한국초등수학교육학회지 17(2) 207-223.
2013. 08. 31
Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 17(2) 207-223.
August 31. 2013.

등호 해석의 두 시간적 차원인 읽기 · 쓰기의 불일치와 그 해소[1]

임재훈[2]

이 논문은 5+2=7과 같은 등호가 들어 있는 식의 읽기와 쓰기라는 두 행위 사이의 불일치 및 그 해소 과정에서 생길 수 있는 문제점에 관하여 논한 것이다. 기호 이해의 시간적 차원과 등호 개념의 이중성을 바탕으로, 초등 수학 교과서에 제시된 등식 읽기와 쓰기 방법을 분석하였다. 교사는 수업에서 기호 읽기와 기호 쓰기를 통해 무시간적인 차원의 기호를 시간 속에 펼쳐 놓는 시간화 작업을 수행한다. 이 때 읽기 순서와 쓰기 순서 사이에 불일치가 있을 수 있으며, 이를 교사가 어떻게 해소하는가는 학생들의 기호 이해에 영향을 줄 수 있다. 등식 읽기를 쓰기 관습에 종속시켜 이 불일치를 해소하면, 관계적 관점을 나타내고 있는 교과서의 등식 읽기를 조작적 관점의 읽기로 변환하는 현상이 일어나게 된다. 등호의 관계적 의미 이해를 중시하는 입장에서 보면, 쓰기를 교과서에 제시된 읽기 방식에 종속시키는 방향으로 불일치를 해소하는 것이 적절하다. 또한, 등호의 읽기 쓰기를 부등호의 읽기 쓰기와 통합적으로 다룰 필요가 있다.

주제어: 수학 기호, 등호, 기호 읽기, 기호 쓰기, 등호의 조작적 의미, 등호의 관계적 의미

Ⅰ. 서 론

수학적 지식의 구성과 이해에서 수학 기호의 역할은 매우 크며, 기호적 특성은 수학이라는 학문을 구분짓는 특징적인 성질이다(김선희, 2004; Pimm, 1991). $\frac{2}{5}$, $0.\dot{1}\dot{4}$, =, △과 같은 수학 기호는 수학적 아이디어를 내포하거나 수학적 대상을 지시하고 그 대상의 성질을 함축한다. 그러므로 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)에서도 교수 학습에서 수학 기호의 이해와 정확한 사용에 유의할 것을 권고하고, 평가에서도 수학 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 능력을 강조하고 있다. 이와 같은 능력의 함양을 위해서는 기호 규칙의 기계적인 적용보다 기호의 의미 파악에 초점을 둘 필요가 있다(조수경·송상헌, 2010).

수학 기호를 사용하는 자연스런 의사소통 경험이 축적되는 가운데, 학생들은 수학적 아이디어를 기호로 표현하는 능력과 기호를 해석하여 그 의미를 이해하는 능력을 갖출 것으로 기대된다. 그러나 수학 기호를 이해하는 것은 쉬운 일이 아니며, 학생들은 수학 기호를

---

1) 이 논문은 2012학년도 경인교육대학교 교내연구비 지원을 받아 작성된 것임.
2) 경인교육대학교

이해하는 데 어려움을 겪고 있다(한길준·정승진, 2002). 예를 들어, 등호는 표면적으로는 양쪽이 같음을 나타내지만, 이면적으로 무엇이 같은가를 파악하기 위해서는 등호 양쪽의 대상이 속한 특수하고 구체적인 수학적 구조를 이해해야 한다(도종훈·최영기, 2003). 5+2=7, $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$, $0.\dot{9}=1$, y=f(x-2)는 모두 표면적으로 좌변과 우변이 같음을 나타내지만, 각각의 경우에 실지로 무엇이 같은지를 아는 것은 덧셈, 분수, 순환소수, 함수의 변환을 각각 구조적으로 이해할 때 비로소 가능하다. 수학적 구조의 이해는 쉬운 일이 아니므로, 학생들은 단순히 좌변과 우변이 같다는 피상적인 수준을 넘어 무엇이 어떻게 같은지 제대로 이해하지 못할 수 있다. 등호 이해의 또 다른 문제점은 학생들이 등호를 계산 결과를 오른쪽에 적으라는 기호로 여긴다는 것이다. 그 원인으로는 학생들이 경험하는 등호 맥락이 2+3=□와 같은 산술 유형에 치우쳐 있다는 것이 지적되어 왔다(강지선, 2003; 기정순·정영옥, 2008; 이종희·김선희, 2003; Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980).

이 논문에서는 등호 이해의 문제를 이와는 다소 다른 맥락에서 살펴볼 것이다. 교육적 상황에서 학생들의 기호 이해는 시간의 흐름 속에 일어나는 교사와의 상호작용을 통해 이루어지며, 교사는 수업에서 기호 읽기와 기호 쓰기를 통해 무시간적인 차원의 기호를 시간 속에 펼쳐낸다. 이때 기호 인식의 두 시간적 차원인 읽기와 쓰기 사이에 불일치가 생길 수 있다. 이 논문에서는 읽기와 쓰기라는 수학 기호의 시간적 차원에서 이루어지는 두 행위 사이의 불일치에서 파생되는 문제점을 등호와 관련하여 살펴보고, 이 불일치를 어느 방향으로 해소하는가가 학생들의 등호 이해에 영향을 미칠 수 있음을 논한다.

Ⅱ. 기호 인식의 무시간적 차원과 시간적 차원

초등학교에서 고등학교까지 수학을 학습하면서 학생들은 5+2=7, 2:3=4:6, $A \subset B$, $l \perp m$, y=f(x-2), $\sum_{k=1}^{n} k^2$과 같은 다양한 수학 기호를 만나게 된다. 이와 같은 수학 기호들은 일상 언어에 비하여 매우 압축되고 추상화되고 형식화된 것이다. Pierce는 기호를 대상체와 유사한 도상(icon), 대상체와 실존적으로 연결되어 있는 지표(index), 대상체와 기호 사이에 유사성이나 실존적 연결성이 없는 상징(symbol)으로 나누었다(김경용, 2004). 상징은 기호와 대상과의 관계가 규약에 의하여 정해진다. 압축되고 추상화되고 형식화된 수학 기호는 도상이나 지표라기보다 상징이다. 상징은 규약의 의식적 학습 없이 그 기호가 의미하는 바를 단지 기호를 보고 알아내기 어렵다. 압축되고 추상화되고 형식화된 수학 기호의 상징성은 학생들이 수학 기호를 적절하게 사용하고 해석하는 것을 어렵게 만든다.

기호의 이해와 해석은 시간 속에서 일어난다. 기호 인식뿐만 아니라 인간의 인식 일반은 선험적인 시간 직관을 바탕으로 한다(Kant, 1781). Kant에 의하면, 시간은 내감의 형식이자 현상 일반의 선험적 조건이므로, 마음에 나타나는 모든 표상은 시간의 틀 속에서 나타난다. 시간의 틀 속에서 인식이 이루어진다는 것은 인간의 인식은 현상을 동시에 또는 잇달아 일어남으로 표상함을 뜻한다.

