

研究論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.6108/KSPE.2013.17.1.026>

## 사운드링로켓의 최적 분사조건 결정을 위한 특성방정식: 해석적 해의 경우

이상현\*

### Characteristic Equation to Determine Optimal Ejection Conditions of Sounding Rocket: Analytic Solution Cases

Sang-Hyeon Lee<sup>\*†</sup>

#### ABSTRACT

An analytic approach to determine the optimal conditions for maximizing altitude of a sounding rocket is suggested. The behavior of the one-dimensional momentum equation including thrust, gravitational force and aerodynamic drag force is investigated. For the case where an analytic solution exists, a characteristic equation for determining optimal condition for maximizing altitude at the burn-out state and that for maximizing altitude at the stationary state are developed and verified with numerical experiments.

#### 초 록

사운드링로켓의 고도 극대화를 위한 최적의 분사조건을 결정하기 위한 해석적 접근법을 구축하기 위한 연구를 수행하였다. 로켓의 추력, 중력 및 공력저항을 고려한 1차원 모멘텀 방정식의 거동을 조사하였다. 해석적 해가 존재하는 경우에 대해, 분사 종료 단계에서의 최고 높이를 구할 수 있는 특성방정식과 최고정점에 도달했을 때의 최고 높이를 구할 수 있는 특성방정식을 구하였으며, 이를 수치적 해와 비교하여 타당성을 검증하였다.

Key Words: Sounding Rocket(사운드링로켓), Optimal Jet Condition(최적 분사 조건), Characteristic Equation for Optimal Condition(최적분사조건 특성방정식)

#### 1. 서 론

최근 여러 나라에서 사운드링로켓에 대한 관심

이 증대되고 있는데, 이는 발사비용에 비해 대기 탐사 및 근우주 관측에 대한 높은 효율성 때문이다[1-6]. 사운드링로켓은 궤도진입을 목표로 하지 않고 탄도비행을 하기 때문에 지구궤도를 벗어나기 위한 부스터 및 궤도 추적 장치 등이 필요 없어 발사비용이 위성의 궤도투입을 목적으로

접수일 2012. 7. 20, 수정완료일 2013. 1. 10, 게재확정일 2013. 1. 15

\* 정회원, 울산대학교 항공우주공학과

† 교신저자, E-mail: lsh@mail.ulsan.ac.kr

하는 궤도발사체에 비해 매우 저렴하여 대기권 및 근우주 탐사에 많이 사용된다. 사운드링로켓은 주로 상승 및 하강 시 대기 변화를 조사하거나 정점 근처에서의 근우주 탐사, 태양 및 행성관측 또는 심우주 관측 등에 많이 사용된다. 특히 정점 근처에서의 낮은 속도는 위성이나 궤도발사체에 비해 측정 및 관측의 정확성을 높이는 장점이 있다. 뿐만 아니라, Hyshot 프로그램[7]의 스크램제트 시험에 응용되기도 하는 등 사운드링로켓은 넓은 영역에서 활용되고 있다.

사운드링로켓의 주목표는 탐사와 관측임무의 목적에 부합하는 고도 및 탄도궤적의 제공에 있다. 따라서 사운드링로켓의 예비설계단계에서는 주어진 질량의 화물을 목표고도에 진입시키기 위해 필요한 추진제의 총량, 시간 당 분사량, 추진제의 분사속도, 로켓의 상승 속도 등을 결정하여야 한다. 특히 추진제의 유량은 로켓 상승속도 및 최대 상승고도를 결정하는 핵심 파라미터이다.

본 연구의 선행연구[8]에서는 로켓 운동방정식의 해를 구하는 해석적 방식을 제시하고, 고도 극대화 분사조건을 결정하기 위한 방법론을 제시한 바 있다. 하지만 최적 분사 조건을 수치적으로 결정하여야 하는 문제가 있었으며, 최적분사조건을 결정하기 위한 해석적 방법을 제시하지 못하였다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복하기 위한 해석적 방법론을 제시하고자 한다.

발사조건을 결정하는데 있어 어려운 점은 고도 및 상승속도에 따라 대기의 밀도 및 항력이 변화하는 현상에 기인한다. 본 연구에서는 초기 단계 연구의 일환으로 밀도가 일정한 대기를 가정하여 문제를 단순화 하였다. 그리고 로켓의 추력은 동일한 분사속도에 대해 외압의 변화에 따라 달라지는데, 문제를 단순화하기 위하여 분사유동이 완전팽창인 경우를 고려하였다.

