

LQR-퍼지논리제어기에 의한 2중 차량 구조 역진자 시스템의 제어

Control of Flexible Joint Cart based Inverted Pendulum using LQR and Fuzzy Logic System

허열 · 최병재*†

Yue Xu and Byung-Jae Choi†

*대구대학교 전자공학과

† School of Electronic Engineering, Daegu University

요약

임의의 비선형 시스템을 제어하기 위한 새로운 방법의 제어 알고리즘이 널리 보고되고 있으며, 그 유용성을 입증하기 위한 제어 대상 시스템으로 역진자 시스템이 널리 활용되고 있다. 본 논문에서는 스프링으로 연결된 2개의 차량에 장착된 역진자를 제어하는 알고리즘을 제시한다. 여기서 두 개의 차량 중 하나는 구동용, 다른 하나는 역진자를 장착한 무구동용이다. 이를 위한 시스템 모델링을 제시하고, 퍼지논리제어 시스템 기반의 양질의 제어기 설계를 제안한다. 본 논문에서는 퍼지논리제어기의 입력변수로 사용될 6개의 변수를 2개로 축소하기 위하여 LQR(Linar Quadratic Regulator) 기법을 도입하며, 이를 통하여 퍼지논리제어기 설계의 복잡성을 줄일 수 있음을 보인다. 더욱이 개선된 2-입력 퍼지논리제어기의 제어 규칙표가 skew-symmetric의 특성을 가지는 성질로부터 다시 단일입력 퍼지논리제어기 설계를 제안한다. 제안한 방법의 유용성을 입증하기 위하여 시뮬레이션을 수행하며, 이를 통하여 제안한 방법의 우수성을 입증한다.

키워드 : 퍼지논리제어시스템, 2중 차량 구조 역진자 시스템, LQR(Linar Quadratic Regulator), skew-symmetric

Abstract

Any new method for controlling a nonlinear system has widely been reported. An inverted pendulum system has typically been used as a target system for demonstrating its usefulness. In this paper, we propose an algorithm to control a flexible joint cart based inverted pendulum system. Two carts are connected with a spring and one is a driving cart and the other is no driving cart with a pole. We here present a system modeling and a good fuzzy logic based control algorithm. We also introduce LQR (Linar Quadratic Regulator) technique for reducing the number of control variables. By using this technique, the number of input variables for a fuzzy logic controller is become only two not six. So the computational complexity is largely reduced. Moreover, a two-input fuzzy logic controller has a control rule table with a skew-symmetric property. And it will lead the design of a single-input fuzzy logic controller. In order to demonstrate the usefulness of the proposed method and prove the superiority of the proposed method, some computer simulations are presented.

키워드 : Fuzz Logic Control System, Flexible Joint Inverted Pendulum System, LQR(Linar Quadratic Regulator), skew-symmetric

1. 서 론

복잡한 비선형 시스템의 제어를 위한 고급 제어 알고리즘이 널리 연구, 발표되고 있다. 이러한 다양한 제어기법의 제어 성능은 시뮬레이션 등의 검증을 통하여 그 성능을 확인하여야 한다. 제어 성능을 검증하기 위한 임의의 비선형 시스템으로 역진자 시스템(inverted pendulum system)이

널리 사용되고 있다.

역진자 시스템 또한 다양한 형태로 제시되고 있는데, 가장 일반적인 경우가 단일 차량에 설치된 폴(pole) 형태이다. 이 외에도 회전형(rotary-type) 역진자 시스템, 그리고 폴 자체가 유연성을 가지는 역진자 시스템(flexible inverted pendulum system) 등이 있다. 본 논문에서는 두 개의 차량이 스프링으로 연결된 2중 차량 구조에서 하나의 차량은 구동용, 다른 하나의 차량은 폴이 설치된 무구동용의 구조를 가지는 2중 차량 구조 역진자 시스템을 고려한다. 이러한 시스템은 기존의 일반적이 역진자 시스템에 비하여 다소 복잡한 비선형 특성을 가지는 시스템이다.

먼저 라그랑지 방정식에 의한 2중 차량 구조 역진자 시스템의 모델링을 유도하고, 이를 위한 퍼지논리제어기 설계를 제안한다. 퍼지논리제어기는 일반적으로 퍼지화기, 지식 베이스와 추론기, 그리고 비퍼지화기로 구성되며, "IF-THEN" 형태의 규칙에 의하여 제어 기능을 수행하는 지능 제어 기법의 일종이다. 특히 퍼지논리제어기는 제어대상 시스템의 모델을 정확하게 유도할 수 없는 경우나 외란

접수일자: 2013년 3월 31일

심사(수정)일자: 2013년 4월 7일

게재확정일자: 2013년 5월 20일

† Corresponding author

이 논문은 대구대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

을 포함하는 경우 등에서 매우 효과적인 제어 성능을 발휘한다. 통상적인 퍼지논리제어기는 제어기의 입력 변수로 오차와 오차의 변화를 사용하고, 그 출력 변수로는 제어 입력(구동력 등)을 사용한다.