시간의 흐름 속에서 일어나는 과정으로서의 인식과 관련하여 ‘잇달아’에 주목할 필요가 있다. 시간 속에서 잇단 인식은 인간 인식의 근원적 특성인 동시에 수학적 대상의 구성적 특징이자 새로운 지식 창조의 원천이다. Kant에 따르면, 어떤 대상의 수학적 가능성을

결정하는 것은 시간 속에서의 구성가능성이다. 이각형은 시간 속에서 구성 가능하지 않으나 삼각형은 가능하다. 따라서 이각형은 (논리적으로는 가능하나) 수학적으로 불가능하고, 삼각형은 가능하다. 또한, 수학자는 삼각형의 세 각의 합에 관한 새로운 지식을 탐구할 때 삼각형을 하나 구성하는 일로 시작하고, 다음으로 삼각형의 한 변을 연장한다. 그리고 변의 연장선을 긋기 시작한 꼭짓점에서 삼각형의 맞은편 변과 평행한 선을 그어 한 외각을 둘로 나눈다. 이와 같은 작도는 시간 속에서 순서에 따라 이루어진다. 대수학에서도 양의 관계를 기호로 표현한 후 기호에 대한 조작을 일정한 규칙에 따라 직관에서 구성하는데, 이 조작 또한 시간 속에서 잇달아 일어난다. 시간 속에 펼쳐지는 선험적 구성을 통하여 생산적인 종합 판단을 얻는 것이 Kant가 보는 수학적 인식의 특징이다(임재훈, 2012).

수학 기호의 인식 역시 시간 속에서 동시에 또는 잇달아 일어날 수밖에 없다. 종이 위에 쓰인 '5+2=7' 이라는 일련의 기호는 시각을 통해, 마치 우리 앞에 놓여 있는 물체가 하나의 덩어리로 지각되듯이, 전체로 순간에 지각될 수 있다. 순간에 이루어지는 이 지각에서는 5, +, 2, =, 7에 어떤 순서도 부여되지 않으며, 단순히 전체가 하나의 덩어리로 지각된다. 한순간에 일어나는 덩어리로서의 기호의 단순한 지각을 기호 인식의 무시간적 차원이라고 하기로 한다. 기호 인식의 무시간적 차원은 개별 주체가 종이에 적혀 있는 기호 표현을 일대일로 대면할 때 일어날 수 있는 단순 지각 작용으로, 성격상 비사회적인 것이다.

기호는 외적인 기표와 내적인 기의로 이루어진 결합체이다(Cobley, 2002). 기표는 송신자와 수신자를 연결하며, 수신자는 송신자로부터 전달받은 기표를 해석하여 의미를 재생산한다. 수신자가 기표로부터 기의를 재생산하면, 기표와 기의가 결합하여 수신자의 마음에 새겨진다. 기호는 코드화된 단위라기보다 시간의 상태이며 중단 없는 지식의 획득 과정이다(김선희·이종희, 2002). 수학 수업은 교사와 학생이라는 복수의 인식 주체들이 기표를 주고받으며, 그것을 매개로 기의를 구성하는 상호작용 상황이다. 수학 수업에서 많은 경우 기표는 읽기나 쓰기 행위를 통하여 전달된다. 이때 5+2=7 또는 $\sum_{k=1}^{n} k^2$과 같은 기호를 그냥 이것 저것으로 뭉뚱그려 덩어리로 지칭하면서 수준 있는 수학적 담화를 원활하게 진행할 수는 없다. 기호의 읽기나 쓰기는 필연적으로 시간의 흐름 속에서 잇달아 일어난다. 이것을 앞의 기호 인식의 무시간적 차원과 대비하여 기호 인식의 시간적 차원이라고 하기로 한다.

잇달아 일어남은 필연적으로 무엇이 앞에 오고 무엇이 나중에 오는가라는 순서의 문제를 수반한다. 5+2=7이나 $\sum_{k=1}^{n} k^2$과 같은 기호를 한번에 동시에 쓸 수는 없다. 5를 먼저 쓰면 7을 나중에 쓰게 되고, k=1을 먼저 쓰면 n을 나중에 쓰게 된다. 5+2=7 또는 $\sum_{k=1}^{n} k^2$과 같은 기호 표현을 구성하고 있는 세부 요소를 무엇에서 시작하여 어떤 순서로 쓸 것인가가 문제가 된다. 읽기와 관련해서도 그러하다. 5를 먼저 읽으면 7을 나중에 읽게 되고, k=1을 먼저 읽으면 n을 나중에 읽게 된다. 무엇에서 시작하여 어떤 순서로 읽을 것인가가 역시 문제가 된다. 시간의 흐름 속에서 나타나는 순서의 문제는 기호 인식의 시간적 차원에 속하는 문제이다.

기호 인식의 무시간적 차원과 시간적 차원을 수학적 개념이나 기호의 이중성과 관련지어 볼 수 있다. 수학적 개념이나 기호는 과정과 대상의 이중성을 지니고 있다(Gray &

Tall, 1992; Sfard, 1991). 예를 들어, y=2x는 x의 값이 입력되면 2를 곱하는 계산을 수행하여 출력하는 조작을 나타내기도 하고, 두 집합 사이의 대응 또는 이차원 평면의 부분집합인 그래프라는 대상을 나타내기도 한다. 과정과 대상의 이중성은 여러 수학적 개념이나 기호를 고찰하는 데 유용하게 사용될 수 있다.

Sfard(1991)에 의하면, 수학적인 실체를 하나의 대상으로 보는 것은 그것을 실지로 존재하는 사물인 것처럼 정적인 구조로 볼 수 있다는 것을 뜻한다. 이와 대조적으로, 수학적인 개념을 과정으로 해석하는 것은 그것을 일련의 행동과 관련하여 존재하는 잠재적인 실체로 보는 것이다. 수학적인 실체를 대상으로 보는 관점이 정적이고 즉각적이고 통합적이라면, 과정으로 보는 조작적 관점은 동적이고 순서가 있고 세부적이다. 대상적 관점은 무시간적인 반면, 조작적 관점은 시간적이라고 할 수 있다.

개념 형성의 면에서 보면, 조작적인 과정적 측면이 먼저 오고 그 다음에 대상적 측면이 온다고 보는 것이 타당하다. 조작을 반복적으로 수행하는 가운데 그것이 점차 내면화되고 압축되면 대상으로 파악되게 된다. 기호 인식 또는 기호 해석의 과정에서는 무시간적인 대상적 측면이 시간적인 과정의 측면에 선행하는 것처럼 보인다. 종이 위에 쓰여 있는 기호를 무시간적인 대상으로 즉각적으로 덩어리로 지각하는 것이 먼저 오고, 뒤이어 그것의 의미를 순차적으로 해석하는 과정이 뒤따른다. 기호 읽기나 쓰기는 주체가 기호에 부여한 시간 순서적인 의미를 드러낸다. 기호를 읽거나 쓰는 것은 무시간적인 기호를 시간 속에 펼쳐 놓는 시간화 작업이라고 할 수 있다.

많은 경우에 기호를 쓰는 순서와 읽는 순서는 서로 순차적으로 대응한다. 예를 들어 기호 $\frac{3}{4}$은 '사, 분의, 3'의 순서로 읽고 쓸 때도 4, -, 3의 순서로 쓸 수 있다. 그러나 언제나 사정이 이와 같은 것은 아니다. 기호와 언어에 따라 쓰는 순서와 읽는 순서가 불일치할 수 있다. 예를 들어 기호 17을 우리말로 읽을 때는 '십칠'로 1 부분을 먼저 읽으므로 1을 먼저 쓰는 쓰기 순서와 일치하지만, 영어로 읽을 때는 seventeen으로 7 부분을 먼저 읽으므로 1을 먼저 쓰는 쓰기 순서와 불일치한다. 등식의 경우도 유사하다. 2+3=5를 영어로 하면 읽는 순서(two plus three equals five)와 쓰는 순서가 평행하게 흘러간다. 우리말로 하면 읽는 순서(이 더하기 삼은 오와 같다)와 쓰는 순서 사이에 불일치가 생긴다. 이 불일치를 어떻게 해소하는가는 등호 이해의 문제와 관련된다.

