

불확실한 하중을 받는 강재 보 구조물 안전도 모니터링을 위한 변형률 분포의 회귀 분석적 추정

A Regression-Based Estimation of Strain Distribution for Safety Monitoring of the Steel Girder Subjected to Uncertain Loads

이 지 훈¹⁾ 최 세 운²⁾ 박 효 선^{3)*}
Lee, Ji Hoon Choi, Se Woon Park, Hyo Seon

Abstract

To evaluate the safety of a beam structure, strains are measured as an indicator of structural states. However, unless strain sensors are installed exactly on where maximum or other representative strains occur, the techniques by which rational assessment through measured strains is accomplished are required. Thus, this study suggests a process to estimate strain distribution on the steel beam from discrete strains measured by sensors. In the presented technique, the targeted beam is regarded to be subjected to unknown loads so that applicability is enhanced. Final strain distribution is given as form of a function after regression analysis. To verify the performance of estimation, a bending test for steel beam on which distributed and concentrated loads simultaneously act is conducted. From the comparison between estimated and directly measured strains in the test, the curve of strain distribution and the strain at arbitrary location could be predicted within maximum relative error 3.32% and maximum absolute error of 2.32 $\mu\epsilon$, respectively. Thus reliable and practical monitoring is expected to apply effectively for the steel beam structure.

Keywords : Strain estimation, Structural health monitoring, Steel beam, Regression analysis

1. 서 론

최근 대형 구조물을 중심으로 유지관리의 효율성 및 안전을 도모하기 위해 위험부재를 집중적으로 모니터링하는 사례가 늘고 있다 (Tam et al., 2011, Lioe and Wong, 2012). 특히 구조물이 비정형, 초고층, 대형화 되어감에 따라서 사용단계에서 뿐만 아니라 시공단계에서도 공정에 기인한 과도한 응력 및 변형이 구조 부재에 빈번히 유발되며, 이는 곧 안전사고는 물론 시공 정밀도에도 영향을 끼치고 있는 실정이다 (Kim, 2009).

이에 따라서 부재 건전도 모니터링 시스템에 다양한 센서를 적용하는 연구가 있었으나 (Park et al., 2007, Jo et al., 2011), 많은 연구에서 변형률계를 이용한 부재건전도 모니터링을 현실적인 방안으로써 다루었다. 변형률계는 설치가 간편하고 계측 성능도 정밀하며, 운용비용도 다른 종류의 센서

와 비교할 때 경제적이기 때문이다. 변형률 기반의 부재 건전도 평가는 계측 변형률을 통해 해당 부재를 대표하도록 이루어진다. 하지만 계측 변형률이 곧 해당 부재의 최댓값 혹은 대푯값을 의미하는 것이 아니므로, 부재의 상태를 합리적으로 평가하기 위해서 계측 지점은 물론 부재 내 다른 위치의 상태도 추정할 수 있는 기법이 필요하다. 이러한 기법은 보 구조물을 중심으로 다양하게 연구되어 왔다.

Park et al. (2006), Lee and park (2011)은 각각 장대광센서 (long gage fiber optic sensor)와 진동현식 변형률계 (vibrating wire strain gage)를 이용해서 보 구조물의 최대 변형률을 추정하는 기법을 제시하였다. 이 두 연구에서는 하중의 종류와 지점 조건이 주어지면, 해석적인 접근을 통해 최대 변형률을 도출하였다. 또한 Park et al. (2001)은 페브리-페롯 광섬유센서로 계측한 변형률 데이터로 선형회귀분석과 이중적분을 통해 집중하중을 받는 RC 거더의 변형률의

1) 학생회원, 연세대학교 건축공학과 석사과정
2) 학생회원, 연세대학교 건축공학과 박사과정
3) 정회원, 연세대학교 건축공학과 교수, 교신저자

* Corresponding author : hspark@yonsei.ac.kr

• 본 논문에 대한 토의를 2013년 4월 30일까지 학회로 보내주시면 2013년 5월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

분포를 추정하는 실험을 수행하였다. 그리고 Cho and Kim (2008), Hahn and Ahn (2012)은 각각 집중하중을 받는 현수교와 보 구조물의 처짐 분포를 변형률-변위 관계를 이용하여 해석적으로 추정된 변형률 분포로부터 도출해냈다.

하지만 이상의 연구들은 경계조건과 하중에 대한 정보가 이상적으로 주어졌을 때 정확한 추정이 가능하며, 하중의 형태가 불확실한 현실적인 상황에 대해서는 고려하지 않았다. 또한, 해석과 차이가 있는 실제 접합조건과 계측 오차를 반영하지는 못하였다. 실제 구조물의 경우 대부분의 실제 하중은 그 형상을 정확히 파악하는 것조차 불가능할 뿐만 아니라 접합, 단부의 구조물의 특성도 예측과 다를 수밖에 없다. 따라서 하중, 경계 조건이 이상적으로 주어져야 하는 것을 전제로 하는 기존의 추정 기법들은 실제 적용하기 무리가 있다. 현실적인 보 구조물 모니터링을 위해서는, 이러한 특성을 고려해야 하지만 이에 관한 연구 혹은 사례를 찾아볼 수 없는 상황이다.

따라서 본 논문에서는 불확실한 하중이 작용하는 보 부재의 변형률 분포를 계측 변형률을 통해 추정하는 기법을 다루었다. 먼저 구조물에 작용하는 하중에 대한 분석을 통해 합수 형태로 표현되는 변형률 분포식 모델을 제안하였다. 그리고 모델의 파라미터를 회귀분석을 통해 결정하는 과정을 유도하였다. 마지막으로 정적 가력에 의한 보의 휨 실험을 통해서 추정 변형률 분포를 다수의 변형률계로부터 얻은 값들과 비교하여 검증하였다.

2. 보에서의 변형률 분포

2.1 보에 작용하는 실제 하중

하나의 보 부재에 작용하는 하중은 해당 공간 내에서 작용하는 하중들과 함께 접합부에서 인접 부재로부터 전달되는 재단 모멘트 (end moment)가 추가적으로 존재한다. 따라서 주요 부재 혹은 위험 부재로 선정되어 모니터링 대상으로 분류된 보에 대한 모니터링은 Fig. 1처럼 단순보로 치환하여 인근 부재의 거동과 상관없이 독립적으로 수행 할 수 있다. 또한 구조해석 모델의 회전단, 고정단은 이상적인 가정으로 이루어진 것일 뿐 실제 시공에서 그대로 구현할 수 없기 때문에, 보 부재의 양 지점에 작용하는 실제 모멘트는 해당 보에 작용하는 수직 하중에 의해 계산되어지는 반력 모멘트와 차이가 발생한다. 이러한 특징은 보 부재 모니터링 시스템에 있어서 단순보처럼 하나의 독립된 부재로 이루어진 보가 모