2중 차량 구조 역진자 시스템의 경우에는 6개의 입력변수를 가질 수 있다. 이것은 구동용 차량의 위치와 속도, 무구동용 차량의 위치와 속도, 그리고 폴의 위치와 각속도의 6개이다. 그러나 이를 모두 퍼지논리제어기의 입력 변수로 사용할 경우 퍼지논리제어기 설계는 매우 어려우며, 최적의 성능을 가지는 제어기 설계는 거의 불가능하게 된다. 그래서 본 논문에서는 이들 입력 변수의 수를 줄일 수 있는 방법을 제시한다. 먼저 참고문헌([2,3])에서 제시된 방법과 유사하게 LQR(Linear Quadratic Regulator) 기법을 사용하여 6개의 입력변수를 오차와 오차의 변화라는 2개의 입력변수로 줄이는 방법을 제시한다. 이를 통하여 퍼지논리제어기의 입력 변수는 통상의 2-입력 퍼지논리제어기가 사용하는 오차와 오차의 변화라는 두 개의 변수만 사용될 수 있다. 더욱이 이러한 과정으로 개선된 2-입력 퍼지논리제어기는 skew-symmetric 특성을 가지는 제어 규칙표를 가진다. 이러한 특징으로부터 참고문헌([7])에 의하여 우리는 다시 2-입력 퍼지논리제어기를 단순구조 퍼지논리제어기로 단순화시킬 수 있음을 보인다. 이들 각각에 대한 제어 성능을 시뮬레이션을 통하여 확인한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서 2중 차량 구조 역진자 시스템의 동력학 방정식 유도과정을 제시하고, 제3장에서는 LQR 기반의 제어기 변수의 수 축소에 관한 내용을 제시한다. 제4장에서 퍼지논리시스템 기반의 2중 차량 구조 역진자 시스템의 제어에 관하여 기술하고, 제5장과 6장에서 각각 시뮬레이션 예제와 결과 고찰을 제시한다.

2. 2중 차량 구조 역진자 시스템

2중 차량 구조의 역진자 시스템은 다음의 그림 1과 같다.

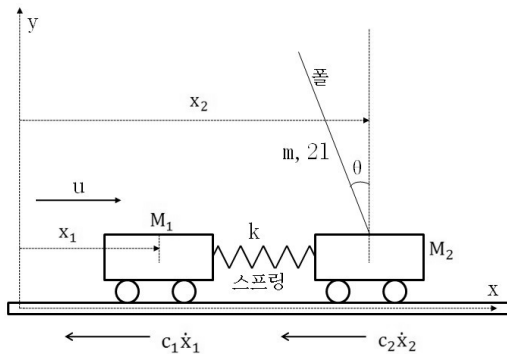


그림 1. 2중 차량 구조의 역진자 시스템

Fig. 1. Flexible joint cart based inverted pendulum system.

그림 1에서 M_1 과 M_2 는 각각 구동차(driven cart)와 무구동차(non-driven cart)의 질량을 나타내고, m 과 l 은 각각 폴의 질량과 길이를 나타낸다. k 는 스프링의 탄성 계수이고, θ 는 폴의 기울어진 각도이다. 그리고 c_1 과 c_2 는 각각 구동차, 무구동차의 바닥과의 마찰 계수를 표시한다. 여기서 제어입력 u 는 구동차에 인가할 힘이다.

주요 파라미터 값은 표 1과 같다.

표 1. 시스템에 파라미터 값
Table 1. System parameter values.

변수	값	변수	값
M_1	1.1kg	M_2	1.1kg
m	0.13kg	k	2500N/m
c_1	0.2N·s/m	c_2	0.2N·s/m
l	0.25m		

라그랑지안(Lagrangian)은 전체 운동에너지와 전체 위치 에너지의 차로 표현되므로 다음의 식 (1)과 같다.