Ⅲ. 등호의 이중성과 등호 읽기

1. 학생들의 등호 이해

등호는 수학에서 가장 광범위하게 쓰이는 기호 중 하나로, 같다는 뜻을 지니고 있다. 기호 '='는 16세기에 Recorde가 사용한 이후 Newton과 Leibniz가 사용하면서 널리 받아들여지게 되었다고 한다(이종희·김선희, 2003). 등호는 초등학교 1학년에서 가르쳐지는 매우 기본적인 수학 기호이지만 그 의미를 충실히 이해하게 하기는 쉽지 않다.

여러 연구가 학생들이 등호를 그 다음에 적절한 결과를 쓰라는 신호로 이해하고 있다고 보고하고 있다(Barodody & Ginsburg, 1983; 강지선, 2003, 이종희·김선희, 2003 등). 등호를 무엇인가 조작을 수행하라는 신호로 보는 관점은 초등학생들과 중학생들에게서 반복적으로 나타난다(Kieran, 1981). 기정순과 정영옥(2008)에 따르면, 초등학생들은 등호의 왼쪽에

연산이 있는 문맥, 등호의 양쪽에 연산이 있는 문맥, 등호의 오른쪽에 연산이 있는 문맥, 등호의 양쪽에 연산이 없는 문맥 중에서 등호의 왼쪽에 연산이 있는 문맥의 문제를 잘 해결하지만, 그렇지 않은 문맥에서는 상대적으로 많은 오류를 보인다. 서종진(2009)의 연구에서도 학생들이 일관되게 등호 관계를 올바로 표현하지는 못하는 것으로 나타났다.

3=3, 5+2=7에서 등호는 공통적으로 왼쪽과 오른쪽의 동치 관계를 의미한다. 등식을 왼쪽과 오른쪽의 동치 관계로 이해하는 것은 등호를 관계적 관점에서 과정보다는 대상으로 이해하는 것이다. 그러나 아동들은 5+2=□ 형태의 식에 많이 노출되면서 산술 연산의 결과를 강조하는 등호의 조작적 개념을 형성하게 되고, 그 결과 □=5+2나 3=3과 같은 식을 이해하기 어려워한다. 아동들은 3=3의 의미를 그 자체로 관계적 관점에서 이해하지 못하고, 6-3=3이나 7-4=3을 뜻하는 것으로(Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980), 즉 정적인 관계를 나타내는 기호를 동적인 조작을 나타내는 기호로 바꾸어 이해한다.

아동들에게서 나타나는 이와 같은 모습의 주된 원인은 학생들이 경험하는 전통적인 등호 문맥이 a±b=c와 같은 유형에 제한되고 치우쳐 있다는 것이다(Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980; Falkner, Levi, & Carpenter, 1999). 기정순과 정영옥(2008)이 우리나라 초등학교 교과서를 분석한 결과도 초등학교 교과서에서 등호 왼쪽에 연산이 있는 문맥이 거의 대부분을 차지하고 있음을 보여 준다. 학생들의 등호 이해가 조작적인 관점에 제한되는 현상을 타개하기 위한 방편으로 다양한 문맥을 제공할 것이 제안되어 왔다. 예를 들어, 강지선(2003), 기정순과 정영옥(2008)은 초등학생의 등호 개념 이해 개선을 위한 지도 방법으로 수식의 참 거짓 토론하기, 등식 만들기, 모델 만들기, 수와 연산의 관계나 기본 성질 파악하기, 다양한 등호 문맥 경험하기와 같은 활동을 제안하였고, Molina와 Ambrose(2008)도 a±b=c, c=a±b, a±b=c±d, a±b=c±d±e와 같은 다양한 형태의 수식의 참, 거짓을 탐구하는 활동이 아동들의 등호 이해를 조작적인 수준에서 관계적인 수준으로 전이하게 하는 데 도움이 된다고 하였다.

2. 등호 읽기

기호 읽기는 기호 이해와 밀접하게 연결되어 있다. 읽을 수 없는 수학을 이해했다고 보기는 어렵다(Usiskin, 1996). 일상 단어를 소리내어 읽는 것에 비해 수학 기호를 소리내어 읽는 것은 상대적으로 더 어렵다(한길준·정승진, 2002; Rubenstein & Thompson, 2001). 기호 읽는 방법은 사회적 규약에 의한 것이므로, 학생들은 교사의 지도를 받아 그 규약을 배우고 그에 따라 기호를 읽어야 한다. 그러므로 수학 기호를 교과서에 제시된 규약에 따라 읽는 과정은 교사와 학생 사이의 담화 내용이 되고 학습 경험에 포함된다(김선희·이종희, 2002). 학생들은 기호를 읽는 방법을 배우는 과정에서 기호의 의미를 이해할 기회를 얻는다.

선행연구들이 지적한 바와 같이 5+2=□와 같은 연산-등호-답 유형의 제한된 문맥에서의 반복된 경험은 등호의 관계적 의미 이해 부족의 한 요인이지만, 이와 더불어 다른 요인을 고려할 필요가 있다. 그것은 등호 해석의 두 시간적 차원인 읽기와 쓰기이다. 수학 기호 학습에서 읽기와 쓰기는 기본적인 중요한 활동이다. 새로운 수학 기호가 나오면 그것의 의미와 더불어 그것을 읽는 방법과 쓰는 방법을 배우게 된다. 백대현과 이진희(2011)는 수학 교과서에 제시된 대부분의 기호는 읽고 이해할 수 있게 서술되었지만, 기호와 관련된 내용이 명확하지 않거나 서로 다르게 제시되는 등 그렇지 않은 것도 있으며 이것이 교육적인 문제점을 낳을 수 있음을 지적하였다. 적절하지 않은 기호 읽기는 개념 형성에 부정

적인 영향을 미칠 수 있다.

기호 읽기는 수학 기호를 일상 언어로 표현하는 언어화 활동이다. 일상 언어와 수학 기호 사이의 상호 작용은 단순하지 않다. 이 복잡성의 일부는 수학 기호와 그 의미를 기술하는 언어적 표현이 일대일로 대응하지 않는다는 데에 기인한다(Sáenz-Ludlow & Walgamuth, 1998). 예를 들어 4-2는 영어로 4 minus 2, 4 take away 2, the difference between 4 and 2, 2 less than 4와 같이 여러 가지 방식으로 읽을 수 있다. 우리말로 읽어도 4 빼기 2, 4와 2의 차와 같이 복수의 방식으로 읽을 수 있다. 등호도 그러하다. 3+2=5는 '3 더하기 2는 5와 같다', '3 더하기 2는 5이다', '3과 2의 합은 5와 같다', '3과 2의 합은 5이다', '3에 2를 더하면 5가 된다', '3 더하기 2는 5' 등 여러 가지로 읽힐 수 있다. 박교식(1998)은 3+2=5가 초등학교 교과서에 '3 더하기 2는 5와 같습니다.'라고 서술되었지만 실제의 교수 학습에서는 삼 더하기 이는 오로 읽을 수 있고, 이 경우 =는 '는/은'으로 축약되어 같다는 의미가 전달되지 않을 수 있다고 하였다.

