새로운 공공자본스톡의 건설은 민간투자사업으로 추진되므로 가장 최근에 건설된 공공자본스톡은  $t-1$ 기에 건설된 것이다. 따라서 정부가 지출해야 하는 총운영비용은  $j=2$ 부터  $N$ 까지의 운영비용의 합이 된다.<sup>26</sup> 그리고 총운영비용은 정부의 지출규모  $(1-g)(1-\mu)T$ 와 같아야 한다. 따라서  $t+1$ 기의  $N-1$ 개 재정사업의 공공서비스 수준을 찾으면 다음과 같다.

$$S(1) = \frac{BG^\gamma}{\chi \sum_{j=2}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}} (1-g)(1-\mu) T \quad (52)$$

여기서  $S(1)$ 은 전체  $N$ 개의 프로젝트 가운데 1개의 프로젝트가 민간투자사업으로 추진될 때 한 기간 후 재정사업의 공공서비스 수준을 나타낸다.  $S(h)$ 는 1개의 프로젝트가 민간투자사업으로 추진되었을 때  $h$ 기간 후 정부가 민간에 제공하는 공공서비스 수준을 가리킨다고 정의한다.

앞서 논의한 바와 같이 최적 재정정책의 함의를 찾기 위해서는 대표적 가계의 가치함수를 극대화시키는  $g$ 를 찾아야 한다. 그러나 본 절에서는 다음과 같은 가정을 통해 문제를 단순화하고자 한다.

〈가정 6〉 정부는 재정사업으로 추진할 때의 공공자본스톡의 규모  $G^*$ 를 계속해서 건설한다. 즉, 신규 공공자본스톡 건설에 투입되는 재정비율  $g$ 는  $\gamma$ 와 같다.

**26** 재정사업의 공공자본스톡 규모가  $G$ 일 때  $j$ 번째 운영단계에서 공공서비스 수준  $S$ 를 공급하기 위한 운영비용은 식 (20)을 이용해서  $(\chi/B)(1-\delta)^{-\gamma(j-1)}G^{-\gamma}S$ 라고 나타낼 수 있다. 그러면  $j=2$ 부터  $N$ 까지의 운영비용의 합은  $\left(\frac{\chi}{B}\right)G^{-\gamma}S\sum_{j=2}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}$ 과 같다.

재정사업하에서 최적 공공자본스톡  $G^* \left(= \frac{A}{\chi} \mu T\right)$ 와 식 (51)을 비교하면  $g(1 - \mu) = \mu$  가 만족되어야 함을 알 수 있다. 그런데 최적 재정정책  $\mu^* = \gamma / (1 + \gamma)$  이므로 조건  $g = \gamma$ 는 자연스럽게 충족된다. 그러면 민간투자사업 추진 이후 첫 번째 기간의  $N - 1$  개 재정사업의 공공서비스 수준  $S(1)$ 은 다음과 같다.

$$S(1) = \frac{BG^{*\gamma}}{\chi(D-1)} (1-\gamma)(1-\mu) T \quad (52a)$$

지금까지 어떤 프로젝트가  $t$ 기에 민간투자사업으로 추진될 때  $t+1$ 기의 재정사업의 공공서비스 수준에 대해 논의하였다. 이제 이러한 논의를 일반화시켜서 어떤 프로젝트가  $t$ 기에 민간투자사업으로 추진되고 정부는  $t+1$ 기부터 신규 공공자본스톡 건설에  $g (= \gamma)$  의 재정을 투입한다면  $t+h$ 에 공급되는 재정사업의 공공서비스 수준은 다음과 같다.

$$S(h) = \frac{BG^{*\gamma}}{\chi \{D - (1-\delta)^{-\gamma(h-1)}\}} (1-\gamma)(1-\mu) T \quad (52b)$$

여기서  $h = 1, \dots, N$ 이고,  $S(h)$ 는  $\gamma$ 의 증가함수이다.