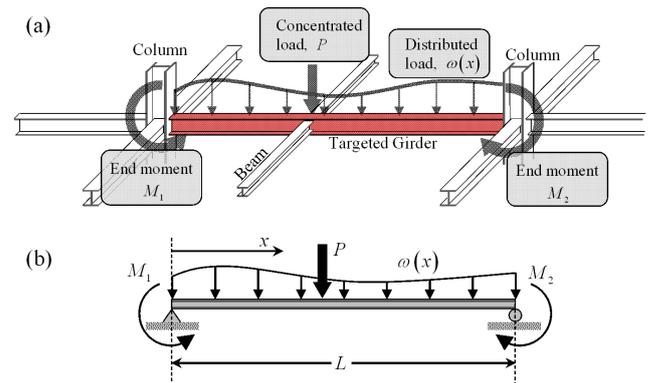


Fig. 1 Loading condition of general beam structure

니터링 대상이 될 경우, 작용하는 수직하중을 정확하게 안다고 가정할지라도, 지점에 작용하는 실제 모멘트는 재단 모멘트와 마찬가지로 미지의 값으로 간주되어야 하는 것을 의미한다.

한편, Fig. 1(a)와 같이 실제 구조물에서 보 부재에 작용하는 중력방향 하중은 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 첫째는 형태를 알지 못하는 분포하중 (distributed load)이다. 구조설계에서 슬래브의 하중은 1 way 혹은 2 way 방식으로 보에 분포되는 것으로 간주하고 있지만 실제로는 설계 시 가정한 대로 분배되지 않을 뿐더러, 하중의 정확한 크기조차 알 수 없는 경우가 일반적이다. 보로 분배되는 실제 양상은 슬래브에 작용하는 하중의 위치와 크기, 슬래브의 물성을 포함한 많은 인자들에 의해 결정되므로 분포하중은 그 형태와 크기를 알 수 없다고 가정하는 것이 합리적이다. 둘째는 집중하중이다. 보 구조물에서는 작은 보 (beam)를 통해 가려지는 하중만을 집중하중으로 고려할 수 있다. 설사 슬래브에 집중하중이 작용하더라도 그 하중은 슬래브 강성에 의해 분배되어 보로 전해지기 때문에 보에서는 분포하중으로 작용한다. 따라서 보에 작용하는 집중하중은 작용점의 위치는 알 수 있으나 그 크기를 모르는 것으로 간주될 수 있다.

요약하면, 보 부재의 응력 분포 계측을 위한 보 부재는 치환된 하나의 단순보로 고려 할 수 있으며 실제 작용 하중은 다음과 같이 가정할 수 있다.

- 1) 인접부재 혹은 지점의 불확실성으로 인해 크기를 알지 못하는 재단 모멘트, M_1 과 M_2
- 2) 보의 자중과 슬래브의 하중 분산으로 인해 크기와 형태를 알지 못하는 분포하중, $\omega(x)$
- 3) 작은 보로부터 전달되어 위치를 알고 있으나 크기를 알지 못하는 집중하중, P_i (여기서 i 는 작은 보의 번호,

$0 \leq i \leq m$, 단, m 은 작은 보의 총 개수)

2.2 변형률 분포 함수

보의 휨 이론에 의해, 임의의 단면에서 중립축으로부터 높이 y 에 발생하는 변형률 ε 와 모멘트 M 의 관계는 식 (1)로 주어진다.

$$\varepsilon = \frac{M}{EI}y \quad (1)$$

여기서, E , I 는 탄성계수와 단면이차모멘트이다. 이로부터 하중과 변형률의 관계를 정의할 수 있다.

중첩의 원리에 따라, 여러 하중에 의해 유발되는 부재의 전체 변형률 분포는 각각의 하중들에 의해 유발되는 변형률 분포들을 모두 합한 것과 같다. 따라서 보 부재에 작용하는 3가지 형태의 하중들에 의해 유발되는 변형률 분포는 다음 식 (2)-(4)으로 표현할 수 있으며 전체 변형률 분포는 3개의 식을 합한 식 (5)와 같다. 이때, Fig. 1(b)에서 나타난 하중 방향을 양으로 한다.

$$\varepsilon_M(x) = \frac{1}{EZ} \left\{ -M_2 \frac{x}{L} - M_1 \frac{L-x}{L} \right\} \quad (2)$$

$$\varepsilon_\omega(x) = -\frac{1}{EZ} \iint \omega(x) dx \quad (3)$$

$$\varepsilon_P(x) = \sum_{i=1}^m \frac{M_{\max,i}}{EZ} x^{*i} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{total}(x) = \varepsilon_M(x) + \varepsilon_\omega(x) + \varepsilon_P(x) \quad (5)$$

여기서, $\varepsilon_M(x)$, $\varepsilon_\omega(x)$, $\varepsilon_P(x)$ 는 임의의 위치 x 에 대한 각각 재단 모멘트, 분포하중, 집중하중에 의해 유발되는 변형률 분포의 함수이며, $\varepsilon_{total}(x)$ 는 전체 변형률 분포 함수이다. Z 와 L 은 각각 단면계수, 보의 길이이다. 식 (2)-(4)로 나타난 변형률 분포에 있어서 그 관심사는 최댓값이므로, 식 (1)의 y/I 대신 단면계수를 사용하여 임의의 축 방향 위치 x 의 단면에 발생하는 변형률의 최댓값을 다루었다. 또한 식 (4)의 $M_{\max,i}$ 는 i 번째 집중하중 P_i 에 의해 발생하는 모멘트의 최댓값으로써, 즉 P_i 에 의해 $x = l_{i,1}$ 에서 발생하는 모멘트를 의미한다. 여기서, $l_{i,1}$ 은 Fig. 2에서와 같이 i 번째 집중하중

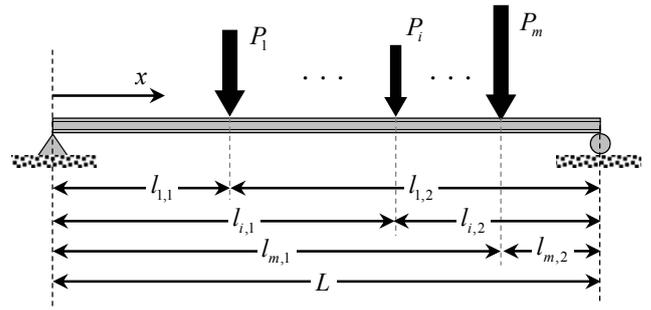


Fig. 2 Location of concentrated load

이 작용하는 위치를 의미한다. 그리고 연산자 x^{*i} 는 Fig. 2에서 정의한 집중하중 위치 좌표에 따라서 다음 식 (6)으로 정의한다.

$$x^{*i} = \begin{cases} \frac{x}{l_{i,1}} & , \text{for } 0 \leq x \leq l_{i,1} \\ \frac{L-x}{l_{i,2}} & , \text{for } l_{i,1} \leq x \leq l_{i,2} \end{cases} \quad (6)$$

식 (4)에서 $M_{\max,i}/(EZ)$ 항은 P_i 에 의해 보에 유발되는 모든 변형률 값들 중 최댓값을 가리키며, 이를 λ_i 라고 정의하면 식 (4)는 식 (7)로 간단히 표현된다.

$$\varepsilon_P(x) = \sum_{i=1}^m \lambda_i x^{*i} \quad (7)$$

앞서 언급했듯이, 집중하중은 작은 보로부터 전해오는 하중이므로 작은 보의 총 개수 m 이 0일 수도 있으며 이러한 경우 식 (4)와 식 (7)에서 $\varepsilon_P(x) = 0$ 이 된다.