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (1)$$

여기서 T 및 V 는 각각 총 운동에너지와 위치에너지로 각각 다음의 식 (2) 및 (3)과 같다.

$$T = T_{M1} + T_{M2} + T_m \quad (2)$$

$$V = V_k + V_m \quad (3)$$

여기서 T_{M1} 및 T_{M2} 는 각각 구동차, 무구동차의 운동에너지이고, T_m 는 폴의 운동에너지이다. 그리고 V_k 및 V_m 는 각각 용수철의 탄성 위치에너지와 폴의 중력 위치에너지이다. 결과적으로 라그랑지안은 다음과 같이 유도된다.

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}M_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}M_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}_2^2 - ml\dot{x}_2\dot{\theta}\cos\theta + \frac{2}{3}ml^2\dot{\theta}^2 - \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)^2 - mgl\cos\theta \quad (4)$$

x_1 및 x_2 가 각각 구동차와 무구동차의 변위를 나타내므로, 라그랑지안 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{x}_1} \right) - \frac{\delta L}{\delta x_1} &= u - c_1 \dot{x}_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{x}_2} \right) - \frac{\delta L}{\delta x_2} &= -c_2 \dot{x}_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}} \right) - \frac{\delta L}{\delta \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{cases} M_1\ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) = u - c_1\dot{x}_1 \\ (m + M_2) \cdot \ddot{x}_2 - ml\cos\theta \cdot \ddot{\theta} + ml\sin\theta \cdot \dot{\theta}^2 + k(x_2 - x_1) = -c_2\dot{x}_2 \\ -3m\cos\theta \cdot \ddot{x}_2 + 4ml \cdot \ddot{\theta} - 3mg\sin\theta = 0 \end{cases} \quad (6)$$

식(6)을 다시 정리하면 식(7)과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \frac{-k(x_1 - x_2) - c_1\dot{x}_1 + u}{M_1} \\ \ddot{x}_2 &= \frac{-3gm\cos\theta\sin\theta + 4k(x_1 - x_2) - 4c_2\dot{x}_2 - 4lm\dot{\theta}^2\sin\theta}{m + 4M_2 + 3msin^2\theta} \end{aligned}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3g(m+M)\sin\theta + 3k(x_1 - x_2)\cos\theta - 3c_2\dot{x}_2\cos\theta - 3lm\dot{\theta}^2\sin\theta}{l(m+4M_2+3m\sin^2\theta)} \quad (7)$$

식(7)을 평형점 x_0 에서 선형화하면 다음의 식(8)을 얻는다.

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\frac{k}{M_1}x_1 - \frac{c_1}{M_1}\dot{x}_1 + \frac{k}{M_1}x_2 + \frac{1}{M_1}u \\ \ddot{x}_2 = \frac{4k}{m+4M_2}x_1 - \frac{4k}{m+4M_2}x_2 - \frac{4c_2}{m+4M_2}\dot{x}_2 + \frac{3gm}{m+4M_2}\theta \\ \ddot{\theta} = \frac{3k}{l(m+4M_2)}x_1 - \frac{3k}{l(m+4M_2)}x_2 - \frac{4c_2}{l(m+4M_2)}\dot{x}_2 \\ + \frac{3g(m+M_2)}{l(m+4M_2)}\theta \end{cases} \quad (8)$$

그러므로 시스템 상태공간 방정식은 식(9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \\ x_1 \\ x_2 \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{M_1} & -\frac{c_1}{M_1} & \frac{k}{M_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{4k}{m+4M_2} & 0 & -\frac{4k}{m+4M_2} & \frac{4c_2}{m+4M_2} & \frac{3gm}{m+4M_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3k}{l(m+4M_2)} & 0 & -\frac{3k}{l(m+4M_2)} & -\frac{4c_2}{l(m+4M_2)} & \frac{3g(m+M_2)}{l(m+4M_2)} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (9)$$

표 1에 주어진 주요 파라미터의 값을 식(9)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\theta} \\ x_1 \\ x_2 \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2272.7 - 0.18 & 2272.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2207.5 & 0 & -2207.5 & -0.1766 & 0.8437 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6622.5 & 0 & -6622.5 & -0.5298 & 31.931 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9091 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

3. LQR 설계

시스템 상태 방정식이 식(11)과 같을 때, LQR의 목적함수 J는 다음의 식(12)와 같이 정의할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (11)$$

$$J = \int_0^\infty [X^T(t)QX(t) + U^T(t)RU(t)] dt \quad (12)$$

상태궤환 제어를 통하여 식(13)을 유도할 수 있다.

$$U(t) = -KX(t) = -R^{-1}B^T P X(t) \quad (13)$$

여기서 P는 양의 반한정 대칭행렬로서, 다음의 대수식(14)로부터 구해지는 유일해이다.

