

중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석

권지현

김구연 (서강대학교)[†]

I. 서론

교과서는 편찬된 시기에 따라 그 시대의 교육관을 반영하고 있다. 교과서를 통해서 당대의 교육 방향과 교육 목표를 살펴볼 수 있으며 그 시대의 학생이 받은 교육과정을 살펴볼 수 있다. 국민 교육의 기본서로 활용되는 교과서는 교육 환경에서 학생과 교사가 자연스럽게 접하는 매체로서 실제 교실 수업에 영향을 준다. 교사는 학교 현장에서 교육과정을 바탕으로 전반적인 수업을 구성하는 중요한 역할을 수행하는데, 이 과정에서 교사는 수업을 위한 교육 자료로써 교과서를 가장 많이 사용한다(김민혁, 2012). 또한 수업에서 무엇을 어떻게 가르칠 것인가에 대한 전반적인 계획을 세우고, 수업에서 사용하는 다양한 과제 선택에 관한 결정을 주로 교과서를 통해 해결한다(Robitaille & Travers, 1992). 이처럼 교과서는 교사의 수업 진행에 있어 교수법에 대한 지속적인 지지를 제공하며 학습 활동을 위한 직접적인 도움을 주기 때문에 교과서에 대한 이해는 반드시 필요하다(Colopy, 2003).

수학 교수·학습에 중요한 역할을 하는 수학 교과서는 그 시대의 교육과정과 교육관을 반영하며 계속해서 개정되어왔다(권나영, 김래영, 김구연, 2011). 또한 우리나라 수학 교육과정 역시 교육 현장에서 나타나는 다양한 문제점들을 보완하며 과거부터 현재까지 끊임없이 변화

발전해 왔다. 과거 우리나라 수학교육은 사고력을 무시한 단순한 문제 해결 과정과 기계적인 풀이법에 의존하는 계산 위주의 교육이라는 문제점이 지적되어왔다. 이에 수학 교육과정은 학생의 창의적인 사고와 문제 해결력을 신장시키고 수학적, 논리적인 사고력을 길러 수학적 힘을 키울 수 있도록 변화하였다(교육인적자원부, 2007). 하지만 이러한 교육과정의 변화에도 불구하고 수학 교육의 현장은 여전히 다양한 문제점이 남아있다. 실제 수학교육 현장에서는 학생들이 문제를 푼다는 의미의 수학 학습보다는 문제에 대한 답을 찾는 의미의 학습이 진행되고 있는 실정이다.

이처럼 단순한 공식 암기와 기계적인 문제 풀이 학습의 반복으로 교육과정이 추구하는 수학교육의 목표가 제대로 실현되지 못하는 데에는 교과서, 학생, 수업 환경 등 다양한 요인들의 복합적인 관계 속에서 설명될 수 있다. 그 중 앞서 서술한 교과서 활용의 중요성을 통해 본다면, 수학 교과서를 구성하고 있는 학습 과제 및 학습 목표 등이 교육과정이 추구하고자 하는 그 방향과 일치하는지 살펴볼 필요가 있다. 교과서에 포함된 수학 과제는 교육 현장과 밀접하게 연결되어 교사와 학생의 학습 활동에 직접적인 대상이 되며 교육과정을 구현하는 실질적인 도구가 되기 때문이다. 따라서 교과서의 수학 과제가 교육과정을 잘 반영하여 그 역할을 제대로 수행하고 있는지 알아보는 것은 학교 수업에서 교사의 교육 실행과 학생의 효과적인 학습을 위해 중요한 일이라 할 수 있다.

2012년 1월 10일 교육과학기술부는 수학교육의 목표 달성과 앞서 수학교육에서의 문제 해결을 위한 대안으로 「수학교육 선진화 방안」을 발표하였다. 「수학교육 선진화 방안」은 입시 대비 변별력을 확보하기 위한 수학 교육에서 사고력과 창의력을 키우는 수학교육으로 개선하고, 수학에 대한 흥미와 긍정적 인식을 높이기 위한

* 접수일(2013년 01월 17일), 수정일(2013년 02월 04일), 게재확정일(2013년 02월 15일)

* ZDM분류 : B73

* MSC2000분류 : 97U20

* 주제어 : 수학 교과서, 중등 수준, 수학 과제, 인지적 노력수준, 과제 분석

* 이 연구는 2010년도 서강대학교 교내연구비 지원에 의한 연구임(201010055).

[†] 교신저자

내용을 담고 있다(교육과학기술부, 2012). 또한 교육과학기술부는 기존의 학업 성취도가 현저히 낮은 문제를 암기된 공식과 반복적인 풀이에만 의존하여 학습하는 현수학교육 개선의 한 일환으로 변화된 수학 과제를 포함한 교과서 구성을 유도하고 있다. 이처럼 「수학교육 선진화 방안」에서도 제시하였듯이 교육 목표를 성공적으로 실현하고 효과적인 학습으로 이끌기 위해서 교과서의 역할이 얼마나 중요한지 알 수 있다. 교과서에 포함된 수학 과제는 학생들의 수학적 지능을 계발하고 수학적 이해와 기술을 발달시킬 수 있어야 하며, 학생들로 하여금 문제 해결력과 수학적 의사소통을 촉진하는 다양한 학습기회를 제공할 수 있어야 한다(National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 2000). 특히 기하는 사회현상 및 자연현상과 같은 주변 생활 문제를 해결하는데 기초가 될 수 있으므로 기하 단원의 수학과제는 주변 생활과 연계된 문제 해결을 통해 학생들에게 의미 있는 학습 동기를 제공할 수 있어야 한다.

기하는 수학 교육과정의 핵심적인 한 영역으로 중요한 역할을 수행한다. 기하는 평면이나 공간에서 도형에 관한 기본적인 성질을 이해하며, 자연, 예술, 건축, 그래픽, 공간 탐험, 지도 읽기 등 실생활 상황의 문제 해결에 기초가 되는 영역이기 때문이다(교육인적자원부, 2007). 또한 기하 문제는 해결 방법이 다양하기 때문에 기계적인 풀이법에 의존하는 단순한 문제 풀이가 아닌 수학적 추측을 만들고 그 추측의 타당성을 분석 및 검증하는 과정을 통해 수학적 창의력과 고도의 문제 해결력을 신장시킬 수 있다. 기하의 이러한 특징은 시대가 요구하는 수학교육의 목표 중 창의적인 사고력 증진이라는 목표를 달성하는데 중요한 교과 영역이다. 따라서 수학교육의 궁극적인 목표 달성에 중요한 한 축을 담당하고 있는 기하 영역이 교과서 내에서 수학 과제를 통해 그 목표를 달성할 수 있도록 반영되어 있는가에 대한 연구가 필요하다.

이 연구에서는 2007 개정 교육과정에 따르는 수학 교과서가 학생들의 수학적 사고를 돕기 위해 수학 과제를 어떻게 제시하고 있는지 기하 단원을 중심으로 살펴보고자 한다. 이를 위해 구체적인 연구 질문을 다음과 같이 설정하였다. 첫째, Smith & Stein(1998)이 제시한 수학과제 분석틀(Mathematical Task Analysis Guide)을 이

용하여 중학교 교과서 기하 단원에 포함된 수학 과제를 분석했을 때, 과제의 인지적 노력 수준(cognitive demand)은 어떠한가? 둘째, 교과서의 기하 내용은 그 구성 면에서 어떠한 특징을 나타내는가?

II. 이론적 배경

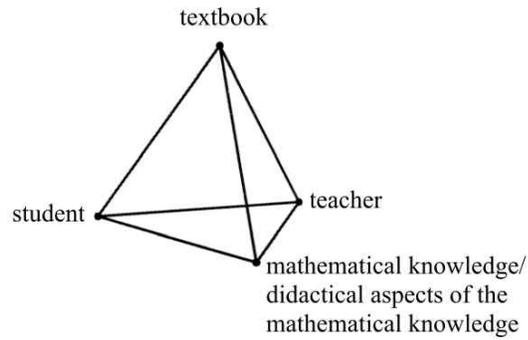
교과서는 발행되는 시기에 시행되고 있는 교육과정을 가장 잘 반영하고 있는 도구로서 실제 수업 현장에서 진행되는 수학교육과 의도된 교육과정 사이를 연결하는 중요한 매개체 중 하나이다(Stein, Remillard & Smith, 2007; Robitaille & Travers, 1992). 2007 개정 수학과 교육과정을 살펴보면 수학교육은 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 현상을 수학적으로 관찰하고 수학적 문제 상황에서 논리적 사고하여 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기르는 데에 있다. 특히 과거와 달리 현재의 교육과정은 창의적 사고 능력, 문제 해결 능력, 의사소통 능력 등을 신장시키기 위해서 수학적 추론, 수학적 문제 해결, 수학적 의사소통과 관련된 수학 교수·학습을 강조하고 있다. 이에 교육과정에서는 수학교과의 목표를 수학적으로 사고하고 의사소통 하는 능력을 길러 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰함으로써 합리적이고 창의적으로 해결하며 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기르는 데에 두고 있다(교육인적자원부, 2007). 따라서 교육과정을 구현하는 교과서는 교육과정에서 제시하는 궁극적인 수학교육의 목적을 실현시킬 수 있도록 구성되어야 하며 학생들의 수학적 이해와 효과적인 학습을 위한 중요한 지침이 되어야 한다.