대표적 가계가 정부의 공공서비스 공급으로부터 얻는 효용은 시간에 따라 변화한다.  $t$ 기에는 모든 공공서비스가 재정사업을 통해 공급되기 때문에 대표적 가계가 공공서비스로부터 얻는 효용은  $N \ln S^*$ 과 같다.<sup>27</sup>  $t+1$ 기에는  $N-1$ 개의 공공서비스가 재정사업을 통해 공급되고 1개의 공공서비스는 민간투자사업을 통해 공급된다. 그러면 대표적 가계가 공공서비스로부터 얻는 효용은  $(N-1) \ln S(1) + \ln \hat{S}$ 이다. 따라서 각각의 서비스 수준  $\hat{S}$ 과  $S(1)$ 은 각각 식 (50)과 식 (52a)와 같다.  $t+h$ 에 대표적 가계가 공공서비스로부터 얻는 효용은  $(N-1) \ln S(h) + \ln \hat{S}$ 가 된다. 여기서  $h$ 는 1부터  $N$ 까지의 값을 갖는다.

### 가. 재정사업과 대표적 가계의 효용

$N$ 기간 동안 모든 공공서비스가 재정사업에 의해 추진될 때의 대표적 가계의 효용과 전체 프로젝트 가운데  $1/N$ 의 프로젝트만 민간투자사업으로 추진될 때의 대표적 가계

---

<sup>27</sup> 민간자본스톡  $K$ 가 정상상태 수준에 있다고 가정한다. 민간자본스톡이 정상상태 수준에 있다면 정부의 조세수입  $T$ 는 시간에 대해 불변이다.

의 효용을 비교한다. 우선 민간자본스톡의 규모  $K$ 는 정상상태 수준에 있다고 가정하고  $K$ 의 운동법칙으로부터 정상상태에서의  $K$ 와 정상상태에서의 민간소비를 구한다.

$$K_{ss} = \left( \frac{\beta\alpha\chi}{(1+\tau)(1-\beta(1-\delta_K))} \right)^{1/(1-\alpha)} \quad (35a)$$

$$C_{ss} = \frac{(1-\beta\alpha)\chi}{1+\tau} K_{ss}^\alpha - \delta_K K_{ss} \quad (36a)$$

정상상태에서 재정사업의 경우 정부의 조세수입은  $T = \tau/(1+\tau)\chi K_{ss}^\alpha$  이다. 공공자본스톡의 규모, 공공서비스 수준, 정부의 최적 재정정책  $\tau$  및  $\mu$ 가 주어지면  $N+1$ 기간 동안 대표적 가계가 얻는 효용  $U^*$ 는 다음과 같다.

$$U^* = \frac{1-\beta^{N+1}}{1-\beta} (\ln C_{ss} + N\theta \ln S^*) \quad (53)$$

#### 나. 민간투자사업과 대표적 가계의 효용

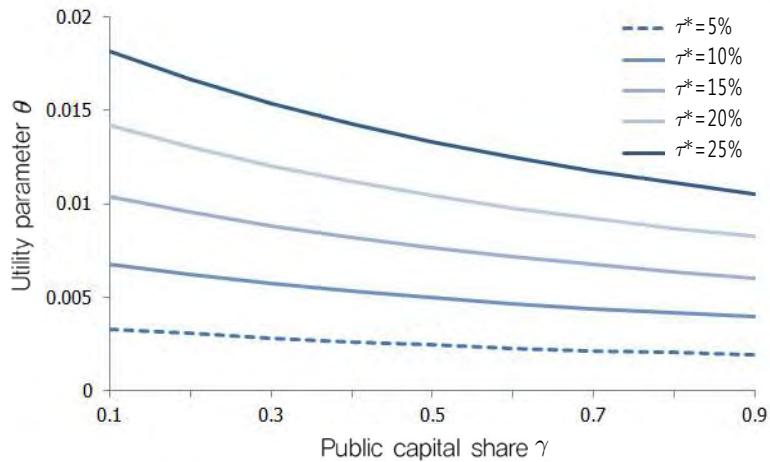
전체 프로젝트 가운데 한 개의 프로젝트가 민간투자사업으로 추진될 때의 대표적 가계의 효용을 계산한다. 한 개의 프로젝트가  $t+1$ 기에 민간투자사업으로 추진된다면 해당 프로젝트로부터 대표적 가계가 얻는 공공서비스에 대한 효용수준은  $\ln \hat{S}$ 과 같다. 그리고 여타 프로젝트는 재정사업으로 추진되므로 그에 따른 효용수준은  $\ln S(h)$ 와 같다. 정부의 정책변수  $\tau$ 와  $\mu$ 는 전과 동일하므로 대표적 가계의  $N+1$ 기간 효용을  $\hat{U}$ 이라고 하면 다음과 같다.