한편, 분포하중 $\omega(x)$ 는 슬래브의 하중분산으로 인하여 형상과 크기를 알지 못하기 때문에, 식 (3)의 함수 형태는 미지의 상태이다. 본 연구에서는 슬래브의 판작용에 근거하여 분포함수 $\omega(x)$ 를 n 차 다항식으로 가정하였다. 집중하중을 포함한 임의의 하중이 슬래브에 작용하면, 슬래브는 그 하중을 전단과 비틀림 작용으로 보에 전달하는데, 이때 슬래브의 모든 곳이 전달에 참여한다. 따라서 하중은 어떠한 형태이든지 연속인 곡선 모양의 함수로 보에 전달된다 (Salvadori, 1963). 이에 따라 n 차 다항식의 분포하중을 식 (3)에 대입하고 단순보 경계조건을 적용해 정리하면, 분포하중에 의한 변형률 분포함수는 식 (8)의 형태로 주어진다.

$$\varepsilon_{\omega}(x) = \frac{1}{EZ} \sum_{i=1}^{n+1} a_i x (x^i - L^i) \quad (8)$$

식 (8)에서 a_i 는 함수의 형태를 결정짓는 미지의 계수이며, $1/EZ$ 에 곱해지는 나머지 항은 분포 하중에 의해 발생하는 모멘트 분포를 나타낸다. 분포함수를 다항식으로 두는 또 다른 이유는 식 (9)와 같이, 다항식으로 주어지는 식 (2)와 식 (8)이 결합하여 $\varepsilon_{\omega, M}(x)$ 으로 하나의 식으로 나타낼 수 있기 때문이다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\omega, M}(x) &= \frac{-M_1}{EZ} + \left(\frac{M_1}{EZL} - \frac{M_2}{EZL} - \sum_{i=1}^{n+1} \frac{a_i L^i}{EZ} \right) x \\ &+ \sum_{i=1}^{n+1} \frac{a_i}{EZ} x^{i+1} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 분포함수에서 미지 계수들 (M_1, M_2 와 a_i ($i = 1$ to $n+1$))는 총 $n+3$ 개 이다. 계수들을 다시 정리하여 간단하게 표현하면 식 (10)으로 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon_{\omega, M}(x) = \sum_{i=0}^{n+2} a'_i x^i \quad (10)$$

여기서, a'_i 는 식 (9)를 x 에 관해 오름차순으로 정리한 식에서 x^i 계수이다. 식 (9)에서 $\varepsilon_{\omega, M}(0)$ 과 $\varepsilon_{\omega, M}(L)$ 의 값이 각각 $-M_1/EZ$ 과 $-M_2/EZ$ 인 것을 확인할 수 있으며, 이는 식 (10)로 표현되는 $\varepsilon_{\omega, M}(x)$ 에서 미지의 계수 a'_i 들을 구한다면, 변형률의 분포와 더불어 재단모멘트의 값도 알 수 있음을 의미한다.

정리하면, 식 (5)에 나타난 전체 변형률 분포 함수 $\varepsilon_{total}(x)$ 는 식 (7)와 식 (10)을 합한 형태로 주어진다.

$$\varepsilon_{total}(x) = \sum_{i=1}^m \lambda_i x^{*i} + \sum_{i=0}^{n+2} a'_i x^i \quad (11)$$

여기서, 연산자 x^{*i} 는 식 (6)으로 정의된다. 식 (11)의 예를 Fig. 3에 도식적으로 나타내었다. 식 (11)로 주어진 전체 변형률 분포 식에서 결정되어야 할 파라미터는 총 $m+n+3$ 개이며, 이 값들은 변형률 계측에 의해 결정된다.

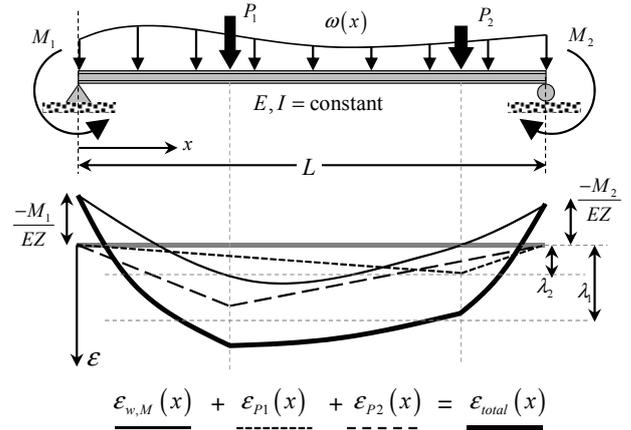


Fig. 3 Superimposition of several strain distributions

3. 변형률 분포 추정

3.1 변형률 분포 추정의 오차와 회귀분석적 접근

전체 변형률 추정함수 $\varepsilon_{total}(x)$ 의 미지계수를 결정하여 임의의 위치에서 변형률을 예측하더라도, 그 값은 해당 위치의 실제 변형률과 차이가 발생할 수밖에 없다. 그 이유는 크게 세 가지로 분석이 가능하다. 첫째, 계측 변형률의 값 자체에 오차가 포함되어 있으며 (계측 오차), 둘째, 가정한 분포하중은 실제와 차이 있으며 (하중 오차), 셋째, 보 부재가 역학 이론과 정확히 일치하며 거동하는 것은 기대하기 힘들기 때문이다 (이론 오차). 이러한 오차원인을 모두 고려하기 위해서 본 연구에서는 수치적인 혹은 통계적인 접근이 필요하다고 판단하여, 회귀분석을 그 방법으로 택하였다. 한편 만약 실제 분포하중이 다항식으로 표현되고 그 차수를 알 수 있는 상황이라면, 하중오차에 관한 추정 오차는 무시될 수 있다. 이러한 경우가 곧 기존 연구되었던 해석적 추정 기법에 해당하며, 회귀분석적 추정의 특수한 경우에 포함되는 것을 의미한다. 여기서 해석적 추정이란, 정확하게 알 수 있는 하중, 지점 조건을 가진 보 구조물에서 계측 변형률을 가지는 변형률 분포를 역학적인 정해로 구하는 것을 가리킨다 (Hahn and Ahn, 2012, Park et al., 2006, Lee and Park 2011, Lee et al., 2012).