우리나라 교육과정을 반영하는 교과서는 실제 학교 현장에 적용되어 교사와 학생 그리고 수학 학습 환경과 직접적인 연결 관계를 맺으며 교수·학습에 매우 발전적인 역할을 수행한다. 교과서는 수학적으로 학생과 교사에게 접하여 무엇을 어떻게 해야 할지를 결정해 준다. 교사는 교과서를 통해서 전반적인 수업의 일들을 구성하고 학생에게 가르칠 내용과 평가할 내용을 결정한다(Ball & Cohen, 1996). 뿐만 아니라, 교과서가 교사의 교수법 전개에 많은 도움을 주며 교사와 교과서 사이에는 매우 활발한 상호작용이 존재한다(Stein & Kim, 2009)

실제로 수업 현장에서 한국 교사의 교과서 사용에 대한 선행연구를 보면, 교사는 수업을 준비하는 단계에서 교과서를 가장 많이 이용하며 수업 목표 및 주제의 선정과 설명 방법에 대한 결정의 목적으로 교과서를 사용하였다(김민혁, 2012). 또한 수업에 사용할 다양한 과제와 연습문제 등을 교과서를 통해 선정한다고 설명하였다. 이처럼 교사는 교과서를 이용하여 수업을 구성하며 이것은 곧 학생들의 수학 학습으로 연결되기 때문에 교과서는 교사와 학생의 교수·학습 측면에서 지대한 영향을 미친다고 할 수 있다.

Rezat(2006)은 수학 교수·학습 안에서 교과서의 역할에 대한 좀 더 깊이 있는 이해를 발전시키고자 개발된 이론적 모델로서 교과서 사용에 대한 종합적인 의미를 묘사하였다. Rezat는 사면체 모델을 통해서 교사와 학생은 활동의 주체가 되어 교과서를 사용하고, 교과서는 수학적 지식을 포함하며, 학생과 교사를 연결하는 도구가 되어 서로 밀접한 상호작용을 하고 있음을 설명한다. 교과서는 전반적인 수학 학습 활동에 중요한 영향을 주는데, 특히 교과서를 통해 제시되는 다양한 문제와 수학 과제는 학생을 심리적, 정신적으로 성장시키며 전반적인 수업의 구성과 교수·학습에 직접적인 영향을 준다(Trafton, Reys & Wasman, 2001).

수학 교과서는 다양한 수학 과제를 포함하여 교실 수업에서 교사와 학생에게 활용된다. 교실 수업에서 교과서가 중요한 만큼 교과서를 통해 제시되는 수학 과제 역시 그 중요성은 강조될 수 있다. 수학 과제에 대한 정의를 Doyle(1983)은 “과제는 학생이 어떤 결과를 만들기 위해 사용한 방법을 공식화한 것으로서, 결과물을 만드는 동안 학생에게 이용 가능한 자료이다”(p. 161)라고 하며, 과제를 학생 중심으로 설명하고 있다. 또한 NCTM(1995)은 “과제는 누군가 고의로 상황을 설명하도록 만든 활동(Activity)이다”(p. 87)라고 정의한다. 수학 과제는 특별한 수학적 이론과 개념에 대해 학생이 관심을 두도록 초점을 맞춘 수업 활동으로 대부분 문제(Problem)의 형태로 제시된다(Stein, Grover, & Henningsen, 1996). 결국, 수학 과제는 학생의 학습 활동과 가장 밀접하게 연결된 자료로서 학생들은 수업에서 교과서에 포함된 수학 과제를 해결하며 수학적 이해를 발전시킨다.



[그림 1] 교과서 사용에 대한 사면체 모델 (Rezatz, 2006, p. 413)
[Fig. 1] The model of textbook use (Rezatz, 2006, p. 413)

수학 과제는 학생의 수학적 사고에 직접적인 영향을 주는 것으로, 가르칠 때 사용하는 다양한 종류의 과제가 학생들의 학습과 밀접한 관계가 있는데, 특히 학생들의 인지적 성장과 관련된다(Hiebert & Wearne, 1993). 과제의 기본 특성(features)은 학생들의 사고방식에 영향을 줄 수 있으며 동시에 사고하는 과정을 설명해 준다(Henningsen & Stein, 1997). 따라서 학생에게 주어지는 과제는 수학적으로 가치 있어야 하며 특히 학생 학습에 중요한 역할을 하는 교과서는 수학적으로 가치 있는 과제들을 포함해야 한다. 가치 있는 수학 과제는 수학적 이해와 기술을 발달시킬 수 있어야 하며, 수학적 아이디어에 대한 통일성 있는 틀을 발달시키고 학생들의 도전의식과 호기심을 끊임없이 자극하고 격려해야 한다(NCTM, 2000). 또한 문제 해결과 수학적 추론을 복합적으로 요구하며 수학에 대한 의사소통을 촉진할 수 있도록 제시되어야 한다. 이처럼 수학적으로 사고하게 만드는 수학 과제를 통한 학생들의 경험은 문제를 해결하고 자하는 긍정적 성향과 전략을 발전시키므로 교과서는 흥미롭고 가치 있는 수학 과제를 포함하여 학생의 학습 증진에 중요한 역할을 해야 한다(Trafton et al., 2001). 또한 교사는 이러한 수학 과제를 통해서 학생들의 학습 경험을 설계해야 하고, 적절성이 뒷받침 된, 즉 이론적으로 옳고 중요한 수학에 기초한 과제를 제시할 수 있어야 한다(NCTM, 2000).

학생에게 주어지는 수학 과제에 대한 이해는 교수·학습에 미치는 영향을 이해하는데 필수적이다. 특히 수학

과제의 내용적 측면에 대한 연구는 학습자에게 중요한 영향을 줄 수 있다(Doyle, 1983). “과제의 내용에 대한 분석은 학생의 정보처리 과정과 환경적 조건을 연결한다. 즉, 학생이 사용하는 과제에 대한 이해는 과제를 해결하는데 반드시 필요한 인지적인 과정의 접근을 설명”(Doloye, 1983, p. 162)해주기 때문에 과제의 내용적 측면에 대한 연구는 중요하다. 하지만 우리나라의 수학 과제를 대상으로 한 연구들은 대부분 과제의 내용에 대한 분석보다는 과제가 교과서에 어떻게 구성되어 있는지에 대한 형식적 측면에 초점이 맞춰져 있다. 반면 홍창준, 김구연(2012)은 수학 과제의 내용적 측면을 분석하였는데, 중학교 수학 교과서의 함수 단원 과제가 얼마나 학생들의 수학적 사고를 자극하도록 제시되어 있는지를 연구하였다. 연구 결과, 대부분의 수학 과제가 단순 계산 중심의 반복된 패턴을 사용하여 낮은 수준의 인지적인 노력을 요구하는 것으로 분석되었다. 또한 김구연(2010)은 7차와 2007 개정 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서의 과제를 본 연구에서 사용하는 수학 과제 분석틀을 이용하여 분석하였는데, 연구 결과 오히려 개정된 교육과정을 반영한 교과서에서 높은 수준의 인지적 노력을 요구하는 과제가 감소하는 현상을 밝혀냈다. 이 외에도 외국의 많은 수학자들은 과제의 성질에 주목한 연구들을 진행하며 교수·학습에서 과제 내용의 중요성을 강조하고 있다(Smith & Stein, 1998; Stein & Kim, 2009; Stein & Smith, 1998).

수학 과제는 수업 환경에서 교사와 학생의 교수·학습과 밀접한 관계를 맺으며 서로 연결되어있다. 수학 과제는 학생들의 학습과 관련하여 학습 내용의 결정 뿐 아니라 사고과정에도 영향을 줄 수 있는데, 이때 수학 과제를 통한 학생들의 사고과정은 인지적 노력수준(cognitive demand)을 통해 설명이 가능하다(Stein, Grover & Henningsen., 1996). Stein 외(1996)에 따르면, 인지적 노력수준은 학생들의 암기(memorization)로부터 복잡한 사고와 추론 전략에 대한 수학적 이해까지 과제를 통한 학생들의 사고과정을 설명할 수 있다. 또한 각각의 수학 과제는 학생들의 서로 다른 인지적 노력수준을 요구하며 전략적 발전, 절차적 기술 등 여러 면에서 차이를 갖기 때문에, 서로 다른 인지과정이 요구되는 과제는 학생들의 다양한 학습을 유도할 가능성이 있다(Hiebert &

Wearne, 1993). 과제의 인지적 노력수준에 대한 분석은 학생의 학습을 이해하는 데에 매우 중요하기 때문에 이 연구에서는 과제의 특징과 인지적 노력수준과의 관계를 설명하는 Smith & Stein (1998)의 수학 과제 분석틀(Mathematical Task Analysis Guide)을 통해서 교과서에 포함된 수학 과제를 분석하고자 한다. 수학 과제 분석틀은 학생들의 인지적 노력수준에 따라 수학 과제를 전체적으로 낮은 수준 과제와 높은 수준 과제로 나누고, 각 수준의 과제를 좀 더 세부적으로 나누어 낮은 수준 과제는 다시 Memorization[M] 과제와 Procedures Without Connections[PNC] 과제로 나뉘며, 낮은 수준 과제는 다시 Procedures With Connections[PWC] 과제와 Doing Mathematics[DM] 과제로 나뉜다. 이처럼 수학 과제 분석틀은 과제의 특징과 인지적 노력수준에 따라 수학 과제를 총 4가지 유형으로 분류하며, 그 4가지 유형의 특징은 다음과 같다(Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000, pp. 13-16).

