

한국 수학 교과서와 미국 CMP 교과서의 비교·분석 - 중학교의 방정식과 함수 단원을 중심으로 -

추재임(부산 낙동중학교)
이종학(대구교육대학교)
김원경(한국교원대학교)[†]

I. 서론

수학적 개념과 법칙들은 학생들에게 친숙한 개념을 확장하는 방법으로 도입될 때 그 의미가 분명해지고, 학교 안팎의 경험과 연결될 때 유용성이 인식될 수 있다. NCTM(1989)은 학교수학을 위한 기준에서 학생들은 수학적 내용 사이의 연결성을 이해하고 음미할 수 있어야 하며, 수학과 타 교과 및 실생활의 연결을 인식하고 적용할 수 있어야 한다는 수학적 연결성(mathematical connection)을 강조한다. 수학적 연결성은 크게 수학적 개념과 법칙들 사이의 상호 관계를 인식하는 수학 내적 연결성과 실생활 및 타 교과에서 제기되는 문제 상황을 수학적으로 모델링하고 해결하는 수학 외적 연결성으로 나눌 수 있다(NCTM, 2000).

수학 내적 연결성을 통해 학생들은 수학적 개념들 간의 관련성을 이해하고 수학을 통합된 체계로 인식할 수 있으며, 수학 외적 연결성을 통해 수학의 가치를 인식하고 수학적 힘을 신장할 수 있다(김지예, 2012). 또한 수학적 연결성을 인식할 수 있는 학생들은 문제를 해결할 수 있는 강력한 도구를 가지고 있는 것이고, 수학의 아름다움과 심미성을 더욱 깊이 음미할 수 있으며(권오남, 김래형, 박지현, 정호선, 1999), 수학적 개념의 기억 및 전이를 위한 잠재력을 증가시킬 수 있다(NCTM, 1989).

NCTM(1989)은 학교 수학의 목표를 문제해결 능력

의 강화와 수학적 의사소통 능력의 향상에 두고, 수학적 연결성을 기반으로 하는 Connected Mathematics Project (CMP) 교육과정을 제시하였다. 6~8학년을 대상으로 하는 CMP 교육과정은 미국과학재단(NSF)의 지원을 받아 2차(1991~1996년, 2000~2006년)에 걸쳐 개발된 것으로 모든 단원의 수학적 내용은 다른 단원, 수학의 다른 영역, 타 교과목, 실생활의 응용으로 연결되어 있다(김해규, 2011). 우리나라의 2007 개정 수학과 교육과정도 실생활이나 다른 교과와의 연계성 강화를 제시하고 있으며(교육인적자원부, 2007), 2009 개정 수학과 교육과정에서도 교과 내 내용 영역 및 교과 간의 연계성을 강조하고 있다(교육과학기술부, 2011).

교육과정의 정신과 철학은 실제로 교과서를 통해 학교 교육에 반영된다. 수학 교과서는 교육과정에 의거하여 학교 수학의 교수·학습에 적합하도록 구성된 자료이다(박경미, 임재훈, 2002). 따라서 CMP 교육과정에 의거해서 개발된 교과서(이하, CMP 교과서)와 우리나라의 2007 개정 수학과 교육과정에 의거해서 개발된 교과서들은 수학적 연결성을 어느 정도 구현했다고 말할 수 있다(김해규, 2011).

Covington & Lesa(2001)는 CMP 교과서가 학생들의 수학적 연결성 능력을 신장시키는데 효과적이라고 하였고, Reys, Reys, Lapan, Holliday & Wasman(2003)은 수학적 연결성을 강조한 CMP 교과서를 사용한 집단이 수학 성취도 점수에서 통계적으로 유의미한 결과가 나타났다고 주장하였다. 그렇지만 손혜진(2011)은 대수와 함수 영역에서 우리나라 학생들이 수학 내·외적 연계성과 관련한 활동을 수행하는 수업 시간의 빈도가 외국에 비해서 상대적으로 낮다고 말하면서, 수학적 연결성에 대한 다양한 형태의 연구가 이루어져야 함을 주장하였다. 그

* 접수일(2012년 10월 15일), 수정일(2012년 12월 13일), 게재확정일(2013년 1월 8일)

* ZDM분류: D44

* MSC2000분류: 97D40

* 주제어: 연결성, CMP 교과서, 방정식, 함수

† 교신저자

밖에도 대수와 함수 영역에서 수학적 연결성과 관련된 활동이 필요함을 주장하는 몇몇 연구(우정호, 1998; 김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤, 2006)들이 있다.

이에 본 연구는 중학교 수준에서 한국의 수학 교과서와 미국의 CMP 교과서를 수학적 연결성 관점에서 비교 분석하고자 한다. 수학적 연결성은 단원의 구성 체계와 내용 제시 방식과 관련이 있고, 본문 전개 과정과 평가 문제에서도 나타날 수 있으므로, 본 연구에서는 중학교 대수와 함수 단원을 중심으로 수학적 연결성이 어떤 방식으로 나타나는지를 분석하기 위해서 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 한국의 수학교과서와 CMP 교과서에서 단원 구성 체계와 내용 제시 방식에서의 차이는 무엇인가?
2. 한국의 수학교과서와 CMP 교과서에서 표현 양식의 연결 및 타 교과목이나 실생활과의 연결성에는 어떤 차이가 있는가?

II. 이론적 배경

1. CMP 교육과정

CMP 교육과정은 미국과학재단(NSF)의 지원으로 2차(1991~1996년, 2000~2006년)에 걸쳐 개발된 NCTM의 기준을 지향하는 교육과정이다. 학생 4만 5천명과 교사 390명을 대상으로 현장 실험 과정을 거쳐 개발된 CMP 교육과정은 6~8학년을 대상으로 수학적 연결성에 중점을 두고 있는 교육과정으로써 모든 단원의 수학적 내용은 다른 단원, 수학의 다른 영역, 타 교과목, 실생활의 응용으로 연결된다(김혜규, 2011).

수학적 연결성을 기반으로 하는 CMP 교육과정의 목표는 문제해결 능력의 강화와 수학적 의사소통 능력의 향상이다. CMP 교육과정이 제시하는 목표는 현재 우리나라의 2007·2009 개정 수학과 교육과정에서 추구하는 교육목표와 매우 유사하다(김혜규, 2011). CMP 교육과정의 내용 영역은 수, 기하 및 측정, 자료 분석과 확률, 대수의 4개 영역으로 이루어져 있고, 각 영역별 학습 목표는 다음과 같다.

· 수 영역 : 수 개념의 형성에 영향을 주는 아이디어를 어떻게 여러 가지 방법으로 표현하는가와 표현에 대

한 이유를 이해한다. 수 영역에서는 수 감각, 연산과 알고리즘, 수의 성질 등을 다룬다.

· 기하 및 측정 영역 : 기하 내용은 기하 영역들 내에서 서로 내적인 관계라는 것을 이해하고, 추론 능력을 개발한다. 기하 및 측정 영역에서는 모양과 성질, 변환, 측정, 기하적 연결 등을 다룬다.

· 자료 분석 및 확률 영역 : 자료 분석 및 확률 영역에서는 문제 만들기, 자료 수집, 자료의 분석, 확률의 이해를 다루면서 불확실성을 포함하는 상황에서 질문하고 답하기와 자료 분석 능력의 함양을 목표로 한다.

· 대수 영역 : 대수 영역에서는 양적인 변수들 사이의 관계를 해석하고, 표현하는 능력의 개발을 목표로 한다. CMP의 대수 영역의 학습 목표는 함수, 표현, 기호적 추론이라는 목표 아래에 하위 목표를 제시하고 있으며, [표 1]과 같이 방정식과 함수의 목표를 분리하지 않고 통합적으로 제시한다. 방정식과 함수와 관련하여 CMP 교과서의 대수 영역에서 6~8학년이 다루는 학습 주제와 수업시수는 [부록 1]에 있다. CMP 교육과정의 대수 영역에서 강조하는 내용들은 NCTM(2000)의 기준의 권고와 대부분 일치한다. 또한 CMP 교육과정의 대수 영역에서 중요한 아이디어들은 학생들의 발달 수준에 따라 개발되었으며, 이미 학습한 내용들과의 생산적 연결을 위해 적절하게 배치되었다(김혜규, 2011).

CMP 교육과정에서 제시한 교수 모형에 의하면 CMP 교과서에 의한 수업은 수학적 사실을 포함하거나 관련된 문제 상황을 먼저 제시하고 학생들은 개인이나 소집단 별로 상황을 탐구하며 논의하여 결과를 기록하는 방식으로 도입, 탐구, 정리의 3단계로 진행된다. 도입 단계에서 교사는 전체 학습을 대상으로 문제 상황을 제기하며 새로운 아이디어와 정의를 소개하고 학생들의 과거 문제해결 경험과 연결시킨다. 탐구 단계에서 학생들은 다양한 집단 활동을 실시하며 문제를 해결하는 과정에서 수학을 학습한다. 정리 단계에서 교사는 전체 논의를 통하여 학생들이 목표에 도달하도록 안내하고, 학생들이 표현한 전략과 해를 제시하고 토론하면서 수학의 개념적 이해를 신장시키고 학생들의 전략을 세련되게 조직한다.

CMP와 MIC(Mathematics in Context) 교과서는 미국 과학진흥회(AAAS)에서 실시한 교과서 평가에서 가장 높은 점수를 받은 교과서들이다(김혜규, 2011). 지금까지

[표 1] CMP 교과서의 대수 영역 목표
 [Table 1] Algebra goal of the CMP textbook

연번	목표	하위 목표	학년
1	변화의 규칙성(함수)	변수들을 이해하고 사용하고 문제를 해결하거나 결정을 내리기 위하여 양적인 변수들 간의 관계를 설명할 수 있다.	7, 8
		선형함수, 역함수, 지수함수 그리고 2차 함수와 관련된 변화의 패턴들을 구별하고 인식할 수 있다.	7, 8
2	표현	표, 그래프, 기호와 언어적 표현으로 설명하고, 변수들의 변화의 패턴을 설명하고 예측할 수 있다.	7, 8
		표, 그래프, 기호와 언어적 표현으로 설명하는 것을 자유롭게 할 수 있다.	7, 8
		각 표현의 편리한 점과 불편한 점을 설명하고, 이들 설명을 사용하여 문제를 해결할 때 선택할 수 있다.	7, 8
		변수들을 포함하는 상황의 수학적 모델로써 일차, 역, 지수방정식, 이차방정식과 부등식을 사용할 수 있다.	7, 8
3	기호적 추론	방정식과 문제 상황들을 연결할 수 있다.	7, 8
		일변수 방정식을 푸는 것과 함수의 특별한 값을 찾는 것을 연결할 수 있다.	8
		기호적 방법을 사용하여 일차 방정식과 부등식, 간단한 이차 방정식을 해결할 수 있다.	7, 8
		분배법칙과 교환법칙을 사용하여 동치 표현과 동치 방정식을 나타낼 수 있다.	8
		간단한 이차 방정식의 인수분해를 포함하는 방정식의 다양한 종류의 동치식을 구할 수 있다.	7, 8
		연립 일차 방정식을 해결할 수 있다.	8
	그래프 그리기 방법으로 일차 부등식을 해결할 수 있다.	8	

MIC 교과서를 대상으로 한 연구(이경화, 지은정, 2008; 박희자, 정은실, 2010; 윤인경, 류희수, 2012; 최선희, 이대현, 2012)와 수학 교과서의 국제 비교 연구(이용숙 외, 1995; 박경미, 임재훈, 2002; 최병훈, 방정숙, 송근영, 황현미, 구미진, 이성미, 2006)는 많이 수행되었지만, 연결성 관점에서 한국 교과서와 CMP 교과서를 비교·분석한 연구는 없었다. 이에 본 연구에서는 수학적 연결성을 강조하는 CMP 교과서와 우리나라 중학교 수학교과서에서 다루는 학습 내용을 서로 비교·분석하여 연결성과 관련된 아이디어들을 살펴보고, 수학과 다른 학문 분야 또는 실생활과의 연결성에 대한 시사점을 얻고자 한다.

