한국군사과학기술학회지 제16권 제6호, pp. 739～744, 2013년 12월

학술논문 유도무기 부문

추력벡터제어 비행체의 일관된 탄도 성형을 위한 피치각명령 산출 방법

Pitch Command Generation Method for Consistent Initial Trajectory of Thrust-Vector-Controlled Vehicle

이 용 인* 최 동 균* 황 태 원*
Yong-In Lee Choe Dong-Gyun Tae-Won Hwang

ABSTRACT

In this paper, we propose a method of generating pitch commands for consistent initial trajectories irrelevant to flight conditions in the initial boosting phase of a thrust-vector-controlled vehicle. After shape assumption of the pitch command profile, parameters of the profile are determined in real time in order for the summit height of the trajectory to be a desired value by deriving the summit height considering thrust performance, gravity, and other flight conditions. Computer simulation results demonstrate good performance of the proposed method.

Keywords : Initial Guidance, Thrust Vector Control, Pitch Command, Summit Height, Initial Trajectory

1. 서 론

최근 정밀타격 유도탄들은 다양한 플랫폼에서 표적 대응 능력을 극대화하기 위해 수직으로 발사 후 표적을 향해 비행하는 방식을 많이 적용하고 있다. 이 경우 초반부터 신속히 기동해야 할 필요성이 있는데, 대개 발사 초기에는 유도탄의 속력이 크지 않기 때문에 공력(aerodynamic force) 제어가 어려우므로 추력벡터제어(TVC : Thrust Vector Control)를 통해 궤적을 성형하는 것이 일반적이다. 속도에 수직방향의 힘인 양력(lift)을 이용하는 공력제어 방식에 비해 TVC만을 제어수단으로 하여 궤적을 성형하는 방법은 비행속도 방향의 힘인 추력을 이용해야하므로 비교적 어렵다. 이러한 경우 비행체의 자세나 경로각 등을 제어하여 간접적으로 원하는 경로를 생성하는 것이 일반적이다.

대부분의 함대함 유도탄들은 총역적(total impulse)이 크지 않은 로켓모터를 장착하여 초기 탄도 형성과 동시에 엔진 시동에 필요한 속도를 확보하고 로켓의 추력이 소진되는 시점에서 로켓 분리 후 엔진을 점화하여 표적을 향해 저공비행하는 비행 형태를 갖는다. 여기서 초기 탄도는 로켓모터의 추력 특성이나 유도탄의 초기조건 등에 따라 다양한 형태를 보일 수 있는데, 일반적으로 로켓모터의 추력은 발사 환경에 따라 변하며 움직이는 플랫폼에서 유도탄을 발사할 경우 초기조건도 변할 수 있어 사전에 탄도를 예측하기 매우 어렵다. 특히, TVC를 이용한 피치각 제어방식으로

† 2013년 8월 30일 접수~2013년 11월 15일 게재승인
* 국방과학연구소(ADD) 1기술연구본부
책임저자 : 황태원(kyahtw@gmail.com)

탄도를 성형할 경우 각종 불확실성에 의해 탄도의 분산 정도가 크며, 심한 경우 고도 확보가 어려워 해상에 충돌할 수도 있다. 이러한 문제를 극복하기 위해서는 비행환경 및 초기상태에 따라 원하는 탄도를 성형할 수 있는 피치각 명령을 실시간 산출할 수 있는 알고리듬이 필요하다. 그러나 이와 관련된 연구 결과를 거의 찾아보기 어렵다.

본 논문에서는 TVC 방식 유도탄에서 초기조건과 추력특성이 주어진 경우 탄도를 해석적으로 도출하고 이 해석 결과를 역으로 이용하여 초기조건 및 추력특성 변화에 강건하고 일관성 있는 탄도 산출을 위한 피치각명령을 산출하는 방법을 제안한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 우선 2장에서 기술적 접근방법을 간단히 기술하고, 3장에서 정점고도를 해석적으로 도출한다. 본 논문의 핵심인 4장에서 정점고도를 제어할 수 있는 피치성형 매개변수 결정에 관한 내용을 다룬다. 5장에서 모의시험을 통한 성능을 검토하고 6장에서 결론을 맺는다.