$$\hat{U} = \ln C_{ss} + N\theta \ln S^* + \sum_{h=1}^N \beta^h \{ \ln C_{ss} + \theta(N-1) \ln S(h) + \theta \ln \hat{S} \} \quad (54)$$

#### 다. 정량분석을 통한 효용수준의 비교

모든 프로젝트가 재정사업으로 추진되는 경우  $N+1$ 기간 동안 대표적 가계가 얻는 효용은  $U^*$ 와 같다. 한편, 한 개의 프로젝트만 민간투자사업으로 추진되고 정부가 절감한 예산 전부를 민간투자사업의 임대료로 사용하는 경우  $N+1$ 기간 동안 대표적 가계가 얻는 효용은  $\hat{U}$ 과 같다.

[Figure 4] Weight Parameter of Utility Function,  $\theta$



공공자본스톡이 공공서비스를 생산하는 데 어느 정도 기여하는가를 보여주는 파라미터  $\gamma$ 에 따라 효용이 변화할 수 있음을 고려하여  $\gamma$ 에 따른 효용 차이를 분석한다. 우선 파라미터  $\gamma$ 가 증가할 때 최적 세율이 각각 5%, 10%, 15%, 20%, 25%가 되기 위한 효용 함수의 가중치  $\theta$ 는 [Figure 4]와 같이  $\gamma$ 가 증가할수록 감소한다.

이러한 효용수준의 비교는 파라미터 값의 차이에 크게 의존하게 된다. 우선 기술수준을 나타내는 파라미터  $A$ ,  $B$ , 그리고  $\chi$ 는 모두 1로 동일하다고 가정하여 부문 간 기술 수준의 차이는 고려하지 않는다. 대표적 가계의 할인인자는 0.9709로 둔다. 생산함수의 자본의 기여도  $\alpha$ 는 0.3, 공공자본스톡의 수명은 20년, 연평균 감가상각률은 10%로 가정하였다. 따라서 결정되어야 하는 중요한 파라미터로 공공자본스톡의 기여도  $\gamma$ 와 대표적 가계의 공공서비스에 대한 효용함수 가중치  $\theta$ 가 있다.

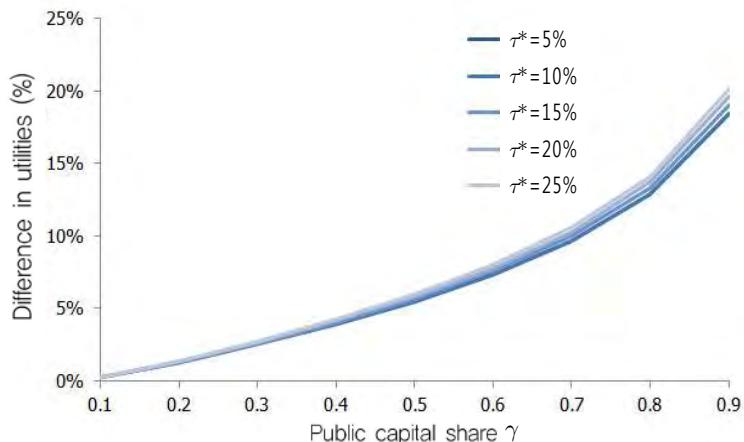
우선 적절한  $\theta$ 를 선택하는 것은 불가능하다. 따라서 모형 경제의 최적 세율이 5~25%가 되도록 효용함수의 가중치  $\theta$ 를 선택한다. 그런데 최적 세율이  $\gamma$ 에 의존하기 때문에 최적 세율  $\tau^*$ 가 10% 수준이라고 할지라도  $\gamma$ 가 변한다면 효용함수의 가중치  $\theta$ 도 함께 변한다. 따라서  $\gamma$ 와  $\tau^*$ 가 일정한 값을 가질 때 이를 만족하는  $\theta$ 를 선택하도록 한다. 예컨대  $\gamma$ 가 0.5, 최적 세율이 10%일 때 효용함수의 가중치  $\theta$ 는 0.0049이다. 설정된 파라미터는 <Table 1>에 요약되어 있다.