3.2 추정오차의 정의

Fig. 4에 나타난 것과 같이, 세 가지 오차원인으로부터 i 번째 변형률계의 위치 x_i 에서 계측한 변형률 ε_i 은 그 곳을

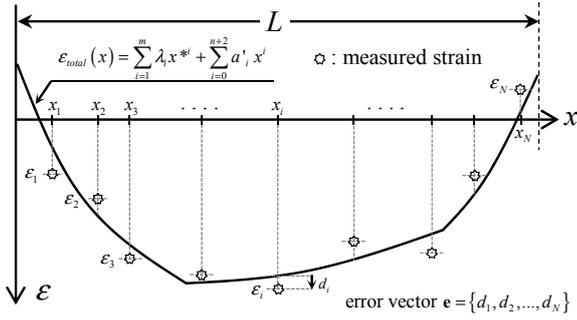


Fig. 4 Estimation curve and measured value

추정한 변형률 $\varepsilon_{total}(x_i)$ 과 일치하지 않는다. 이 차이를 d_i 라고 하면, 이에 따라 추정된 변형률 분포의 오차벡터 \mathbf{e} 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{e} = \{d_1, d_2, \dots, d_N\} \quad (12)$$

여기서, N 은 보 부재에 부착된 변형률계의 개수로써, 같은 시간에 각기 다른 위치에서 측정된 변형률 데이터의 총 개수를 가리킨다. 오차벡터를 통해 추정의 전체 오차 E 를 식 (13)로 나타낼 수 있다.

$$E = \mathbf{e} \cdot \mathbf{e}^T = \sum_{i=1}^N \{\varepsilon_{\omega, M}(x_i) - \varepsilon_i\}^2 = \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=1}^m (\lambda_j x_i^{*j}) + \sum_{j=0}^{n+2} (a'_j x_i^j) - \varepsilon_i \right\}^2 \quad (13)$$

여기서, \mathbf{e}^T 는 오차벡터의 전치행렬을 의미한다. 전체 변형률 분포 $\varepsilon_{total}(x)$ 는 전체 오차 E 에 대한 회귀분석을 통해 주어진다. 즉, 식 (13)으로 주어지는 전체오차를 최소가 되도록 하는 $\varepsilon_{total}(x)$ 의 미지계수 $m+n+3$ 개를 찾는 과정을 가리킨다. 이때, m 은 작은 보의 개수, n 은 다항식으로 표현된 분포하중의 가정 차수이다.

3.3 회귀분석을 통한 최적 계수

전체 변형률 추정함수 $\varepsilon_{total}(x)$ 의 미지계수는 각각의 계수에 대해서 오차함수 E 의 편도함수가 0이 되도록 하는 방정식을 푸는 것으로 얻을 수 있으며, 이러한 방법은 최소제곱법으로 알려져 있다 (Gilat and Subramaniam, 2008). 오차함수의 편도함수는 식 (14), (15)로 주어진다.

for $h = 0$ to $n+2$

$$\frac{\partial E}{\partial a'_h} = \sum_{i=1}^N \left[2 \left\{ \sum_{j=0}^{n+2} (a'_j x_i^j) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j x_i^{*j}) - \varepsilon_i \right\} x_i^h \right] \quad (14)$$

for $h = 1$ to m

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda_h} = \sum_{i=1}^N \left[2 \left\{ \sum_{j=0}^{n+2} (a'_j x_i^j) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j x_i^{*j}) - \varepsilon_i \right\} x_i^{*h} \right] \quad (15)$$

최적의 계수를 찾는 방정식은 위 두 가지의 편도함수로부터 주어진다. 식 (14)로부터 h 가 0부터 $n+2$ 까지 총 $n+3$ 개의 식을, 식 (15)으로부터 h 가 1부터 m 까지 총 m 개의 식을 얻을 수 있으며, 이 방정식들은 식 (16), (17)로 주어진다.

$$\frac{\partial E}{\partial a'_h} = 0, \text{ for } h = 0 \text{ to } n+2$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=0}^{n+2} (a'_j x_i^j x_i^h) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j x_i^{*j} x_i^h) \right\} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i x_i^h \quad (16)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda_h} = 0, \text{ for } h = 1 \text{ to } m$$

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=0}^{n+2} (a'_j x_i^j x_i^{*h}) + \sum_{j=1}^m (\lambda_j x_i^{*j} x_i^{*h}) \right\} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i x_i^{*h} \quad (17)$$

미지 계수를 찾기 위한 방정식 식 (16), (17)은 선형 연립 방정식임을 알 수 있다. Fig. 5에 이 방정식을 풀기 위한 선형계 (linear system)를 나타내었다. 이를 통해 계측값과 최소 오차를 가지는 추정 모델을 쉽게 구할 수 있다.

3.4 변형률계의 개수

변형률 분포 함수의 $m+n+3$ 개 미지계수는 회귀분석을 통해 결정되기 때문에, 미지계수를 결정하기 위해 필요한 최소 변형률계의 수는 수학적으로 그것의 개수와 동일하다. 작은 보에서 전달되는 집중하중의 개수는 보에 따라 주어진 값이므로, 결국 다항식으로 가정한 분포하중의 최고차수 n 을 어떻게 설정하는가에 따라서 최소 변형률계의 개수가 결정되는 것이다. 만약, 설정한 n 에 따른 최소 변형률계로 변형률 분포를 회귀분석하여 추정한다면, 얻어지는 곡선은 보간법 (interpolation)의 경우와 동일하게 나타난다. 반면 설정한 n 에 따른 변형률계의 최소 개수보다 많은 센서를 사용하면, 계측 오차를 반영할 수 있기 때문에 추정의 안정성이 향상된다.