1) 낮은 수준의 과제

① Memorization[M] 과제는 인지적으로 가장 낮은 수준을 요구하는 과제로 공식, 정의, 규칙, 등의 이전 지식을 그대로 떠올려 사용하는 과제를 말한다. 과제를 해결할 때에 절차나 과정이 사용되지 않으며 오로지 암기된 지식에 의존하여 매우 짧은 시간에 과제 해결이 가능한 것이 특징이다. 또한 수학적인 개념과 의미와의 연결성 없이 즉각적으로 답을 찾을 수 있기 때문에 애매모호하지 않다.

② Procedures Without Connections[PNC] 과제는 미리 경험한 수업 내용과 경험을 토대로 적절한 단계에 필요로 하는 절차의 알고리즘을 활용한다. 하지만 여전히 수학적인 개념과 의미와의 연결성은 존재하지 않는다. 따라서 사고와 인식의 요구가 제한적이며 수학적인 이해의 발전보다는 옳은 답을 찾는 데에 초점이 맞춰져 있다. 또한 대부분의 과제가 설명을 요구하지 않으며 수학적으로 생각할 기회를 주지 않는 것이 특징이다.

2) 높은 수준의 과제

③ Procedures With Connections[PWC] 과제는 수학 개념의 이해를 우선으로 그 수준을 높이기 위한 목적을

갖는다. 기초개념과 풀이방법 사이에 깊은 관계를 제안 하며, 학생들은 이 과제를 해결하기 위해 반드시 개념과 기초과정 사이에 관계를 맺어야하는 것이 특징이다. 따라서 어느 정도 사고력과 인식력을 요구하며 수학적 의미를 발전시키는데 도움을 준다.

④ Doing Mathematics[DM] 과제는 인지적으로 가장 높은 수준을 요구하는 과제로, 문제 해결을 위한 전략이 분명히 제시되어있지 않고 이전 학습에 의해 잘 연습된 과정이 아니기 때문에, 예측이 불가능하며 복잡한 사고와 비알고리즘적인 사고를 필요로 한다. 또한 처음 시작이 상당히 모호한 것이 특징이며, 학생 스스로 필요한 정보를 찾고 수학적 가설을 만들면서 문제 해결을 위한 그들의 추론을 규칙적으로 조절하길 요구한다. 따라서 다양한 방법을 통해 해결될 수 있으며, 학생들에게 상당한 노력과 깊이 있는 사고 과정을 필요로 하기 때문에 격정과 어려움을 갖도록 할 수 있다.

III. 연구 방법

본 연구의 수학 교과서는 수학책과 수학 익힘책을 말하며, 우리나라에서 출판되는 교과서 중 검정을 통과한 수학 교과서 3종이 연구 대상이다. 3종 교과서의 출판사는 천재문화, 두산동아, 금성출판사로, 함수 단원을 대상으로 수학 과제를 분석한 홍창준, 김구연(2012)의 연구 결과와 본 연구와의 의미 있는 비교 연구를 위해서 2종 교과서의 출판사는 홍창준, 김구연의 연구 대상과 같도록 하였고 나머지 한 종은 다른 출판사로 선정하였으며, 인터넷 상에서 쉽게 다운받아 문서화하여 사용할 수 있는 교과서를 임의로 선택하였다. 각 3개의 출판사에서 출판된 2007 개정 교육과정에 따른 수학 교과서에서 기하 단원만을 택하여 본 연구의 대상으로 정하였다. 연구 대상인 3개의 출판사 천재문화, 두산동아, 금성출판사의 교과서를 편의상 A, B, C로 각각 표기한다. 표기 순서는 임의대로 정하였다.

2007 개정 교육과정에 따른 중학교 3종의 수학 교과서에서 기하 단원만을 택하여 다음 연구 방법에서 제시하는 기준에 따라 총 2412개의 과제를 연구 대상으로 삼았다. 3종 교과서에서 분류된 전체 수학 과제 개수는 총 2412개로, 각 교과서의 수학 과제 개수는 A 교과서 886

개, B 교과서 845개, C 교과서 681개이다([표 1]). 전체 수학 과제를 다시 수학책과 수학 익힘책으로 분리해서 볼 때, 3종 교과서 수학책의 전체 과제 개수는 843개이며, 수학 익힘책의 과제 수는 1569개이다([표 2]).

3개 출판사에서 출판된 교과서의 수학 과제는 각 출판사의 서로 다른 구성 체계에 맞춰 다양하게 제시되고 있다. 따라서 본 연구는 전체 과제에 공통된 기준을 적용시켜 분석하기 위해 홍창준, 김구연(2012)의 '인지적 노력수준에 따른 중학교 함수 단원의 수학 과제 분석'에서 제시하고 있는 분류 방법을 토대로 다음과 같은 기준을 세워 적용하였다.

첫째, 단원을 학습하기 전, 직전학년까지의 학습에 의한 선수지식을 확인하는 문항은 연구 과제로 간주하지 않는다. 즉, 현재 단원에서 학습한 수학적 개념을 묻는 과제만을 연구 과제로 간주한다.

둘째, 개념 설명 전, 수학책의 도입부분에서 제시되는 활동하기, 실험하기, 생각열기 등의 수학 과제는 연구 과제로 간주하지 않는다. 연구 대상이 되는 과제는 답이나 풀이가 포함된 문항이 아닌 학생에게 설명이나 답을 요구하여 직접 과제를 해결할 수 있도록 제시된 문항을 말한다.

셋째, 각 단원의 수학적 개념을 설명하기 위해 도입한 예제는 연구 과제로 간주하지 않는다.

넷째, 하나의 문제가 여러 개의 소 문제로 구성되는 경우에는 문제 성격에 따라서 한 가지 혹은 그 이상으로 과제를 분류한다. 예를 들어 전체 지문이 주어지고 소 문제들이 같은 방법을 통해서 해결되는 문제라면 하나의 연구 과제로 분류한다. 하지만 소 문제끼리 관련이 없는 유형일 경우에는 두 가지 이상의 연구 과제로 간주한다.

다섯째, 교과서의 종류나 구성상의 위치와는 상관없이 같은 개념을 같은 맥락으로 물어보는 문항의 경우는 하나의 연구 과제로 간주하지만 그렇지 않은 경우에는 모두 다른 수학 과제로 간주한다. 예를 들어 수학책과 수학 익힘책에서 같은 개념을 동일한 형태로 숫자만 바뀌서 물어보는 경우, 객관식과 주관식의 문항 형태에 따른 변화 차이만 있을 뿐 완전히 동일한 풀이로 과제 해결이 가능한 경우 등은 하나의 연구 과제로 보며, 중단원 혹은 대단원을 마무리하는 복습 유형의 문제의 경우도 같은 기준을 적용한다.

[표 1] 3종 교과서의 수학 과제 개수
[Table 1] The number of mathematical tasks in the textbooks

학년 교과서	학년			총 계
	중1	중2	중3	
A 교과서	313	226	347	886
B 교과서	237	254	354	845
C 교과서	248	213	220	681
총 계	798	693	921	2412

[표 2] 수학책과 수학 익힘책의 수학 과제 개수
[Table 2] The number of mathematical tasks in the both mathematics textbooks and workbooks

학년 교과서	학년							
	중1		중2		중3		총 계	
	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책
A	106	207	85	141	104	243	295	591
B	107	130	104	150	107	247	318	527
C	85	163	84	129	61	159	230	451
총 계	298	500	273	420	272	649	843	1569

3종 교과서의 모든 수학 과제는 위의 기준에 따라 총 2412개의 연구 과제로 분류되었으며 이를 수학 과제 분석틀에 따라 유형별로 분석하였다. 분류된 모든 문항에 출판사별로 각각 번호를 붙여 과제를 구분하였으며, 각 문항을 수학 과제 분석틀에서 제시하는 네 가지 유형인 Memorization[M] 과제, Procedures without Connections

[표 3] 교과서별 인지적 노력수준
[Table 3] The cognitive demands of the mathematical tasks in the textbooks

수준 유형 교과서	낮은 수준		높은 수준	
	M	PNC	PWC	DM
A	10% (88/886)	85% (749/886)	3% (31/886)	2% (18/886)
B	4% (35/845)	92% (774/845)	3% (25/845)	1% (11/845)
C	9% (59/681)	86% (589/681)	3% (22/681)	2% (11/681)
소 계	7% (182/2412)	88% (2112/2412)	3% (78/2412)	2% (40/2412)
총 계	95% (2294/2412)		5% (118/2412)	

[PNC] 과제, Procedures With Connections[PWC] 과제, Doing Mathematics[DM] 과제의 특징에 따라 분석하고 그 중 하나를 선택하여 문항 옆에 분석된 유형과 그 이유, 그리고 과제의 특징을 상세히 기입하여 정리하였다. 또한 연구기간 동안 저자들 간의 지속적인 협의를 거치며 신뢰도와 타당도를 높였다.