2. 수학적 연결성

NCTM(2000)은 학교수학에서 수학적 연결성의 도입과 관련하여 다음과 같이 설명하고 있다.

「학생들은 수학적 아이디어 사이의 연결성을 인식하고 활용하며, K-12학년 수학 교육과정을 연결되고 통합된 전체로서 이

해하고 일상생활을 포함하여 수학이 아닌 타 교과와의 연결성을 알 수 있어야 한다.」

NCTM의 설명에서 수학적 아이디어 사이의 연결성은 수학 내적 연결성을 의미하고, 일상생활을 포함하여 수학이 아닌 타 교과와의 연결성은 수학 외적 연결성을 의미한다(황석근, 윤정호, 2011). 수학 내적 연결성에는 수학을 통합된 전체로 보는 입장에서 개념적 지식과 절차적 지식을 연결하기, 수학적 주제들 사이에 연결성을 사용하고 평가하기, 같은 개념에 대한 동등한 표현 인식하기 등이 있으며, 수학 외적 연결성에는 타 교과에서 수학을 사용하기, 예술, 음악, 심리학, 과학, 산업 등과 같은 다른 분야에서 발생하는 문제들을 해결하기 위해 수학적 사고와 모델링 적용하기, 실생활에서 수학을 사용하는 것 등이 있다(이종희, 1999).

수학적으로 사고한다는 것은 수학적 내용들의 연결성을 찾고 내용들 사이의 연결성을 구축하는 것을 포함한다. 학생들은 연결성을 이해함으로써 수학적 개념이나

성질이 서로 어떻게 연결되어 있는지 이해하고, 각각의 아이디어에 기초하여 전체를 일관되고 통합적으로 바라볼 수 있다. 수학 내적 연결성이 갖추어지면 선행 지식 위에 새로운 이해를 구축할 수 있기 때문에 암기해야 하는 개념이 점점 줄어들고 전체를 통합된 것으로 생각할 수 있어 기억이 오래 지속될 수 있다. 수학 외적 연결성이 필요한 이유는 학생들이 동일한 수학 개념을 다루더라도 풍부한 맥락과 더불어 실생활과의 관련성 속에서 수학을 형식적으로만 이해하지 않으며, 수학이 실생활과 관련이 없는 추상적인 교과가 아니라 생활의 일부이며 유용한 도구가 된다는 점을 인식할 수 있기 때문이다.

대부분의 수학적 주제들은 다른 수학적 주제들과 연계되어 있기 때문에 발전적이고 유의미한 학습이 이루어지기 위해서는 주제들 사이의 연계성을 이해해야 한다(강옥기, 2007). 수학적 연결성은 학생들이 수학적 기능과 개념을 분리된 것으로 바라보는 경향을 줄이고 수학을 통합된 관점에서 이해하도록 하기 때문에 문제 해결의 힘으로 작용한다. 따라서 수학과 교육과정의 주요 목표 중의 하나가 수학적 문제해결력 강화임을 고려한다면 수학적 연결성을 고려한 교육과정 및 교과서의 구성은 필수적이다.

지금까지 수학적 연결성에 관한 연구는 주로 수학과 교육과정의 개선을 위한 관점에서 국내의 교육과정을 비교·분석한 것이었다(최승현, 고정화, 도중훈, 2006; 윤현진, 박선용, 김서령, 이영하, 2009). 그러나 수학적 연결성의 관점에서 국내의 교과서를 비교·분석한 연구는 찾아볼 수 없었다. 이에 본 연구는 수학적 연결성 관점에서 한국 교과서와 CMP 교과서를 비교·분석하여 앞으로 새 교육과정 개정 및 이에 따른 교과서 개발, 그리고 학습지도 방법 개선의 측면에서 의미 있는 시사점을 제시하고자 한다.

III. 연구 방법

1. 연구대상 교과서

본 연구에서는 연구 문제 1의 해결을 위해서 2007 개정 교육과정에 따른 교과서들 중에서 학교 현장에서 많이 사용되는 교과서들 중 하나인 비상교육의 중학교 1, 2, 3학년 교과서와 익힘책(김원경, 조민식, 김영주, 김윤희, 방환선, 윤기원, 2009), 두산동아의 교과서와 교사용 지도

서(우정호, 박교식, 박경미, 김남희, 이경화, 최인선, 신보미, 지은정, 박인, 임재훈, 2009)를 분석 대상으로 선정하였다. 또한 연구 문제 2의 해결을 위해서 중학교 1학년 27종, 2학년 17종, 3학년 14종의 검정교과서 모두를 연구 대상으로 하였다.

CMP 교과서는 NCTM 기준 지향 교육과정을 기반으로 개발된 교과서로, MIC 교과서와 같이 미국의 대부분의 중학교에서 사용된다(김해규, 2011). 본 연구에서는 대수와 함수 영역에 해당하는 7개 주제 중에서 지수 함수에 대한 전반적인 내용을 다루는 'Growing, Growing, Growing'을 제외한 6개 주제에 대한 CMP 교과서를 비교 대상으로 선정하였다. 이 주제 중에서 'Variables and Patterns'은 전반적인 함수 개념을, 'Moving Straight Ahead'와 'Thinking with Mathematical Models'는 일차방정식과 일차함수를, 'Frogs, Fleas and Painted Cubes'와 'Say it with Symbols'는 이차방정식과 이차함수를, 'The Shapes of Algebra'는 연립방정식에 대해서 다루고 있다. 교과서에서 각 주제별로 학습 시기와 학습 내용은 [표 2]와 같다.

2. 교과서 비교·분석 기준

국내의 교과서 비교·분석에 대한 지금까지의 연구는 기본적으로 단원 구성 체계, 개념 도입 방법, 내용 요소의 차이점을 분석하였다(박경미, 임재훈, 2002; 박희자, 정은실, 2010; 신현성, 한혜숙, 2011). 그러나 미국과학진흥회(AAAS)는 기존의 수학, 과학 교과서 평가가 바람직하지 못하다는 인식하에 '프로젝트 2061'이란 이름의 교과서 분석 기준을 개발하여 미국 중학교 교과서를 평가하였다(이경화, 2008). 이 프로젝트는 K-12학년 학생들이 학습목표를 달성하는데 있어 교과서의 내용, 교수 전략, 평가가 얼마나 도움이 되는지를 알아보는 것으로서 [표 3]과 같이 7개의 평가 영역이 있으며 각 영역 별로 평가지표가 제시되어 있다.

본 연구에서는 연구문제 1의 단원 구성 체계의 차이점 분석을 위해서 기존의 교과서 비교 연구의 일반적인 틀인 학습 내용 요소 및 분량 비교, 단원 조직 방식을 비교하고, 내용 제시 방식의 차이점 분석을 위해 '프로젝트 2061'의 분석 기준 틀에 따라 비교하기로 한다. 또, 연구문제 2의 수학적 연결성 분석은 학습목표에서 제시

[표 2] CMP 교과서의 대수와 함수 영역

[Table 2] Algebra and function in the CMP textbook

연번	교과서 명	시기	학습 내용
1	Variables and Patterns: Introducing Algebra	7학년 1단원	여러 관계를 표현하기(변수를 이용하여 표, 그래프, 글, 기호로 나타내기)
2	Moving Straight Ahead: Linear Relationships	7학년 5단원	선형 관계를 인식하고 표, 그래프, 글, 기호로 표현하기, 일차방정식을 해결하기, 기울기
3	Thinking with Mathematical Models : Linear and Inverse Relationships	8학년 1단원	함수와 모델링 소개, 직선의 등식 구하기, 역함수, 부등식
4	Growing, Growing, Growing: Exponential Relationships	8학년 3단원	지수적인 증가와 감소를 인식하고 표, 그래프, 글, 기호로 표현하기, 지수 법칙, 과학적 표기법
5	Frogs, Fleas and Painted Cubes: Quadratic Relationships	8학년 4단원	이차 함수를 인식하고 표, 그래프, 글, 기호로 표현하기, 간단한 이차식의 인수
6	Say it with Symbols: Making Sense of Symbols	8학년 6단원	등치법, 대입법과 가감법, 이차 등식을 풀이하기, 이차식의 근의 공식 사용하기
7	The Shapes of Algebra : Linear Relationships and Inequalities	8학년 7단원	좌표 기하, 부등식 풀기, 일차방정식의 표준형, 연립 일차 방정식과 연립 일차 부등식 풀기

[표 3] ‘프로젝트 2061’의 수학 교과서 분석 기준

[Table 3] ‘Project 2061’ mathematical textbook analytical framework

평가 영역	평가 지표
학습목표의 제시	학습목표가 쉽게 이해할 수 있는 형태로 제시되어 있는가?
	목표가 흥미와 동기유발을 고려하는가?
	목표에 대하여 생각하고 논의할 기회를 주는가?
	활동과 설명이 제시된 목표와 일관된 내용인가?
	각 단원의 끝부분에서 학습 내용을 다시 정리하는가?
	활동이나 수업이 다른 활동과 관련되는 바를 확인하게 하는가?
학습자의 아이디어 존중(학생의 지식, 생각을 고려)	진체적인 활동의 계열이나 수업을 위한 이론적 근거가 지도서에 제시되는가?
	학습하고자 하는 수학의 내용에 대해 어떤 선행지식이 존재하는지를 제시하고, 연결하는가?
	일반적으로 학생들이 지니고 있는 개념을 명확하게 파악하는가?
	기본 개념을 학습하기 전에 학생들이 가지고 있는 개념을 교사가 확인하도록 하는 구체적인 질문이나 과제를 제시하는가?
적절한 경험 및 참여 기회 제공	학생들이 개념이나 절차를 예측하거나 설명하도록 하는 질문이나 과제를 포함하는가?
	학습내용에 부합되는 사물, 재료를 활용한 경험을 제공하는가?
	기초개념에서 출발하여 점차 발달하도록 도울 수 있는 질문, 과제, 활동을 제시하는가?
수학적 개념의 개발 및 활용	학생들의 지식에 기초하여 개념을 의미있게 연결하는 경험을 제공하는가?
	직접적인 경험을 효율적으로 활용하는가?
	학생들이 이해할 수 있는 예를 사용하여 기본 개념을 설명하는가?
현상, 경험, 지식에 대한 사고력 촉진	정의나 절차를 암기보다 경험에 의해 학습하도록 하는가?
	수학적 아이디어의 전개에 있어서 표현 방법의 종류와 양은 적절한가?
학생의 발전 정도 측정	수학적 개념을 명확하게 설명하는가?
	과제가 적절하게 연결되어 학습을 촉진하도록 구성되었는가?
수학 학습을 촉진하는 환경 제공	기본개념과 관련된 평가문항을 제시하는가?
	학습과정에 통합된 평가기회를 제공하는가?
	학습내용의 배경이 되는 다른 개념 또는 설명이 제시되는가?
	호기심이나 창의성을 표현할 기회를 제공하는가?

한 표현 양식의 연결성과 타 교과 및 실생활의 연결성에 초점을 두어 비교하기로 한다.