2. 기술적 접근 방법

많은 함대함 유도탄들은 로켓모터를 이용하여 초기탄도를 형성하고 로켓의 추력이 소진되는 시점에서 로켓 분리 후 정점고도에 이르러 엔진을 점화하고 표적을 향해 순항하는 비행 형태를 갖는다. 여기서 정점고도는 수직축 속도 성분이 0이 되는 지점의 고도로서 초기탄도를 대표하는 매개변수로 간주할 수 있는데, 이러한 정점고도가 초기조건이나 추력특성에 상관없이 일정한 값을 갖도록 유도를 하면 전체적으로 일관된 초기탄도를 기대할 수 있다.

만일 추력 방향이 동체 x축 방향과 일치한다고 가정하면 고도는 다음과 같은 지배방정식에 의해 결정된다.

$$\ddot{h} = \frac{1}{m}\left(F_T \sin\theta + F_A\right) - g \tag{1}$$

여기서 h는 고도, θ는 피치각, m은 질량, g는 중력가속도, F_T는 추력, F_A는 공력의 수직방향 성분을 의미한다. 만일 유도탄의 속력이 작다고 가정하면 F_A는 무시할 수 있으므로 고도는 추력과 피치각에 의해 거의 결정되는 것으로 간주할 수 있다.

로켓모터의 실제 추력 특성은 추진제 온도 등 연소환경에 따라 변한다. 그러나 총역적이나 곡선의 전반적인 형태가 크게 변하지 않으므로 추력특성을 연소시간 T_R로 정규화(normalization)하면 일관된 형태의 추력곡선을 얻을 수 있다. 비행 중 가속도 측정치와 그 측정시간을 이용하여 연소시간 T_R을 예측하는 방법이 제안된 바 있는데[2] 이 방법은 탑재용 알고리듬으로 적합할 뿐만 아니라 그 성능도 비교적 양호하다. 따라서 문제를 단순화하기 위해서 사전에 추력특성은 주어지고 시간에 따른 추력 변화는 크지 않다고 가정한다.

한편, TVC를 이용하여 피치각을 제어할 수 있는 구간에서 유도탄의 피치각을 Fig. 1과 같이 피치각 성형구간과 피치각 고정구간으로 나누어 생각한다. 그림에서 T는 피치각 성형시간으로 이 값을 조절함으로써 궤적의 형태를 제어할 수 있는 중요한 매개변수이다. T_{FF}는 로켓 분리 후 정점에 도달할 때까지의 시간을 의미하며, θ_0는 피치성형 초기 피치각, θ_f는 피치성형 종료 피치각을 나타낸다. 그 외 t_a, t_b, t_c는 그림에서 설명한 바와 같다. 후반부에 피치각 고정구간을 두는 이유는 피치 기동을 최소화하여 안정된 상태에서 로켓이 분리되도록 하기 위함이다.

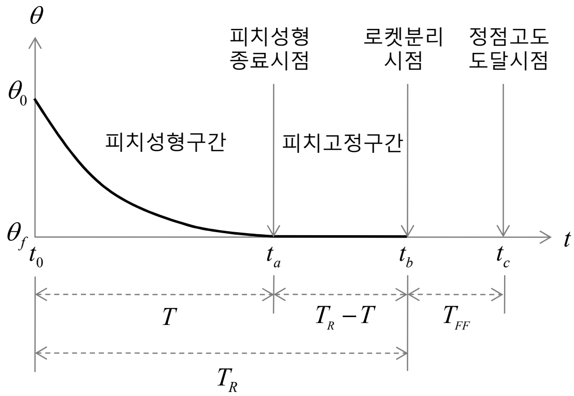

Fig. 1. Pitch profile during TVC leg

피치 성형구간의 피치각명령은 경계조건 $\theta(0) = \theta_0$, $\theta(T) = \theta_f$, $\dot{\theta}(T) = 0$을 만족하는 2차 다항식 형태로 가정한다. 즉,

$$\theta = \theta_0 + 2\Delta\theta\tau - \Delta\theta\tau^2 \tag{2}$$

여기서 $\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$이고 $\tau = (t - t_0)/T$로서 무차원화

된 시간이다. 만일 자세제어루프의 응답속도가 충분히 빠르다고 가정하면 피치각과 피치각명령은 유사하다고 볼 수 있으므로 이 둘은 동일하다고 가정한다.