## 2. 지배방정식

### 2.1 로켓 속도 및 고도

공력저항을 고려한 1차원 로켓 운동 방정식[9]은 다음과 같다.

$$m \frac{dv}{dt} = \dot{m} v_j - Kv^2 - mg \quad (1a)$$

$$K = \frac{1}{2} C_d \rho_a S \quad (1b)$$

이때,  $v$ 는 로켓의 상승속도이다.  $\dot{m}$ 과  $v_j$ 는 추진제 분사유량 및 추진제 분사속도인데 음(-)의 값을 가진다.  $C_d$ ,  $\rho_a$ ,  $S$ 는 공력저항계수, 대기 밀도 및 로켓 단면적이다. 로켓 질량은 분사유량의 변화에 따라 변화한다.

$$m = m_o + \int_o^t \dot{m} dt \quad (2a)$$

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} \quad (2b)$$

이때, 로켓의 질량은 시간에 따라 감소하므로 위 정의에 따르면 질량유량( $\dot{m}$ )은 음(-)의 값을 가진다. 따라서 추력( $\dot{m}v_j$ )은 양(+)의 값을 가진다.

지배방정식은 변수분리를 통해 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\frac{dv}{q^2 - v^2} = K \frac{dt}{m} = \frac{K}{\dot{m}} \frac{dm}{m} \quad (3a)$$

$$q = \sqrt{\frac{\dot{m} v_j - mg}{K}} \quad (3b)$$

지배방정식의 해가 유일하게 존재하는 경우는 속도 파라미터  $q$ 가 상수인 경우이다. 속도 파라미터  $q$ 가 상수가 되면 질량유량은 질량에 따라 변화하는 함수이다.

$$\dot{m} = \frac{mg + Kq^2}{v_j} \quad (4a)$$

위식을 시간에 대한 미분을 구하면

$$\frac{d\dot{m}}{dt} = \dot{m} \frac{g}{v_j} \quad (4b)$$

위 식을 변수분리한 뒤 적분하면 다음과 같은 시간 함수로 표현된다.

$$m = \left( m_o + \frac{Kq^2}{g} \right) \exp\left( \frac{g}{v_j} t \right) - \frac{Kq^2}{g} \quad (5a)$$

첨자 “o”는 지상조건을 의미한다. 로켓의 발사 초기 질량과 건질량의 비를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\omega = \frac{m_o}{m_b} \quad (5b)$$

첨자 “b”는 분사종료 상태 (burn-out state)를 의미한다. 추진제 완전 소모시간( $t_b$ )은  $m = m_b$  일 때 시간이며, 다음과 같이 결정된다.

$$t_b = \frac{v_j}{g} \ln\left( \frac{m_b g + Kq^2}{m_o g + Kq^2} \right) \quad (6)$$

이 경우 해석적 해는 다음과 같다.

$$v = q \frac{x-1}{x+1} \quad (7a)$$

$$x = \left( \frac{m}{m_o} \frac{m_o g + Kq^2}{m g + Kq^2} \right)^{\frac{2v_j}{q}} \quad (7b)$$

추진제 완전소모 시  $x = x_b$ 의 값이 매우 큰 값을 가지므로, 다음과 같이 로켓의 속도는 속도 파라미터  $q$  값으로 접근한다.

$$v_b = q \frac{x_b-1}{x_b+1} \approx q \quad (7c)$$

로켓 부스트 모드(boost mode)에서의 상승고도는 속도의 시간적분으로 구한다.

$$h_b = \int_o^{t_b} v dt = \int_{m_o}^{m_b} q \frac{x-1}{x+1} \frac{dm}{m} \quad (8a)$$

이 식은 해석적 적분이 불가능하다. 본 연구에서는 Simson rule[10]을 이용한 수치적분으로 고도를 구하였다.

분사 종료 후 관성 모드로 비행하는 고도는 해석적 적분으로 구할 수 있다.

$$h_s - h_b = \int_{v_b}^o \frac{m_b v dv}{m_b m_b g + Kv^2} = \frac{m_b}{2K} \ln\left( \frac{m_b g + Kv_r^2}{m_b g} \right) \quad (8b)$$

이때, 첨자“s”는 정점 상태(stationary state)를 의미한다.