각각의  $\gamma$ 와 최적 세율  $\tau^*$ 의 조합에 대응하는 효용함수의 가중치  $\theta(\gamma, \tau^*)$ 를 찾은 뒤 두 제도하에서 대표적 가계가  $N+1$ 기간 동안 얻는 효용의 퍼센트 차이를 계산하였다.

〈표 1〉 Parameter Values

Parameters	Description	Values
$A$	Level of productivity of the public capital production function	1
$B$	Level of productivity of the public service production function	1
$\chi$	Level of productivity of the final goods production function	1
$\beta$	Discount factor	0.9709
$\alpha$	Capital share of production	0.3
$N$	Service life for public capital stock	20
$\delta, \delta_K$	Depreciation rates (public capital and private capital stocks)	0.1
$\tau^*$	Optimal tax rate	0.05~0.25

[Figure 5] Differences in Utilities (%)



효용의 퍼센트 차이는 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{U^* - \hat{U}}{|U^*|} \quad (55)$$

위 식을 사용하여 효용의 퍼센트 차이를 계산한 결과는 [Figure 5]와 같다. 공공자본 스톡의 공공서비스 생산 기여도  $\gamma$ 가 0과 1 사이의 값을 갖는다면 재정사업으로부터 공공서비스를 공급받을 때 대표적 가계가 얻는 효용이 더 크다는 사실을 확인할 수 있다. 이러한 현상이 나타나는 이유는 미래에 발생할 비용을 고려하지 못한 채 민간투자사업을 추진할 경우 나머지 재정사업에 대한 재정 압박으로 인해 정부는 공공서비스 공급을

줄일 수밖에 없기 때문이다.  $\gamma$ 가 0.1일 때 추진된 민간투자사업은 대표적 가계의 효용을 0.26~0.28%가량 감소시키고,  $\gamma$ 가 0.5일 때는 5.5~6.0%가량 감소시키는 것으로 나타났다. 정부의 근시안적인 민간투자사업 확대는 단기적으로 국민경제의 효용수준을 감소시킬 수 있다. 만일 공공서비스로부터 얻는 효용수준에 보다 높은 가치를 부여할 경우  $\theta$ 가 상대적으로 증가하기 때문에 최적 세율이 상승하여 효용수준의 감소는 보다 크게 나타난다.

## 2. 민간투자사업으로의 전환과 적절한 대안

지금까지 정부가 재정사업 가운데 일부를 민간투자사업으로 전환하는 경우를 살펴보았다. 미래에 민간투자사업자에게 지불할 비용을 고려하지 않고 현재 절감한 예산을 모두 민간투자사업에 사용할 경우 대표적 가계의 효용은 크게 감소한다. 본 절에서는 이러한 민간투자사업의 확대로 발생한 국가경제의 후생 감소를 완화시킬 수 있는 여러 가지 대안 가운데 하나를 논의한다.

앞 절에서는 전체  $N$ 개의 사업 가운데 한 개의 사업을 민간투자사업으로 전환하였다. 여기서 매기 민간투자사업자에게 지급하는 임대료는  $\mu T$ 이고, 신규 공공자본스톡 건설 규모는 앞서 제시한 재정사업에서의 최적 공공자본스톡의 규모이다. 따라서 민간투자사업의 확대는 정부의 재정 압박을 야기하여 기존 재정사업의 공공서비스 수준을 떨어뜨리는 효과를 발생시켰다.

본 절에서는 기존의 재정사업을 단계적으로 민간투자사업으로 전환하는 경우를 살펴본다. 앞 절과 동일하게 어떤 시점  $t$ 에서 정부는 매기  $\mu T$ 의 임대료를 지급하기로 약속하고 한 개의 사업을 민간투자사업으로 전환한다. 그러나 정부는  $t+1$ 기가 되었을 때  $t$ 기에 수행된 민간투자사업이 다소 규모가 컸음을 인식하고  $t+1$  시점부터는 민간투자사업의 규모를 축소한다. 이때 정부는 민자사업을 어느 정도까지 축소할 것인가 하는 문제에 직면하게 된다. 논의를 간단하게 전개하기 위해 다음과 같은 가정을 추가한다.