IV. 결과 분석 및 논의

1. 단원 구성 체계 및 내용 제시 방식

1) 단원 구성 체계

한국의 중학교 수학교과서의 방정식과 함수 단원에서 다루는 학습 내용 요소를 기준으로 CMP 교과서의 학습 내용 및 분량을 정리하면 [표 4]와 같다.

한국 교과서는 한 권의 책에 방정식과 함수가 각각 한 단원으로 구성되어 있지만, CMP 교과서는 방정식과 함수 단원이 하나의 주제로 한 권의 책으로 분권되어 있다. 분량 면에서 한국 교과서의 방정식과 함수 단원은 각각 전체의 7.7%~9.4%, 11.8%~15.4%를 차지한 반면, CMP 교과서에서 7학년의 방정식과 함수 영역이 각각 6.7%, 20.1%를, 8학년에서 각각 18.1%, 67.2%를 차지하여 한국 교과서에 비해 많은 비중을 차지하고 있음을 알 수 있다. 그리고 CMP 교과서는 한국의 교과서와 같이 방정식과 함수 단원을 이원화하여 별도로 구성하지 않고, 방정식에서 표와 그래프를 이용하여 함수를 도입하는 방법으로 방정식과 함수 단원을 연결해서 다루고 있다(Variables and Patterns, p.57).

한편, 단원 구성 체계 면에서 한국 교과서와 CMP 교과서를 살펴보면 각각 [표 5], [표 6]과 같다. 한국 교과서는 실생활 주변의 문제로부터 학생들이 스스로 수학적 경험과 탐구 활동을 통하여 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해해 나가는 활동이 단원의 도입 부분과 단원의 끝부분에 제시되고, 대부분의 내용은 개념 탐구와 예제, 연습 문제 등이 계산이나 알고리즘 위주로 제시 되고 있다. 그러나 CMP 교과서는 단원 전반에 걸쳐 걸기 레이스, 귀뚜라미 울음소리, 용돈의 총합(Moving Straight Ahead, p.2)과 같은 실생활 탐구 활동 문제가 제시되고 있고, 각 소단원에서 하나의 주제를 다루는데 많은 내용을 할당한다. 따라서 CMP 교과서는 학생들이 다양한 현실 상황의 문제해결 활동을 하면서 수학적 개념을 점진적으로 형성시켜 나갈 수 있는 토대를 마련해 주고 있음을 알 수 있다.

물론 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 설명과 같

은 수학적 사실이나 수학적 법칙 등을 알고 문제 풀이를 하는 것과 같은 내용 부분에 있어서는 한국 교과서의 구성이 더 체계적이라고 볼 수 있다. 그러나 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등의 의미를 충분히 이해하지 못하고 단편적으로 이해하거나 암기에 의존하는 학생들은 자신들이 알고 있는 것을 언제, 어떻게 사용해야 하는지를 잘 알지 못한다. 따라서 학생들이 기계적인 문제 풀이에 숙달하거나, 단지 암기한 것을 기억하여 답을 제시하지 않도록 하기 위해서는 CMP 교과서와 같이 끊임없는 물음과 다양한 실생활 적용 문제와 읽을거리를 제공하여 학생 스스로 학습하며 배우는 것들에 대해 흥미를 가질 수 있도록 하는 것이 바람직하다(일차·이차·지수 관계, Frogs, Fleas and Painted Cubes, p.62).

CMP 교과서는 단원 내에서 각 절이 따로 분류되어 있고 그 속에 다시 짧은 문맥 상황들이 주어져 있기는 하지만 나중에 다시 앞의 상황이 나오거나 한 상황 속에서 학생들이 꾸준히 활동을 하도록 연결되어 있다(활동의 예: ‘만약 당신이 $y = mx + b$ 형태의 식을 갖고 있다면 표준방정식 $ax + by = c$ 의 a, b, c 가 무엇인지 어떻게 예상하나요?’, Shapes of Algebra, p.63). 그러므로 학생들이 자신의 활동에 대해서 의미를 부여할 수도 있고 앞에서 이해하지 못하더라도 나중에 뒷 절에 가서 다른 관점에서 같은 상황이 나중에 다시 전개될 때는 좀 더 깊이 있는 이해를 할 수 있다. 반면에 한국 교과서는 ‘활동1, 활동2’와 같이 서로 구분되는 활동들이 수학적 개념을 표면적으로 담고 있다. 그래서 굳이 활동을 하지 않더라도 학생들이 바로 풀 수 있는 문제와 유사하여 학생들이 자신의 활동에 대해 의미를 부여하기가 힘들다. 따라서 실제적 상황 속에서 구체적 활동을 하는 것이 아니라 단지 활동이라는 이름의 수학적 문제를 푸는 것에 불과하다고 볼 수 있다.

한국 교과서의 중단원 평가문제, 대단원 마무리 평가문제와 CMP의 ACE(적용, 연결, 확장)문제, 단원 프로젝트 활동은 모두 학습한 내용을 바탕으로 문제해결력과 응용력을 기르기 위한 것이지만 실제로는 한국의 중단원 평가문제와 대단원 마무리 평가문제는 앞에서 학습한 ‘예제’나 ‘문제’와 같은 선상에 있다고 할 수 있다. 앞에서 학습한 내용을 복합적으로 이용하거나 활용해서 풀 수 있는 문제라기보다는 앞에서 배운 개념을 단순히 적

[표 4] 한국과 미국의 교과서에서 방정식과 함수 영역의 비교
 [Table 4] Comparison of equation and function in the korean and CMP textbook

한국 교과서		CMP 교과서		
시기 (학년·단원)	내용 (교과서, 익힘책 쪽수)	내용(쪽수)	교과서 명(주제 수)	시기 (학년·단원)
중1- 3	일차방정식의 풀이 및 활용(17, 21)	규칙과 방정식(15)	Variables and Patterns(3)	7- 1
		방정식 풀기(24)	Moving Straight Ahead(3)	7- 5
중2- 3	미지수가 2개인 일차 방정식, 연립방정식의 풀이 및 활용(15, 24)	표현을 결합 (17)	Say it with Symbols(2)	8- 6
		선형방정식(18)	Shapes of Algebra(2)	8- 7
		두 개 이상의 변수를 가진 방정식(20)	Shapes of Algebra(3)	
		연립 방정식의 기호적 해결(24)	Shapes of Algebra(4)	
중3- 2	이차방정식의 풀이 및 활용(19, 22)	이차 표현(21)	Frogs, Fleas and Painted Cube(2)	8- 4
		방정식 풀기(29)	Say it with Symbols(3)	8- 6
중1- 4	함수를 표, 식, 그래프로 나타내기(26, 31)	변수, 표, 좌표그래프(25)	Variables and Patterns(1)	7- 1
		그래프와 표 분석(19)	Variables and Patterns(2)	
		그래핑 계산기를 활용한 표와 그래프 그리기(17)	Variables and Patterns(4)	
중2- 4	일차함수의 뜻과 그래프(19, 22)	걷는 속도(19)	Moving Straight Ahead(1)	7- 2
		표와 그래프로 선형 함수 탐구(24)	Moving Straight Ahead(2)	
		기울기 탐구(20)	Moving Straight Ahead(4)	
	일차함수와 일차 방정식의 관계(15, 14)	데이터 패턴 탐구(22)	Thinking with Mathematical Models(1)	8- 1
		선형 모델과 방정식(24)	Thinking with Mathematical Models(2)	8- 1
중3- 3	이차함수의 뜻, 이차 함수의 그래프의 성질(30, 34)	기호적 추론(17)	Say it with Symbols(5)	8- 6
		이차 관계 소개(14)	Frogs, Fleas and Painted Cubes(1)	8- 4
		변화의 이차 패턴(15)	Frogs, Fleas and Painted Cubes(3)	
		이차함수는 무엇인가?(25)	Frogs, Fleas and Painted Cubes(4)	
		함수 되돌아보기(22)	Say it with Symbols(4)	8- 6

용하는 문제가 대부분이다. 실제로 이와 같은 문제를 접하는 학생들은 문제를 먼저 이해하기보다는 숫자나 수학적 개념을 말로 설명해 놓은 부분을 먼저 읽는 경우가 많으며 문제를 다 읽지 않고 답을 구하기도 한다.

반면에 CMP 교과서의 문제는 단순히 특정한 번호의 문제를 풀기가 어렵게 구성되어 있다. 다시 말해 바로 앞 번호의 문제를 풀어야 다음 문제를 풀 수 있게 구성되어 있었다. 이와 같은 과정을 통해 학생들은 점진적으로 천천히 수학적 개념을 내면화할 수 있고, 현실 상황

의 문제들을 해결해 나가는 활동을 통해서 수학을 행할 수 있다. 또한 ACE, 프로젝트 문제는 단순 계산 문제가 아닌 다양한 현실 상황이 상세하게 기술된 문제이고, 학생들이 문제를 꼼꼼하게 읽고 주어진 단계에 따라 문제를 해결해 나가야 하는 종합적인 문제들로 구성되어 있으며, 이 문제들에 대해서 학생의 이해 수준에 따른 교사의 단계적인 발문 방안 등을 지도서에 구체적으로 제시하고 있다(Say It With Symbols 지도서, pp.55~56).

따라서 한국 교과서는 개념을 중심으로 문제들이 구

[표 5] 한국 중학교 교과서(비상교육, 김원경)의 단원 구성

[Table 5] Unit conformation system of the korean mathematics textbook(visang, Kim, Won Kyung)

구성	내용
중단원 도입	학습 동기 유발을 위해 중단원에서 학습할 내용과 관련된 실생활 소재를 제시
연구 과제	중단원 도입 내용과 관련된 문제를 단원 학습 후에 해결할 수 있도록 과제로 제시
개념 탐구	단원을 시작하기 전에 개념과 관련된 간단한 물음 또는 선수 학습 요소 등을 제시
본문 내용	기본 개념, 용어와 기호, 원리, 법칙 등을 설명
개념 확인	학습 내용의 기본 개념, 용어와 기호, 법칙 등을 이해할 수 있는 구체적인 예시 제시
예제	학습 내용 중에서 기본이 되는 것을 예제로 제시하고 그 풀이를 제시
문제	학습 내용을 이해, 확인하기 위하여 다양하게 연습할 수 있도록 문제 제시
생각 나누기	모둠활동을 통하여 의사소통 능력을 향상할 수 있도록 토의 문제 제시
문제 만들기	배운 내용을 확인하고 확산적 사고를 기르기 위해 문제를 만들어 보는 활동 제시
중단원 평가	개념도: 각 개념 간의 연관성을 구조화하는데 도움이 되도록 개념도를 완성하는 활동 문제: 학습 내용을 점검하고 확인하는 문제 제시 수학적 사고력: 추론 능력, 문제 해결력, 의사소통 능력을 신장시킬 수 있는 문제 제시
대단원 평가	학습 내용을 지필 평가, 수행 평가, 자기 평가의 3단계로 평가
논리 키우기	논리적 사고력을 기르기 위해 수학적 문장을 읽고 해석하는 문제 제시
컴퓨터 수학	단원과 관련된 주제를 계산기, 컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 알아보도록 제시
부록	정답 및 해설, 찾아보기, 사진 출처 및 인용 자료 제시