문제의 핵심은 정점고도 도달 시점인 t_c에서 고도가 원하는 값이 되도록 T을 결정하는 것이다. 이를 위해서 초기탄도의 정점고도를 해석적으로 구한다.

3. 정점고도 산출

공력의 영향을 무시하고 피치각이 작다고 가정하면 상승속도의 변화는 다음과 같은 미분방정식의 지배를 받게 된다.

$$\dot{v} = a_x^{\dagger}\sin\theta - g \simeq a_x\theta - g \tag{3}$$

여기서, $a_x^{\dagger}$는 추력에 의한 가속도인데 시간에 따라 크게 변하지 않는다고 가정하면 양의 상수인 평균 가속도 a_x로 근사화 가능하다.

성형구간에서 상승속도 v는 식 (2)를 식 (3)에 대입하여 적분함으로써 구할 수 있다. 즉,

$$v = v_0 + (a_x\theta_0 - g)\,T\tau + a_x\Delta\theta\,T\tau^2 - \frac{a_x}{3}\Delta\theta\,T\tau^3 \tag{4}$$

여기서, v_0는 피치성형 시작시점의 상승속도로서 대개 0보다 크다. 따라서 성형 종료시점인 t_a 시점(τ = 1)에서의 상승속도 v_a는 다음과 같다.

$$v_a = v_0 + \left[\frac{a_x}{3}(\theta_0 + 2\theta_f) - g\right]T \tag{5}$$

또한, 식 (4)를 적분하면 t_a 시점에서 비행고도 h_a를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} h_a &= h_0 + \int_{t_0}^{t_a} v\,dt \\ &= h_0 + v_0 T + \frac{1}{2}\left[\frac{a_x}{2}(\theta_0 + \theta_f) - g\right]T^2 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, h_0는 피치성형 시작시점의 비행고도이다.

이제, 피치각 고정구간인 t_a에서 t_b까지 고도 및 속도 변화량을 산출한다. 이 구간에서 상승속도의 변화율은 다음과 같다.

$$\dot{v} = a_x\theta_f - g \tag{7}$$

따라서 t_b 시점의 상승속도와 고도는 다음과 같다.

$$v_b = v_a + \left(a_x\theta_f - g\right)(T_R - T) \tag{8}$$

$$h_b = h_a + v_a(T_R - T) + \frac{1}{2}\left(a_x\theta_f - g\right)(T_R - T)^2 \tag{9}$$

여기서 로켓 분리시점은 추력 소진시점으로 로켓의 추력특성이 주어져있다고 가정하였으므로 Fig. 1의 T_R은 사전에 알려진 값이다.

마지막으로 로켓 분리 이후 구간인 t_b에서 정점고도 도달시점 t_c까지 고도 및 속도 변화량을 산출한다. 이 구간에서 추력에 의한 가속도가 0이므로 상승속도 변화율은 다음과 같다.

$$\dot{v} = -g \tag{10}$$

따라서 t_c 시점의 상승속도와 고도는 다음과 같다.

$$v_c = v_b - g\,T_{FF} \tag{11}$$

$$h_c = h_b + v_b T_{FF} - \frac{1}{2}g\,T_{FF}^2 \tag{12}$$

그런데 t_c에서 정점고도에 도달하기 위해서는 v_c = 0이어야 한다. 따라서 식 (11)로부터 포물선 거동구간의 시간간격 T_{FF}는 다음과 같이 구해진다.

$$T_{FF} = \frac{v_b}{g} \tag{13}$$

식 (13)을 식 (12)에 대입하면 정점고도는 다음과 같다.