〈가정 7〉 정부는 기존에 추진되고 있는 여타 재정사업의 공공서비스 수준을 동일하게 유지한다.

〈가정 7〉에 따라서  $t+1$ 기 민간투자사업의 규모를 결정하는 문제는 다음과 같다. 정

부는  $t+1$ 기 현재  $N-1$ 개의 재정사업과 지난  $t$ 기에 체결한 한 개의 민간투자사업을 추진하고 있다. 재정수입 가운데  $\mu T$ 를 민간투자사업자에게 지급해야 하므로  $(1-\mu)T$ 를 사용하여  $N-1$ 개의 기존 공공자본스톡으로부터 공공서비스를 제공함과 동시에 새로운 민간투자사업을 추진한다. 기존  $N-1$ 개의 재정사업에 투입하는 정부 재정비율을  $f_1$ 이라고 하면 그 계산식은 다음과 같다.<sup>28</sup>

$$f_1 = \frac{\sum_{j=2}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}}{\sum_{j=1}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}} = \frac{D-1}{D} \quad (56)$$

그리면  $1-f_1 (=1/D)$ 은  $t+1$ 기에 새로 추진되는 민간투자사업에 배분되는 재정비율이다.  $t+1$ 기의 정부지출을 요약하면 다음과 같다.  $t$ 기에 계약이 체결된 민자사업 임대료  $\mu T$ ,  $t+1$ 기에 계약이 체결된 신규 민자사업 임대료  $(1-f_1)(1-\mu)T$ , 그리고  $N-1$ 개의 재정사업  $f_1(1-\mu)T$ 이다.

$t$ 기에 정부와 임대료  $\mu T$ 의 민간투자사업 계약을 체결한 사업자는  $t+1$ 기에 식 (50)을 따라서 공공서비스  $\hat{S}(t+1)$ 을 제공하고  $t$ 기에 건설하는 공공자본스톡  $\hat{G}(t)$ 는 식 (49)와 같다.

$$\hat{S}(t+1) = \tilde{\beta} \left( \frac{B\hat{G}(t)^\gamma}{\chi \tilde{D}} \right) (1-\mu)\mu T \quad (57)$$

$$\hat{G}(t) = \tilde{\beta} \left( \frac{A}{\chi} \right) \mu^2 T \quad (58)$$

$t+2$ 기에는  $N-2$ 개의 재정사업과 두 개의 민간투자사업이 추진된다. 두 개의 민간투자사업 가운데 하나는  $t$ 기에 시작되었고 나머지 하나는  $t+1$ 기에 시작되었다.  $t$ 기에 시작된 민간투자사업에 대한 임대료를  $R(t)$ 라고 하면  $R(t)=\mu T$ 와 같고,  $t+1$ 기에 시작된 민간투자사업에 대한 임대료를  $R(t+1)$ 이라고 하면  $R(t+1)=(1-f_1)(1-\mu)T$

**28**  $S=S^*$ 이고  $G=G^*$ 일 때  $j=2$ 부터  $N$ 까지의 운영비용의 합  $\left(\frac{\chi}{B}\right) G^{-\gamma} S \sum_{j=2}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}$ 은 정부의 재정지출  $f_1(1-\mu)T$ 와 같아야 한다. 일정 비율의 프로젝트가 민간투자사업으로 추진되는 경우 재정사업에서의 공공자본스톡의 규모는  $G^*$ 로 동일하지만 공공서비스 공급수준  $S$ 는  $S^*$ 와 다르다. 그러나 단계적으로 민간투자사업으로의 전환이 발생하는 본 절에서는 나머지 재정사업의 경우 공공자본스톡은  $G^*$ , 공공서비스 수준은  $S^*$ 라고 가정한다.

와 같다.