이종희와 김선희(2003)의 조사에서도, 2+3=5를 학생들은 "2와 3을 더하면 5가 된다", "2 더하기 3은 5이다", "2와 3을 더한 것은 5와 같다"와 같이 다양하게 읽었다. 학생들은 등식을 "~이면 ~이다", "~은 ~이다", "~은 ~와 같다"와 같은 다양한 일상 언어 표현의 구조로 번역하여 읽었으며, 다양한 읽기 방법 중에서 '~은 ~이다' 구조를 선호하였다. 7학년 학생 134명 중 86.6%가 2+3=5를 '~은 ~이다' 구조로 읽었으며, '~은 ~와 같다'로 읽은 학생은 3%에 불과하였다. 기정순과 정영옥(2008)의 연구에서도, 5명의 초등학생들 중 4명이 등호를 '는'으로, 한 명만 '같습니다'로 읽었다. 이종희와 김선희(2003)는 등호 읽는 방식이 등호의 관계적 의미 이해를 방해할 수 있음을 다음과 같이 말하고 있다.

> 한국어를 사용하는 우리나라 학생들이 =를 "은/는"으로 읽는 것은 등호가 '같다'는 의미가 아니라 'be'의 의미를 갖게 할 수 있다. 'A는 B이다'에 'B⊂A'라는 의미가 내포되지 않듯이 등호를 '-은'으로 읽는다면 학생들은 좌변이 우변에 포함되는 충분조건은 될 수 있지만 필요조건은 성립하지 않는다고 판단하여 동치 관계를 파악하지 못할 수 있다. 이러한 일상 언어의 표현 매개가 등호 상징에 대한 해석에 영향을 줄 것으로 여겨진다. (이종희·김선희, 2003, 293쪽)

등호를 '은/는'으로 읽으면 5+2=7은 '5 더하기 2는 7'과 같이 왼쪽에서 오른쪽으로 차례대로 읽혀진다. 때문에 이것은 '왼쪽을 계산하여 그 결과를 등호 오른쪽에 쓴다'는 등호의 조작적 의미와 잘 어울린다. 그러나 등호 문맥을 왼쪽에서 오른쪽으로 읽으며 계산하는 방법은 등호를 관계적 관점에서 이해하는 것과는 상충된다(기정순·정영옥, 2008). 이에 비하여, 등호를 '같다'로 읽는 것은, 같다는 개념 자체가 적어도 두 대상이 있을 때 비로소 성립하는 것이므로, 등호가 좌변과 우변의 동치 관계를 나타내는 것으로 보는 관계적 관점과 더 가깝다고 할 수 있다.

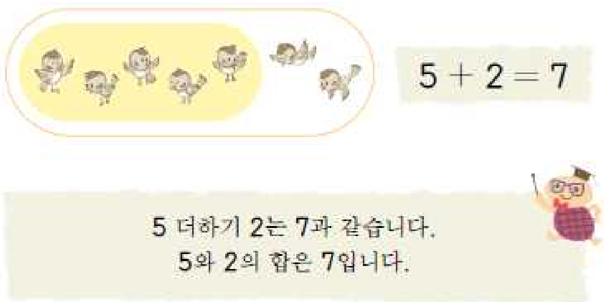
다음 장에서는 이상의 등호 읽기에 대한 고찰을 바탕으로, 등식 쓰기와 읽기에 관련된 문제를 초등학교 교과서에 제시된 등식 읽기 및 쓰기 방법을 분석하며 논의한다.

Ⅳ. 초등학교 교과서의 등식 읽기와 쓰기

초등학교 교과서에서 등호는 1학년 1학기에 나온다. 등호 =는 더하기 기호 +, 빼기 기호 -와 더불어 초등학교에서 가장 먼저 배우는 기본적인 수학 기호이다. 2011 수학과 교육과정에 따른 새 초등학교 수학 교과서에서 등호는 [그림 1]과 같이 덧셈식과 뺄셈식 맥락에서 등장한다.

[그림 1] 2011 초등 수학 교과서의 등호 도입
(교육과학기술부, 2013, 84쪽, 90쪽)

2007 수학과 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에서 등호는 [그림 2]와 같이 도입되었다.



[그림 2] 2007 초등 수학 교과서의 등호 도입
(교육과학기술부, 2009a, 60쪽)

두 교과서의 등호 도입은 유사해 보이지만 주목할 만한 차이가 있다. 2007 초등 수학 교과서에서는 전체로서 읽는 방법과 쓰는 방법이 제시되어 있을 뿐, 읽기와 쓰기의 각 부분을 명확히 대응시켜 나타내지 않았다. 2011 초등 수학 교과서에서는 글자 색을 구분하여 쓰기와 읽기의 각 부분을 서로 대응시키고 있다. 쓰기 '5+2=7' 에서 '5, 2, 7' 은 검은 색, '+' 는 빨간 색, '=' 는 파란 색으로 되어 있다. 이에 대응하여 읽기 '5 더하기 2는 7과 같습니다' 에서 '5, 2는, 7과' 는 검은 색, '더하기' 는 빨간 색, '같습니다' 는 파란 색으로 되어 있다. 마찬가지로 읽기 '5와 2의 합은 7입니다' 에서 '5와 2의' 는 검은 색, '합' 은 빨간 색, '입니다' 는 파란 색으로 되어 있다. 교사용 지도서(교육과학기술부, 2013b)에는 이 차이에 대한 별도의 기술이 없지만, 이전 교과서와 다른 글자

색에 의한 각 부분의 구분은 새 교과서가 이전 교과서에 비해 등식의 읽기와 쓰기를 각 부분끼리 명확하게 대응시키는 학습 지도 의도를 담고 있음을 시사한다. 다음에서는 이와 같은 교과서의 읽기 쓰기에 대한 기술 내용을 바탕으로 등식 읽기와 쓰기에 대한 몇 가지 문제에 대해 고찰한다.

1. 등식 읽기의 문제

‘5 더하기 2는 7’로 읽기

등식 5+2=7을 학생들이나 교사들에게 읽게 하였을 때 ‘5(오) 더하기 2(이)는 7(칠)’과 같이 간단하게 읽는 경우를 접할 수 있는데, 교과서에 제시된 두 가지 읽는 방법은 ‘5 더하기 2는 7’이 적절한 읽기 방법이 아님을 지적하고 있다. 5+2=7을 ‘5 더하기 2는 7’로 읽는 것은 등호를 ‘는’으로 읽으면서 왼쪽부터 오른쪽으로 차례로 읽는 것이다. 왼쪽부터 오른쪽으로 차례대로 읽는 것은 ‘좌변의 계산을 수행하고 그 결과를 우변에 적으시오’라고 하는 등호 이해의 조작적 관점을 강화할 수 있다.

‘5+2=7’을 ‘5 더하기 2는 7’이라고 읽으면, ‘는’이 등호의 읽기인 것처럼 생각되기 쉽다. 2011 초등 교과서의 색 표시에 따르면, 등호에 대응하는 것은 ‘같다’나 ‘이다’이지 ‘은/는’이 아니다. 강지선(2003)은 등호 읽기에 관한 혼란이 교사들의 인식 부족에 기인함을 다음과 같이 지적하고 있다.

> 첫째, 교사들의 인식 부족 문제이다. 대부분의 교사들이 2+5=7을 읽는 것을 가르칠 때 교과서에서 ‘2 더하기 5는 7과 같습니다’라고 제시된 부분에서만 그렇게 읽도록 가르치고 평소에는 아무 생각 없이 ‘2 더하기 5는 7’이라고 읽는 것을 주저하지 않는다. 학생들 역시 ‘=’를 ‘같습니다’라고 읽기보다는 ‘는’이라고 읽는다. (강지선, 2003, 33-34쪽)

엄밀하게 말하여, ‘는’은 ‘5+2’ 전체를 하나의 대상으로 감싸는 주격 조사이지 ‘=’의 의미를 명확히 담아내는 고유의 표현은 아니다. 교사는 교수 학습 장면에서 가급적 교과서적인 표현으로 식을 읽을 것으로 기대된다. 교사가 등호를 ‘은/는’으로 읽는 것을 계속 반복하여 듣게 되면, 학생들은 ‘은/는’이 등호의 읽기 표현이라고 생각할 수 있다.