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (14)$$

여기서 Q 및 R은 다음의 식 (15)와 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}, \quad R = [r] \quad (15)$$

목적함수 J는 다음과 같이 정리된다.

$$J = \int_0^\infty [Q_{11}x_1^2 + Q_{22}x_2^2 + Q_{33}\dot{x}_2^2 + Q_{44}x_2^2 + Q_{55}\theta^2 + Q_{66}\dot{\theta}^2 + ru^2] dt \quad (16)$$

$Q_{11}=1, Q_{22}=1, Q_{33}=1, Q_{44}=1, Q_{55}=1, Q_{66}=1, R=1$ 경우에 K는 다음과 같이 유도된다.

$$K = [103.47, 14.92, -104.88, -18.80, 57.68, 10.50] \quad (17)$$

LQR 기반의 상태궤환제어의 구성도는 그림 2와 같다. 여기서 R은 제어대상 시스템의 기준 신호를 나타낸다.

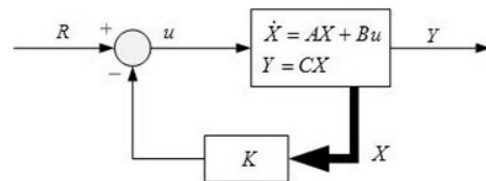


그림 2. LQR 기반의 상태궤환제어 구성도

Fig. 2. The structure of LQR-based state feedback control.

식(17) 및 그림 2의 시스템을 사용하여 차량의 위치를 일부 이동시켰을 때의 응답 특성을 그림 3에 제시하였다.

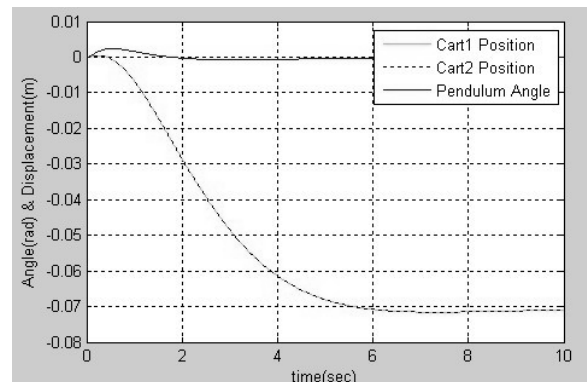


그림 3. 차량의 이동에 따른 응답 특성

Fig. 3. The response of the system according to moving carts.

그림 3에서 알 수 있듯이 진자의 흔들림은 매우 작지만, 구동차와 무구동차 모두가 정해진 위치에 안착하여 진자 안정상태(steady state)에 도달하기까지는 상당한 시간이 소요되었다.

응답 특성을 개선할 목적으로 행렬 Q의 주요 값을 다음과 같이 조정하였다. 구동차와 무구동차의 위치와 관련된 값

을 크게 증가시키고, 진자의 위치와 관련있는 값은 중간 정도로 증가시켰다. 즉, $Q_{11} = 1000$, $Q_{22} = 1$, $Q_{33} = 1000$, $Q_{44} = 1$, $Q_{55} = 100$, $Q_{66} = 1$, $R = 1$ 로 정하여 K의 값을 구하면 다음과 같다.

$$K = [194.74, 20.52, -239.46, -51.93, 128.92, 23.54] \quad (18)$$

식(18)을 사용하여 차량의 위치를 일부 이동시켰을 때의 응답 특성을 그림 4에 제시하였다.

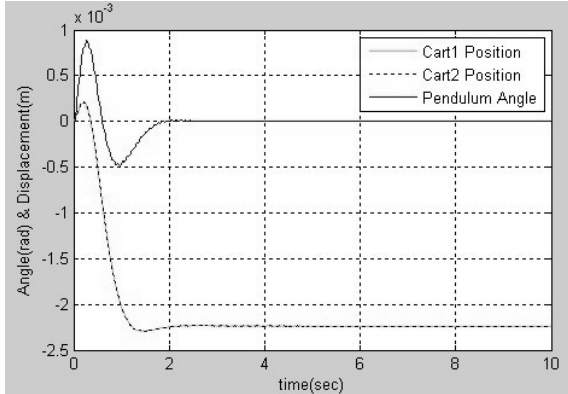


그림 4. 차량의 이동에 따른 응답 특성(Q값 변경)
Fig. 4. The response of the system according as carts are moved.

그림 4에서 알 수 있듯이 진자는 오버슈트를 가지면서 일시적으로 흔들리지만, 두 차량의 빠른 위치 이동과 함께 안정상태에 도달하게 된다.