로켓의 속도 및 고도는  $x_b$ 에 영향을 받으므로, 속도 파라미터  $q$ 에 대한  $x_b$ 의 변화를 살펴볼 필요가 있다. Eq. 7b에서  $x_b$ 의 로그함수를 취하면 다음과 같다.

$$\ln(x_b) = \frac{2v_j}{q} \ln\left( \frac{m_b}{m_o} \frac{m_o g + Kq^2}{m_b g + Kq^2} \right) \quad (9a)$$

이 식을 속도 파라미터에 대하여 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_b} \frac{dx_b}{dq} = & -\frac{2v_j}{q^2} \left[ \frac{q}{2v_j} \ln(x_b) \right] \\ & + \frac{2v_j}{q} \frac{d}{dq} \ln\left( \frac{m_b}{m_o} \frac{m_o g + Kq^2}{m_b g + Kq^2} \right) \end{aligned} \quad (9b)$$

우변 두 번째 항을 미분하고 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dx_b}{dq} = -\frac{x_b}{q} \left[ \ln(x_b) + \frac{4Kqv_j(m_o - m_b)g}{(m_o g + Kq^2)(m_b g + Kq^2)} \right] \quad (9c)$$

## 2.2 분사 종료 기준 고도 극대화 최적 분사조건

로켓 운동방정식을 적분변수를 시간이 아니라 고도로 변형하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dv}{q^2 - v^2} = \frac{K}{m} \frac{dh}{v} \quad (10a)$$

변수분리하고 지상에서 분사종료 시점까지 적분하면 다음과 같다.

$$\int_o^{v_b} \frac{v dv}{q^2 - v^2} = \int_o^{h_b} \frac{K}{m} dh \quad (10b)$$

위 식의 좌변은 다음과 같이 쉽게 적분된다.

$$-\frac{1}{2} \ln(q^2 - v^2)_o^{v_b} = -\frac{1}{2} \ln\left[ \frac{4x_b}{(x_b+1)^2} \right] \quad (10c)$$

이 식을 속도 파라미터에 대해 미분하면

$$\frac{1}{2x_b} \frac{x_b - 1}{x_b + 1} \frac{dx_b}{dq} \approx \frac{1}{2x_b} \frac{dx_b}{dq} \quad (10d)$$

위의 적분 방정식 Eq. 10b의 우변 항을 속도 파라미터에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\int_o^{h_b} \frac{d}{dq} \frac{K}{m} dh + \frac{K}{m_b} \frac{dh_b}{dq} - \frac{K}{m_o} \frac{dh_o}{dq} \quad (11a)$$

이 미분 식에는 Leibniz rule [11]이 적용되었다. 위 식에서 질량은 속도 파라미터와 상호독립이므로 첫 항은 0이다. 초기고도는 0이므로 마지막 항은 0이다. 그리고 최대 고도를 만족하기 위하여 두 번째 미분 항이 0이 되어야하므로 위 식의 모든 항은 0이 된다. 따라서 다음과 같은 최적 속도 파라미터를 구하기 위한 특성방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{2x_b} \frac{dx_b}{dq} = 0 \quad (11b)$$

이때  $x_b$ 는 1보다 큰 유한한 값이므로 특성 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\ln(x_b) + \frac{4Kqv_j(m_o - m_b)g}{(m_o g + Kq^2)(m_b g + Kq^2)} = 0 \quad (11c)$$

따라서 위 식을 만족하는 속도 파라미터  $q$ 는 분사종료 기준 최대고도에 해당되는 속도 파라미터가 된다. 하지만 이 방정식은 속도 파라미터에 대해 4차 방정식이고,  $x_b$  또한 속도 파라미터의 함수이므로 비선형성이 강하다. 따라서 본 연구에서는 근사해를 구하는 방법을 찾아보았다. 위 특성 방정식은 다음과 같이 변형 가능하다.

$$q^3 \ln(x_b) + \frac{4m_b g v_j (\omega - 1)}{K \left( \frac{m_o g}{Kq^2} + 1 \right) \left( \frac{m_b g}{Kq^2} + 1 \right)} = 0 \quad (12a)$$