‘더하기~같다’와 ‘합~이다’

교과서는 ‘=’에 대응하는 표현으로 ‘같습니다(같다)’와 ‘입니다(이다)’ 두 가지를 사용하고 있다. 이종희와 김선희(2003)에 따르면, 등호를 ‘같다’가 아닌 ‘이다’의 의미로 받아들이는 것은 동치 관계를 파악하는 데 부정적인 영향을 줄 수 있다. 게다가 ‘같다’에 비해 ‘이다’는 문장을 마무리하기 위해 끝에 붙인 의미 없는 형식어인 양 여겨지기 쉽다. 즉, ‘같다’보다 ‘이다’가 생략해도 되는 것처럼 여겨지기 쉽고, 그 결과 ‘5 더하기 2는 7이다’가 ‘5 더하기 2는 7’이 된다.

등호의 관계적인 의미를 명확히 나타낸다는 면에서 보면, ‘이다’보다 ‘같다’가 등호의 읽기 표현으로 장점이 있어 보인다. 그럼에도 교과서에서 ‘같다’와 ‘이다’를 둘 다 등호의 읽는 표현으로 제시하고 있는 데는 그럴 만한 이유가 있을 것이나, 교사용지도서(교육과학기술부, 2013b)에는 이에 관한 구체적인 언급이 없다. 등호의 읽기 표현으로 ‘같다’와 ‘이다’ 두 가지를 제시한 이유, 특히 ‘이다’를 등호의 읽기 표현으로 제

시한 이유가 교사용지도서에 제시될 필요가 있다.

교과서에 제시된 읽기 표현을 보면, ‘같다’는 ‘5 더하기 2’와 호응하고, ‘이다’는 ‘5와 2의 합’과 호응한다. 이와 같은 호응 규칙은 뺄셈식이나 곱셈식에서도 동일하게 적용되고 있다. 8-3=5에서 ‘8 빼기 3’은 ‘같다’와, ‘8과 3의 차’는 ‘이다’와 호응한다. 곱셈식 읽기에서도 5×4=20에서 ‘5 곱하기 4’는 ‘같다’와 호응하고 ‘5와 4의 곱’은 ‘이다’와 호응한다(교육과학기술부, 2009c, 111쪽). ‘더하기, 빼기, 곱하기’를 ‘이다’와 호응시킨 것, 즉 ‘5 더하기 2는 7이다’와 같은 읽기는 교과서에 읽는 방법으로 제시되지 않는다. 마찬가지로 ‘5와 2의 합은 7과 같다’처럼 ‘합, 차, 곱’을 ‘같다’와 호응시킨 표현도 교과서적인 읽는 방법으로 제시되지 않는다. ‘더하기’에는 ‘같다’를 ‘합’에는 ‘이다’를 호응시킨 것이 단순한 관습이나 선호의 문제인지 아닌지, ‘더하기’에 ‘이다’를 ‘합’에 ‘같다’를 호응시켜 ‘5 더하기 2는 7이다’, ‘5와 2의 합은 7과 같다’와 같이 읽으면 안 되는 것인지, 이에 관한 사항 역시 교사용 지도서에 서술될 필요가 있다.

‘왼쪽 중간 오른쪽’ 읽기와 ‘왼쪽 오른쪽 중간’ 읽기

교육대학원 강좌에서 ‘5 더하기 2’와 ‘5와 2의 합’ 사이에 차이가 있는지 토론하게 하였을 때, 어떤 교사들은 ‘5 더하기 2’는 덧셈의 대표적인 두 상황인 첨가와 합병 중 첨가와, ‘5와 2의 합’은 합병과 가깝다고 보았다. (마찬가지로 8 빼기 3은 제거 상황과, 8과 3의 차는 비교 상황과 가깝다고 보았다.) ‘5 더하기 2’에서는 더하는 조작이 강조되는 듯하고 ‘5와 2의 합’에서는 더하는 과정보다 더한 결과가 강조되는 듯하다는 의견도 있었다. ‘5 더하기 2’는 +의 과정적 측면, ‘5와 2의 합’은 대상적 측면을 더 나타낸다는 것이다.

‘5 더하기 2’와 ‘5와 2의 합’의 차이를 5+2를 읽는 순서의 차이와 관련지어 볼 수 있다. ‘5 더하기 2’는 5+2를 ① 5, ② +, ③ 2의 순서로 읽는 것이다. 이때 마음의 시선은 처음에 5를, 다음에 +를, 마지막에 2를 향한다. 이와는 달리 ‘5와 2의 합’은 5+2를 ① 5, ② 2, ③ +의 순서로 읽는 것이고, 마음의 시선은 5, 2, +의 순으로 옮겨간다. 읽기 ‘5 더하기 2’는 왼쪽에서 오른쪽으로 그대로 시선이 흘러가지만, 읽기 ‘5와 2의 합’은 ‘왼쪽, 오른쪽, 중간’ 순으로 흘러간다.

‘5+2’에 ‘=7’까지 넣어 ‘5+2=7’ 전체를 읽는 순서를 보면, 5를 ①, +를 ②, 2를 ③, =를 ④, 7을 ⑤라 할 때, ‘5 더하기 2는 7과 같다’는 ①②③⑤④의 순으로, ‘5와 2의 합은 7이다’는 ①③②⑤④의 순으로 시선이 흘러가는 것이다. ‘5+2’를 하나로 묶어서 (1)5+2, (2)=, (3)7이라 하면, ‘5 더하기 2는 7과 같다’와 ‘5와 2의 합은 7이다’는 공통적으로 (1)(3)(2)의 순으로 읽는 것이다. 즉, 교과서의 5+2=7의 읽기는 왼쪽에서 오른쪽으로 그대로 흘러가는 것이 아니라 왼쪽, 오른쪽, 중간의 순으로 되어 있다. (왼쪽, 오른쪽, 중간이라는 교과서의 읽는 방법은 ‘왼쪽과 오른쪽은 같다’는 등호의 관계적 의미를 나타내고 있다.) 특히 ‘5와 2의 합은 7이다’에는 왼쪽, 오른쪽, 중간의 배열이 하위 구조(5+2)와 상위 구조(5+2=7)에 다음과 같이 이중으로 겹쳐 있다.

5 + 2			
기호	5	2	+
읽기	5와	2의	합
시선	왼쪽	오른쪽	중간

5 + 2 = 7			
기호	5 + 2	7	=
읽기	5와 2의 합은	7	이다
시선	왼쪽	오른쪽	중간

‘5 더하기 2’와 ‘5와 2의 합’의 차이와 앞에서 논의한 ‘같다’와 ‘이다’의 차이를 고려할 때,

· 5와 2의 합은 7과 같다.
· 5와 2의 합은 7이다.
· 5 더하기 2는 7과 같다.
· 5 더하기 2는 7이다.

중에서 조작적 관점이 가장 약한 것은 ‘5와 2의 합은 7과 같다’이고, 관계적 관점이 가장 약한 것은 ‘5 더하기 2는 7이다’라고 할 수 있다. 그런데 이 두 표현은 모두 교과서에서 읽기 방법으로 제시되지 않은 것이다. 조작적 관점과 관계적 관점이라는 점에서 볼 때, 교과서에 제시된 두 표현 ‘5 더하기 2는 7과 같다’, ‘5와 2의 합은 7이다’는 상대적으로 조작적 관점과 관계적 관점이 다소간 절충된 표현으로 보인다.