4. 상태 변수의 융합을 통한 제어변수 조정

제어 변수로 고려할 수 있는 여섯 개의 변수($x_1, x_2, \theta, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{\theta}$)를 모두 퍼지논리제어기의 입력 변수로 사용하는 것은 제어기 설계의 복잡성 측면에서 적절하지 않다. 그래서 여기서는 변위의 차원을 가지는 세 개의 변수(x_1, x_2, θ)와 속도의 차원을 가지는 세 개의 변수($\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{\theta}$)로 구분하여 이들 각각으로부터 새로운 하나의 변수를 이끌어내는 방법을 기술한다. 먼저 변위의 차원을 가지는 세 개의 변수(x_1, x_2, θ)로부터 오차(E)를 유도하고, 속도의 차원을 가지는 세 개의 변수($\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{\theta}$)로부터 또 다른 하나의 변수인 오차의 변화율(EC)를 이끌어낸다. 이를 통하여 기존의 2-입력 형태의 퍼지논리제어기를 설계할 수 있다. 제어기의 개략적인 구조는 그림 5와 같다.

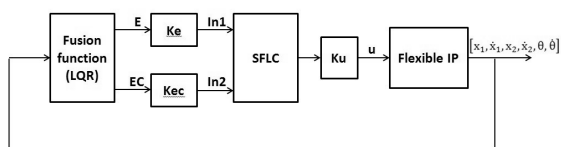


그림 5. 2-입력 퍼지논리제어기의 구성
Fig. 5. The structure of 2-input fuzzy logic controller.

세 개의 변수들로부터 하나의 새로운 변수를 유도하는 함수를 융합 함수(fusion function) $F_1(X)$ 로 정의하면 다음의 식(19)을 얻는다.

$$F_1(X) = \begin{bmatrix} E \\ EC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x_1}x_1 + K_{x_2}x_2 + K_{\theta}\theta \\ K_{\dot{x}_1}\dot{x}_1 + K_{\dot{x}_2}\dot{x}_2 + K_{\dot{\theta}}\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (19)$$

제3절에서 기술한 이득행렬 K를 사용하여 적절히 정리하면 식(20) 및 식(21)을 얻을 수 있다.

$$K = [194.74, 20.52, -239.46, -51.93, 128.92, 23.54]$$

$$K = [K_{x_1}, K_{\dot{x}_1}, K_{x_2}, K_{\dot{x}_2}, K_{\theta}, K_{\dot{\theta}}]^T$$

$$K \cdot X = K_{x_1}x_1 + K_{\dot{x}_1}\dot{x}_1 + K_{x_2}x_2 + K_{\dot{x}_2}\dot{x}_2 + K_{\theta}\theta + K_{\dot{\theta}}\dot{\theta}$$

$$= [K_{\theta} \ K_{\dot{\theta}}] \begin{bmatrix} \frac{K_{x_1}}{K_{\theta}} & 0 & \frac{K_{x_2}}{K_{\theta}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{K_{\dot{x}_1}}{K_{\dot{\theta}}} & 0 & \frac{K_{\dot{x}_2}}{K_{\dot{\theta}}} & 0 & 1 \end{bmatrix} X \quad (20)$$

$$F_1(X) = \begin{bmatrix} \frac{K_{x_1}}{K_{\theta}} & 0 & \frac{K_{x_2}}{K_{\theta}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{K_{\dot{x}_1}}{K_{\dot{\theta}}} & 0 & \frac{K_{\dot{x}_2}}{K_{\dot{\theta}}} & 0 & 1 \end{bmatrix} X \quad (21)$$

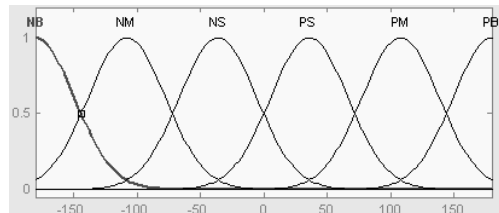
$$= \begin{bmatrix} 1.51 & 0 & -1.85 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.87 & 0 & -2.2 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

5. 퍼지논리제어기의 설계

제4절에서 기술한 제어 변수 축소 알고리즘을 통하여 여섯 개의 상태 변수는 오차(E) 및 오차의 변화율(EC)이라는 두 개 변수로 조정되었다. 이제 2중 차량 구조 역진자 시스템을 위한 퍼지논리제어기는 통상적으로 널리 사용되는 2-입력 퍼지논리제어기 설계로 요약된다.