IV. 분석 결과 및 논의

1. 수학 과제의 인지적 노력수준(cognitive demand)

전체 3종 교과서 기하 단원에 포함된 총 2412개 수학 과제의 인지적 노력수준은 다음과 같다. [표 3]은 전체 수학 과제를 높은 수준의 과제와 낮은 수준의 과제로 구분하여 각 유형별로 나타낸 결과로서 전체 2412개의 수학 과제 중 118개, 즉 5%만이 높은 수준으로 나타났다. 반면 낮은 수준의 인지적 노력이 요구되는 낮은 수준 과제는 전체 수학 과제 중 2294개인 95%의 비율로 나타났다. 이는 대부분의 수학 과제가 낮은 수준 과제에 속하

고 있으므로 분석될 수 있다. 또한 수학 과제의 수준별 분석 결과는 3종 교과서 모두 비슷한 양상을 보였으며 특히 전반적으로 높은 수준보다는 낮은 수준에 집중적으로 분포되어 있었다. 각 교과서를 유형별로 살펴보면, Memorization[M] 과제는 A교과서의 10%, B교과서의 4%, C교과서의 9%이며, Procedures Without Connections[PNC] 과제는 A교과서의 85%, B교과서의 92%, C교과서의 86%로 3종 교과서 모두 높게 나타났다. M 과제와 PNC 과제는 낮은 수준에 포함되는 과제로, M 과제는 암기된 개념과 공식을 직관적으로 확인하기 위한 목적으로 교과서에는 보통 정의 빈칸 채우기, 공식 적기, 개념 연결하기 등의 형태로 제시되었다. 또한 M 과제의 구성상의 특징도 나타났는데, 수학책에는 보통 단원을 마무리하는 부분에, 수학 익힘책에는 단원을 시작하는 부분에 구성되어 나타났다. 이것은 3종 교과서에서 공통적으로 분석된 M 과제의 특징이다. [그림 2]는 3종 교과서에 포함된 M 과제의 특징을 잘 보여주는 대표적인 문제이다.

95%로 분석된 낮은 수준의 과제 중 가장 높은 비율을 차지한 PNC 과제는 수학적으로 사고하고 이해하는 과정보다는 알고리즘 절차에 따라 정답을 구하는 것을 강조한 특징을 갖는다. 특히 PNC 과제로 분석한 3종 교과서의 많은 수학 과제는 공식 대입을 통한 단순 계산과

결하도록 제시되어 있었다. [그림 3]은 이러한 특징을 잘 보여주는 대표적인 PNC 과제로서 교과서의 거의 모든 단원에서 나타났으며, 중단원과 대단원 등의 복습과 평가를 위한 단원에서도 거의 대부분의 과제가 단순 계산 중심의 PNC 과제인 것으로 분석되었다.

[표 3]의 높은 수준 과제의 분석 결과를 보면, Procedures With Connections[PWC] 과제는 A교과서의 3%, B교과서의 3%, C교과서의 3%로 분석됐으며, Doing Mathematics[DM] 과제는 A교과서의 2%, B교과서의 1%, C교과서의 2%로 4가지 유형 중 가장 낮게 나타났다. 먼저, PWC 과제로 분석된 대표적인 과제의 예는 다음과 같다. “직사각형이 아닌 평행사변형이 원에 내접하지 않는 이유를 설명하여라.”(Choe et al., 2011a, p. 213)와 “ $\sin 20^\circ$ 의 값과 $\cos 70^\circ$ 의 값이 같은 이유에 대해 이야기하여 보자.”(Choe et al., 2011a, p. 170)와 같은 유형이 PWC 과제로 분석되었다. 위 두 과제는 각각 원의 내접과 삼각비 개념이 갖는 의미와의 연결성을 통해 수학적 개념의 이해를 우선적으로 하여 수학적 개념의 레벨을 높이기 위한 목적을 갖는다. 반면 두 수학 개념과 관련된 이전의 PNC 과제는 교과서마다 제시되는 그림만 달라질 뿐 주어진 공식에 대입하여 단순 계산을 이용해 미지수를 구하거나 삼각비 값을 구하도록 하는 유형이 대부분이었다. 이러한 결과를 토대로 3종 교과서에서 공통적으로 보인 PWC 과제의 특징은 개념을 활용하여 풀이하는 데에만 그치지 않고 더 나아가 기초 개념의 수학적 의미를 확인하고 이해할 수 있다는 것에 큰 의미를 갖는다. DM 과제는 전체 2412개 과제 중 40개를 포함하는 2%로 4가지 유형 중 가장 낮은 비율을 보였다. DM 과제의 대표적인 유형은 [그림 3]과 같다. [그림 3]의 과제는 학생이 문제 해결을 위해 필요한 방법을 쉽게 찾을 수 없어서 처음부터 상당한 어려움을 느끼게 한다. 또한 문제에서 제시하는 조건에 맞게 수학적으로 사고하고 탐구하는 과정이 요구된다. 3종 교과서의 DM 과제는 모두 이러한 특징을 갖고 있으며, DM 과제로 분석된 대부분의 문제들은 작도하기, 증명하기, 보고서 쓰기, 글로 나타내기 등 학생들의 능동적인 학습 활동을 요구하는 경우가 많았다.

A, B, C 교과서의 인지적 노력수준에 따른 과제 분석 결과를 종합해 볼 때, 3종 교과서 모두 공통적으로 낮은

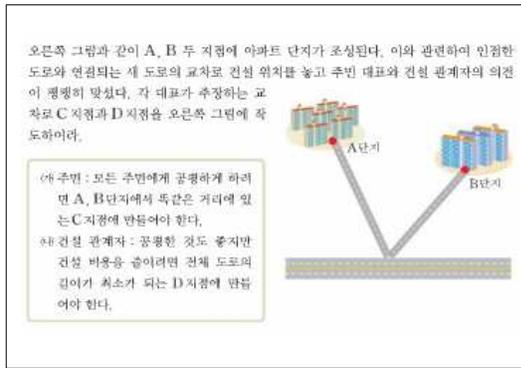
1. 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소한 도형이 다른 한 도형과 합동이면 그 두 도형은 서로 인 관계에 있다 또는 서로 이라고 한다.

2. $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호 를 사용하여 $\triangle ABC$ $\triangle DEF$ 와 같이 나타낸다.

3. 두 닮은 도형에서 대응하는 선분의 길이의 비를 그 두 도형의 라고 한다.

[그림 2] A 교과서의 M 과제(우정호 외, 2010b, p. 245)
 [Fig. 2] Memorization task in Workbook (Woo et al., 2010b, p. 245)

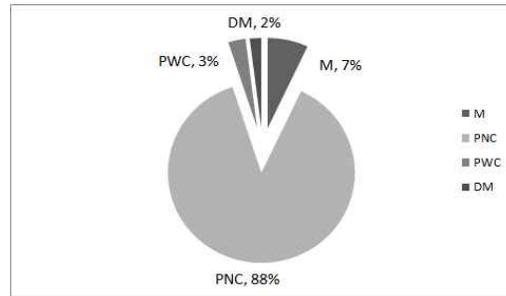
예제 내용을 그대로 따라하는 등의 방법으로 문제를 해



[그림 3] B 교과서의 DM 과제(정상권 외, 2009b, p. 245)
[Fig. 3] DM tasks in Workbook B (Cheong et al., 2009b, p. 245)

수준의 과제에 해당하는 PNC 과제가 가장 높은 비율로 나타났으며, 높은 수준의 과제인 DM 과제는 4가지 유형 중 가장 낮은 비율을 보였다([그림 4] 참조). 특히 두 유형의 비율 차이가 상당히 크게 나타났는데, 이는 교과서의 수학 과제가 너무 한 쪽으로 편중되어 있어 학생들로 하여금 단편적인 사고만을 키우도록 구성되어 있을 가능성에 대한 문제를 제기한다. 또한 분석 결과, 과제 유형별 위치 구성상의 특성도 나타났는데, M 과제와 PNC 과제는 보통 교과서의 본문에 구성되는 반면, DM 과제는 개념의 끝부분이나 단원의 시작과 끝부분에 제시되어 있었다.

A교과서의 수학 과제를 학년별로 구분한 분석 결과는 다음 [표 4]에 제시하였다. 학년별 과제 수준을 살펴보면, 중학교 1학년은 높은 수준의 과제 비율이 8%, 낮은 수준의 과제는 92%이며, 2학년의 경우에는 높은 수준의 과제의 비율이 6%, 낮은 수준의 과제는 그 비율이 94%, 3학년에서는 높은 수준의 과제 비율은 3%, 낮은 수준의 과제는 97%로 나타났다. 종합해 볼 때, A교과서의 경우 각 학년별로 인지적으로 많은 노력을 요구하는 높은 수준의 과제보다는 적은 노력을 요하는 낮은 수준의 과제가 모든 학년에서 더 많이 포함되어 있었으며, 각각 6%, 94%로 두 수준의 비율 차이도 큰 것으로 분석되었다. 또한 전반적으로 학년이 올라갈수록 높은 수준의 과제 비율이 8%, 6%, 3%로 오히려 점점 감소하고 있음을 알 수 있다. 또한 A교과서는 중학교 1학년에서 총 25개 과



[그림 4] 3중 교과서 전체 수학 과제의 유형별 과제 분석 결과
[Fig. 4] Findings from the analysis of mathematical tasks in the textbooks

[표 4] A 교과서의 유형별 과제 분석 결과표
[Table 4] Findings from the analysis of mathematical tasks in textbook A

수준	낮은 수준		높은 수준	
	M	PNC	PWC	DM
중1	13% (42/313)	79% (246/313)	5% (17/313)	3% (8/313)
중2	13% (30/226)	81% (183/226)	3% (6/226)	3% (7/226)
중3	5% (16/347)	92% (320/347)	2% (8/347)	1% (3/347)
소 계	10% (88/886)	85% (749/886)	3% (31/886)	2% (18/886)
총 계	94% (837/886)		6% (49/886)	

제를 포함하는 8%로 다른 교과서에 비해 높은 수준의 과제를 가장 많이 포함하고 있었다.