2. 등식 쓰기의 문제

쓰기와 읽기의 순서 불일치

교육대학원 강의에서 교사들에게 5+2=7을 수업 시간에 칠판에 어떻게 쓰는지 물었을 때, 교사들은 왼쪽에서부터 오른쪽으로 차례대로 5, +, 2, =, 7, 즉 ①②③④⑤의 순서로 쓴다고 하였다. 이 쓰기 순서는 교과서의 읽기 순서와 일치하지 않는다. 읽기 순서에 일치하는 쓰기 순서는 ‘5 더하기 2는 7과 같다’의 경우, 5, +, 2, 7, = (①②③⑤④)이고, ‘5와 2의 합은 7이다’의 경우, 5, 2, +, 7, = (①③②⑤④)이다. 5+2를 하나로 묶어 (1)로 본다면, 교과서의 읽기는 (1)(3)(2)의 순, 교사들의 쓰기는 (1)(2)(3)의 순으로 서로 일치하지 않는다.

교수 학습 장면에서 교사는 칠판에 수식을 쓰면서 그 수식을 말해야 하는 경우가 많다. 교과서의 읽기 표현대로 한다면, 입으로 ‘5 더하기 2는 7과 같습니다’(또는 ‘5와 2의 합은 7입니다’)와 같이 말하면서, 손으로 칠판에 기호를 하나씩 써가게 되는 것이다. 읽는 순서와 쓰는 순서의 불일치는 =를 쓰는 대목에서 생긴다. 왼쪽에서 오른쪽으로 써갈 때 입으로 ‘는’을 말하는 대목에서 =를 쓰게 된다. 이렇게 ‘는’을 말하는 대목에서 등호를 쓰고 마지막 기호인 7을 ‘칠’이라고 소리내며 쓰고 나면, 더 이상 쓸 기호가 남아 있지 않은 쓰기 종료 상황에 처하게 된다. 그러나 교과서적인 읽기는 아직 마무리되지 않은 상태이므로, 교과서적인 읽기를 따른다면, 아무 것도 쓰지 않으면서 ‘과 같습니다’를 말해야 한다. 매번 소리내어 말하며 칠판에 등식을 쓸 때마다 생기는 이 불일치 상황은 교사 입장에서는 매우 성가신 일이다. 이와 같은 불일치에서 생겨나는 성가심은 교사들로 하여금 ‘5와 2의 합’보다 ‘5 더하기 2’라는 읽기를, 또 ‘5 더하기 2는 7과 같다’보다 ‘5 더하기 2는 7이다’를, 나아가 ‘이다’가 생략된 ‘5 더하기 2는 7’이라는 읽기 방식을 더 선호하게 만든다.

읽기에 쓰기를 일치

이와 같은 현상은 무시간적인 기호 5+2=7을 시간 속에서 되살려내는 두 가지 방식인 읽기와 쓰기의 흐름을 일치시키기 위해 ‘읽기를 쓰기에 종속’시킨 데서 비롯된 것이다. 문장을 쓸 때 왼쪽에서 오른쪽으로 차례대로 쓰는 것이 국어 쓰기의 일반적 관례이다. 5+2=7을 ‘5, 2, +, 7, =’이나 ‘5, +, 2, 7, =’ 이렇게 좌, 우, 중간을 오가며 쓰는 것은 국어 문장 쓰기의 일반적 관례에 맞지 않는다. 수업 시간에 교사들이 등호를 ‘은/는’으로 읽는 것은 5+2=7이라는 일련의 수학 기호를 국어 쓰기의 일반적 관례에 따라 쓰는 데

서 파생되는 결과라고 할 수 있다.

읽기를 좌에서 우로 차례로 쓰기라는 쓰기 관습에 종속시킨다면, ‘5 더하기 2 같기 7’과 같은 새로운 읽기 방법으로 읽는 것이 ‘5 더하기 2는 7’로 읽는 것보다 등호의 의미를 드러내어 읽는다는 면에서 낫다. 교사들과 학생들이 5+2=7을 ‘5 더하기 2는 7’과 같이 읽고 있는 현실을 고려할 때, ‘5 더하기 2 같기 7’은 ‘5 더하기 2는 7’을 대체할 대안으로 고려될 만하다. (다만, 등호의 관계적 의미를 어느 정도 드러내고 있는가라는 관점에서 ‘5 더하기 2 같기 7’과 ‘5 더하기 2는 7과 같다’를 비교해 본다면, ‘5 더하기 2는 7과 같다’가 ‘5 더하기 2 같기 7’보다 두 대상이 있고 그것이 서로 같다는 등호의 관계적 의미를 더 잘 드러내는 것으로 보인다.)

현재 초등학교 수학 교과서에는 ‘5 더하기 2 같기 7’과 같은, ‘~다’의 술어로 끝나지 않는 대안적인 등식 읽기 방법이 제시되어 있지 않다. 이제 ‘5 더하기 2는 7과 같다’ 또는 ‘5와 2의 합은 7이다’라는 교과서에 제시된 ‘완성된 우리말 문장으로 등식 읽는 방법’을 수용하는 입장에서, 두 방식을 맞추는 다른 방법을 고려해 보자. 수학 기호나 식의 쓰는 순서를 교과서적인 읽는 방법에 맞추는 것은 기호나 식에 따라 무리할 수 있지만, 등식의 경우는 이것이 어느 정도 가능해 보인다. ‘5 더하기 2는 7과 같다’ 또는 ‘5와 2의 합은 7이다’라고 말하면서 그에 맞추어 다음과 같은 순서로 쓰는 것이다.

순서	쓰기	읽기
1	5	오
2	5+	더하기
3	5+2	이는
4	5+2 7	칠과
5	5+2 = 7	같다

순서	쓰기	읽기
1	5	오와
2	5 2	이의
3	5+2	합은
4	5+2 7	칠
5	5+2 = 7	이다

앞의 등식 읽기에서 지적한 것과 마찬가지로, 5+2, =, 7 순의 쓰기는 등호의 조작적 의미와 가깝고, 5+2, 7, = 순의 쓰기는 먼저 좌, 우가 있고 그 사이에 등호를 쓰게 되므로 좌변과 우변의 두 대상이 같다는 등호의 관계적 의미와 가깝다. 학생들의 등호 이해가 조작적 관점에 제한된다는 것이 교육적 문제로 지적되어 왔는데, 교과서에 제시된 읽기 순서에 쓰기 순서를 맞추는 것, 특히 ‘5 더하기 2는 7과 같다’라고 읽으면서 그에 맞추어 5+2, 7, =의 순서로 쓰는 것은 이 문제의 해결에 도움이 될 수 있다.

등식 쓰기를 교과서에 제시된 읽기 방식에 맞추는 것이 등호의 관계적 의미 이해에 도움이 될 수 있다 해도, 등식을 늘 교과서적인 읽기 방식에 종속시켜 좌, 우, 중간의 순으로 쓰는 것은 여의치 않을 것이다. 예를 들어 교사가 8+7-3과 같은 계산을 칠판에 써가며 할 때, 매번 8+7-3, 15-3, =, 12, =처럼 좌, 우, 중간의 순서로 써야 한다면 꽤 번거로울 것이다. 수나 식의 계산을 해가는 맥락은 등호의 조작적 의미와 잘 어울리는 것이 사실이고, 이와 같은 계산을 해가는 맥락에서는 계산 결과보다 등호를 먼저 쓰는 것이 편리하다. 이러한 사정을 고려한다면, 등식 쓰기 순서를 교과서에 제시된 읽기 방식에 맞추는 것이 장점이 있다는 주장은, 좌에서 우로라는 기존의 쓰기 관습에 지나치게 얽매이지 말고 시시때때로 교과서적인 읽기 방식에 따라 좌, 우, 중간의 순으로 등식을 쓰는 모습을 수업에서 지금보다 자주 아동들에게 보여주자는 뜻으로 해석되어도 좋다.