[표 6] CMP 교과서의 단원 구성 체계

[Table 6] Unit conformation system of the CMP textbook

구성	내용
Unit Opener	학생들의 호기심을 자극하고, 그들이 탐구해야 하는 아이디어를 이끌어내기 위해 단원의 학습목표를 반영하는 문제를 제시
Mathematical Highlights	단원의 중요한 아이디어를 소개하고, 학습 목표 또는 강조할 부분을 제시
Investigations: Problem	학생들은 문제를 해결함으로써, 중요한 수학적 관계를 발견하고 문제 해결 전략 및 기능을 발달시키기 위해 서로 연결된 2~5개의 문제를 제시
Investigations: Getting Ready	수학적 아이디어를 검토하거나 소개하기 위해 문제 이전에 제시
Investigations: Did You Know?	탐구의 정황에 관한 흥미로운 사실을 읽을거리로 제시
ACE: Applications	'탐구'의 아이디어와 전략을 적용하는 문제와 유사한 맥락의 문제를 제시
ACE: Connections	이전 학습에 새로운 지식을 연결하는 학습 전략과 단계에 따라 개념과 기능의 지속적인 검토와 실생활 관련 문제를 제시
ACE: Extensions	앞으로 배우게 될 내용을 미리 암시하거나 관련된 수학적 아이디어를 제시
Mathematical Reflections	학생들이 생각을 정리하고 주요 개념과 전략을 요약하는데 도움이 되고, 무엇을 배웠는지 상기하는 질문을 제시
Unit Project	학생들의 폭넓은 이해를 보여줄 수 있는 기회를 제공
Looking Back and Looking Ahead	단원에서의 핵심 아이디어와 관련성을 상기시키고, 학생들이 배운 것을 요약·연결하고 추론과 성취 정도를 보여주는 문제를 제시
Glossary	핵심 용어에 대해 자신의 정의와 예를 제시하도록 구성

성되어 있다고 할 수 있는 반면에 CMP 교과서는 커다란 상황 속에서 맥락을 중심으로 문제들이 구성되어서 하나의 단원이 이루어지고 있다고 할 수 있다. 또한, 한국 교과서는 형식적인 면에 치우친 경향이 있는 반면에 CMP 교과서는 생활 속 이야기를 풀어 나가는 과정 속에서 학생들이 스스로 개념을 형성 할 수 있도록 제시되어 있다. 그리고 필요한 개념이나 설명은 간략하게 제시되어 있고 다양한 실생활 문제들을 바탕으로 재미있게 풀고, 같은 영역간의 연계성뿐만 아니라 서로 다른 영역, 타 학문, 실생활 간의 연계성까지 함께 고려하여 학습하기에 효율적으로 구성되어 있다.

한국 교과서의 방정식과 함수 단원에서 학습 내용들은 위계에 따라 서로 중복되지 않도록 구성되어 이전에 학습한 내용을 확인학습 코너 이외에서 다시 다루는 경우가 없지만, CMP 교과서는 새로운 내용을 학습하면서 이전에 배운 내용이나 개념을 다시 한 번 더 중복해서 다루고 있다. 따라서 하나의 학습 내용이 여러 단원에 혼재되어 있는 CMP 교과서 체제는 수학적 개념을 전체적으로 이해하는 단계에서 학생들에게 수학적 연결성을 효과적으로 인식시킬 수 있는 장점이 있지만 초기 학습에서 개념 지도의 어려움이 있을 수 있다.

2) 내용 제시 방식

‘프로젝트 2061’의 수학 교과서 분석 기준에 따라 한국의 수학교과서와 CMP 교과서의 내용 제시 방식을 비교·분석한 결과는 다음과 같다.

(1) 학습자를 고려한 목표 제시

학습목표를 제시하는 방식에서 한국 교과서는 대단원의 첫머리에서 단원의 학습목표를 함축적으로 표현하고, 각 소단원에서 다시 소단원의 목표를 구체적으로 제시한다. 그리고 학습목표는 학습해야 할 수학적 개념이나 원리를 수학적 용어를 사용하여 간결하고 명확하게 제시한다. CMP 교과서는 단원 첫머리의 ‘수학적 하이라이트’에서 7~10개의 단원 학습목표를 제시하고, ‘탐구’에서 목표와 구체적으로 관련된 실생활 문제의 해결을 통해 학습목표에 도달하도록 한다. 또한 ‘변수 사이의 관계에서 그래프의 패턴을 예측한다(Variables and Patterns, p. 57).’와 같이 단원을 포괄하는 행동 목표를 학습목표로 제시한다. 한국 교과서는 아직 다루지 않은 추상적인 수

학 개념을 사용한 학습목표를 소단원의 첫 부분에서 명확히 제시하지만, CMP 교과서는 문제를 먼저 제시하고 해결 과정에서 학생이 수학적 개념을 탐구하면서 학습목표를 파악하도록 한다는 점에서 차이가 있다.

목표가 흥미와 동기유발을 고려하는가?의 측면에서 한국 교과서는 예를 들어, ‘일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.’(비상교육, 중학교 2학년, p. 121)와 같이 단원의 첫머리에 바로 학습을 통해 배워야 할 수학적 개념·원리들을 수학적 용어를 사용하여 상세하게 제시하고 있다. 한편, CMP 교과서는 예를 들어, ‘상징적 진술로 상황 설계하기’, ‘표현을 결합시켜 새로운 대수학적 표현을 쓰시오.’(Say it with Symbols 지도서, p.55)와 같이 소단원별 목표는 지도서에만 제시되어 있고, 비형식적이고 다양한 용어를 사용하기 때문에 흥미나 동기유발의 기회를 좀 더 제공하는 점에서 차이가 있다.

‘단원의 끝 부분에서 학습 내용을 다시 정리하는가?’의 측면에서 볼 때, 한국 교과서는 중단원 평가에서 개념도 및 문제풀이를 통해 학습한 내용을 다시 확인한다. 그러나 CMP 교과서는 교과서의 마지막 부분의 ‘복습과 연습’, ‘용어’에서 학습한 개념, 원리, 용어를 다시 정리한다. 따라서 학습 내용을 확인·정리하는 면에서 CMP 교과서는 한국의 교과서에 비해서 미흡하다고 할 수 있다.

(2) 학습자의 아이디어 존중

‘학습내용과 관련된 어떤 선행지식이 존재하는지를 제시하고, 서로 연결하는가.’의 측면에서 한국 교과서는 단원 첫머리의 ‘준비학습’에서 알아야 할 선행 지식을 먼저 제시하고, 이와 연결하여 학습내용을 전개한다. 한편, CMP 교과서는 별도로 선수학습 내용을 제시하지 않고 문제에서 학생들의 경험 범위 내의 선행지식을 다루면서 학습할 내용들과 연결한다.

‘개념, 절차를 설명하거나 예측하도록 하는 질문과 과제를 포함하는가?’의 측면에서 한국 교과서는 ‘개념탐구’, ‘생각 나누기’에서 학생들이 개념을 설명하도록 하는 질문이 제시된다. 예를 들어 ‘두 학생의 풀이 방법에 대하여 설명하고 어느 방법이 더 편리한지 토의하라.’(비상교육, 중학교 2학년, p.88)는 학생들이 절차를 설명할 수 있는 기회를 제공하는 질문이다. CMP 교과서는 [그림 1]과 같이 문제에서 학습자의 아이디어를 수학적 인 관점에서 설명하도록 요구한다.

A. 개구리, 벼룩, 농구선수가 높이뛰기를 하고 있다, t 초 후에 그들의 발이 지면으로부터 떨어진 거리는 다음 방정식으로 나타낼 수 있다.





개구리: $h = -16t^2 + 12t + 0.2$, 벼룩: $h = -16t^2 + 8t$,
 농구선수: $h = -16t^2 + 16t + 6.5$

1. 계산기로 이 세 방정식에 관한 표와 그래프를 만드시오. 그리고 0초부터 1초 사이에 해당하는 높이 값을 보시오(단, 표는 0.1초의 간격으로 제작하시오).
2. 각 선수들의 최고 높이는 얼마인가? 언제 최고 높이에 도달하는가?
3. 점프는 얼마동안 지속될 수 있는가?
4. 상수 0.2와 6.5는 개구리와 농구선수에게 무슨 의미를 알려주는가? 그리고 이 정보는 그래프에서 어떻게 나타낼 수 있는가?
5. 각 선수들에 해당하는 시간변화에 따른 높이의 패턴변화를 서술하고, 이 패턴이 어떻게 그래프와 표에 나타나는지 설명하시오.

[그림 1] 절차를 설명하는 문제
 [Fig 1] Problem to describe the procedures(Frogs, Fleas and Painted Cubes, p.82)

‘기초 개념에서 출발하여 점진적인 발달을 이루도록 할 수 있는 문제, 과제, 활동을 제시하는가.’의 측면에서 CMP 교과서는 학생들이 대수를 본격적으로 학습하기에 앞서 표, 그래프, 언어, 기호로 관계를 나타내는 ‘Variables and Patterns: Introducing Algebra’을 먼저 다룸으로써 점진적으로 대수 개념의 이해를 도울 수 있도록 구성되어 있고, [그림 2]와 같이 학생의 선행 지식을 소재로 한 단계 높은 수학적 활동을 제시한다. 한편, 한국 교과서도 CMP 교과서와 마찬가지로 학습을 진행할수록 개념 이해-법칙 응용-사고력 향상 등의 단계로 나아가고, 문제의 수준도 기초-기본-심화 단계로 점진적 발달이 이루어지도록 구성되어 있다.

그림과 같이 정다각형 형태인 스케이트보드 공원의 트랙 각 정점에서 꼭 턴을 해야 하고 턴의 크기는 다각형의 모서리 수와 관계가 있다. 예를 들어, 정삼각형의 트랙에서 턴을 하면 120° 를 돌아야한다.

정삼각형	정사각형	정오각형	정육각형
			

a. 아래의 표를 완성하여 다각형의 모서리 수에 따른 돌아야 하는 각의 크기를 알아보자. (턴 돌기)

모서리 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
턴의 각도										

- b. 표와 대응하는(모서리, 각)의 그래프를 만드시오.
- c. 위의 표를 통해 모서리 수가 늘어감에 따라 턴의 각도의 변화에 어떤 패턴을 읽을 수 있는가? 표는 어떻게 그 패턴을 보여주고 있는가? 그래프는 어떻게 그 패턴을 보여주고 있는가?

[그림 2] 표와 그래프로 나타내기
 [Fig 2] Represent on charts and graph(Variables and Patterns, p.47)

(3) 학생들의 참여를 유도

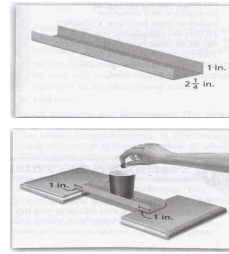
교과서는 학습자가 능동적 활동을 통하여 수학적 개념을 탐구해 나갈 수 있는 기회를 제공해야 한다. CMP 교과서는 [그림 3]과 같이 ‘직접적인 경험을 효율적으로 활용하는가?’의 측면에서 현실적 맥락 문제의 제시에서 시작하여 전체적인 해결과정을 거쳐 개념형성에 이르기까지 학습자가 실제로 조작하고 직접적인 경험을 할 수 있는 수학적 활동이 가능한 문제를 제시하고 있다. 물론 한국 교과서도 개념탐구, 수행과제 등에서 이와 같은 경험을 할 수 있는 기회를 제공하지만 해결 방안을 바로 제시해주기 때문에 학생들의 능동적 활동이 이루어지지 못하는 측면이 있다고 할 수 있다.