각 학년과 유형별로 살펴보면, 전체적으로 낮은 수준의 과제인 PNC 과제가 85%로 가장 높았으며, 각 학년별로 보아도 M 과제보다는 PNC 과제가 가장 많은 것으로 나타났다. [그림 5]는 A 교과서에서만 나타난 특정

다음 문제를 풀어 나오는 답을 아래 그림판에서 모두 찾아 색칠하여라. 어떤 모양이 되는가?

- 오른쪽 그림에서 x 의 값을 구하여라.
- 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 원 O에서 점 P는 지름 AB와 현 CD의 연장선의 교점이다. $\overline{PC}=5$ cm, $\overline{CD}=4$ cm 일 때, x 의 값을 구하여라.
- 오른쪽 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, x 의 값을 구하여라.
- 오른쪽 그림에서 \overline{PT} 가 원 O의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.

[그림 5] A 교과서의 PNC 과제(우정호 외, 2009a, p. 231)
 [Fig. 5] PNC tasks in textbook A(Woo et al., 2009a, p. 231)

적인 PNC 과제 유형이다. A 교과서는 수학책의 소단원 끝 부분에 학습 내용을 확인하는 문제로서 [그림 5]와 같은 유형의 과제를 제시하고 있었다. 이러한 과제는 몇 가지 놀이 소재를 사용하고 있어 마치 수학적인 활동을 요구하는 것처럼 보이지만 실제로는 계산을 통해 나온 답을 그림에 색칠하는 단순한 활동을 포함한다. 이것은 학생들의 수학적인 이해를 돕기 위한 의미 있는 활동으로 볼 수 없으며 오히려 과정보다는 답을 강조한 과제라

할 수 있겠다. 따라서 [그림 5]와 같은 유형의 과제는 모두 낮은 수준의 과제로 분석되었다. 반면 높은 수준의 과제인 DM 과제는 2%로 가장 낮았으며 특히 다른 학년에 비해 중학교 3학년에서 단 3개의 과제를 포함하며 1%로 분석되어 가장 낮은 비율을 보였다.

분석 결과를 수학책과 수학 익힘책으로 좀 더 세분화하여 살펴보면 전체 낮은 수준의 과제를 수학책과 수학 익힘책으로 구분한 비율은 각각 수학책의 92% (8%+84%), 수학 익힘책의 96%(11%+85%)로 수학책과 수학 익힘책 모두 낮은 수준의 과제 비율이 매우 높게 나타났으며, 특히 수학 익힘책에서 약간 더 높게 분석되었다 ([표 5] 참조). 하지만 전반적으로 교과서 종류에 따른 수준별 비율 차이는 크지 않았다. 이와 함께 학년별로 나타난 몇 가지 특징을 보면, 중학교 2학년의 PWC 과제가 수학책에는 5개 과제를 포함한 6%로 분석된 반면 수학 익힘책에는 단 1개의 과제를 포함하는 1%로 가장 낮게 나타났다. 또한 중학교 3학년의 수학 익힘책에는 DM 과제를 하나도 포함하지 않았다.

이러한 결과를 종합해 볼 때, 수학 익힘책은 심화 과제를 포함하여 다양한 유형과 난이도에 따른 풍부한 과제를 포함해야하지만 실제로는 PWC 과제나 DM 과제와 같은 인지적으로 높은 수준을 요하는 심화 과제는 거의 없으며 다양한 과제를 포함하지 않는 것으로 해석할 수 있다. 이것은 다양한 과제를 통해서 수학적 의사소통 능력과 수학적 사고 능력을 기르고자 한 수학 익힘책의 편찬 목적이 제대로 달성되지 못하고 있음을 단적으로 보여주는 결과라 할 수 있겠다. A교과서의 특징 중 하나는 수학책 본문 안에 ‘토론하기’라는 제목으로 많은 수의 높은 수준의 과제를 포함하고 있었다는 사실이다. 특히 PWC 과제로 분석된 많은 과제가 ‘토론하기’부분에 제시되어 있었다.

[표 6]은 B교과서의 수학 과제를 인지적 노력수준의 두 수준으로 나누어 나타낸 것으로, 전체 845개의 과제 중 높은 수준의 과제는 36개인 4%, 낮은 수준의 과제는 809개인 96%에 해당하는 것으로 분석되었다. B교과서역시 높은 수준보다는 낮은 수준이 더 높은 비율을 차지하듯 나타났다. 유형별 분석 결과를 보면, 높은 수준의 과제는 4%로, PWC 과제는 3%, DM 과제는 1%로 분석되었다. 낮은 수준 과제는 96%로 구체적으로 M 과제

[표 5] A교과서 분석표
[Table 5] The levels of cognitive demands of tasks in Textbook A

유형 학년	M		PNC		PWC		DM	
	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책	수학책	수학익힘책
중1	14% (15/106)	13% (27/207)	74% (79/106)	81% (167/207)	7% (7/106)	5% (10/207)	5% (5/106)	1% (3/207)
중2	8% (7/85)	16% (23/141)	84% (71/85)	79% (112/141)	6% (5/85)	1% (1/141)	2% (2/85)	4% (5/141)
중3	1% (1/104)	6% (15/243)	94% (98/104)	91% (222/243)	2% (2/104)	3% (6/243)	3% (3/104)	0% (0/243)
계	8% (23/295)	11% (65/591)	84% (248/295)	85% (501/591)	4% (14/295)	3% (17/591)	3% (10/295)	1% (8/591)

[표 6] B교과서의 유형별 과제 분석 결과표
[Table 6] Findings from the analysis of textbook B

수준 유형 학년	낮은 수준		높은 수준	
	M	PNC	PWC	DM
중1	8% (19/237)	87% (207/237)	4% (8/237)	1% (3/237)
중2	5% (13/254)	89% (226/254)	4% (10/254)	2% (5/254)
중3	1% (3/354)	96% (341/354)	2% (7/354)	1% (3/354)
소계	4% (35/845)	92% (774/845)	3% (25/845)	1% (11/845)
총계	96% (809/845)		4% (36/845)	

는 4%, 92%의 PNC 과제가 92%를 차지하는 것으로 나타났다. 또한, B 교과서 역시 PNC 과제 비율이 가장 높게 나타났으며 특히 3종 교과서의 PNC 과제 비율 중 가장 높은 비율을 차지하였다. 또한 각 학년별로 보아도

PNC 과제가 가장 많으며 특히 중학교 3학년은 전체 과제의 96%가 PNC 과제인 것으로 나타났다.

C교과서의 과제 분석 결과는 학년과 유형별로 나누어 제시한 [표 7]과 같다. C교과서의 전체 681개 수학 과제 중 높은 수준의 과제는 5%로 분석됐으며, 낮은 수준 과제는 95%의 비율로 나타났다. 학년별로 보면, 중학교 1학년은 높은 수준의 과제가 4%, 낮은 수준의 과제가 96%이며, 중학교 2학년의 경우에는 높은 수준의 과제가 5%, 낮은 수준의 과제는 95%이고, 중학교 3학년은 높은 수준의 과제가 5%, 낮은 수준의 과제의 비율이 95%로 나타났다. 이를 통해서 C교과서 역시 모든 학년에서 높은 수준의 과제를 거의 포함하고 있지 않은 것을 알 수 있다. 특히 중학교 1학년의 높은 수준의 과제는 3종 교과서의 1학년 비율 중 가장 낮은 비율인 4%로 나타났다. 분석 결과를 유형별로 살펴보면, 낮은 수준의 과제인 PNC 과제가 1, 2학년에서는 85%로 3학년에서는 90%로 가장 높았다. 여기서 학년별 분석 결과에 따른 한 가지 특징이 나타나는데, 각 학년에서 낮은 수준 과제에 포함하는 M 과제 비율이 1학년에서 3학년으로 갈 때 큰 폭으로 줄어드는 것이다. 그럼 M 과제의 줄어드는 비율만큼 높은 수준 과제 비율이 높아질 것으로 예상했지만 예상과 달리 높은 수준의 과제가 차지하는 비율은 변함없이 있었으며 오히려 낮은 수준의 과제인 PNC 과제의 비율이 더 높아지는 결과를 보였다. 이러한 특징은 3종 교과서에서 모두 공통적으로 나타났으며, 이는 중학교 3학년의 대부분의 수학 과제가 암기된 공식이나 정의를 그대로 떠올려 답하는 유형보다는 약간의 계산 절차나 과정이 포함된 유형인 것으로 해석해 볼 수 있다. 하지만 그 절차가 수학적 이해를 바탕으로 기초개념과 의미와의 연결성을 포함하는 과제는 아닌 것으로 분석되었다.