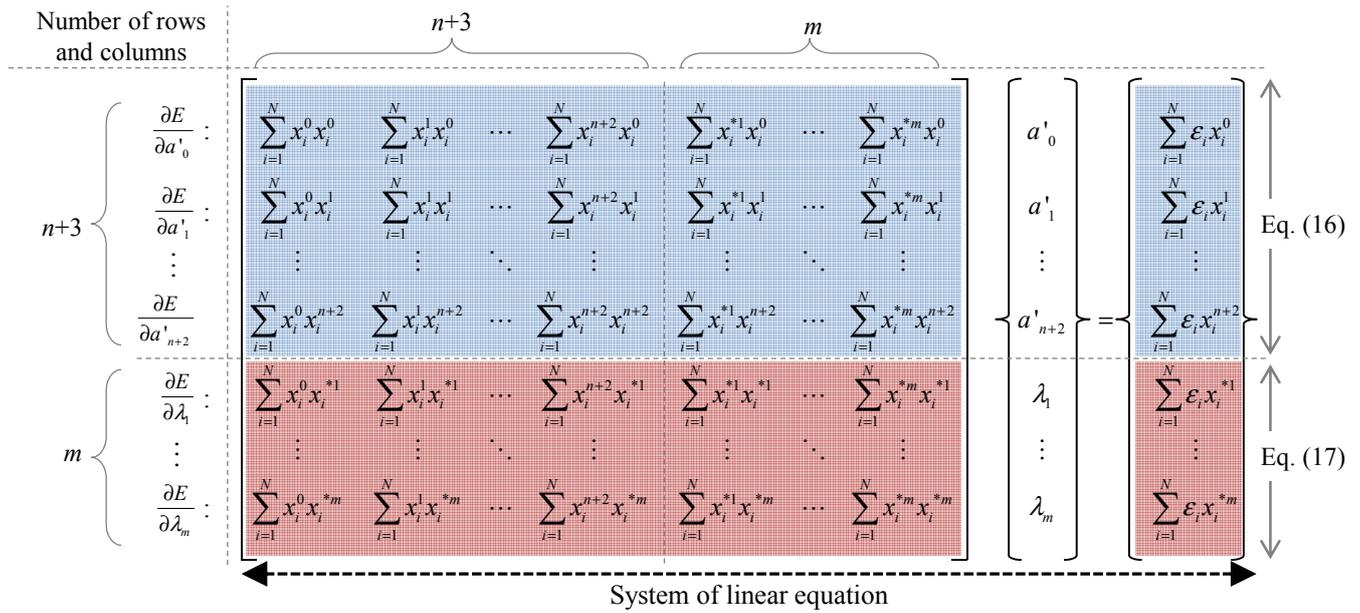


Fig. 5 System of linear equation to determine the unknown coefficients

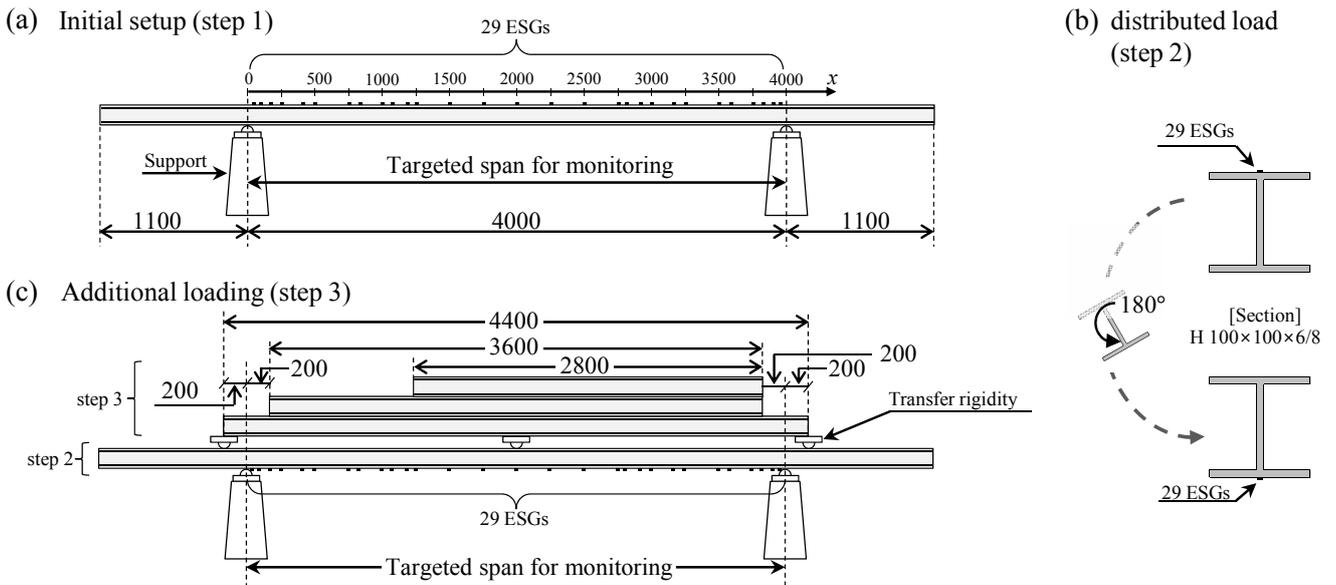


Fig. 6 Experimental setup and loading process : (a)Initial setup (b) application of distributed load and end moments (c) application of concentrated load and additional end moments

4. 실험

추정 기법의 성능을 검증하기 위해 집중하중, 분포하중, 재단 모멘트가 동시에 작용하는 보에서 변형률 분포를 추정하는 실험을 수행하였다.

4.1 실험 개요

실험체는 H-100×100×6/8의 6200mm 길이의 단순지지 형태의 내민보이며 건축물에 많이 쓰이는 SS400 강재로 만들어졌다. Fig. 6에 보인 것처럼, 변형률 분포를 추정할 구간은 지점 사이의 구간이다. 분포하중, 집중하중, 재단모멘트를 구현하기 위한 가력방법은 Fig. 6에 나타낸 것처럼 3단계로 구



Photo 1 Final step of loading

성된다. 초기 세팅으로 Fig. 6(a)처럼 보 구조물 상부 플랜지에 29개의 전기저항식 변형률계 (electric strain gauge, ESG) 를 Table 1에 정리해 놓은 위치에 설치하였다. 측정은 Fig. 6(a)상태에서 시작하였으며, 그 다음 단계로 Fig. 6(b)에 나타난 것 같이, 강제 보를 뒤집어 형강 자중의 2배에 해당되는 등분포하중을 도입하였다. 이 때 추정 대상이 되는 구간은 지점 바깥에 있는 형강 자중에 의해 지점부분에 모멘트가 추가된 단순보로 치환될 수 있다. 마지막 단계로 Fig. 6(c)와 같이, 3개의 형강을 강체 (transfer rigidity)위에 얹어서 집중하중을 가하였다. 두 번째 단계와 마찬가지로, 추정 대상 구간은 지점 바깥의 강체를 통해 가력되는 하중에 의해 지점에서 모멘트가 작용하는 단순보로 치환될 수 있다. 이 세 단계에 의하여, 변형률 분포를 추정하고자 하는 대상 구간은 자중에 의한 등분포 하중과 보 가운데 작용하는 집중하중, 지점에 작용하는 모멘트가 존재하는 단순보로 고려할 수 있게 된다.