$t+2$  기까지 사용되고 소멸될 프로젝트에 대한 공공자본스톡의 건설 및 향후 공공서비스 공급을 민간투자사업으로 대체한다. 현재 두 개의 민간투자사업이 진행되고 있으므로 재정수입 가운데 임대료를 제외한 가용 재정은  $f_1(1-\mu)T$ 와 같다.  $N-2$  개의 재정사업에 투입되는 재정비율을  $f_2$ 라고 하면  $f_2$ 도  $f_1$ 과 같은 방식으로 도출할 수 있다.<sup>29</sup>

이와 같은 방식으로 정부가 기존 재정사업을 민간투자사업으로 계속해서 대체하는 경우  $t+h$  시점에서 정부지출은 다음과 같이 구성될 것이다.  $t$ 기에 계약이 체결된 민자사업 임대료  $\mu T$ ,  $t+1$ 기에 계약이 체결된 신규 민자사업 임대료  $(1-f_1)(1-\mu)T$ , ...,  $t+h$ 기에 계약이 체결된 신규 민자사업 임대료  $(1-f_h)f_{h-1} \cdots f_1(1-\mu)T$ , 그리고  $N-h$ 개의 재정사업  $f_h f_{h-1} \cdots f_2 f_1(1-\mu)T$ 이다.

그리고  $t+h$  시점에서 재정사업에 투입되는 재정비율  $f_h$ 는 다음과 같다.

$$f_h = \frac{\sum_{j=h+1}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}}{\sum_{j=h}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}} \quad (56a)$$

$t+h-1$ 기에 정부와 임대료  $(1-f_{h-1})f_{h-2} \cdots f_1(1-\mu)T$ 의 민간투자사업 계약을 체결한 사업자는  $t+h$ 기에 식 (50)을 따라서 공공서비스  $\hat{S}(t+h)$ 를 제공하고,  $t+h-1$ 기에 건설하는 공공자본스톡  $\hat{G}(t+h-1)$ 은 식 (49)와 같다.

$$\hat{S}(t+h) = \tilde{\beta} \left( \frac{B\hat{G}(t+h-1)^\gamma}{\chi \tilde{D}} \right) (1-\mu)(1-f_{h-1})f_{h-2} \cdots f_1(1-\mu)T \quad (57a)$$

$$\hat{G}(t+h-1) = \tilde{\beta} \left( \frac{A}{\chi} \right) \mu (1-f_{h-1})f_{h-2} \cdots f_1(1-\mu)T \quad (58a)$$

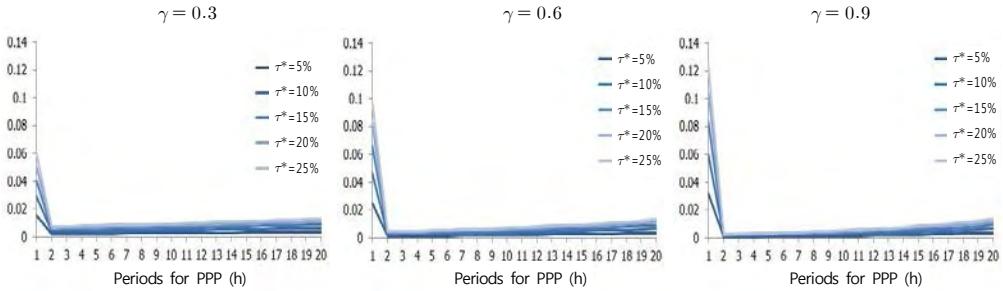
이어서  $h+1$ 기간 동안 모든 공공서비스가 재정사업에 의해 추진될 때의 대표적 가계의 효용과 재정사업으로 추진되던 공공프로젝트들이  $h+1$ 기간 동안 단계적으로 민간투자사업으로 전환될 때의 대표적 가계의 효용을 비교한다.

먼저  $h+1$ 기간 동안 모든 공공서비스가 재정사업에 의해 추진될 때의 대표적 가계의

---

29  $S=S^*$ 이고  $G=G^*$ 일 때  $j=3$ 부터  $N$ 까지의 운영비용의 합  $\left(\frac{\chi}{B}\right)G^{-\gamma}S\sum_{j=3}^N (1-\delta)^{-\gamma(j-1)}$ 은 정부의 재정지출  $f_2 f_1(1-\mu)T$ 와 같아야 한다.