이러한 분석 결과를 수학책과 수학 익힘책으로 나누어 [표 8]에 제시하였다. 분석 결과 높은 수준 과제인 PWC 과제와 DM 과제는 모든 학년에서 수학책보다 수학 익힘책에 더 많이 포함되어 있었으며 같거나 더 높은 비율로 나타났다. 이것은 수학 익힘책에 각 단원마다 ‘적용해 봅시다’ 또는 ‘좀 더 알아봅시다’라는 제목으로 높은 수준의 과제를 구성하여 제시하고 있었기 때문이다. 즉, C교과서가 갖는 구성상의 특징으로 볼 수 있다.

[표 7] C 교과서의 유형별 과제 분석 결과표
[Table 7] Findings from the analysis of textbook C

수준 유형 학년	낮은 수준		높은 수준	
	M	PNC	PWC	DM
중1	11% (27/248)	85% (210/248)	3% (7/248)	1% (4/248)
중2	10% (21/213)	85% (181/213)	3% (6/213)	2% (5/213)
중3	5% (11/220)	90% (198/220)	4% (9/220)	1% (2/220)
소 계	9% (59/681)	86% (589/681)	3% (22/681)	2% (11/681)
총 계	95% (648/681)		5% (33/681)	

[표 8] C교과서 분석표
[Table 8] The levels of cognitive demands of tasks in Textbook C

유형 학년	M		PNC		PWC		DM	
	수학 책	수학 익힘 책	수학 책	수학 익힘 책	수학 책	수학 익힘 책	수학 책	수학 익힘 책
중1	10% (8/85)	12% (19/163)	87% (74/85)	83% (136/163)	2% (2/85)	3% (5/163)	1% (1/85)	2% (3/163)
중2	8% (7/84)	11% (14/129)	90% (75/84)	82% (106/129)	1% (1/84)	4% (5/129)	1% (1/84)	3% (4/129)
중3	2% (1/61)	6% (10/159)	96% (59/61)	87% (139/159)	0% (0/61)	6% (9/159)	2% (1/61)	1% (1/159)
계	7% (16/230)	10% (43/451)	91% (208/230)	84% (381/451)	1% (3/230)	4% (19/451)	1% (3/230)	2% (8/451)

2. 기하내용 구성을 통해 본 수학 과제의 특징

이 연구에서는 3종 교과서 기하 단원에 포함된 2412 개 과제를 ‘수학 과제 분석틀’에 따라 분석하여 각 과제들의 인지적 노력수준을 알아보고자 하였다. 앞장에서는 분석된 모든 과제들의 인지적 노력수준을 4가지 유형인 M, PNC, PWC, DM으로 분석하여 각각의 결과 값을 제

시하였다. 이 부분에서는 과제들의 내용적인 측면을 보고, 앞서 분석된 결과를 토대로 다양한 과제에서 보인 특징적인 결과를 기술하고자 한다.

이 부분은 앞서 수학 과제의 인지적 노력수준에 따른 분석 결과를 바탕으로 증명 과제가 갖는 특징적인 부분을 설명한다. 전체 증명 과제 중 중학교 2학년에 포함된 증명 과제만을 선정하여 분석하였으며, ‘설명 하여라.’ ‘이야기하여 보아라.’ 등의 과제는 제외하고 ‘증명 하여라’ 라고 분명하게 제시된 과제만을 결과로 나타내었다. 증명 과제에 대한 분석 결과는 다음과 같다.

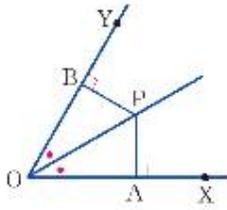
A교과서는 전체 28개의 증명 과제 중 5개가 높은 수준의 과제로 분석되었으며 이 중 PWC 과제가 2개, DM 과제가 3개로 나타났다. B교과서도 전체 33개의 증명 과제 중 3개가 높은 수준의 과제였으며, C교과서 역시 단 1개가 높은 수준의 과제에 속하는 DM 과제로 분석되었다. 증명 과제는 학생들이 매우 어려워하는 과제 유형 중 하나로 증명하는 수학적 활동 자체가 갖는 특성 때문에 인지적으로 상당한 노력이 요구된다. 하지만 분석 결과를 보면 대부분의 증명 과제가 인지적으로 낮은 수준을 요하는 낮은 수준의 과제로 나타났으며 높은 수준의 과제는 5개 이하로 적은 과제 개수를 가졌다. 특히 PNC 과제가 많았는데, 이처럼 교과서의 증명 과제가 대부분 낮은 수준 과제인 PNC로 분석된 이유는 다음 [그림 6]을 통해서 설명이 가능하다. [그림 6]의 과제는 3종 교과서에 공통으로 포함된 증명 문제로, 두 선분이 같음을 증명하기 위해 문제 해결에 사용하는 몇 가지 조건들을 학생 스스로가 찾아 근거를 들어 논리적으로 설명하도록 요구하고 있다.

이것은 DM 과제가 갖는 특징처럼 보인다. 하지만 실제로는 문제 해결에 사용되는 여러 조건들과 증명 순서가 과제 바로 앞 예제나 개념 설명 부분에 제시되고 있어 주어진 절차 그대로 이용하면 쉽게 증명과제를 해결할 수 있다. 심지어 과제를 해결할 때 예제에서 다른 증명 방법을 그대로 따라하면 해결되는 유형도 상당수 있었으며, 전체적으로 증명 풀이가 되어 있고 몇 군데 빈칸을 만들어서 알맞은 답을 찾아 적는 문제도 있었다. 이러한 특징은 PNC 과제로 분석된 많은 문제 유형에서 볼 수 있으며, 전체 3종 교과서의 증명 과제가 대부분 PNC 과제로 분석된 이유를 뒷받침한다. 이처럼 많은 증

두 직각삼각형은 다음 각 경우에 합동이다.

- ① 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때
- ② 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

아래 그림과 같이 $\angle XOY$ 위의 한 점 P에서 \overline{OX} , \overline{OY} 에 내린 수선의 발을 A, B라 할 때 \overline{PA} , \overline{PB} 가 같음을 증명하여라.



[그림6] PNC 증명 과제(정상권 외, 2010a, p. 202)
 [Fig. 6] PNC task for proof(Cheong et al., 2010a, p. 202)

몇 과제들이 이전 학습에 의한 알고리즘에 따라 쉽게 추측이 가능하도록 제시되고 있음을 알 수 있다.

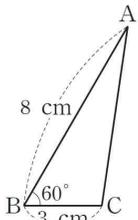
다음의 두 과제는 삼각비 단원에 포함된 과제로, [그림 7]의 과제는 이전 학습에서 사용한 절차를 그대로 따라하여 단순 계산에 의해 변의 길이를 구하는 PNC 과제의 대표적인 유형이다. 반면 [그림 8]은 실생활과 관련된 과제로 섬과 배 사이의 거리를 구하는 문제로 내용을 다르게 구성하고 있다. 그러나 두 과제는 모두 PNC 인 같은 유형으로 분석되었다. 두 과제를 비교해 보면, 뒤에 제시된 과제가 실생활과 관련된 소재를 사용하여 표현되고 있는 차이만 있을 뿐 두 과제 모두 주어진 그림과 각도, 구하는 부분까지도 모두 동일한 것으로 볼 수 있다.

이것은 두 과제가 같은 풀이 법을 적용하여 해결될 수 있다는 뜻이다. 결과적으로 삼각비 단원의 위 두 과제 뿐 아니라 대부분 PNC 과제로 분석된 많은 실생활 과제들이 삽화된 그림이나 소재의 차이만 있을 뿐 수학적 의미나 사고하는 과정에서의 차이는 일반 PNC 과제들과 다르지 않은 경우가 많은 것으로 나타났다.

3종 교과서는 각각의 의 방법으로 과제의 내용과 전체적인 구조를 구성하고 있다. 서로 다른 표현법으로 과제를 제시하고 있어 같은 수학 개념도 서로 다르게 구성

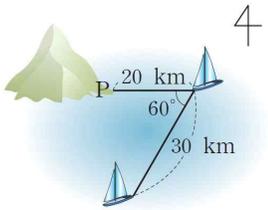
오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{BC} = 3\text{ cm}$ 이고, $\angle B = 60^\circ$ 일 때, 변 AC의 길이는?

- ① 5.5 cm ② 6 cm
- ③ 6.5 cm ④ 7 cm
- ⑤ 7.5 cm



[그림 7] PNC로 분석된 과제(우정호 외, 2011b, p. 178)
 [Fig. 7] PNC task in Workbook(Woo et al., 2011b, p. 178)

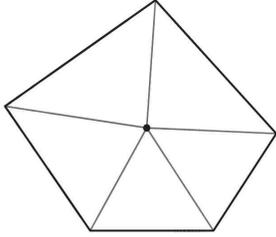
오른쪽 그림과 같이 배가 어떤 섬의 P 지점에서 동쪽으로 20 km 떨어진 지점을 지나, 남쪽 60° 방향으로 30 km 만큼 움직였다. 이때 이 배가 섬의 P 지점으로부터 떨어진 거리는?