한편, ESG를 등간격으로 설치하는 것과 Chebyshev 노드 (nodes)로 주어지는 위치에 설치하는 두 가지 경우를 비교하여, 계측 위치에 따른 오차를 분석하였다. 만약 등간격으로 다항 보간을 할 경우 추정 곡선의 단부에서 곡선이 요동치는 현상, 즉 런지현상 (Runge's phenomenon)이 발생할 수 있는

데, 이를 방지하기 위해 수치해석 분야에서는 함수식으로 주어지는 Chebyshev 노드를 이용한다 (Cheney and Kncaid, 2008). 본 연구에서는 적은 수의 데이터로 회귀분석을 수행한 결과가 다항 보간과 유사하다는 사실에 근거하여, 보다 적은 오차를 위한 변형률계 설치 위치로써 Chebyshev 노드를 고려하였다. m 개의 변형률계를 Chebyshev 노드로 주어지는 위치에 설치 (이하, Chebyshev 설치)할 때, i 번째 변형률계의 설치 위치 x_i 는 보의 길이 L 에 대해서 다음 식 (18)로 주어진다.

$$\text{for } i = 0 \text{ to } m - 1$$

$$x_i = \frac{L}{2} + \frac{L}{2} \cos \left[\left(\frac{2i + 1}{2(m - 1) + 2} \right) \pi \right] \quad (18)$$

Table 1에 ESG 설치 위치를 네 가지 기준에 따라 분류하여 정리하였으며 그 내용은 다음과 같다.

- 1) 변형률계의 250mm 등간격 설치 (15개)
- 2) 분포하중 다항식의 최고차수 n 이 3인 경우, 이에 상응하는 변형률계 최소개수 (7개)와 그 chebyshev 설치 위치
- 3) 분포하중 다항식의 최고차수 n 이 1인 경우, 이에 상응하는 변형률계 최소개수 (5개)와 그 chebyshev 설치 위치
- 4) 분포하중 다항식의 최고차수 n 이 0인 경우, 이에 상응하는 변형률계 최소개수 (4개)와 그 chebyshev 설치 위치

여기서 중첩되어 포함되는 2000mm위치의 변형률계는 하나로 삼아서 총 29개의 ESG를 설치하였다. 변형률 분포 추정은 네 가지 센서 설치 경우와 분포하중의 가정 차수 n 을 변화해 가면서 수행하였다.

4.2 추정 결과

4개, 5개, 7개 ESG의 개수는 각각 $n = 0, 1, 3$ 일 때의 변형률계 최소 개수이다. 보 구조물에 작용하는 분포하중이 이론적으로 등분포이므로 이에 해당하는 $n = 0$ 가정과 함께, 하중 오차를 고려하기 위해 $n = 1, 3$ 으로 늘려 차수 n 을

Table 1 Installment location of 29 ESGs and its classification

Criterion for installment	Location (mm)														
	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750
Equal distance for 15 ESGs	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2750	3000	3250	3500	3750
Chebyshev node for 7 ESGs	50		436		1132		2000		2868		3564		3950		
Chebyshev node for 5 ESGs	98		824		2000		3176		3902						
Chebyshev node for 4 ESGs	152		1235		2765		3848								

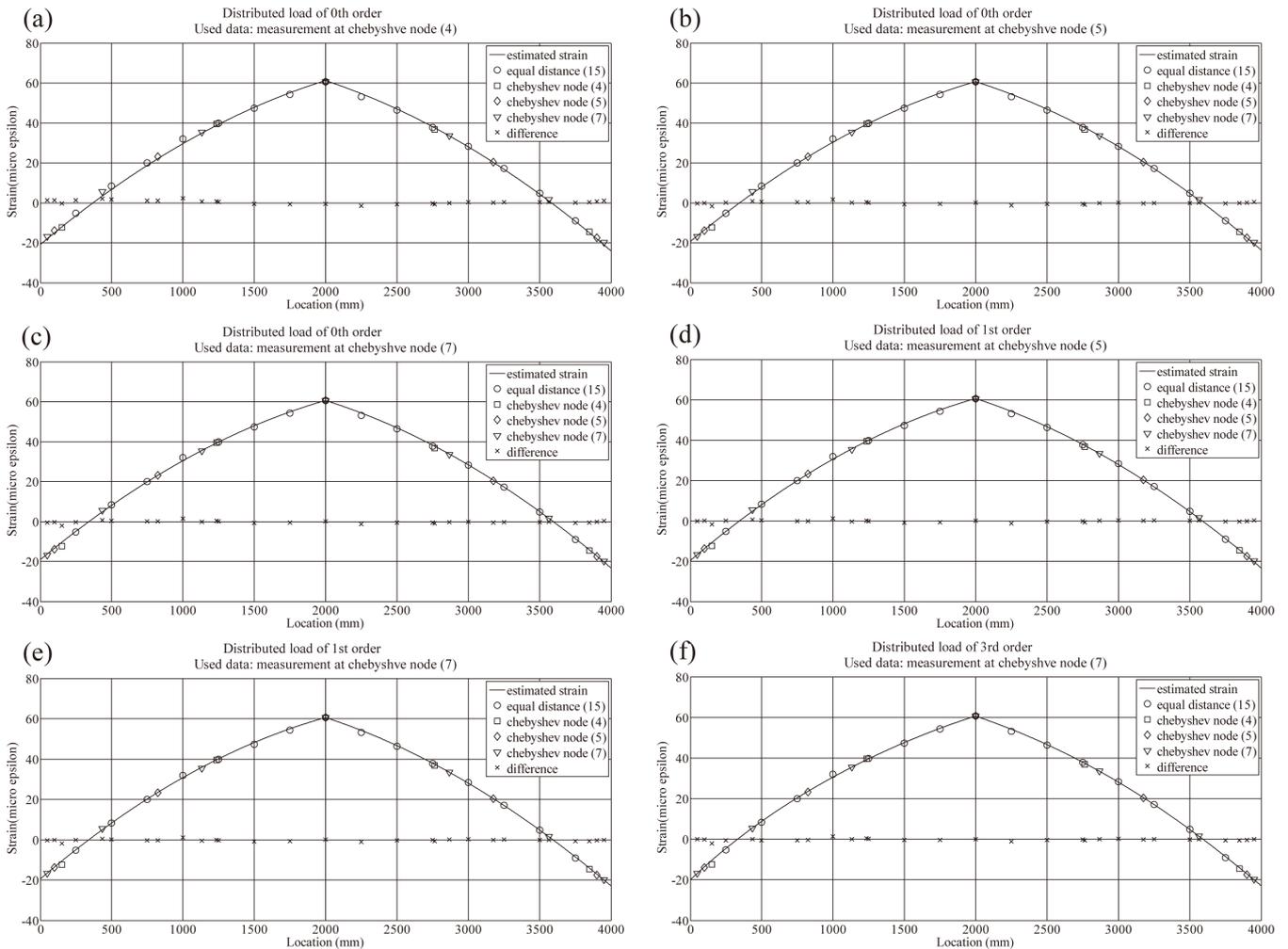


Fig. 7 Estimated strain distribution over two variables: 1) highest order of distributed load (n) and 2) used data for estimation

세 가지로 설정하였다. Fig. 7에 각 n 에 대해 최소개수 이상의 ESG가 Chebyshev 노드에 설치되었을 때, 이를 이용한 변형률 분포 추정 결과 나타내었다. 추정된 변형률 분포들에서 집중하중에 의해 침점이 포함된 것과, 단부에 작용하는 부 모멘트를 확인 할 수 있으며, 그 추정 형태가 모두 유사한 것을 볼 수 있다.