이에 대한 근사해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$q = \sqrt[3]{G \frac{4v_j(1-\omega)}{\ln(x_b) \left( \frac{\omega G}{q^2} + 1 \right) \left( \frac{G}{q^2} + 1 \right)}} \quad (12b)$$

$$G = \frac{m_o g}{K} \quad (12c)$$

위 식을 통해 반복계산을 수행하면 근사해를 구할 수 있다. 하지만 이 식은 오차를 내포할 가능성이 있으므로 보정식이 필요할 수 있다. 본래의 특성방정식은 다음과 같이 변형가능하다.

$$\left( \frac{q^2}{G} \right)^2 + B \left( \frac{q^2}{G} \right) + \omega = 0 \quad (12d)$$

$$B = \omega + 1 + \frac{4v_j(\omega - 1)}{\ln(x_b)q} \quad (12e)$$

위 식 Eq. 12b에서 구한 수렴된 속도 파라미터를 위 식에 대입하면, 다음과 같은 최종 보정된 최적 속도 파라미터를 구할 수 있다.

$$q_{opt,b} = \sqrt{G \frac{\sqrt{B^2 - 4\omega - B}}{2}} \quad (12f)$$

23 정점 기준 고도 극대화를 위한 최적 분사조건

추진제를 완전히 소모한 뒤에는 로켓이 추력 없고 질량의 변화 없는 상태에서 비행하게 된다. 따라서 지배방정식은 다음과 같이 변형된다.

$$m_b \frac{dv}{dt} = -Kv^2 - m_b g \quad (13a)$$

이 지배방정식을 변수분리하고 시간대신 고도에 대한 관계를 도입하면 다음과 같이 표현된다.

$$-\frac{Kdv}{m_b g + Kv^2} = \frac{K}{m_b} \frac{dh}{v} \quad (13b)$$

변수분리하고 분사종료 시점부터 정점까지 적분하면 식은 다음과 같이 표현된다.

$$-\int_{v_b}^o \frac{Kvdv}{m_b g + Kv^2} = \int_{h_b}^{h_s} \frac{K}{m_b} dh \quad (13c)$$

위 적분의 좌변 항은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$-\frac{1}{2} \ln \left( v^2 + \frac{m_b g}{K} \right) \Big|_{v_b}^o = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{m_b g + Kv_r^2}{m_b g} \right) \quad (13d)$$

이 식을 속도 파라미터에 대해 미분하면

$$\frac{Kv_b}{m_b g + Kv_r^2} \frac{d}{dq} \left( q \frac{x_b - 1}{x_b + 1} \right) = \frac{Kv_b}{m_b g + Kv_r^2} \left[ \frac{x_b - 1}{x_b + 1} + \frac{2q}{(x_b + 1)^2} \frac{dx_b}{dq} \right] \quad (13e)$$

따라서 발사초기부터 정점까지 전 영역에 대해 적분하면 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\int_o^{v_b} \frac{v dv}{q^2 - v^2} - \int_{v_b}^o \frac{Kv dv}{m_b g + Kv^2} = \int_o^{h_b} \frac{K}{m} dh + \int_{h_b}^{h_s} \frac{K}{m} dh \quad (14a)$$

위 식의 우변 항을 속도파라미터에 대해 미분하면 다음과 같이 표현된다.

$$\int_o^{h_b} \frac{d}{dq} \frac{K}{m} dh + \frac{K}{m_b} \frac{dh_b}{dq} - \frac{K}{m_o} \frac{dh_o}{dq} + \int_{h_b}^{h_s} \frac{d}{dq} \frac{K}{m} dh + \frac{K}{m_b} \frac{dh_s}{dq} - \frac{K}{m_b} \frac{dh_b}{dq} \quad (14b)$$

이 미분 식에는 Leibniz rule[11]이 적용되었다. 위 식에서 항력계수는 상수이고 질량은 속도 파라미터와 상호독립이므로 적분 항들은 0이다. 초기고도는 0이므로 초기고도 미분 항은 0이다. 분사종료 직후 고도에 대한 미분 항은 서로 상쇄된다. 그리고 정점 고도가 극대를 갖기 위해서는 속도 파라미터에 대한 정점 고도의 미분도 0이 되어야 한다. 따라서 위 식의 모든 항이 0이 되므로 다음과 같은 특성방정식으로 귀결된다.