등호와 부등호의 통합적 취급

등호 지도는 부등호 지도와 연관하여 생각해 볼 문제이기도 하다. 학생들은 1학년 1학기에 크다, 작다를 배우고([그림 3]), 1학년 2학기에 부등호를 써서 수의 대소를 표현하는 법을 배운다([그림 4]).

[그림 3] 수의 대소 비교 I
(교육과학기술부, 2009a, 16쪽)

[그림 4] 수의 대소 비교 II
(교육과학기술부, 2009b, 13쪽)

등호와 부등호는 모두 두 수 사이의 관계를 나타내는 기호이다. 등호는 양쪽이 같다는 것이고, 부등호는 양쪽 중 어느 한쪽이 크거나 작다는 것이다. [그림 4]에서 '51 ○ 58'의 ○ 안에 >, <를 알맞게 써넣는 활동은 부등호의 관계적 의미를 드러내고 있다. '74는 68보다 크다' 라는 교과서의 읽기도 부등호의 관계적 의미를 나타내고 있다. 등식에서와 마찬가지로, 여기서도 '74>68'을 왼쪽에서 오른쪽으로 차례로 74, >, 68의 순서로 쓰면 '74는 68보다 크다' 라는 교과서의 읽기 순서와 불일치한다. 부등호의 관계적 의미 이해라는 측면에서 보면, 74>68 역시 74, 68, >의 왼쪽, 오른쪽, 중간의 순서로 써서 읽기 순서에 맞추는 것을 고려할 수 있다.

현재 초등학교에서 등호와 부등호는 통합적으로 취급되는 것으로 보이지 않는다. 등호는 덧셈, 뺄셈 단원에서 도입되어 덧셈식, 뺄셈식, 곱셈식, 나눗셈식의 계산을 표현할 때 사용된다. 부등호는 수 단원에서 두 수의 대소를 비교하면서 도입된다. 등호를 덧셈식에서 도입하고 부등호를 두 수의 대소 비교에서 도입하는 현재 교과서의 구성에는 그럴 만한 이유가 있는 것으로 보인다. 3=3은 A=A 꼴의 식인데, A=A 꼴의 식을 다루는 것은 A=B나 A<B 꼴의 식을 다루는 것에 비해 부자연스런 면이 있다는 것이다. 실지로 수학에서 의미 있는 등식들은 좌변과 우변의 형태가 다른 A=B 꼴의 것이지, A=A 꼴은 아니다. 사실 A=A 꼴의 등식은 동일율에 의하여 그 자체로 성립하므로, A=A인지 알기 위해서 A가 구체적으로 무엇을 의미하는지 생각할 필요조차 없다. 즉 3이 무엇인지 생각할 필요도 없이 3=3임을 동일율에 의해 받아들일 수 있다. 또, 3=3은 3<4와 같은 '두 수'의 비교라기보다, 원소의 개수가 같은 집합들의 공통 성질인 집합수로서 '하나의 수' 3의 개념 그 자체를 나타내는 것처럼 보이기도 한다. 그러므로 3=3을 수의 비교에서 다루는 것도 어색한 점이 있고, 그렇다고 수 3의 개념을 지도할 때 3=3을 다루는 것도 무리해 보인다. 이런 연유로 교과서에서 등호를 A=B 꼴의 식을 통해 도입하고 있고, A=B 꼴의 식을 도입하기 좋은 맥락은 수 개념 지도나 수의 비교 맥락이 아니라 현재 등호 도입에 사용하고 있는 덧셈식 맥락이다.

이런 점을 고려할 때 교과서에서 등호와 부등호를 상이한 맥락에서 도입하는 것은 타당해 보이지만, 이와 같은 현재의 틀 안에서도 여전히 3=3과 같은 식을 다룰 수 있는 여지는 있다. 두 수의 비교 맥락에서 보면, 3과 3이 주어지면서 이 두 개의 3을 비교하라는 것은 어색하다. 그러나 두 양의 비교 맥락에서 보면, 같은 개수의 화분 받침과 화분이 주어진 상황에서 화분 받침과 화분 중 어느 것이 많은지, 적은지, 아니면 같은지를 알아보는 것은, 다른 개수의 화분 받침과 화분이 주어진 상황에서 두 양의 대소를 비교하는 것만큼 자연스런 것이다. 그 크기를 아직 모르는 두 양의 대소를 비교하는 일상의 상황에서 두 양이 같은지 다른지는 사전에 미리 알지 못하며 각각의 양을 대응시키거나 측정한 결과로 후에 알게 되는 것이기 때문이다. 두 양의 비교 맥락에서 화분 받침 3개과 화분 3개가 주어진 상황에서 화분 받침과 화분 중 어느 것이 많은지, 적은지, 아니면 같은지를 알아보고 그 관계를 수식으로 표현하는 활동은, 화분 받침 4개과 화분 3개가 주어진 상황에서의 활동에 비해 별로 어색하지 않다.

등호는 부등호와 마찬가지로 두 수의 대소를 비교하여 그 관계를 나타내는 기호이다. 수의 대소 비교 맥락에서 부등호만 다루지 않고 등호와 부등호를 통합적으로 취급하는 것은 등호의 관계적 의미 이해에 도움이 될 수 있다. 연변의 초등학교 1학년 교과서에서는 식 3=3이 식 3>2, 3<4와 함께 제시되어 있는데(박교식, 2012), 이와 같은 제시 방식은 등식과 부등식의 통합적 취급이라는 점에서 장점이 있는 것으로 보인다.

교환법칙도 등호의 관계적 의미를 드러낼 수 있는 소재이다. 2009 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서의 자연수 덧셈의 교환법칙을 다루는 부분에서 5+2=2+5와 같은 표현은 등장하지 않고, [그림 5]와 같이 5+2=7, 2+5=7에 해당하는 두 식이 따로 등장할 뿐이다.

[그림 5] 초등 수학 교과서의 교환법칙
(교육과학기술부, 2013a, 99쪽)

여기서 5+2=2+5과 같은 표현을 제시하는 것도 고려할 수 있다. 교사가 이 표현을 칠판에 5+2, 2+5, =의 순으로 쓰면서 '5와 2의 합은' '2와 5의 합과' '같습니다'의 순으로 읽는 것은 등호의 관계적 의미 이해에 긍정적인 영향을 미칠 수 있다.

V. 결 어

등호 이해의 문제는 산술에서 대수로의 이행의 문제와 관련하여 논의되어 왔다. 등호의 조작적 측면은 산술, 관계적 측면은 대수의 특성을 반영하고 있기 때문이다. 또, 조작적 관점에 치우쳐 있는 학생들의 등호 이해를 개선하기 위하여 다양한 등호 문맥 사용 경험을 제공할 것이 제안되어 왔다. 이와 더불어 생각해 보아야 할 것은 초등학교 교과서에 제

시된 등식 읽는 방법 속에 등호의 관계적 의미가 반영되어 있다는 것이다. 교과서에 부족한 다양한 등호 문맥을 제공하는 방법을 모색함과 더불어, 현재 주어져 있는 것의 잠재력을 모두 실현하고 있는지도 반성할 필요가 있다.