(4) 아이디어의 발전이 가능한 학습 내용의 전개

교과서는 학생들이 지닌 경험과 수학적 아이디어를 활용해서 학습내용을 전개할 수 있도록 구성되어야 한다. ‘암기보다 학생의 경험과 활동에 의해 수학적 내용을 학습하도록 하는가?’의 관점에서 CMP 교과서는 학생들이

준비문제 1.1

나무 조각의 두께와 그것의 강도의 관계에 대해 어떻게 생각하는가? 그 관계가 일차식일 것이라고 생각하는가? 다리의 강도에 영향을 끼치는 다른 변수로는 무엇이 있을까? 기술자들은 보통 모형을 통해 그들의 디자인을 시험한다. 학생들은 자신의 실험을 통해 다리를 만드는데 포함되는 수학적 패턴을 찾을 수 있다.(다리-강도 시험방법의 재료: 같은 두께를 가진 책 두 권, 작은 종이컵 하나, 100원짜리 동전 50개, 가로 11인치, 세로 $4\frac{1}{4}$ 인치 크기의 여러 장의 종이. 방법: 한 장의 종이를 가지고 양 가로변에서



1인치씩 접어 “다리”를 만든다. 책 사이에 다리를 걸친다. 다리의 양쪽 끝은 책에 각 1인치씩 걸치고 종이컵을 다리 정중앙에 올려놓는다. 다리가 무너질 때까지 동전을 하나씩 컵에 넣는다. 컵에 들어간 동전 수를 기록한다. 동전의 개수는 그 다리의 파괴 하중이다. 새롭게 두 장의 종이를 가지고 두께가 두 배인 다리를 만들고 그 다리의 파괴 하중을 구한다.3,4,5장의 종이로 실험을 반복한다.)

문제1.1 패턴 찾기 그리고 예측하기

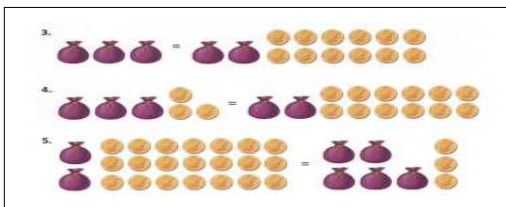
- 1,2,3,4,5겹의 다리 파괴하중을 구하기 위한 다리-두께실험을 진행하고 기록을 표로 만드시오.
- (종이 수, 파괴하중)의 그래프를 만드시오.
- 다리의 두께와 파괴하중사이의 관련성이 과연 직선으로 표시될 수 있는가? 이것이 어떻게 표와 그래프로 표현되는지 서술하시오.
- 만약 종이 층을 반으로 쪼갠다면, 2.5겹의 종이다리의 파괴하중은 얼마로 예상하는지 서술하시오.
- 1) 6겹의 종이다리의 파괴하중을 예측하고 이유를 서술하시오.
2) 예측을 확인하고 왜 이런 종류의 실험에서는 종종 예측이 정확히 맞지 않는지 설명하시오.

[그림 3] 실험

[Fig 3] Experiment(Thinking with Mathematical Models, pp.6~7)

의 경험과 활동을 중심으로 학습내용을 전개하고 있다.

또한 CMP 교과서는 [그림 4]와 같이 시각적인 예를 사용하여 일차방정식을 설명하고 있는 반면에 한국 교과서는 관련 자료를 친절하게 모두 제시해 준 다음에 학생들로 하여금 활동을 하게 함으로서 실제적 활동으로 연결되기에는 제한적이라고 할 수 있다.



[그림 4] 일차방정식의 시각적 표현

[Fig 4] Visual representation of linear equation (Moving Straight Ahead, p.50)

(5) 수학적 사고력의 함양

수학적 사고력의 함양을 위해 ‘기본개념을 명확하게 설명하는가?’의 관점에서 한국 교과서는 수학적 내용 설명을 강조하여 본문에서 개념과 원리 등을 자세하게 다루고 있다. 그러나 CMP 교과서는 수학적 개념을 처음부터 제시하지 않고 문제해결 과정에서 학습할 수학적 개념에 대해서 간단하게 설명하고 있다.

‘과제가 적절하게 연결되어 사고를 촉진하도록 구성되었는가?’의 측면에서 한국 교과서는 개념에 대한 설명을 하고, 연결된 ‘예제’와 ‘문제’를 통해 개념의 구성을 확인하며 사고력 및 논리력 신장문제로 마무리한다. 또한 익힘책은 ‘기본 개념 익히기’, ‘기본 문제’, ‘심화 문제’ 형태로 수준별로 연결된 과제를 제시하고 있으며, ‘문제 만들기’와 ‘활동 과제’의 형태로 사고를 촉진하기 위한 다양한 과제들을 제시하고 있다.

(6) 수학적 발전 정도의 의미 있는 평가

‘기본개념과 관련된 평가문항을 제시하는가.’의 측면에서 한국 교과서는 기본개념에 대한 설명에 이어 개념을 확인할 수 있는 문제들이 다수 제시된다. 반면에 CMP 교과서는 기본개념과 관련된 문제들이 상대적으로 적다.

‘학습과정에 통합된 평가 기회를 제공하는가.’의 측면에서 한국 교과서는 각 단원의 끝부분에 ‘중단원 및 대단원 평가’와 ‘수행과제’ 등이 제시됨으로써 학습내용에 대한 종합평가의 기회를 제공하고 있다. CMP 교과서는 [그림 5]와 같이 ‘ACE’ 문제와 ‘단원 프로젝트’, ‘복습과 연습’을 통해 학습한 개념의 적용과 관련된 문제들이 제시된다.

(7) 수학 학습을 촉진하는 환경의 제공

‘학습내용의 배경이 되는 개념 또는 설명이 제시되는가?’의 측면에서 한국 교과서는 대단원과 소단원의 첫머리에서 학습내용의 배경이 되는 주제들이 제시되지만 본문 내용과의 연결성은 크지 않다. CMP 교과서는 대단원의 첫머리 ‘단원 도입’에서 학습 내용의 배경 문제들을 제시하고, 이 문제들을 다시 본문에서 다루거나 과제로 구성하여 내용 전개의 연결성을 강조하고 있다. 또한 학습내용의 배경이 되는 개념과 설명이 교과서 전반에 걸쳐 다수 제시되고 있다.

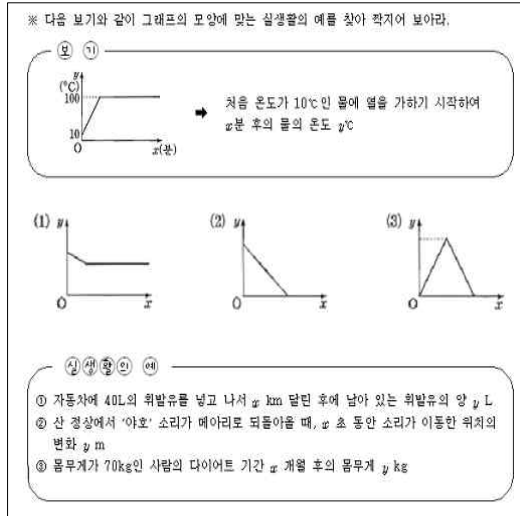
2. 수학적 연결성

1) 표현 양식 사이의 연결성

한국 수학교과서와 CMP 교과서는 대수·함수 영역

에서 모두 용어, 기호, 표, 식, 그래프 등의 표현 수단을 정확히 이해하고 표, 식, 그래프 사이의 상호 연결성을 강조하고 있다.

그럼에도 불구하고 한국 수학교과서는 표현 양식 사이의 상호 연결성에 관한 문제가 전반적으로 적다. 특히 언어적 표현을 식으로 바꾸는 문제는 다소 있으나 [그림 6]과 같이 언어적 표현을 그래프로, 표 또는 그래프를 언어적 표현으로 나타내는 표현 양식의 연결성에 관한 문제는 극히 적다.



[그림 6] 그래프와 언어적 진술의 연결(천재문화, 박영훈 외, p.156)

[Fig 6] Connection of graph and verbal statement

다음의 이야기와 그래프를 살펴보자.

A. 각각의 이야기와 그래프를 연결하고, 그래프의 축에 어떤 제목을 붙일지 설명하시오. 또한 각각의 이야기들이 어떻게 그래프로 표현되는지 설명하시오.

이야기1. 비행기에서 낙하한 후에 낙하산을 펼쳤다. 그가 뛰어내린 후, 바람이 불어 그의 경로가 이탈되어서 나뭇가지에 걸린 채로 낙하를 끝냈다.

이야기2. 은행에 저금을 하고 몇 년 동안 이자를 받는데, 어느 날 그녀는 계좌에서 절반의 돈을 출금했다.

이야기3. 차도에 모래를 한 포대 뿌렸다, 첫째 날, 그는 절반의 모래를 뿌렸고, 다음 날은 남은 양의 절반을 뿌렸다. 셋째 날 역시 남은 양의 절반을 뿌렸다. 그는 모래가 거의 없어질 때까지 계속해서 이런 방법으로 뿌렸다.

B. 그래프 ABCD중 하나는 아무런 이야기와 연결할 수 없다. 상응하는 이야기를 하나 만드시오.

Graph A

Graph B

Graph C

Graph D

[그림 5] ‘ACE’ 문제
[Fig 5] ‘ACE’ problem(Thinking with Mathematical Models, p.42)

반면에 CMP 교과서는 [그림 7]과 같이 표, 식, 그래프, 기호, 언어를 자유롭게 사용하는 것과 각 표현의 장·단점을 설명하고, 문제를 해결할 때 적절한 표현 수단을 선택할 수 있을 것을 요구하는 문제가 다수 있다.

수학적 반성 3

2. 방정식의 유용한 점은 무엇인가?
 <예상 답변> 방정식은 관계를 간단하게 나타내고 특정한 값을 계산할 때 편리하다.

3. 표, 그래프, 방정식으로 표현된 관계를 배웠는데, 이들 각각의 표현 양식의 장·단점은 무엇인가?
 <예상 답변> 표는 각각의 값의 순서쌍을 나타내 준다. 그러나 표에서 볼 수 있는 순서쌍의 개수는 제한적이고, 전체적인 패턴을 보기가 어렵다. 그래프는 전체적인 패턴을 시각적으로 보기 쉽다. 하지만 그래프에서는 정확한 값을 찾기가 힘들다. 방정식은 관계를 간단한 식으로 표현한다. 한 변수의 어떠한 값에 대해서도 다른 변수의 값을 구할 수 있다. 방정식은 전체적인 패턴에 대해 어떤 것을 말할 수 있지만, 패턴에 대한 시각적인 그림을 제공하지는 않는다.

[그림 7] 표현 양식의 장단점
 [Fig 7] pros and cons of representation form (Variables and Patterns, p.63)

또한 [그림 8]과 같이 학생들이 실생활과 관련된 다양한 그래프를 해석하고, 잘못된 해석을 올바르게 수정하는 문제들도 다수 있다.

전반적으로 함수 영역에서 한국 교과서는 실제 모델에서 수학적 모델로의 변환이 즉각적이고 명료한 반면에, CMP 교과서는 실제 모델에서 여러 가지 변화 모델을 거쳐 수학적 모델로 형식화하는 점진적이고 다소 복잡한 과정을 따르고 있다. 그리고 CMP 교과서는 [그림 9]와 같이 다양한 현실 상황의 맥락 문제에서 나타나는 역동적인 변화를 표, 그래프, 식, 언어적 진술로 다양하게 표현하는 활동들을 점진적으로 수행하게 함으로써 함수 개념을 형성해 가고 있다.