$$\frac{1}{2x_b} \frac{dx_b}{dq} + \frac{2Kq^2}{m_b g + Kq^2} \frac{x_b - 1}{x_b + 1} \times \left[ \frac{x_b - 1}{x_b + 1} + \frac{2q}{(x_b + 1)^2} \frac{dx_b}{dq} \right] = 0 \quad (15a)$$

이 식에  $dx_b/dq$ 를 대입하면 다음과 같은 최종 형태의 특성방정식을 구할 수 있다.

$$\ln(x_b) + \frac{4Kqv_j(m_o - m_b)g}{(m_o g + Kq^2)(m_b g + Kq^2)} - \psi = 0 \quad (15b)$$

$$\psi = \frac{\frac{2Kq^2}{m_b g + Kq^2} \left( \frac{x_b - 1}{x_b + 1} \right)^2}{1 + \frac{x_b - 1}{x_b + 1} \frac{2Kq^2}{m_b g + Kq^2} \frac{4x_b}{(x_b + 1)^2}} \quad (15c)$$

따라서 위 식을 만족하는 속도 파라미터  $q$ 는 정점 고도를 최대로 하는 속도 파라미터가 된다. 하지만 이 방정식은 속도 파라미터에 대해 4차 방정식이고,  $x_b$  또한 속도 파라미터의 함수이므로 비선형성이 강하다. 본 연구에서는 다음과 같은 근사해를 구하는 방법을 제안한다.

$$q = \sqrt[3]{G \frac{4v_j(1-\omega)}{[\ln(x_b) - \psi] \left( \frac{\omega G}{q^2} + 1 \right) \left( \frac{G}{q^2} + 1 \right)}} \quad (16a)$$

위 식을 통해 구한 속도 파라미터를 우변 항에 대입하는 반복계산을 수행하면 근사해를 구할 수 있다. 하지만 이 식은 오차를 내포하고 있으므로 보정식이 필요할 수 있다. 본래의 특성방정식은 다음과 같이 변형가능하다.

$$\left( \frac{q^2}{G} \right)^2 + B \left( \frac{q^2}{G} \right) + \omega = 0 \quad (16b)$$

$$B = \omega + 1 + \frac{4v_j(\omega - 1)}{\ln(x_b)q} \quad (16c)$$

Equation 16a에서 구한 수렴된 속도 파라미터를 위식 Eq. 16c에 대입하면, 다음과 같은 최종 보정된 최적 속도 파라미터를 구할 수 있다.

$$q_{opt,s} = \sqrt{G \frac{\sqrt{B^2 - 4\omega - B}}{2}} \quad (16d)$$

하지만 이 보정 결과는 Eq. 16a의 반복계산 결과와 거의 일치하기 때문에 실제로는 필요 없는 과정이다.

## 24 수치 해

계산조건이 주어지면 지배방정식을 수치적으로 적분하여 해를 구할 수 있다. 수치계산은 다음과 같이 음적(Implicit) 방법으로 수행하였다.

$$m_k \frac{v_n - v_{n-1}}{\Delta t} = \dot{m}_k v_j - K v_k^2 - m_k g \quad (17a)$$

이때, 지수  $k$ 는  $n-1$  단계와  $n$  단계의 평균값을 적용하였다. 평균값을 적용하여 위 식을 정리하면 다음과 같은 2차방정식으로 표현된다.

$$K v_n^2 + 2B v_n - C = 0 \quad (17b)$$

$$B = 2 \frac{m^k}{\Delta t} + K v_{n-1} \quad (17c)$$

$$C = 4 \left( m_k \frac{v_{n-1}}{\Delta t} + \dot{m}_k v_j - m_k g \right) - K v_{n-1}^2 \quad (17d)$$

차분방정식의 시간 간격( $\Delta t$ )은 총 비행시간을 구간 수로 나누어 결정하는데, 본 연구에서는 구간 수를 150으로 설정하여 계산을 수행하였다.