영어의 경우 5+2=7과 같은 등호가 포함된 식을 읽는 순서나 쓰는 순서는 모두 왼쪽에서 오른쪽으로 순차적이다. 영어 읽기 쓰기에서 볼 수 있는 왼쪽에서 오른쪽으로 읽고 쓰는 언어적 관습은 등호 이해가 조작적 관점에 제한되는 부정적인 영향을 미칠 수 있다(Rojano, 2002). 교과서에 제시된 우리말의 등식 읽기 방식은 영어와 달리 왼쪽에서 오른쪽으로 완전히 순차적이지 않으며, 영어 읽기 방식보다 좌변과 우변이 있고 그 둘이 같다는 등호의 관계적 의미를 내포하고 있다. 그러므로 우리말 읽기 방식은 영어 읽기 방식에 비해 등호의 관계적 의미 이해에 도움이 될 요소를 지니고 있다고 할 수 있다.

그러나 이와 같은 우리말 읽기 방식이 지닌 장점이 충분히 현실 속에서 실현되고 있는지 의문이다. 교사가 등호가 들어간 식의 우리말 읽기와 쓰기 방식 사이에 발생하는 순서의 불일치를 좌에서 우로라는 쓰기 관습에 맞추어 해소하면, 교수 학습 장면에서 '5 더하기 2는 7'과 같은 읽기를 선호하게 될 가능성이 크다. 교수 학습 상황에서 관계적 의미를 담고 있는 교과서의 등호 읽기 표현이 조작적 의미와 가까운 읽기 표현으로 변환되는 것이다. 교과서에 제시된 등식 읽기 방법을 수용하면서 등호의 관계적 의미의 이해를 도모하는 입장에서 본다면, 쓰기를 읽기에 종속시키는 방향으로 이 불일치를 해소하는 것이 바람직해 보인다. 또한 등호를 부등호와 통합적으로 다루는 것을 고려할 필요가 있다.

참 고 문 헌

강지선 (2003). **등호의 개념 지도 방안에 관한 연구.** 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.

교육과학기술부 (2009a). **수학 1-1.** 서울: (주)두산.

교육과학기술부 (2009b). **수학 1-2.** 서울: (주)두산.

교육과학기술부 (2009c). **수학 2-1.** 서울: (주)두산.

교육과학기술부 (2011). **교육과학기술부 고시 제 2011-365호 [별책 8] 수학과 교육과정.** 서울: 교육과학기술부.

교육과학기술부 (2013a). **수학 1~2학년군 수학 ①.** 서울: (주)천재교육

교육과학기술부 (2013b). **교사용 지도서 수학 1~2학년군 수학 ①.** 서울: (주)천재교육

기정순, 정영옥 (2008). 등호 문맥에 따른 초등학생의 등호 개념 이해와 지도 방법 연구. **학교수학, 10**(4), 537-555.

김선희 (2004). **수학적 지식 점유에 관한 기호학적 고찰.** 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.

김선희, 이종희 (2002). 수학기호와 그 의미에 대한 고찰 및 도입 방법. **학교수학, 4**(4), 539-554.

김경용 (2004). **기호학이란 무엇인가.** 서울: 민음사.

도종훈, 최영기 (2003). 수학적 개념으로서의 등호 분석. **수학교육, 42**(5), 697-706.

박교식 (1998), 우리나라 초등학교 1학년 1학기 수학에서 사용되는 용어와 기호에 관한 연구. **과학교육논총, 10,** 59-76. 인천교육대학교 과학교육연구소.

박교식 (2012). 우리나라와 연변의 초등학교 수학 교과서의 비교 연구: 수 영역을 중심으로. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 21-38.

백대현, 이진희 (2011). 중학교 수학 교과서에 제시된 기호의 서술: 어떻게 읽고 이해할 것인가? **수학교육학연구, 21**(2), 165-180.

서종진 (2009). 일차방정식의 풀이 과정에 나타난 유형에 관한 연구 -중학교 1학년을 중심으로-. **한국학교수학회논문집, 12**(2), 281-308.

이종희, 김선희 (2003). 등호 개념의 분석 및 학생들의 등호 이해 조사. 수학교육학연구, 13(3). 287-307.

임재훈 (2012). 순수이성비판에 나타난 수학적 인식의 특성: 개념의 구성. **한국초등수학교육학회지, 16**(1), 1-19.

조수경, 송상헌 (2010). 초등학교 6학년 수학 우수아들의 대수 기호 감각 실태 분석. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 937-957.

한길준, 정승진 (2002). 언어적 접근에 의한 수학적 기호의 교수-학습지도 방법 연구. **수학교육논문집, 14,** 43-60.

Barodody, A. J. & Ginsburg, H. P. (1983). The effects of instruction on children's understanding of the “equals“ sign. *The Elementary School Journal, 84*(2), 198-212.

Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching, 92,* 13-15.

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *ZDM, 37*(1), 53-59.

Cobley, P. Introducing semoitics. 조성택 외 역 (2002). **기호학.** 김영사.

Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children’’s understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics, 6,* 232-236

Gray, E. & Tall, D. (1992). Success and failure in mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching, 142,* 6-10.

Kant, I. (1781). Kritik der reinen vernunft. 백종현 역 (2006). **순수이성비판.** 서울: 아카넷.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics, 12,* 317-326.

McNeil, N. M., Grandau, L., Knuth, E. J., Alibali, M. W., Stephens, A. C., Hattikudur, S., & Krill, D. E. (2006). Middle-School students’ understanding of the equal sign: The books they read can’t help. *Cognition and Instruction, 24*(3), 367-385.

Molina, M. & Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign. Thirds graders’’ developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 30*(1), 61-80.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms.* London: Routeledge & Kegan Paul.

Rojano, T. (2002). Mathematics learning in the junior secondary school: Students’ access to significant mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 143-163). Mahwak, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Rubenstein, R. N. & Thompson, D. R. (2001). Learning mathematical symbolism: Challenges and instructional strategies. *Mathematics Teacher, 94*(4), 265-271.

Sáenz-Ludlow, A. & Walgamuth, C. (1998). Third graders’ interpretations of equality and the equal symbol. *Educational Studies in Mathematics, 35*(2), 153-187.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1-36.

Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a language. In P. C. Elliott & M. J. Kenney, (Eds.) *Communication in mathematics, K-12 and beyond, 1996 yearbook of NCTM* (pp. 231-243). Reston, VA: NCTM.

<Abstract>

Discrepancy between Reading and Writing Equality Number Sentences in Korean Language

Yim, Jaehoon[3)]

Teachers unfold a series of timeless mathematical symbols such as 5+2=7 in time by verbalizing the symbols in classrooms. A number sentence 5+2=7 is read in Korean as '5 더하기 2는(five plus two) 7과(seven) 같다(equals). Unlike in English, 5+2 and 7 are read first before the equal sign in Korean. This sequence of reading in Korean conflicts with the conventional linguistic sequence of writing from left to right.

Ways of resolving the discrepancy between reading and writing sequences can make a difference students' understanding of the equal sign. Students would be in danger of perceiving the equal sign as an operational symbol, if a teacher resolves the discrepancy by subordinating reading sequence to linguistic convention of writing. This way of resolving results in the undesired phenomenon of changing the reading expressions in Korean elementary math textbook which represent relational notion of the equal sign into other reading expressions that represent operational notion of it. For understanding of relational notion of the equal sign, the discrepancy should be resolved by changing writing sequence in accordance with reading sequence. In addition, teaching of verbalizing the equal sign should be integrated with teaching of verbalizing inequality signs.

Key words: mathematical symbol, equal sign, verbalizing symbols, reading symbols, writing symbols, operational notion of equality, relational notion of equality

논문접수: 2013. 07. 25
논문심사: 2013. 07. 26
게재확정: 2013. 08. 20

3) jhyim@ginue.ac.kr