언어적 진술을 표로 나타내는 연결성과 관련하여 한국 교과서는 언어로 표현된 상황들을 식으로 나타내는 문제들이 대부분이었다. 예를 들어, 중학교 2학년의 일차함수에서 [그림 10]과 같은 문제가 풀이와 함께 탐구활동에서 제시되고 있으나, 너무 구체적으로 ‘빈칸을 완성하라’라고 제시되어 있어 학생들이 스스로 x , y 를 찾는 활동을 제한하고 있다.

문제 2.3

그래프 해석하기; 아래 제시문의 (가)~(사)를 읽고, 다음 문제를 해결하시오.

- (1) 단어 중에서 x 와 y 를 결정하시오.
- (2) x , y 의 관련성을 표현할 수 있는 그래프를 찾으시오. 만약 적절한 그래프가 없다면 직접 그려보시오.
- (3) 그래프가 변수들 사이에 어떤 관계를 묘사하고 있는지 설명하시오.
- (4) 각 그래프에 제목을 붙여보시오.

(가) 수학여행에 참가한 학생 수는 각 학생이 지불한 여행 경비와 관련이 있다.

(나) 오른쪽 그림과 스케이트보더가 한 쪽 끝에서 다른 쪽 끝으로 갈 때, 속력은 시간에 따라 변한다.

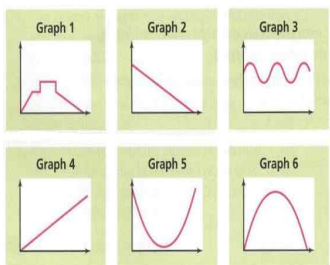
(다) 욕조를 채울 때, 목욕 할 때, 욕조를 비울 때에 시간에 따라 물의 높이는 변한다.

(라) 놀이 공원에서 유명한 놀이 기구를 탈 때 기다리는 시간은 공원에 있는 사람 수와 관련이 있다.

(마) 계절 변화에 따른 시간에 따라 햇빛이 비치는 총 시간이 변한다.

(바) 유명한 영화의 매주 관객 수는 극장에서 처음 영화를 시작한 날짜로부터 시간이 지남에 따라 변한다.

(사) 물과 관련된 놀이기구의 손님 수는 그 날의 예상 최고 기온과 관련이 있다.



[그림 8] 그래프 해석하기
 [Fig 8] Graph interpretation(Variables and Patterns, p.34)

문제 2.2 표, 그래프, 방정식 이용하기
 A. 문제 2.1의 형제들 각각에 대해서:
 1. 시작부터 40초까지 다른 시점마다 시작점부터의 거리를 표시한 표를 만들자
 2. 같은 그래프 평면 위에 시간과 시작점부터의 거리를 표시하자
 3. 관계를 보여주는 방정식을 만들고 각각의 변수와 숫자가 의미하는 정보를 설명하자.
 B. 1. Jin은 20초 동안 얼마나 걸었는가?
 2. 20초 후에, 두 형제사이의 거리를 얼마나 되는가? 그리고 이 거리는 표와 그래프에서 각각 어떻게 표시되는가?
 3. 점(26,70)이 두 그래프에 존재하는가, 설명하시오.
 4. 언제 Jin은 Woo를 앞지르는가, 설명하시오.
 C. 어떤 선이 더 가파른지 어떻게 판단할 것인가?
 1. 데이터 표를 통했을 때, 2. 방정식을 통했을 때
 D.1. y 축에 어느 점들에서 Jin과 Woo의 그래프가 교차하는가?
 2. 점들은 레이스에 관해 어떤 정보를 나타내는가?
 3. 표에서는 이 점들은 어떻게 찾을 수 있고 방정식에서는 어떻게 찾을 수 있는가?

[그림 9] 다양한 표현 활동
 [Fig 9] Various expression activity(Moving Straight Ahead, p.25)

어느 택배 회사에서는 일정한 규격 이내의 물건을 배달하는 요금 체계를 기본요금과 배달 거리에 따른 요금의 합으로 정하였다. 기본요금을 3000원, 배달 거리 1km당 요금을 2000원이라고 할 때, 다음을 알아보자.

표 10-1 배달 거리에 따라 다음 표를 완성하여 보자.

배달 거리 (km)	1	2	3	4	5
총 배달 요금 (원)					

[그림 10] 언어적 진술과 표의 연결(성지출판, 김홍중 외, p.122)
 [Fig 10] Connection of table and verbal statement

이와 같이 한국 교과서에서 많이 제시되는 언어적 진술을 식으로 바꾸는 문제들은 계산의 수월성을 위해 대부분 수치를 간단하게 바꿔서 제시하기 때문에 학생들은 실생활과 거리감을 느끼게 된다(성홍순, 2008).

반면에 CMP 교과서는 구체적인 실생활 소재를 바탕으로 언어적 진술을 표로 번역하는 문제들이 [그림 11]과 같이 제시되고 있다. 이와 같이 CMP 교과서에서는

구체적인 상황을 제시하거나, 학생들이 과제에 대한 호기심을 느낄 수 있는 다양한 실생활 소재를 제시한다.

논술 클럽은 학생들의 단편, 시, 에세이를 책으로 출판하려고 한다. 두 인쇄소에서 책을 인쇄하는 비용이 다음과 같다. (단위 : 천원)
 A 인쇄소 : 비용 = 100 + 4 × 출판된 책의 수
 B 인쇄소 : 비용 = 25 + 7 × 출판된 책의 수
 (1) 두 인쇄소의 (출판된 책의 수, 가격)에 대한 표를 만드시오. 표를 이용하여 출판된 책의 수가 몇 권일 때, 두 인쇄소의 금액이 같아지는지 구하시오. 어떻게 답을 찾았는지 설명하시오.
 (2) 두 방정식을 그래프의 그래프를 그리시오. 그래프를 이용하여 출판된 책의 수가 몇 권일 때, 두 인쇄소의 금액이 같아지는지 구하고 설명하시오.
 (3) 출판된 책이 몇 권일 때, A인쇄소의 가격이 B인쇄소보다 더 저렴한가? 그 이유를 설명하시오.

[그림 11] 언어적 진술과 표의 연결
 [Fig 11] Connection of table and verbal statement (Say It With Symbols, p.33)

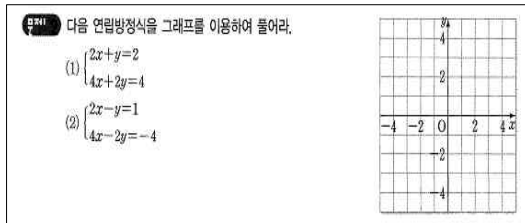
한편, 한국 교과서는 방정식 영역이 풀이 위주로 구성되어 있고 활용 단위에서는 언어를 식으로 번역하는 활동이 주로 제시되는 반면에 CMP 교과서는 [그림 12]와 같이 변수의 관계를 인식하고 방정식을 표와 그래프를 이용하여 푸는 문제가 제시된다.

보석상은 비취구걸이의 가격을 높임으로서 이익을 더 보고 싶어 한다. 그렇지만 만약 가격을 너무 높인다면 많은 양의 구걸이를 팔지 못해 오히려 이익이 떨어질 것이다. 따라서 보석상의 비즈니스 컨설턴트는 방정식 $P = 50s - s^2$ 을 이용해서 s 의 가격일 때의 이익 P 를 예측하려고 한다.
 1. 이 방정식에 관한 표와 그래프를 만드시오.
 2. 방정식, 표와 그래프는 가격과 이익의 관계에 대해 어떤 점을 시사하고 있는가?
 3. 어떤 가격일 때, 가장 큰 이익을 창출하는가?
 4. 방정식과 A질문의 방정식을 비교해보고, 또 단원의 다른 방정식과 비교한 결과를 설명하여라.

[그림 12] 언어적 진술과 식의 연결
 [Fig 12] Connection of equation and verbal statement (Frogs, Fleas and Painted Cubes, p.59)

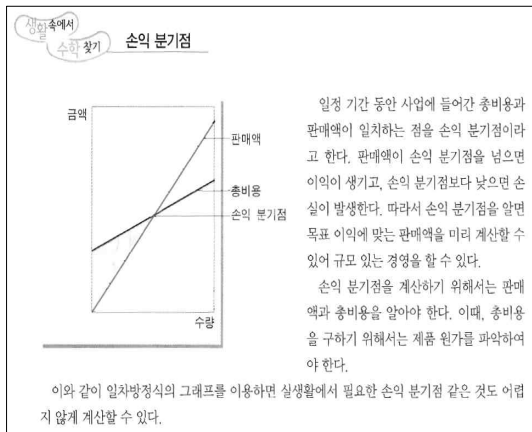
2) 타 영역, 타 교과목, 실생활 내용 간의 연결성
 방정식과 함수의 연결에서 한국 교과서는 일차방정식

의 그래프가 일차함수의 그래프와 일치한다는 내용만을 다루고 있다. 연립방정식의 해와 두 일차함수 그래프의 교점이 같다는 내용과 관련하여 중학교 2학년 수학 교과서의 15종에서 [그림 13]과 유사한 문제를 다루고 있었다. 나머지 2종의 교과서도 [그림 14]와 같이 읽을거리로 연립방정식과 일차함수의 그래프를 연결하여 제시하고 있지만 실생활과의 연결성을 위한 문제는 찾아볼 수 없었다.



[그림 13] 연립방정식의 해와 그래프 (천재, 최용준 외, p.156)

[Fig 13] Solution and graph of the simultaneous equations



[그림 14] 연립방정식의 해와 그래프 (동화사, 박규홍 외, p.146)

[Fig 14] Solution and graph of the simultaneous equations

연립방정식의 해와 관련하여 CMP 교과서는 기술적인 풀이만을 제시하지 않고 실생활 소재를 바탕으로 그래프를 이용해서 해결하는 문제를 [그림 15]와 같이 제시하면서 방정식과 함수 개념을 자연스럽게 연결할 수 있도록 구성되어 있다.

빵집에서 매달 n 개의 케이크를 만들 때 지출E, 수익I는 각각 $E = 825 + 3.25n$, $I = 8.20n$ 을 따른다.

A. 식 I, E에서 n 이 나타내는 정보는 무엇인가?
 B. 빵집은 1월에 총 100개의 케이크를 팔았다.
 1. 지출과 수익은 어떠한가?
 2. 이익을 보았는가? 답을 얻은 과정을 설명하라.
 C. 4월에 빵집의 지출은 570만원이다.
 1. 몇 개의 케이크를 팔았는가?
 2. 케이크를 팔은 수익은 얼마인가?
 3. 이익을 보았는가? 설명해 보라.
 D. 손익분기점에서 지출과 수익은 같다.
 1. 빵집의 손익분기점을 찾는 방법을 간단히 설명하고, 손익분기점을 구하여라.
 2. 손익분기점을 찾는 다른 방법을 설명하여라.

[그림 15] 연립방정식과 일차함수의 연결
 [Fig 15] Connection of the linear function and simultaneous equations (Moving Straight Ahead, p.56)

전반적으로 한국 교과서는 실생활이나 타 교과와 연결된 형태의 문제의 비율이 5~10%이었고, CMP 교과서는 80~90%로 나타났다. 예를 들어 CMP 교과서는 [그림 16]과 같이 실생활이나 타 교과와 연결된 형태의 문제들을 한국 교과서에 비해서 많이 다루고 있다.

미국의 Michigan주의 Detroit시와 캐나다의 Ontario의 Windsor시는 강을 사이에 두고 있다. 캐나다의 섭씨 단위를 사용하고 있기 때문에, Detroit의 기온예보는 섭씨와 화씨 두 단위를 모두 사용하여 보도하고 있다. 두 단위의 관계는 일차 방정식으로 표현할 수 있다. 물은 0°C 또는 32°F 에서 얼음이 된다. 물은 100°C 또는 212°F 에서 끓는다.