### 2.5 계산 조건

본 연구에서는 로켓의 건질량( $m_b$ )을 750 Kg으로 설정하였다. 로켓 건질량의 영향을 살펴보기 위하여 보조적으로 500 kg 및 1000 kg을 고려하였다. 발사 초기 질량 및 추진제 질량은 다음과 같이 로켓 질량비를 이용하여 결정한다.

$$m_o = \omega m_b \quad (18a)$$

$$m_p = m_o - m_b = m_b(\omega - 1) \quad (18b)$$

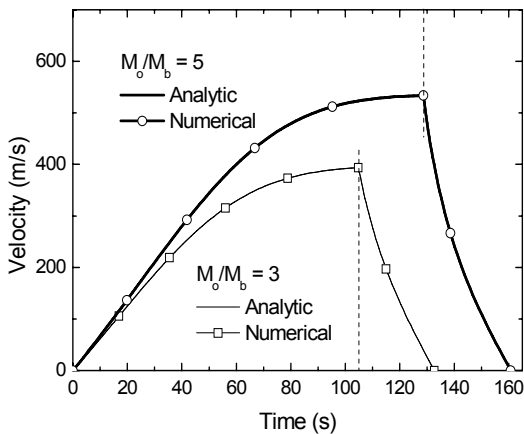


Fig. 1 Velocity Profile

질량비( $\omega$ )는 사운드링로켓의 목적에 따라 달라지는데, 본 연구에는 2~6의 경우를 살펴보았다.

로켓 연소기 내 온도와 압력은 2500 K, 100 기압으로 설정하였고, 대기의 온도와 압력은 300 K, 1 기압으로 설정하였다. 밀도는 상태방정식을 이용하여 결정하였다. 노즐 출구 유동은 이상과정으로 대기압으로 가속되는 조건을 사용하였다. 추진제 분사속도는 1916 m/s 이다.

로켓 단면의 직경은 0.4 m, 항력계수는 보통 0.7~1.5 사이의 값을 갖는데, 본 연구에서는 1.1 인 경우를 고려하였다.

### 3. 결과 및 분석

#### 3.1 로켓 운동 특성

Figure 1은 로켓의 상승 속도의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다. 수직 점선은 분사 종료 시점을 표시하고 있다.

속도 분포를 살펴보면, 로켓 질량비와 상관없이, 해석적 해와 수치해가 거의 완벽하게 일치함을 알 수 있다. 속도는 초기에 일정한 가속도로 증가하지만, 최종단계로 갈수록 일정한 속도로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 질량비가 클수록 최대속도가 증가하는 것을 확인할 수 있다.

Figure 2는 로켓의 상승 고도의 시간에 따른 변화를 나타낸 그림이다. 수직 점선은 분사 종료

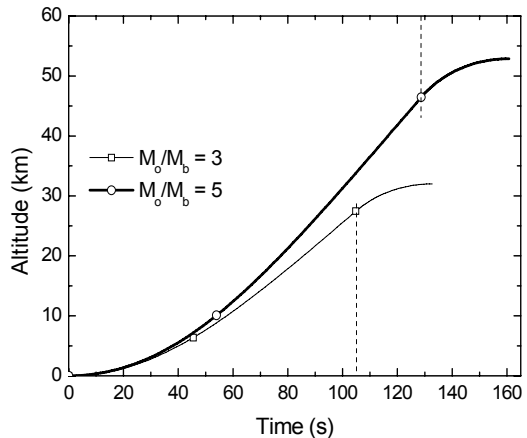


Fig. 2 Altitude Profile

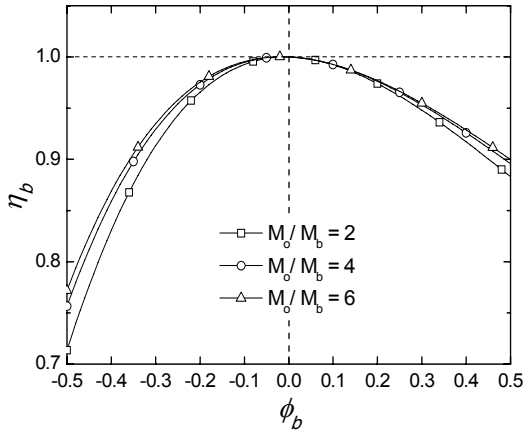


Fig. 3 Variation of Altitude

시점을 표시하고 있다. 초기 가속 구간에서는 고도가 시간의 제곱에 비례하여 증가하다가 등속 구간으로 접어들면서 고도가 시간에 비례하여 거의 선형적으로 증가하는 것을 볼 수 있다. 분사 종료 후에는 감속되면서 고도가 위로 볼록한 곡선 형태로 증가하는 것을 볼 수 있다.