[Figure 6] Level of PPP Rents



효용은 식 (53)과 동일하다.<sup>30</sup>

$$U^* = \frac{1 - \beta^{h+1}}{1 - \beta} (\ln C_{ss} + N\theta \ln S^*) \quad (53a)$$

한편, 단계적인 민간투자사업으로의 전환의 경우 재정사업에 의한 공공서비스 효용은 변하지 않지만 새롭게 시작되는 민간투자사업에 의해 공급되는 공공서비스 효용은 변한다. 재정사업으로 추진되던 공공프로젝트들이  $h+1$ 기간 동안 단계적으로 민간투자사업으로 전환될 때의 대표적 가계의 효용을 표현하면 다음과 같다.

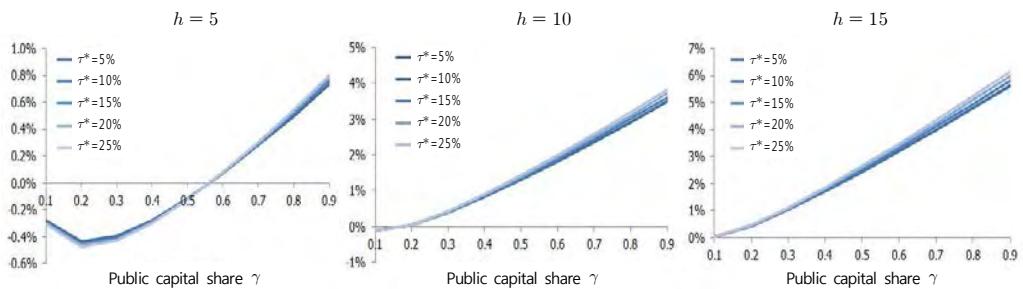
$$\widehat{U} = \ln C_{ss} + N\theta \ln S^* + \sum_{j=1}^h \beta^j \left\{ \ln C_{ss} + (N-j)\theta \ln S^* + \theta \sum_{i=1}^j \ln \widehat{S}(i) \right\} \quad (54)$$

효용의 퍼센트 비교는 식 (55)를 이용하였고, 모형의 파라미터는 <Table 1>과 동일하다. 앞 절에서의 분석과 같이  $\gamma$ 와 최적 세율  $\tau^*$ 의 조합에 대응하는 효용함수 기중치  $\theta$ 를 선택한다. 먼저 민간투자사업 확대기간  $h$ 가 변할 때 매기 정부가 체결한 민간투자사업의  $\gamma$ 에 따른 임대료 수준을 살펴보면 [Figure 6]과 같다.

미래에 민간투자사업자에게 지불할 비용을 고려하지 않고 현재 절감한 예산을 모두 민간투자사업에 사용하는 경우 정부가 민간투자사업자에게 지급하는 임대료는  $\mu T$ 이다.  $\gamma$ 가 0.9,  $\tau^*$ 가 10%일 때 주어진 파라미터 값에서 매년 정부가 지급해야 하는 임대료는 약 0.06이다. 이러한 임대료 수준이 높았음을 인식하여 기존 재정사업의 공공서비스 수준을  $S^*$ 로 꾸준히 유지해 가며 나머지 예산을 사용하여 노후시설을 민간투자사업으로

**30** 모든 변수들은 정상상태에 있으며, 정부의 정책변수는 대표적 가계의 가치함수를 극대화하는 수준에서 결정된다.

[Figure 7] Differences in Utilities (%)



대체한다면 임대료 수준은 현저히 감소한다.  $\gamma$ 가 0.9,  $\tau^*$ 가 10%일 때 두 번째( $h = 2$ )로 수행되는 민간투자사업의 임대료는 초기 민간투자사업의 임대료 수준의 2%에 불과하고  $h = 20$ 일 때의 임대료 수준은 초기 임대료 수준의 11% 정도다.