1. 이 정보를 이용하여 화씨와 섭씨의 관계를 나타내는 방정식을 만들어라.
 2. y 절편을 어떻게 찾았는가? y 절편은 어떠한 상황을 설명해주고 있는가?

[그림 16] 방정식과 과학의 연결
 [Fig 16] connection of science and equation (Moving Straight Ahead, p.77)

한국 교과서는 학생들이 학습을 한 다음에 단원의 마지막 부분에서 실생활 문제가 주로 제시된다. 본문에서 다루고 있는 실생활 문제는 계산이 편리한 식의 형태로 제시되어 실생활과의 연계성이 떨어지고, 실제적 상황과

유사한 형태의 문제는 [그림 17]과 같이 대단원의 마지막에 수행평가로 제시되는 경우가 대부분이었다.

나이에 따른 혈압

혈압은 혈액이 혈관 벽에 미치는 압력을 말한다. 일반인의 정상 수축기 혈압은 120 mmHg이고 확장기 혈압은 80 mmHg이지만 식사 후나 운동 상태 등에 따라 변하고 특히 나이에 따라 크게 변한다. 일반적으로 나이가 x 세인 건강한 여성과 남성의 정상 수축기 혈압 y mmHg는 각각

$$y = 0.01x^2 + 0.05x + 107$$

$$y = 0.006x^2 - 0.02x + 120$$

이라고 한다.

1. 컴퓨터 프로그램을 이용하여 건강한 여성과 남성의 정상 수축기 혈압에 대한 그래프를 그려라.
2. 40세의 건강한 여성과 남성의 정상 수축기 혈압의 차를 구하여라.
3. 우리 가족의 정상 수축기 혈압을 구하여라.

[그림 17] 이차방정식의 실생활 예(비상교육, 김원경 외, p.105)

[Fig 17] Example of real life for the quadratic equation

한편, CMP 교과서는 학생들의 호기심을 자극할 수 있고 개념의 이해를 도울 수 있는 실생활 문제들이 [그림 18]과 같이 실제와 유사한 형태로 본문에서 제시되고 있다.

V. 결론 및 제언

국내외 교과서에 대한 비교·분석은 수학과 교육과정 및 교과서의 국제적인 동향을 파악하는 기반이 되며, 국내의 수학 교과서 개선에 필요한 정보를 제공해준다(신현성, 한혜숙, 2009). 본 연구에서는 한국의 중학교 수학 교과서와 미국의 CMP 교과서를 비교·분석함으로써, 교과서의 질적인 수준 향상과 수학적 연결성을 강조하는 교수 자료의 개발을 위한 유의미한 시사점을 찾고자 방정식과 함수 단원을 중심으로 두 교과서의 내용 구성 체제 및 연결성을 비교하였다.

연구문제 1의 결과를 요약하여 결론을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 학습 목표 면에서 한국 교과서는 개념, 법칙, 연결성 등을 함축적이고 간결하게 나타내는 반면에 CMP 교과서는 보다 구체적으로 학생들의 행동 목표를 제시하고, 표, 그래프, 기호, 언어적 진술과의 연결성을

법의학자들은 대퇴골, 정강이뼈, 상완골 그리고 요골 등의 뼈의 길이로 부터 사람의 키를 추정할 수 있다. 다음 표는 여자와 남자의 각 뼈의 길이로 추정하는 방정식을 나타낸다. 이 식은 과학자들이 많은 연구와 자료를 통해 발견한 것이다. 이 표에서 F는 대퇴골의 길이, T는 정강이뼈의 길이, H는 상완골의 길이, R은 요골의 길이를, h는 사람의 키를 나타낸다(단위: cm).

뼈 명칭	남자	여자
대퇴골	$h = 69.089 + 2.238F$	$h = 61.412 + 2.317F$
정강이뼈	$h = 81.688 + 2.392T$	$h = 72.572 + 2.533T$
상완골	$h = 73.570 + 2.970H$	$h = 64.977 + 3.144H$
요골	$h = 80.405 + 3.650R$	$h = 73.502 + 3.876R$

- a. 만약 F가 46.2cm라면 여자의 키는 얼마인가?
- b. 어떤 남자의 T가 50.1cm이라면 키는 얼마인가?
- c. 한 여자의 키가 152cm라고 한다면, 그녀의 대퇴골, 정강이뼈, 상완골, 요골의 길이는 어떻게 되는가?
- d. 한 남자의 키가 183cm라고 가정한다면, 그의 대퇴골, 정강이뼈, 상완골, 요골의 길이는 어떻게 되는가?
- e. 각 방정식의 해당하는 그래프를 설명하라. x 절편과 y 절편이 나타내는 것은 무엇인가? 이것은 의미에 맞는가? 이유를 설명하여라.

[그림 18] 실생활 문제

[Fig 18] Real life problem (Shapes of Algebra, p52)

다양한 표현 양식으로 강조하고 있다.

한편, 교과서의 단원 조직 방식에서 한국 교과서는 한 권의 책에 방정식과 함수가 각각 한 단원으로 구성되어 있으나, CMP 교과서는 방정식과 함수 단원이 하나의 주제로 한 권으로 분권되어 있다. 또한 CMP 교과서는 교사에 의해 재구성될 것이라는 전제 하에 학습 가능한 모든 수학 내용을 교과서에 담고 있어 그 분량이 한국의 교과서와 익힘책을 더한 양보다 2배 정도가 많다. 특히 7, 8학년 교과서의 함수 영역이 다른 영역에 비해서 많은 비중을 차지하고 있는데 이것은 여러 가지 다양한 수학 외적 연결성 문제를 다루었기 때문이다.

둘째, 교과서의 구성 체제에서 한국 교과서는 수학의 구조를 효율적으로 전달하도록 조직되어 있는 반면에 CMP 교과서는 수학적 연결성을 강조하여 실생활 문제를 해결하는 과정에서 수학적 지식을 구성하도록 하고 있다. 한국 교과서에서 소단원이 전개되는 일반적인 순서는 개념, 원리, 법칙을 학습하고, 학습한 수학적 지식을 이용한 문제를 예제에서 다루며, 예제와 유사한 기본

문제를 다루고 난 후, 실생활 문제가 제시되는 형태였다. 반면에 CMP 교과서는 학습할 내용을 포괄하는 다른 영역, 타 교과목, 실생활 관련 문제를 먼저 제시하고 학생 스스로 해결하게 하면서, 문제해결과정에서 수학적 개념을 다루도록 구성되어 있다.

셋째, 방정식과 함수 영역의 내용 제시 방식에서 한국 교과서는 개념의 일반화를 중시하고 논리적이고 형식적인 전개 과정과 알고리즘을 강조하고 있다. 반면에 CMP 교과서는 수학 외적문제의 해결에 중점을 두고 문제해결과정에서 학생의 비형식적 사고 과정과 직관을 중요하게 고려한다. 또한 한국 교과서는 개념의 설명과 그에 관련된 문제들이 알고리즘에 의해 해결하는 방식으로 제시되고 있지만 CMP 교과서는 실생활의 다양한 문제 상황을 제시하고 문제 해결과정에서 필요한 개념을 학생들이 스스로 찾아가도록 구성되어 있으며, 문제 해결 방법을 설명하고 토의해야 하는 문항들을 포함하고 있다.

한편, 연구문제 1, 2의 결과를 요약하여 결론을 제시하면 다음과 같다.

한국의 교과서는 전반적으로 수학의 계통성 및 내적 연결성에 중점을 두어 수학적 지식을 효율적으로 학습할 수 있는 계열로 구성되어 있고, CMP 교과서는 수학 외적 연결성에 중점을 두어 학생들이 수학적 개념을 보다 다양한 맥락에서 탐구하고 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 구성되어 있다고 할 수 있다. 물론 한국 교과서도 제한된 쪽수 내에서 수학 외적 연결성을 구현하고 있지만 CMP 교과서와 비교하자면 그 양과 내용 면에서 미흡하다고 할 수 있다.

이와 같이 한국 교과서가 교육과정에서 규정하는 필수 학습 내용만을 담고 있고, 명료성과 내적 연결성의 측면을 강조하는 형태로 구성되어 있는 것은 교육과정이나 교과서 편찬 방법, 교육환경의 차이와 같은 현실적인 측면이 반영된 결과라고 할 수 있다. 그러나 수학교육의 목표 중의 하나가 학생들로 하여금 수학의 구조와 유용성을 인식하게 하는 것임을 감안할 때, 수학적 연결성의 측면에서 한국 교과서는 실제적인 맥락을 담고 있는 현실 상황과 학생들의 구체적인 경험을 수학적 사실과 연결할 수 있는 활동이나 문제들을 다양하게 제공할 필요가 있다. 주어진 학습 단위 내에서 제한된 교과서의 쪽수 내에서 이와 같은 활동이나 문제를 구현하기 어렵다

면 초등학교 수학교과서에서와 마찬가지로 교과서의 맨 끝에 연결성을 강조하는 사고력 문제, 문제 해결력 문제 등을 배치하는 것도 한 방법이 될 것이다.

본 연구는 우리나라 수학교육의 현실 상황에서 한국 교과서가 수학적 연결성을 구현하기 위해 필요로 하는 측면들을 CMP 교과서와 비교하여 살펴보았다는 점에서 의의가 있다. 그렇지만 본 연구의 결과는 ‘프로젝트 2061’의 수학 교과서 분석 기준 및 수학적 연결성의 관점에서 한국 수학 교과서와 미국 CMP 교과서를 비교·분석하였기 때문에 CMP 교육과정의 구성, 교과서 편찬의 조건, 교육환경에서의 차이 등 다양한 관점을 고려하지 못하였다. 따라서 보다 세밀한 비교기준을 통해 CMP 교과서를 분석하고, 방정식과 함수 영역 외의 다른 영역에 대한 비교·분석도 필요하다고 생각한다. 또한 연결성 관점에서 CMP 교과서를 활용한 수업이 학생들의 학습에 미치는 실제적인 영향 등을 알아보는 연구가 필요함을 제안한다.

참 고 문 헌

- 강옥기 (2007). *수학과 학습지도와 평가론*, 서울: 경문사.
- Kang, O.K. (2007). *Mathematics teaching and assessment*, Seoul: Kyowoosa.
- 교육과학기술부 (2011). *수학과 교육과정*, 교육과학기술부, 고시 제2011-361호.
- Ministry of Education, Science and Technology (2011). *Mathematics curriculum*, Notification No.2011-361 of the MEST.
- 교육인적자원부 (2007). *수학과 교육과정*, 교육인적자원부, 고시 제2007-79호.
- Ministry of Education and Human Resources Development (2007). *Mathematics curriculum*, Notification No.2007-79 of the MEHRD.
- 김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진곤 (2006). *수학교육과정과 교재연구*, 서울: 경문사.
- Kim, N., Na, K., Park, K., Lee, K., Jung, Y., Hong, J. (2006). *Mathematics curriculum and teaching material study*, Seoul: Kyowoosa.
- 김원경, 조민식, 김영주, 김윤희, 방환선, 윤기원 (2009). *중학교 수학1, 2, 3*, 서울: 비유와 상징.
- Kim, W., Joe, M., Kim, J., Kim, Y., Pang, H., Yoon, K.