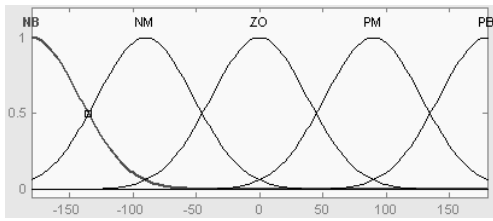
1) 2-입력 퍼지논리제어기 설계

입력변수인 오차와 오차의 변화율을 위한 멤버십 함수는 그림 6과 같다. 그림에서 알 수 있듯이 입력변수를 위한 멤버십 함수는 모두 가우스 함수이며, 도메인 또한 모두 [-180, 180]이다.



(a) 변수 E의 멤버십 함수

(a) The membership functions for variable E.



(b) 변수 EC의 멤버십 함수
(b) The membership functions for variable EC.

그림 6. 입력변수의 멤버십 함수

Fig. 6. The membership functions for input variables.

출력변수를 위한 멤버십 함수는 그림 7과 같이 삼각함수이며, 도메인은 [-50, 50]이다.

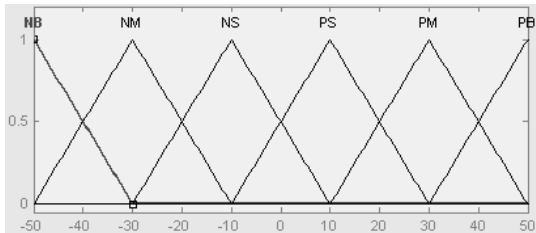


그림 7. 출력 변수의 멤버십 함수

Fig. 7. The membership functions for output variable.

2중 차량 구조 역진자 시스템을 위한 2-입력 퍼지논리제어의 제어 규칙표는 표2와 같이 유도되었다.

표 2. 2-입력 퍼지논리제어를 위한 제어 규칙표

Table 2. The rule table for a 2-input FLC.

EC \ E	NB	NM	ZO	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NM	NS
NM	NB	NB	NM	NS	PS
NS	NB	NM	NS	PS	PM
PS	NM	NS	PS	PM	PB
PM	NS	PS	PM	PB	PB
PB	PS	PM	PB	PB	PB

2) 단순구조 퍼지논리제어의 유도

표 2에서 주어진 제어 규칙표는 skew-symmetric의 특징을 가진다. 참고문헌([7])에서 자세하게 제시되었듯이, 제어 규칙표가 skew-symmetric의 특징을 가지면 2-입력 퍼지논리제어기는 단일 입력을 가지는 간단한 구조의 제어 규칙표를 유도할 수 있다. 여기서 유도되는 하나의 변수는 부호를 가지는 거리의 개념을 포함하며, 이를 d_s 로 정의하였다. 즉, d_s 는 오차(E)와 오차의 변화율(EC)의 함수로 표현

할 수 있다. 식(22)에서 E는 e로, EC는 \dot{e} 로 표시하였다. 그리고 s_l 은 제어 규칙표에서 만들어지는 스위칭 직선의 방정식이며, λ 는 스위칭 직선의 기울기이다.

$$d_s = \text{sgn}(s_l) \cdot \frac{|\dot{e} + \lambda e|}{\sqrt{1 + \lambda^2}} = \frac{\dot{e} + \lambda e}{\sqrt{1 + \lambda^2}} = \frac{\dot{e} + e}{\sqrt{2}} \quad (22)$$

이제 2-입력 퍼지논리제어기는 d_s 라는 단일 입력을 가지는 퍼지논리제어기로 설계될 수 있다. 여기서 입력변수 d_s 의 멤버십 함수는 그림 8과 같고, 출력변수의 멤버십 함수는 2-입력 퍼지논리제어기 설계에서 사용한 그림 7과 동일하게 사용하였다.

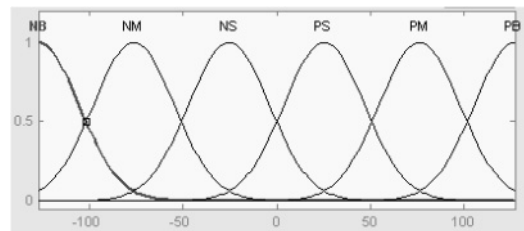


그림 8. 입력변수 d_s 의 멤버십 함수

Fig. 8. The membership functions for variable d_s .

이 때 단일 입력의 단순구조 퍼지논리제어기의 제어 규칙표는 표3과 같이 유도된다.

표 3. 단순구조 퍼지논리제어기의 제어 규칙표

Table 3. The rule table for a simple-structured FLC.

d_s	NB	NM	NS	PS	PM	PB
u	NB	NM	NS	PS	PM	PB

표 3에 사용된 전체 제어 규칙은 단지 여섯 개로, 2-입력 퍼지논리제어기의 제어 규칙표인 표 2의 30개에 비하여 크게 축소되었다.