### 3.2 상승고도 극대화를 위한 최적조건

분사 종료 시점에서의 상승고도 극대화를 위한 최적 속도 파라미터를 결정하기 위한 특성방정식의 유효성을 검증하기 위하여 다음과 같은 파라미터를 도입하였다.

$$\phi_b = \frac{q - q_{opt,b}}{q_{opt,b}} \quad (19a)$$

$$\eta_b = \frac{h_b}{h_b(q_{opt,b})} \quad (19b)$$

Figure 3은 속도 파라미터의 변화에 따른 분사 종료 시점 기준 상승고도의 변화를 살펴본 것이다. 수직 점선은 Eq. 12에서 제시한 최적조건에 해당되는 속도 파라미터를 표시하고 있다. 로켓 질량비와 상관없이 최적 속도 파라미터일 때, 분사 종료 시점의 고도가 최대가 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 최적 속도 파라미터 특성방정식이 유효한 것으로 판단된다.

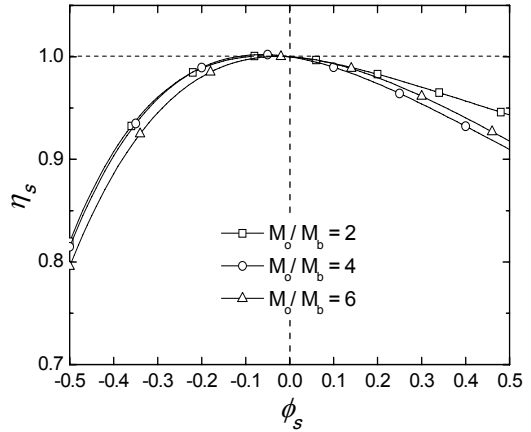


Fig. 4 Variation of Altitude

로켓의 정점 기준 상승고도 극대화를 위한 최적 속도 파라미터를 결정하기 위한 특성방정식의 유효성을 검증하기 위하여 다음과 같은 파라미터를 도입하였다.

$$\phi_s = \frac{q - q_{opt,s}}{q_{opt,s}} \quad (20a)$$

$$\eta_s = \frac{h_s}{h_s(q_{opt,s})} \quad (20b)$$

Figure 4는 속도 파라미터의 변화에 따른 정점에서의 상승고도의 변화를 살펴본 것이다. 수직 점선은 Eq. 16에서 제시한 최적조건에 해당되는 속도 파라미터를 표시하고 있다. 로켓 질량비와 상관없이 최적 속도 파라미터일 때, 정점의 고도가 최대가 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 최적 속도 파라미터 특성방정식이 유효한 것으로 판단된다.

Figure 5는 로켓 질량비의 변화에 따른 분사 종료 시점 또는 정점에서의 고도 극대화를 위한 최적 속도 파라미터의 변화를 도시한 그림이다. 최적 속도 파라미터는 대체적으로 로켓 질량비의 증가에 따라 완만하게 증가하는 것으로 나타났다.

정점 기준 최적 속도 파라미터( $q_{opt,s}$ )의 증가율은 분사 종료 시점 기준 최적 속도 파라미터

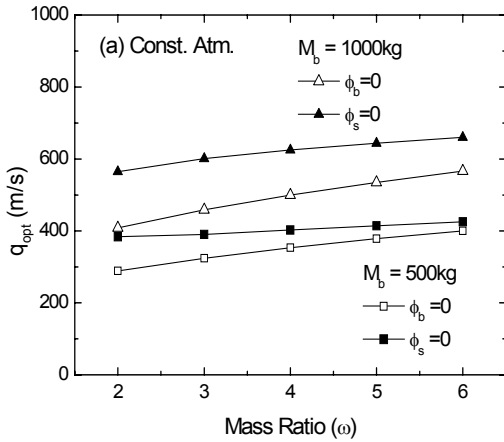


Fig. 5 Variation of Optimal Velocity Parameter

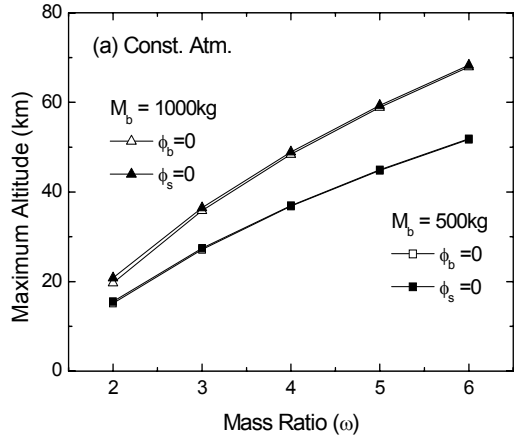


Fig. 6 Variation of Maximum Altitude

( $q_{opt,b}$ )에 비해 증가율이 낮은 것으로 나타났다. 로켓 건질량의 증가는 최적 속도 파라미터의 증가로 나타나는데, 2배의 건질량 증가에 대해 최적 속도 파라미터는 1/3 정도의 증가를 보인다.