[Figure 7]은 공공자본스톡의 기여도에 따른 효용의 차이를 계산한 결과를 보여준다. 즉, 민간투자사업의 확대에 따른 재정부담을 인식하고 추후 민간투자사업으로의 전환 비중을 축소할 때  $\gamma$ 에 따른 효용의 차이를 나타낸다. 먼저 5년 동안( $h = 5$ )의 효용 차이는  $\gamma$ 가 0.5 이하의 경우 음의 값을,  $\gamma$ 가 0.6 이상의 경우 양의 값을 갖는다. 공공자본스톡의 공공서비스 생산 기여도가 크지 않을 경우 5년의 조정기간은 초기 민간투자사업의 확대에 따른 효용의 감소를 만회하기에는 다소 짧다는 것을 보여준다.  $\gamma$ 가 0.2 이상의 경우 조정기간 10년은 초기 민간투자사업의 확대에 따른 효용의 감소를 상당 부분 만회할 수 있는 기간으로 나타났다. 최적 세율  $\tau^*$ 가 10%일 때  $\gamma$ 가 충분히 크다면 위와 같은 조정은 일반 재정사업보다 3.5%가량의 후생 증가를 가져올 수 있다. 마지막으로  $\gamma$ 가 충분히 크다면 조정기간 15년을 통해 5.6%가량의 후생 증가효과를 얻을 수 있다.

## VII. 결 론

본 논문은 공공부문을 포함한 일반균형모형을 사용하여 재정사업과 BTL 민간투자사업의 후생 차이를 비교·분석하였다. 정부가 세입·세출을 동일하게 유지해야 한다고 가정할 경우, 다른 모든 조건이 동일할 때, 민간투자사업하에서의 국민경제 후생수준이 재정사업하에서의 후생수준보다 높은 것으로 나타난다. 그러나 민간사업자 역시 차입제

약에 직면하거나 부채상환에 따른 위험으로 인해 정부보다 더 높은 금리로 자금을 조달 해야 하는 경우 이러한 결과는 보장되지 않는다. 본 연구는 이러한 상황에서는 보다 멀한 비교가 필요하다는 점을 강조한다. 그리고 정부가 균형재정의 제약을 회피할 목적으로 민간투자사업을 무리하게 추진할 경우 미래의 임대료가 모두 부채로 간주되기 때문에 상당한 사회적 비용이 초래될 수 있음을 명시적으로 보였다. 마지막으로 본 연구는 일시적인 민간투자사업의 확대에 따른 국가경제의 후생 손실을 만회할 수 있는 여러 대안 가운데 하나를 제시하였다. 모형 경제 내에 정부의 예산제약만이 문제가 될 경우, 미래에 발생할 BTL 사업의 임대료를 예상하지 못한 채 민간투자사업을 확대하여 추진했다고 할지라도 내구연한이 도래한 재정사업을 민간투자사업으로 축소하여 전환할 경우 이러한 사회적 비용을 경감시킬 수 있다.

추후 이루어질 민간투자사업의 후생효과 분석은 정부의 예산제약 문제를 극복하고 최근 문제가 되고 있는 국가채무를 중점적으로 다루어야 할 것이다. 뿐만 아니라 정부와 민간투자사업자 사이의 계약 문제, 수요의 불확실성 문제, 공공서비스부문의 독점적 지위 문제들을 아울러 살피는 것이 유용할 것이다. 본 연구의 모형에 미시적 토대를 보완한다면 민간투자사업의 후생효과를 보다 현실적으로 분석할 수 있을 것으로 예상되며, 본 연구가 후속연구의 밑거름이 되기를 기대한다.

## 참고문헌

- 기획예산처 · 한국개발연구원, 「민간투자사업 업무 매뉴얼」, 2006. 1.
- 김재형, 재정부담을 고려한 민간투자, 어디까지 가야 하나? , ‘2007~2011 국가재정운용계획—민간투자분야’ 공개토론회 발표자료, 2007.
- 김재형 외, 『민간투자사업 성과의 실증분석 및 제도개선방안 연구』, 한국개발연구원, 2006.
- 박 현, 민간투자분야: 민간투자사업 추진절차 개선 및 사후관리방안 , ‘2008~2012 국가재정운용계획—민간투자분야’ 공개토론회 발표자료, 2008.
- Hart, Oliver, “Incomplete Contracts and Public Ownership: Remarks, and an Application to Public–Private Partnership,” *Economic Journal* 113(486), March 2003, pp.C69~C76.
- Maskin, Eric and Jean Tirole, “Public–Private Partnerships and Government Spending Limits,” *International Journal of Industrial Organization* 26(2), March 2008, pp.412~420.
- Shleifer, Andrei, “State versus Private Ownership,” *Journal of Economic Perspectives* 12(4), Fall 1998, pp.133~150.