- (2009). *Middle school mathematics 1, 2, 3*. Seoul: Visang.
- 김지예 (2012). 수학적 연결성 관점에서의 고등학교 수학 교과서 분석. 석사학위논문, 이화여자대학교.
- Kim, J. (2012). *A Study on analysis of mathematical textbooks in high school based on mathematical connection*. Master's thesis. Ewha Womans University.
- 김해규 (2011). 시엠피(The Connected Mathematics Project)에 대한 고찰. 수학교육논문집, 25(1), 119-145.
- Kim, H. (2011). A survey of the Connected Mathematics Project. *Communications of Mathematical Education*, 25(1), 119-145.
- 권오남, 김래형, 박지현, 정호선 (1999). 수학교육에서 휴대용 테크놀로지의 활용: 그래픽계산기와 CBL 및 CBR을 중심으로. 수학교육논문집, 8, 607-622.
- Kwon, O., Kim, L., Park, J., & Chung, H. (1999). Application of the portable technology in mathematics education. *Communications of Mathematical Education*, 8, 607-622.
- 박경미, 임재훈 (2002). 한국, 일본과 미국, 영국의 수학 교과서 비교. 학교수학, 4(2), 317-331.
- Park, K. & Yim, J. (2002). Comparative study of the mathematics textbooks of Korea, Japan, the United States and England. *School Mathematics*, 4(2), 317-331.
- 박희자, 정은실 (2010). 우리나라 교과서와 미국 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단위 비교 · 분석. 한국초등수학교육학회지, 14(3), 769-788.
- Park, H. & Jeong, E. (2010). A comparative analysis on Units about ratio and rate between Korean mathematics textbook and MiC textbook. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*, 14(3), 769-788.
- 성홍순 (2008). 함수의 표현에서의 번역활동에 대한 지도 방안. 석사학위논문, 서강대학교.
- Seong, H. (2008). *A proposed method of teaching mathematical translation of functional expressions*. Master's thesis. Sogang University.
- 손혜진 (2011). 중학교 3학년과 고등학교 1학년 학생들의 방정식과 함수의 관계에 대한 이해유형 분석. 석사학위논문, 이화여자대학교.
- Son, H. (2011). *Analysis of understanding type on relation between equation and function of the 3rd grade students in middle school and the 1st grade students in high school*. Master's thesis. Ewha Womans University.
- 신현성, 한혜숙 (2011). 한국과 미국의 교과서 체제 비교 분석. 한국학교수학회 논문집, 12(2), 309-325.
- Shin, H. & Han, H. (2011). Experimental analysis of Korean CPMP textbooks. *Journal of the Korean School Mathematics Society*, 12(2), 309-325.
- 윤현진, 박선용, 김서령, 이영하 (2009). 수학과 교육내용 개선방안 연구 -이산수학, 확률과 통계 영역을 중심으로-, RRC 2009-33. 한국교육과정평가원.
- Yoon, H., Park, S., Kim, S., & Lee, Y. (2009). *Study on improving mathematics education contents - Discrete mathematics, statistics and probability -*, RRC 2009-33. KICE.
- 이경화, 지은정(2008). 그래프의 교수학적 변환 방식 비교: 우리나라 교과서와 MiC 교과서의 초등 통계 내용을 중심으로. 수학교육학연구, 18(3), 353-372.
- Lee, K. & Ji, E. (2008). The study on didactic transposition for teaching statistical graphs - The comparison between the Korean and MiC's textbooks. *The journal of educational research in mathematics*, 18(3), 353-372.
- 이용숙, 김영준, 이근남, 양미경, 최성욱, 박순경(1995). 교과서 정책과 내용구성 방식 국제비교 연구. 한국교육개발원 연구보고서 RR95-17.
- Lee, Y., Kim, Y., Lee, K., Yang, M., Choi, S., & Park, S. (1995). *International comparison study for textbook policy and Content configuration*. RR95-17, KEDI.
- 최병훈, 방정숙, 송근영, 황현미, 구미진, 이성미 (2006). 한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 연구- 도형과 측정 영역을 중심으로-. 학교수학, 8(1), 45-68.
- Choi, B., Pang, J., Song, K., Hwang, H., Gu, M., & Lee, S. (2006). A comparative analysis of elementary mathematics textbooks of Korea and Singapore: Focused on the geometry and measurement strand. *School Mathematics*, 8(1), 45-68.
- 최선희, 이대현 (2012). 우리나라 초등 교과서와 MIC 교과서의 통계 단위 비교분석. 초등수학교육, 15(1), 41-50.
- Choi, S. & Lee, D. (2012). A comparison analysis of the Statistical sections between in the Korean Elementary Mathematics textbooks and the MiC textbooks. *Education of primary school mathematics*, 15(1), 41-50.
- 황석근, 윤정호 (2011). 수학적 연결성을 고려한 연속확률분포단원의 지도방안 연구. 학교수학, 13(3),

423-445.

Hwang, S. & Yoon, J. (2011). A study on teaching continuous probability distribution in terms of mathematical connection. *School Mathematics, 13*(3), 423-445.

Covington C. & Lesa M.(2001). *The effects of the Connected Mathematics Project on middle school mathematics achievement*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Minnesota.

National Council of Teachers of Mathematics (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향 (구광조, 오병승, 류희찬 역), 서울: 경문사. (원저 1989년 출판)

National Council of Teachers of Mathematics (2007). 학교 수학을 위한 원리와 기준 (류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 역), 서울: 경문사. (원저 2000년 출판)

Reys, R., Reys, B., Lapan, R., Holliday, G., & Wasman, D. (2003). Assessing the impact of standards-based middle grades mathematics curriculum materials on student achievement. *Journal for research in mathematics education, 34* (1), 74-95.

<http://www.project2061.org/tools/textbook/matheval/appindx/appendc.htm>.

**A comparative analysis between Korean mathematics textbooks
and U.S.A.'s CMP textbooks
-focused on equation and function in middle school-**

Chu, Jae Im

Busan Nakdong Middle School

E-mail : jaceem@hanmail.net

Lee, Jong Hak

Daegu National University of Education

E-mail : mathro@dnue.ac.kr

Kim, Won Kyung[†]

Korea National University of Education

E-mail : wonkim@knue.ac.kr

The purpose of this study is to find meaningful implications for developing curriculum and textbooks by comparison between Korean middle school mathematics textbooks and U.S.A.'s CMP textbooks.

After comparing and analysing how the contents are composed focusing on the equations and functions and how the contents are presented according to 'Project 2061' mathematical textbook analytical framework, and how the contents are different in terms of the mathematical connectivity, the research reached the following conclusions.

First, compared to Korean textbooks, the CMP textbooks clearly present learners' behavior goals in a detailed way, and emphasize communication and connectivity.

Second, Korean textbooks focus on explaining concepts and solving problems related to their concepts and discussion questions are briefly introduced. But all the textbooks contain a lot of problems required to be solved with algorithms. On the other hand, CMP textbooks provide students with opportunities to find the necessary concepts on their own, through problem solving processes, after presenting various real-life problem situations.

* ZDM classification : D44

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40

* Key Words : Connectivity, CMP textbook, Equation, Function

† Corresponding author

[부록 1] CMP 교과서의 대수와 함수 영역에서 6~8학년의 단원별 내용과 수업시수

학년	단원명	다루는 주제	시수 (시간)
6	Prime time: Factors and Multiples	인수, 배수, 소수, 합성수, 소인수 분해에 관한 수론	22
	Bits and Pieces I: Understanding Rational Numbers	분수, 소수, 백분율의 이해, 유리수들의 크기와 순서비교, 동치분수	24
	Shapes and Designs : Two-Dimensional Geometry	정 n 각형과 부정 n 각형, 삼각형, 사각형, 각도, 각의 합, 타일 깔기, 삼각부등식의 특별한 성질들	24
	Bits and Pieces II : Understanding Fraction Operations	분수의 사칙연산 이해와 기능 숙달 하기	22
	Covering and Surrounding : Two-Dimensional Measurement	최소와 최대를 포함하는 넓이와 둘레의 관계, 공식을 포함하는 다각형과 원의 넓이와 둘레	27
	Bits and Pieces III : Computing With Decimals and Percents	소수의 사칙연산 이해와 기능 숙달하기와 백분율 문제 해결하기	30
	How Likely Is It? : Probability	불확실성에 대한 추론, 실험적 확률과 이론적 확률 계산하기, 확률이 같은 결과들과 확률이 같지 않은 결과들	19
	Data About Us : Statistics	문제를 만들기; 자료를 수집하고, 조직하고, 표현하고, 분석하기; 자료로부터 결과를 해석하기; 중심 경향과 범위	19.5
7	Variables and Patterns : Introducing Algebra	변수; 표, 그래프, 말 및 기호를 포함하는 관계의 표현하기	24
	Stretching and Shrinking: Similarity	닮음 도형; 배율; 변 길이의 비율; 기본적인 닮음 변환 및 그들의 대수적 규칙	24.5
	Comparing and Scaling : Ratio, Proportion, and Percent	비와 비율; 비교하기; 비례 추론; 비례식 풀기	20
	Accentuate the Negative : Positive and Negative Numbers	양의 정수와 음의 정수, 유리수의 이해 및 모델링하기; 연산; 연산의 순서; 분배법칙; 4상한 상에서 그래프 그리기	23.5
	Moving Straight Ahead: Linear Relationships	표, 그래프, 말 및 기호들에서 선형 관계를 인식하고 표현하기; 일차방정식을 해결하기; 기울기	26
	Filling and Wrapping : Three-Dimensional Measurement	공간적 시각화, 여러 가지 입체 도형의 부피와 겉넓이, 부피와 겉넓이 사이의 관계	26.5
	What Do You Expect? : Probability and Expected Value	기댓값, 2단계 결과들의 확률	22.5
Data Distributions: Describing Variability and Comparing Groups	평균 구하기, 자료의 산포도, 자료의 크기가 동일하거나 다른 분포의 비교하기	19.5	
8	Thinking with Mathematical Models : Linear and Inverse Relationships	함수와 모델링 소개; 직선의 등식 구하기; 역함수; 부등식	18
	Looking for Pythagoras: The Pythagorean Theorem	제곱근; 피타고라스의 정리; 좌표, 기울기, 거리와 넓이사이의 연결; 평면에서의 거리	22.5
	Growing, Growing, Growing: Exponential Relationships	표, 그래프, 단어 및 기호에 있어서 지수적인 증가와 감소를 인식하고 표현하기; 지수 법칙; 과학적 표기법	22.5
	Frogs, Fleas and Painted Cubes: Quadratic Relationships	표, 그래프, 단어 및 기호에 있어서 이차 함수를 인식하고 표현하기; 간단한 이차식의 인수	22.5
	Kaleidoscopes, Hubcaps and Mirrors : Making Sense of Symbols	디자인들의 대칭, 대칭변환(평행이동, 대칭이동, 회전이동), 합동, 삼각형의 합동에 대한 규칙들	27.5
	Say it with Symbols: Making Sense of Symbols	(연산의 순서, 선형, 이차식의 동치 표현) 등치법, 대입법과 가감법, 이차 등식을 풀이하기, 이차식의 근의 공식 사용하기	24
	Shapes of Algebra: Linear Systems and Inequalities	좌표 기하, 부등식 풀기, 일차방정식의 표준형, 연립 일차 방정식과 연립 일차 부등식 풀기	30
Samples and Populations : Data and Statistics	모집단에 대해 추론하기 위해서 표본을 사용하고, 예측하고, 표본들과 표본의 분포들을 비교하고, 자료 집합의 속성 사이의 관계를 비교할 수 있다.	19 ~ 23	