Figure 6은 로켓 질량비의 변화에 따른 정점에서의 최대 고도의 변화를 도시한 그림이다. 로켓 질량비의 증가에 대해 최대 고도는 거의 선형적으로 증가하는 것으로 나타났다. 이때 특이한 점은 분사 종료 시점 기준 최적 속도 파라미터에 의한 정점 고도와 정점기준 최적 속도 파라미터에 의한 정점 고도가 거의 일치한다는 점이다. 로켓 건질량의 증가는 최대 고도 증가로 나타나는데, 2배의 건질량 증가에 대해 최적 속도 파라미터는 1/4 정도의 증가를 보인다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 공력저항을 고려한 1차원 운동 방정식을 이용하여 사운드링로켓의 상승고도가 최대가 되는 최적 분사 조건을 결정하기 위한 해석적 방법론을 제시하였다.

분사 종료 시점 기준 최대 고도를 이루는 최적 속도 파라미터를 해석적 특성방정식을 이용하여 정확히 구할 수 있었고, 정점 기준 최대 고도를 이루는 최적 속도 파라미터를 해석적 특성방정식을 이용하여 정확히 예측할 수 있었다.

로켓 질량비의 증가에 대해 최적 속도 파라미터가 선형적으로 증가하고, 최대 고도가 거의 선형적으로 증가함을 확인하였다. 로켓의 건질량의 증가 또한 최적 속도 파라미터와 최대고도가 증가를 초래한다는 사실을 확인하였다.

본 연구에서는 고도에 따른 밀도변화를 고려하지 않은 관계로 고도 변화가 큰 경우에 적용에 제한이 존재한다. 이후의 연구에서는 이에 대한 추가적인 연구가 필요하다고 판단된다.

#### 후 기

이 논문은 울산대학교 기계공학부 일류화사업단의 연구비 지원으로 연구되었음.

#### 참 고 문 헌

1. Sanchez-Pena, M., "Scientific Experiences using Argentinean sounding rockets in Antarctica," Acta Astronautica, Vol. 47, No. 2, 2000, pp.301-307
2. Nakasuka, S., Funase, R., Nakada, K., Kaya, N., and Mankins, J. C., "Large membrane Furoshiki Satellite applied to phased array antenna and its sounding



- rocket experiment," *Acta Astronautica*, Vol. 58, No. 8, 2006, pp.395-400
3. Dougherty, K., "Upper atmospheric research at Woomera: the Australian-built sounding rockets," *Acta Astronautica*, Vol. 59, Issues 1-5, 2006, pp.54-67
  4. Cho, G-R., Park, J-J., Chung, E-S., and Hwang, S-H., "The Korea Sounding rocket program," *Acta Astronautica*, Vol. 62, No. 12, 2008, pp.706-714
  5. Sanz-Aranguez, P., and Calero, J. S., "Sounding rocket developments in Spain," *Acta Astronautica*, Vol. 64, Nos. 9-10, 2009, pp.850-863
  6. Chern, J-S., Wu, B., Chen, Y-S., and Wu, A-M., "Suborbital and low-thermospheric experiments using sounding rockets in Taiwan," *Acta Astronautica*, Vol. 70, 2012, pp.159-164
  7. Paull, A., Alesi, H. and Anderson, S., "Hyshot Flight Program and how it was developed," AIAA 02-4939, 2002
  8. 이상현, "사운드링로켓의 고도 극대화를 위한 최적조건," *한국추진공학회지*, 제16권, 제3호, 2012, pp.41-48
  9. G. P. Sutton and O. Biblarz, *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley and Sons, 7th Ed. 2001
  10. Conte, S. D., and de Boor, C., *Elementary Numerical Analysis*, 3rd Ed., Mcgraw Hill, 1988
  11. Hildebrand, *Advanced Calculus for Applications*, 2 Ed., Prentice-Hall, 1976