분석에 있어서 변형률 분포의 전체 추정오차는 일반적인 상대오차를 다수의 데이터에 대해 확장시킨 식 (19)로 계산하였다.

$$error(\%) = \frac{\| \mathbf{\epsilon}_{me} - \mathbf{\epsilon}_{es} \|}{\| \mathbf{\epsilon}_{me} \|} \times 100 \quad (19)$$

여기서 $\mathbf{\epsilon}_{me}$ 는 계측 변형률로 구성된 벡터, $\mathbf{\epsilon}_{es}$ 는 29 군데 계측 위치의 변형률을 추정한 값으로 구성된 벡터이며 기호

$\| \|$ 는 놈 (norm)을 가리킨다. Fig. 7의 6가지 추정에 대한 오차와 특징을 Table 2에 정리하였다. 분포하중의 최고 차수를 0으로 설정하여 최소 개수의 변형률계로 분포를 추정한 경우가 가장 큰 오차인 3.22%를 가졌으며, 이 경우 계측 변형률과 추정 변형률의 절대오차 최댓값은 250mm 위치에서 $2.32\mu\epsilon$ 를 보였다 (본 실험의 경우, 변형률의 값이 0과 근접한 경우가 많기 때문에, 변형률 추정 값의 오차를 분석할 때, 상대오차를 제외하고 절대오차로 다루었다). 반면, $n = 1$, Chebyshev 노드에 설치한 5개 변형률계를 이용할 경우, 분포의 전체 추정오차는 1.79%의 최솟값을 가졌다.

본 실험에서는 분포하중식의 차수 n 이 커지거나 추정에 사용되는 데이터 수가 많아진다고 해서 추정의 정확도가 확연히 개선되는 효과는 보이지 않았다. Table 2에 나타난 변형률 분포 추정오차는 기존 해석적 추정에 관한 연구에서 보인 계측 및 이론 오차에 의한 추정 오차 (4% 이하)범위에 있

Table 2 Errors of estimation in the case of Chebyshev installment

Highest order of distributed load, n		Used data for estimation (Chebyshev installment for below number of sensors)					
		4		5		7	
		total (%)	max ($\mu\epsilon$)	total (%)	max ($\mu\epsilon$)	total (%)	max ($\mu\epsilon$)
$n = 0$	error	3.22	2.32	2.00	1.74	2.10	1.97
	SD ($\mu\epsilon$)	0.5888		0.4600		0.4499	
$n = 1$	error	-	-	1.79	1.64	1.85	1.84
	SD ($\mu\epsilon$)	-		0.4299		0.4191	
$n = 3$	error	-	-	-	-	1.88	2.00
	SD ($\mu\epsilon$)	-		-		0.4531	

※SD=standard deviation of absolute errors of estimated strains
 ※max=maximum absolute error among estimated strains
 ※total=relative error of estimated strain distribution (Eq.19)

Table 3 Errors of estimation in the case of equal distance installment

Highest order of distributed load, n		Used data for estimation (Equal distance installment for below number of sensors)					
		4		5		7	
		total (%)	max ($\mu\epsilon$)	total (%)	max ($\mu\epsilon$)	total (%)	max ($\mu\epsilon$)
$n = 0$	error	6.21	4.50	2.35	2.58	2.48	2.27
	SD ($\mu\epsilon$)	1.1792		0.5742		0.5574	
$n = 1$	error	-	-	2.09	2.25	1.95	2.02
	SD ($\mu\epsilon$)	-		0.4936		0.3987	
$n = 3$	error	-	-	-	-	13.74	15.54
	SD ($\mu\epsilon$)	-		-		3.8801	

※SD=standard deviation of absolute errors of estimated strains
 ※max=maximum absolute error among estimated strains
 ※total=relative error of estimated strain distribution (Eq.19)

는 것을 확인 할 수 있다 (Hahn and Ahn, 2012, Park et al., 2006, Park and Lee, 2011, Lee et al., 2012). 이미 4개 변형률 데이터로 추정된 분포에서 해석적 추정에 상응하는 오차를 가진 것은 추정오차에서 계측 및 이론오차가 지배적인 것을 의미하므로, n 의 값이나 추정에 사용된 데이터수가 추정 오차에 미치는 영향이 상대적으로 작은 것으로 분석할 수 있다. 하지만, Table 2의 SD값 (절대오차의 표준편차)의 변화에서 볼 수 있듯이, 추정 변형률과 측정 변형률의 절대오차들의 표준편차는 추정에 사용된 데이터의 수가 많아질수록 줄어드는 경향을 보인다. 이는 추정의 안정성이 높아지는 것을 의미한다. 즉, 많은 센서가 안정된 추정을 가능하게 할 것이라는 직관적 판단을 확인시켜 주는 내용이다.

4.3 Chebyshev 설치의 효과

Chebyshev 설치의 성능을 확인하기 위해서 등간격으로 설치된 변형률계로부터 얻은 데이터를 이용해 변형률 분포를 추정하였다. 4개의 변형률계 설치를 위한 등간격 위치는 500,

1500, 2500, 3500mm, 5개의 변형률계 설치를 위한 위치는 500, 1250, 2000, 2750, 3500mm, 7개의 변형률계 설치를 위한 위치는 500, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500mm이다. 추정 결과는 Table 3에 나타내었다. Table 3의 오차, 표준편차들을 Table 2에서 같은 조건일 때와 비교해 보면, 등간격 설치된 변형률계를 이용한 추정성능이 Chebyshev 경우보다 확연히 떨어지는 것을 확인 할 수 있다. 특히 분포함수를 3차 다항식으로 하여 7개의 변형률 데이터로 추정한 경우, 30, 50, 250mm에서 각각 15.54, 12.74, 8.25 $\mu\epsilon$ 의 상대적으로 큰 절대 오차를 보였다. 따라서 Chebyshev 설치를 통해 추정 정밀도를 향상시키고자 했던 의도가 성공적이었음을 확인할 수 있다.

4.4 해석적 추정과의 비교

실험에서 의도한 분포 하중은 이론적으로 등분포하중이다. 따라서 분포하중 가정 차수 n 을 0으로 하고 이에 상응하는 최소 개수 (4개)의 계측 변형률을 이용하여 추정한 변형률

분포는 해석적 추정의 결과와 동일하다. 본 실험에서 해석적 추정의 하중, 지지조건은 1개의 중앙부 집중하중, 1개의 등분포하중, 2개의 양단 모멘트가 작용하는 단순보가 된다. Table 2와 3에서 등간격으로 설치한 4개의 ESG를 사용하여 $n = 0$ 으로 변형률 분포를 추정된 결과가 각각 상대오차 3.22%, 6.21%, SD값 0.5888, 1.1792임을 볼 수 있다. 이를 다른 경우와 비교해보면, 추정에 이용하는 계측 값의 수를 늘리거나 n 값을 키워서 불확실성을 고려한 경우가 더 안정되고 적은 오차를 가지는 것을 확인 할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 불확실한 하중을 받는 강제보의 변형률 기판 모니터링을 위해, 함수 형태로 주어지는 변형률 분포 모델을 제안하고, 회귀 분석을 이용하여 모델의 파라미터를 찾기 위한 과정을 유도하였다. 또한 실험을 통해 제시한 추정 방법을 검증하였다. 이번 연구의 결론은 다음과 같이 정리할 수 있다.