[그림 8] PNC 실생활 과제(우정호 외, 2011b, p. 183)
 [Fig. 8] PNC task in Worrkbook (Woo et al., 2011b, p. 183)

되어 나타나지만, 3종 모두 공통적인 특징을 보인 과제도 있었다. 그 중 하나가 바로 [그림 9]와 같은 유형의 과제이다. 이러한 과제는 문제 해결에 있어 중요한 단서가 될 수 있는 그림이나 풀이 과정을 과제에 직접 포함하거나 단계별로 제시하고 있는 특징을 갖는다. 많은 교과서가 문제 해결 과정이 조금 복잡해지거나 개념의 수학적 이해를 위한 설명을 요구할 때 [그림 9]와 같이 그 과정과 설명을 모두 과제 내용에 포함시켜 구성하고 있었다. 이것은 과제의 내용이 아무리 깊은 수학적 의미

다각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?

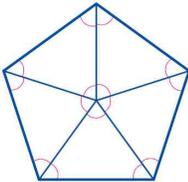


오른쪽 그림과 같이 오각형의 내부에 한 점을 찍고, 그 점과 오각형의 각 꼭짓점을 이었다. 물음에 답하여 보자.

- (1) 나누어진 삼각형은 모두 몇 개인가?
- (2) 나누어진 모든 삼각형의 내각의 크기의 합을 더하면 얼마인가?
- (3) 오각형의 내각을 표시해 보자. 오각형의 내각의 크기의 합은 나누어진 모든 삼각형의 내각의 크기의 합에서 얼마를 빼면 되는가?
- (4) 오각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?
- (5) 같은 방법으로 육각형의 내각의 크기의 합을 구하여 보자.

[그림 9] PNC과제(우정호 외, 2009b, p. 213)
 [Fig. 9] PNC task in Workbook(Woo et al., 2009b, p. 213)

오른쪽 그림을 이용하여 오각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법에 대하여 이야기해 보자.



[그림 10] DM 과제(최용준 외, 2009b, p. 227)
 [Fig. 10] DM task in Workbook(Choe et al., 2009b p. 227)

를 담고 있어도 과제를 구성하는 방법에 따라 낮은 수준의 인지적인 노력이 요구될 수 있음을 시사한다. 왜냐하면 학생들은 이러한 과제를 해결할 때 수학적 의미에 대한 깊은 생각을 하지 않으며 과제에서 제시하는 단계나

힌트를 따라 의미와의 연결성 없이 단순히 해결하려고 하기 때문이다. 따라서 이와 같은 문제는 제한된 사고 과정을 이용하여 학생들의 적은 인지적 노력을 요구하는 것으로 해석될 수 있기 때문에 PNC 과제로 분석되었다.

반면 [그림 10]은 [그림 9] 과제와의 비교를 통해 같은 개념을 묻는 문제이지만 서로 다른 수준으로 분석될 수 있음을 보여준다. 이러한 열린 문제는 학생들로 하여금 다양한 수학적 상황을 고려하여 좀 더 수학적으로 이해하고 사고하도록 돕는다. 따라서 문제 해결을 위한 학생들의 다양한 수학 활동은 인지적으로 많은 노력이 필요하며 수학적으로 사고하는데 도움을 주기 때문에 오히려 그 활동을 제한하는 이러한 과제들은 인지적으로 높은 수준의 노력이 요구되지 못하며 학생들로 하여금 문제를 해결할 때 제한적인 사고를 하도록 한다. 이러한 과제들은 현 교육과정이 요구하는 창의적 사고 능력과 문제 해결력을 신장시키는데 오히려 방해 요소로 작용될 수 있다. 또한 시각적 추론 능력 등 기하 학습을 통해 얻고자 하는 학습 목표를 충족시키기에 역부족일 것이다.

V. 결론 및 제언

이 연구는 2007 개정 교육과정에 따르는 중학교 수학 교과서가 학생의 수학적 사고를 돕기 위해 수학 과제를 인지적 노력수준에 따라 어떻게 제시하고 있는지, 기하 단원을 중심으로 살펴보고자 하였다. 이에 3개의 출판사를 선정하여 수학과 수학 익힘책에 포함된 총 2412개의 수학 과제를 Smith & Stein(1998)이 제시한 수학 과제 분석틀을 이용하여 분석하였으며, 이를 통해 수학 과제의 인지적 노력수준은 어떠한지 알아보았다.

중학교 수학 교과서의 기하 단원을 분석한 결과, 높은 수준의 과제는 5%, 낮은 수준의 과제는 95%로 나타났다. 특히 낮은 수준의 과제 중 PNC 과제는 88%로 가장 높은 비율을 차지했다. 즉, 교과서에 포함된 대부분의 수학 과제가 PNC 과제의 특징을 갖는 경우라 할 수 있는데, PNC 과제는 공식에 대입하여 문제를 풀거나 이전 학습에 의한 알고리즘에 따라 쉽게 정답을 찾을 수 있는 특징이 있다. 특히 계산 과정에 초점이 맞춰져 있어 제한된 지식을 사용하고 깊이 있는 사고력을 요구하

지 않는데, 이는 3종 교과서의 PNC 과제가 갖는 대표적인 특징이라 할 수 있다. 이러한 결과는 함수 단원에 포함된 수학 과제의 인지적 노력수준 분포가 높은 수준의 과제가 5%, 낮은 수준의 과제가 95%, 특히 낮은 수준 과제 중 PNC 과제가 92%의 비율을 차지하고 있음을 밝힌 홍창준, 김구연(2012)의 연구 결과와도 거의 일치하였다. 또한 PNC 특징을 갖는 과제들은 앞서 NCTM(2000)에서 설명하는 가치 있는 수학 과제의 특징을 잘 반영하지 못하므로, 현 수학 교과서를 통해서는 학생들의 복잡적이고 창의적인 사고를 기대해보기 어려울 것으로 예상된다.

분석 결과 나타난 또 다른 특징은 3종 교과서의 수학 과제가 구성상의 위치와 표현 방법에만 차이를 보일 뿐 실질적인 과제 내용상의 변화는 뚜렷하지 않았다는 점이다. 특히 인지적으로 높은 수준의 수학 과제들이 각 교과서마다 비슷하거나 거의 같은 내용으로 중복되어 나타났다. 또한 같은 수학 개념을 반영한 과제는 숫자나 소재, 객관식 주관식의 문제 유형만 바뀌어 제시되는 경우도 많았다. 이는 각각의 수학 교과서가 수학적 의미에 따른 다양한 수학 과제를 구성하고 있지 않음으로 해석해 볼 수 있다. 이것은 박경미, 김동원(2011)이 “현 교과서는 출판되는 중수와 무관하게 그 내용이 대동소이하며 접근 방법도 획일적이다. 현행은 표지만 다를 뿐 내용상 교과서가 천편일률적이므로, 다양한 형태와 성격의 교과서 개발이 필요하다”(p. 100)고 이야기한 내용의 근거를 마련해 준다. 특히 현재 16종 이상의 수학 교과서는 수학교육 목표를 실현시키는데 사실상 무의미하며, 교과서 종류에 따른 다양성보다는 과제 유형의 변화를 통한 내용적 측면에서의 다양화가 이루어져야 한다.

기하 내용을 통해 본 수학 과제의 몇 가지 특징을 발견할 수 있었는데, 교과서의 많은 증명 과제들은 형식적인 증명에 초점이 맞춰져 있었고 예제나 개념 설명에서 사용한 증명 순서를 그대로 따라하면 해결되는 과제 유형이 많았다. 또한 대부분의 증명 과제가 비슷한 패턴으로 제시되었으며 그 유형도 다양하게 제시되어 있지 않았다. 이러한 결과는 앞에서 언급한 기하교육의 주된 목적인 연역적 증명을 통한 논리적 추론 능력을 키우는데 큰 도움을 주지 않는다. 또한 Battista(2007)가 형식적인 증명은 학생들의 무비판적인 학습 상황을 만들어 학생들

의 사고력 형성과 연결될 수 없다고 지적한 것처럼, 우리나라 증명 과제 역시 대부분 반복된 패턴과 주어진 내용의 암기를 통한 학습으로 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 힘들 것으로 예상할 수 있다. 그러므로 증명 과제는 학생들의 충분한 지능적인 노력을 통해 합리적이고 반성적인 사고를 발전시키도록 해야 한다. 또한 단순히 증명의 방법이 어렵고 복잡해야함을 의미하는 것이 아니라 학생들이 증명 과제를 통해서 수학적으로 생각해 보고 논리적인 접근을 할 수 있도록 그러한 기회를 제공해야 할 것이다.

교과서에는 실생활과 관련된 다양한 과제들을 포함하고 있었지만, 실제로 이러한 과제들이 실제 생활에 적용되어 응용성과 유용성을 갖도록 제시되어 있지는 않은 것으로 나타났다. 실생활과 연결된 수학 활동은 앞서 언급한 것처럼 기하교육 뿐 아니라 수학교육 전반적으로 강조하는 중요한 내용이다. 그러나 교과서의 대부분의 실생활 과제들이 실제 상황과 수학적 의미와의 연결성 보다는 과제의 내용을 실생활 소재를 사용하여 표현하는데 그치고 있었다.