6. 시뮬레이션

여기서는 지금까지 설계한 제어기를 사용하여 다음 네 가지의 각 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

- ① 비선형 동역학 방정식을 사용하여 2-입력 퍼지논리제어기 적용
- ② 비선형 동역학 방정식을 사용하여 단순구조 퍼지논리제어기 적용
- ③ 선형 동역학 방정식을 사용하여 "LQR + 2-입력 퍼지논리제어기" 적용
- ④ 선형 동역학 방정식을 사용하여 "LQR + 단순구조 퍼지논리제어기" 적용

상기 네 가지 경우에 대하여 주요 성능 지표인 계산시간과 θ , u , x_1 , x_2 의 각각에 대하여 누적 오차를 정리하면 표 4와 같다.

예상할 수 있듯이 누적오차의 경우에는 비선형 동역학방

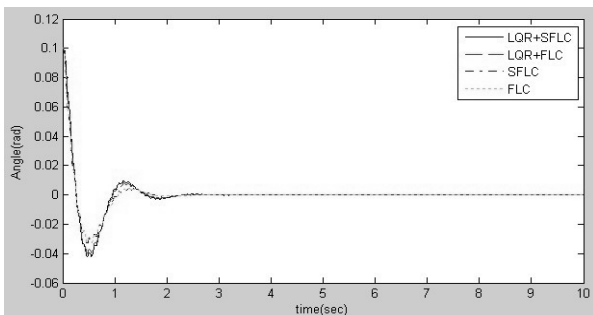
정식을 사용하여 퍼지논리제어기를 적용한 ①의 경우가 가장 효과적이었다. 그러나 이 경우에는 시스템의 복잡성과 제어기 설계의 복잡성이 겹치면서 계산 시간은 나머지 세 경우에 비하여 크게 미흡하였다. 반대로 선형 동역학 방정식을 사용하여 "LQR + 단순구조 퍼지논리제어기"를 적용한 ④의 경우는 누적오차의 측면에서는 다소 미흡하였으나, 계산시간의 측면에서는 크게 개선되었음을 확인하였다.

표 4. 주요 성능지표 비교

Table 4. Comparison of some performance indexes.

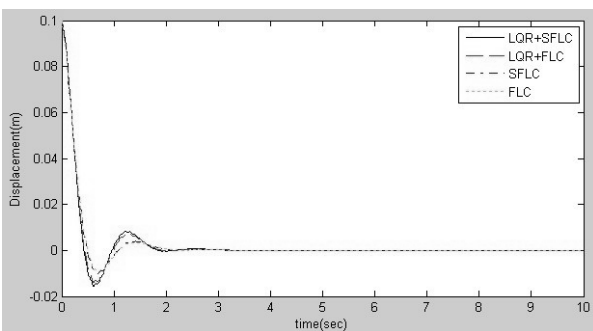
	①	②	③	④
계산 시간	62.14	29.68	27.30	8.41
누적오차 θ	0.0482	0.0498	0.0617	0.0645
누적오차 u	1.3417	1.3584	1.5919	1.6766
누적오차 x_1	0.0287	0.0289	0.0309	0.0318
누적오차 x_2	0.0288	0.0291	0.0311	0.0321

그림 9는 진자의 위치, 구동차 및 무구동차의 위치, 그리고 구동차에 인가한 힘에 관한 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 여기서 초기값으로는 $x_1=0.1[m]$, $x_2=0.1[m]$, $\theta=0.1[rad]$ 이다.



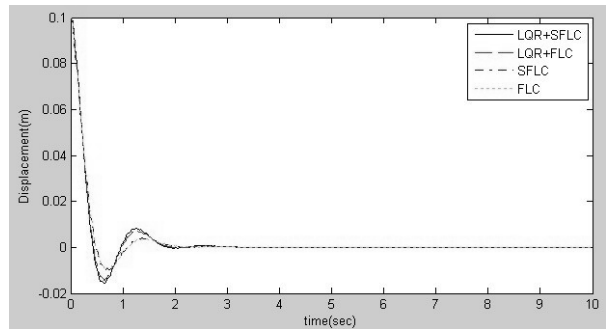
(a) 진자의 각도

(a) The angle of a pendulum



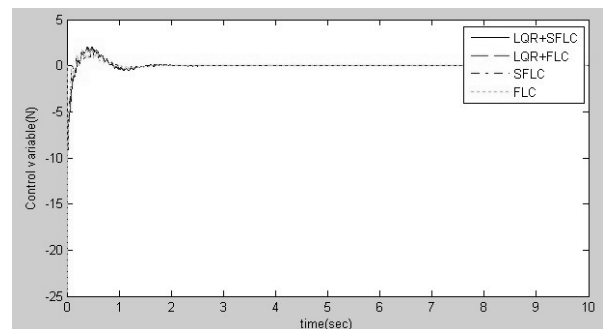
(b) 구동차의 위치

(b) The position of the driving cart.