- (1) 본 추정 기법의 주요한 가정사항은 보에 작용하는 분포하중을 임의의 n 차 다항식으로 설정하는 것으로써, 추정에 필요한 최소개수의 센서는 $m + n + 3$ 개 (m 은 작은보의 개수)로 주어진다. 그 이상의 변형률계를 이용할 경우, 안정된 추정을 기대할 수 있었다.
- (2) 분포하중, 집중하중, 양단 모멘트를 동시에 받고 있는 보 구조물의 실험을 통해서 본 추정기법을 검증하였다. 실험 결과, 분포곡선의 오차는 상대오차 3.22% 내에 있었으며, 추정 변형률값과 실제 계측값의 절대오차 최댓값은 $2.32\mu\epsilon$ 을 보였다.
- (3) 실험을 통해 등간격으로 센서를 설치하는 것보다 Chebyshev 노드를 따르는 위치에 설치하는 것이 더 작은 추정 오차를 가지는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 기존 연구되었던 해석적 추정의 결과보다 불확실성의 요소들이 고려된 회귀분석적 추정이 정밀성과 안정성이 모두 우수한 것을 확인할 수 있었다.

본 추정 기법은 대공간 구조물, 교량, 고층 건물 등에서 위험 부재로 선정된 보에 대한 응력 모니터링에 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부가 주관하고 한국건설교통기술평가원이 시행하는 첨단도시개발사업의 연구비 지원 (과제번호#09 첨단도시 A01))에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Cheney, E. W. Kincaid, D., "Numerical Mathematics and Computing", Brooks/Cole, Belmont, CA., 2008, pp.153-163.
2. Cho, N. S., Kim, N. S., "Prediction of the Static Deflection Profiles on Suspension Bridge by Using FBG Strain Sensors", KSCE Journal of Civil Engineering, vol. 28, No. 5A, 2008, pp.699-707. (in Korean)
3. Gilat, A., Subramaniam, V., "Numerical Methods for Engineers and Scientists", Wiley, Hoboken, N.J., 2008, pp.179-232, pp.495-530.
4. Hahn, H. G., Ahn, H. J., "A Study on Development of Structural Health Monitoring System for Steel Beams Using Strain Gauges", Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection, vol. 16, No. 1, 2012, pp.99-109. (in Korean)
5. Jo, B. W., Yoon, K. W., Kim, Y. J., Lee, D. Y., "A Study on the Ubiquitous Wireless Tilt Sensors's Application for Measuring Vertical Deflection of Bridge", Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection, vol. 15, No. 3, 2011, pp.116-124. (in Korean)
6. Kim, J. Y., "Structural Considerations and Stability during Construction of Complex-Shaped High-Rise Buildings", The Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea, vol. 22, No. 5, 2009, pp.23-31. (in Korean)
7. Lee, H. M., Park, H. S., "Measurement of Maximum Strain of Steel Beam Structures Based on Average Strains from Vibrating Wire Strain Gages", Experimental Techniques, 2011, doi: 10.1111/j.1747-1567.2011.00733.x.
8. Lee, J., Kim, Y., Park, H. S., "Experimental Study on Measurement of Strain Distribution on Simply Supported Steel Beam Using FBG Strain Sensors", in 6th European Workshop on Structural Health Monitoring, Dresden, 2012, Poster 10.
9. Lioe, R., Wong, W., "The Sands Hotel and Sands SkyPark", The Arup Journal, issue 1, 2012, pp.17-20.
10. Park, H. S., Jung, H. S., Kwon, Y. H., Seo, J. H., "Mathematical Models for Assessment of the Safety of Steel Beams based on Average Strains from Long Gage Optic Sensors", Sensors and Actuators A: Physical, 125(2), 2006, pp.109-113.
11. Park, H. S., Lee, H. M., Adeli, H., Lee, I., "A New Approach for Health Monitoring of Structures: Terrestrial Laser Scanning", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 22, 2007, pp.19-30.
12. Park, H. S., Park, K. T., Lee, K. W., "An Experimental Study on Characteristic Analysis of Deflection Response of RC Structures Using Measured Strain", Journal of the Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection, vol. 5,

-
- No. 3, 2001, pp.173-180. (in Korean)
13. Salvadori, M., Heller, R., "Structure in Architecture", Prentice-Hall, New Jersey, 1963. pp.272-312.
14. Tam, H., Au, H. Y., Chung, K. M., Liao, W. Y., Chung, W. H., Liu, S. Y., Lai, C. C., Ni, Y. Q., Csipkes, A., "Distribution Optical Sensor System on the 610-m Guangzhou New TV Tower", in Optical Fiber Communication Conference, Los Angeles, 2011. Paper OTuL1.

Received : 11/14/2012
Revised : 02/08/2013
Accepted : 02/13/2013

요 지

보 구조물의 안전성을 평가하기 위해서, 해당 부재의 구조적 상태를 보여주는 보여줄 수 있는 변형률을 기반으로 한 모니터링 시스템이 이용되고 있다. 하지만 최대 변형률과 같은 부재의 상태를 대표할 수 있는 변형률이 발생하는 정확한 위치에 센서를 설치하지 않은 한, 측정된 변형률을 토대로 합리적인 평가를 할 수 있게 하는 추가적인 프로세스가 필요하다. 이에 따라 본 연구는 변형률계에 의해 측정된 이산 데이터를 이용하여 강재 보 구조물의 변형률 분포를 추정하는 기법을 제안한다. 본 기법에서는 보 구조물에 작용하는 하중을 미지의 하중으로 가정하였기 때문에, 실제 적용성을 향상 시켰다. 최종적인 변형률 분포는 회귀 분석을 통해서 함수 형태로 주어진다. 본 기법을 이용한 추정 성능을 검증하기 위해서 분포하중, 집중하중, 모멘트가 동시에 작용하는 강재 보 구조물의 휨 실험을 수행하였다. 실험을 통해 추정 변형률의 값을 직접 측정한 값과 비교해 본 결과, 임의의 위치에서도 절대 오차 $2.32\mu\epsilon$ 이내로 변형률을 추정할 수 있었으며, 전체 변형률 분포는 3.32% 이내의 상대오차로 얻을 수 있었다. 따라서 강재 보 모니터링 시스템에 효과적으로 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

핵심 용어 : 변형률 추정, 구조 건전도 평가, 강재 보, 회귀분석