수학 교과서는 교육과정에서 말하는 의사소통 능력 및 문제 해결력 등을 키우도록 증명 과제, 실생활 과제, 고난이도 문제 해결 과제 등 여러 과제를 포함하고 있었다. 하지만 이러한 과제들이 그대로 학생들의 높은 수준의 인지 과정과 연결되어 사고력을 높이고 수학적으로 의미 있는 활동이 되지는 못하였다. 이것은 앞서 선행연구들을 통해 살펴본 것처럼, 우리나라 수학 교과서는 교육과정을 반영하여 교육 목표를 실현함에 있어 매우 중요한 역할을 해야 함에도 불구하고, 그 역할이 매우 제한적일 수 있음을 알 수 있다.

과제를 통해서 수학 개념을 어떻게 구성하여 제시할 것인가에 대한 논의는 굉장히 중요하다. 왜냐하면 위 결과에서처럼 같은 수학 개념도 그 개념을 묻는 과제의 형태와 내용적인 구성 차이에 따라 학생들의 수학적 사고 수준이 달라질 수 있으며 이것은 곧 학생들의 학습과 밀접하게 연결될 수 있기 때문이다(Hiebert & Wearne, 1993). 그러므로 수학 과제를 구성할 때 학생들의 문제 해결을 위한 전략적인 면을 어느 정도까지 제시해 주는 것이 바람직한 수준인지에 대한 고민을 해 볼 필요가 있다. 또한 교과서의 수학 과제가 좋은 과제의 특징들을

반영하여 그 역할을 제대로 할 수 있도록 변화된 노력을 해야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 권나영, 김래영, 김구연 (2011). 초, 중등 수학과 교육과정 연구의 주제별 동향분석, 수학교육 50(4), 507-520.
- Kwon, N. Y., Kim, R. Y., & Kim, G. (2011). Trends in research on mathematics curriculum: An analysis of research topics, *The Mathematical Education* 50(4) 507-520.
- 교육과학기술부 (2012). 수학교육 선진화 방안. 교육과학기술부 보도자료.
- Ministry of Education, Science and Technology (2012). Strategies for Mathematics Education Advancement. Press Release: Author.
- 교육인적자원부 (2007). 중학교 교육과정해설. 서울: 저자.
- Ministry of Education & Human Resources Development (2007). *A curriculum guide for middle school*. Seoul: Author.
- 김구연 (2010). The analysis of a mathematics curriculum material: Addition and subtraction in grade 3, 교육과정평가연구 13(2), 59-78.
- Kim, G. (2010). The analysis of a mathematics curriculum material: Addition and subtraction in grade 3, *The Journal of Curriculum and Evaluation* 13(2), 59-78.
- 김민혁 (2012). 수학교사의 교과서 및 교사용 지도서 활용도 조사. 석사학위 논문, 서강대학교.
- Kim, M. H. (2012). *Secondary mathematic teachers' use of curriculum materials*. Master's thesis: Sogang University.
- 박경미, 김동원 (2011). 우리나라 수학교육의 문제점 진단을 위한 조사 연구, 수학교육 50(1), 89-102.
- Park, K. M., & Kim, D. W. (2011). A survey research to diagnose the problems of mathematics education in Korea, *The Mathematical Education* 50(1), 89-102.
- 박선영, 김원경 (2011). 국내외 수학교육 연구 동향 비교 분석, 수학교육 50(3), 285-308.
- Park, S. Y., & Kim, W. K. (2011). A comparative analysis on research trends of secondary mathematics, *The Mathematical Education* 50(3), 285-308.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2009a). 중학교 수학 1, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2009a). *Mathematics 1, grade 7*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2009b). 중학교 수학 익힘책 1, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2009b). *Mathematics workbook 1, grade 7*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2010a). 중학교 수학 2, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2010a). *Mathematics 2, grade 8*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2010b). 중학교 수학 익힘책 2, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2010b). *Mathematics workbook 2, grade 8*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2011a). 중학교 수학 3, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2011a). *Mathematics 3, grade 9*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 우정호, 박교식, 박경미, 이경화, 김남희, 임재훈, 박인, 이영란, 고현주, 김은경 (2011b). 중학교 수학 익힘책 3, 서울: 두산동아.
- Woo, J. H., Park, K. S., Park, K. M., Lee, K. H., Kim, N. H., Lim, J. H., Park, I., Lee, Y. R., Kho, H. J., & Kim, E. K. (2011b). *Mathematics workbook 3, grade 9*, Seoul: Doosan-Dongah.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2009a). 중학교 수학 1, 서울: 금성출판사.

- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J.(2009a). *Mathematics 1*, grade 7, Seoul: Kumsung.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2009b). *중학교 수학 익힘책 1*, 서울: 금성출판사.
- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J. (2009b). *Mathematics workbook 1*, grade 7, Seoul: Kumsung.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2010a). *중학교 수학 2*, 서울: 금성출판사.
- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J. (2010a). *Mathematics 2*, grade 8, Seoul: Kumsung.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2010b). *중학교 수학 익힘책 2*, 서울: 금성출판사.
- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J.(2010b). *Mathematics workbook 2*, grade 8, Seoul: Kumsung.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2011a). *중학교 수학 3*, 서울: 금성출판사.
- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J. (2011a). *Mathematics 3*, grade 9, Seoul: Kumsung.
- 정상권, 이재학, 박혜숙, 홍진곤, 서혜숙, 박부성, 강은주 (2011b). *중학교 수학 익힘책 3*, 서울: 금성출판사.
- Cheong, S. W., Lee, J. H., Park, H. S., Hong, J. K., Seo, H. S., Park, B. S., & Kang, E. J. (2011b). *Mathematics workbook 3*, grade 9, Seoul: Kumsung.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2009a). *중학교 수학 1*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J. (2009a). *Mathematics 1*, grade 7, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2009b). *중학교 수학 익힘책 1*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J. (2009b). *Mathematics workbook 1*, grade 7, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2010a). *중학교 수학 2*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J.(2010a). *Mathematics 2*, grade 8, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2010b). *중학교 수학 익힘책 2*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J.(2010b). *Mathematics workbook 2*, grade 8, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2011a). *중학교 수학 3*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J. (2011a). *Mathematics 3*, grade 9, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 최용준, 한대회, 박진교, 김강은, 신태양, 배명주 (2011b). *중학교 수학 익힘책 3*, 서울: 천재문화.
- Choe, Y. J., Han, D. H., Park, J. K., Kim, K. E., Shin, T. Y., & Bae, M. J.(2011b). *Mathematics workbook 3*, grade 9, Seoul: ChunjaeMunhwa.
- 홍창준, 김구연 (2012). 중학교 함수 단원의 수학과제 분석, *학교수학* 14(2), 213-232.
- Hong, C. J., & Kim, G. (2012). Functions in the middle school mathematics: The cognitive demand of mathematical tasks. *School Mathematics* 14(2), 213-232.
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1996). Reform by the book: What is-or might be-the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? *Educational Researcher* 23(9), 6-8.
- Battista, M. T. (2007). Highlights of research on learning school geometry. In F. Lester, Jr.(Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 91-108). Charlotte, NC: Information Age.
- Collopy, R. (2003). Curriculum materials as a professional development tool: How a mathematics textbook affected two teachers' learning, *Elementary School Journal* 103, 287-311.
- Doyle, W. (1983) Academic work. *Review of Educational Research* 53(2), 159-199.
- Henningsen, M., & Sten, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning, *Journal for Research in Mathematics Education* 28, 524-549.

- Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional, classroom discourse, and student's learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal* 30, 393-425.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for school mathematics*, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: Author.
- Rezat, S. (2006). A Model of Textbook Use. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. A. Stehlikova(Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 409-416). Prague, Czech Republic.
- Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning* (pp. 687-709). New York: Macmillan.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998) Selecting and creating mathematical: from research to practice, *Mathematics Teaching in the Middle School* 3, 344-350.
- Stein, M. K., & Kim, G. (2009). The role of mathematics curriculum materials in large-scale urban reform. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 37-55). New York: Routledge.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning. An analysis of mathematical used in reform classrooms, *American Educational Research Journal* 33, 455-488.
- Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice, *Mathematics Teaching in the Middle School* 3, 268-275.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). *Implementing Standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Trafton, P. R., Reys, B. J., & Wasman, D. G. (2001). Standards-based mathematics curriculum materials: A phrase in search of a definition, *Phi Delta Kappan* 83(3), 259-264.

An analysis of mathematical tasks in the middle school geometry

JiHyun Kwon

E-mail : cenela@hanmail.net

Gooyeon Kim[†]

Sogang University, Korea

E-mail : gokim@sogang.ac.kr

The purpose of this study was to examine and analyze the cognitive demand of the mathematical tasks suggested in the middle school textbooks. In particular, it aimed to reveal the overall picture of the level of cognitive demand of the mathematical tasks in the strand of geometry in the textbooks. We adopted the framework for mathematical task analysis suggested by Stein & Smith(1998) and analyzed the mathematical tasks accordingly. The findings from the analysis showed that 95 percent of the mathematical tasks were at high level and the rest at low level in terms of cognitive demand. Most of the mathematical tasks in the textbooks were algorithmic and focused on producing correct answers by using procedures. In particular, the high level tasks were presented at the end of each chapter or unit for wrap up rather than as key resources.

* ZDM Classification : B73

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

* Key words : mathematics textbooks, mathematical tasks, cognitive demands, task analysis, middle school level.

† Corresponding author