(c) 무구동차의 위치

(c) The position of the non-driving cart



(d) 구동차에 인가한 힘 (제어 입력 u)

(d) Control variable u .

그림 9. 시뮬레이션 결과
Fig. 9. Simulation results.

5. 결과 고찰

지금까지 2중 차량 구조 역진자 시스템의 제어에 관하여 기술하였다. 먼저 라그랑지안을 통하여 제어대상 시스템인 2중 차량 역진자 시스템의 동역학 방정식을 유도하였다. 그리고 제어기 설계의 용이성을 위하여 제어 대상 시스템의 선형화와 LQR 기법의 적용을 통하여 주 제어기 입력 변수의 수를 줄일 수 있는 방안을 제시하였다. 아울러 이러한 과정을 통하여 정리된 2-입력 퍼지논리제어기 형태를 단일 입력 변수만을 가지는 단순구조 퍼지논리제어기로 단순화하였다.

이러한 과정을 통하여 본 논문에서는 서로 다른 네 가지 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하였으며, 기존의 비선형 동역학방정식과 2-입력 퍼지논리제어기에 비하여 LQR기반의 단순구조 퍼지논리시스템의 성능이 진자의 위치 등 주요 지표에 부족하지 않으면서도 계산시간 측면에서는 크게 향상되는 것을 확인할 수 있었다.

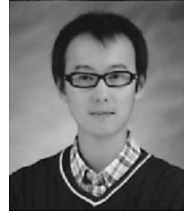
References

- [1] Xiaofei Zhao, Jinggang Zhang, "PD Real-time Control of Linear 1-stage Flexible Joint Inverted Pendulum System," *Journal of Taiyuan University of science and technology*, Aug. 2010.
- [2] Wang Luhao, Sheng Zhanshi, "LQR-Fuzzy Control

for Double Inverted Pendulum," *2010 International Conference on Digital Manufacturing & Automation*, 2010.12.

- [3] Jyoti Krishen and Victor M. Becerra, "Efficient Fuzzy Control of a Rotary Inverted Pendulum Based on LQR Mapping," *Proceedings of the 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, Munich Germany*, October 4-6, 2006.
- [4] Seung-Hyun, Jeoung-Nae Choi, Sung-Kwun Oh, "Design of Optimized Fuzzy Controller by Means of HFC-based Genetic Algorithms for Rotary Inverted Pendulum System," *Journal of Korean Insititute of Intelligent Systems*, vol.18, no.2, 2008.4.
- [5] Young-Il Kim, Jongho Kim, Jooyoung Park. "Fuzzy LQRQL Control," *Journal of Korean Insititute of Intelligent Systems, Proceedings of KFIS Spring Conference 2004*, vol.14, no.1. 2004.4.
- [6] Junho Song, Jinwuk Seok, Seongwon Cho, "A Study on the Arc Control of Welder Based on Fuzzy Logic," *Journal of Korean Insititute of Intelligent Systems, Proceedings of KFIS Spring Conference 1997*, vol.7, no.2, 1997.11.
- [7] Byung-Jae Choi, Seong-Woo Kwak, Byung Kook Kim, "Design of a SMC-type FLC and Its Equivalence," *Journal of Korean Insititute of Intelligent Systems*, vol.7, no.5, 1997.12.

저 자 소 개



허열 (Yue Xu)

2011년 : 대구대학교 전자공학과 공학사

2011년~현재 : 대구대학교 전자공학과 석사과정

관심분야 : 지능시스템, 인공지능, 영상처리

Phone : +82-53-850-4432

Fax : +82-53-850-6619

E-mail : specterxy55@gmail.com



최병재 (Byung-Jae Choi)

1987년 : 경북대학교 전자공학과 공학사

1989년 : 한국과학기술원 원자력공학과 공학석사

1998년 : 한국과학기술원 전기전자공학과 공학박사

1999년~현재 : 대구대학교 전자공학부 교수

관심분야 : 지능제어 및 시스템, 마이크로프로세서 응용

Phone : +82-53-850-6633

Fax : +82-53-850-6619

E-mail : bjchoi@daegu.ac.kr