$$h_c = h_b + \frac{v_b^2}{2g} \tag{14}$$

식 (6), 식 (9) 및 식 (14)를 종합하면 정점고도 h_c를

성형구간 T에 대한 함수형태로 표현 가능하다. 즉,

$$h_c = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 \tag{15}$$

여기서,

$$c_0 = h_0 - \frac{a_x}{2}\theta_f T_R^2 + \frac{1}{2g}(v_0 + a_x\theta_f T_R)^2$$
$$c_1 = \frac{a_x}{3g}(\theta_0 - \theta_f)(v_0 + a_x\theta_f T_R)$$
$$c_2 = \frac{a_x}{36g}(\theta_0 - \theta_f)\left[2a_x(\theta_0 - \theta_f) - 3g\right]$$

이다.

4. 정점고도 적응방식 피치성형 매개변수 결정

식 (15)의 정점고도가 원하는 값 h_r이 되기 위한 성형구간 T는 아래의 2차 방정식의 해로 구해질 수 있다.

$$r(T) \equiv c_2 T^2 + c_1 T + c_0 - h_r = 0 \tag{16}$$

여기서 c_0는 T가 0인 경우 정점고도를 의미하는데 이는 성형 종료 피치각인 θ_f으로 전 구간 비행할 경우의 최고고도를 나타낸다. 대개 $\theta_0 > \theta_f > 0$이므로 $T > 0$인 경우 정점고도는 $T = 0$인 경우의 정점고도 c_0보다 항상 크다. 따라서 h_r은 c_0보다 큰 값을 선정하는 것이 바람직하다. 즉,

$$h_r > c_0. \tag{17}$$

또한, 초기 상승속도 v_0가 0 이상이라 가정하면 추력에 의한 가속도는 양수이므로 $c_1 > 0$이다. 그러나 c_2에 대해서는 그 부호를 예측할 수 없다. 따라서 c_2의 부호에 따라서 해를 구분하여 산출하도록 한다.

우선 $c_2 = 0$인 경우를 살펴보자. 이 경우 식 (16)은 1차 방정식이 되므로 T를 쉽게 구할 수 있다.

$$T = \frac{h_r - c_0}{c_1} \tag{18}$$

$c_2 > 0$인 경우 식 (16)의 판별식 $c_1^2 + 4c_2(h_r - c_0) \geqq 0$이면 근의 공식을 이용하여 T를 구할 수 있다. 이때 T는 양수이어야 하므로 해는 다음과 같다.

$$T = \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(h_r - c_0)}}{2c_2} \tag{18}$$

만일 $c_2 > 0$이지만 $c_1^2 + 4c_2(h_r - c_0) < 0$인 경우 어떤 T에 대해서도 $r(T) > 0$이므로 $r(T)$이 최소가 되는 것이 가장 유리하다. 따라서 $\frac{\partial r(T)}{\partial T} = 0$을 만족하는 T를 선정하도록 한다. 즉, $T = -\frac{c_1}{2c_2}$인 경우 $r(T)$가 최소값을 갖는다. 그런데 c_1과 c_2가 모두 양수이므로 T는 음수가 되어 실제적이지 않다. 따라서 이 경우에는 $T = 0$으로 설정하고 피치각을 급격히 변화시켜 정점고도를 가능한 낮추도록 한다.

마지막으로, $c_2 < 0$인 경우 $c_1^2 + 4c_2(h_r - c_0) \geqq 0$이면 근의 공식을 이용하여 T을 구할 수 있다. 이때 두 근이 모두 양수인데 $\frac{dh_c}{dT} > 0$인 해가 물리적으로 타당하므로 $c_2 > 0$인 경우와 마찬가지로 식 (18)을 취한다. 그런데 $c_2 < 0$이지만 $c_1^2 + 4c_2(h_r - c_0) < 0$인 경우 어떤 T에 대해서도 $r(T) < 0$이므로 $r(T)$가 최대가 되는 것이 유리하다. 따라서 $\frac{\partial r(T)}{\partial T} = 0$을 만족하는 $T = -\frac{c_1}{2c_2}$을 선정한다.

그런데 성형구간 T는 로켓 추력 가용구간 T_R보다 클 수 없다. 왜냐하면 로켓 추력에 의한 TVC를 이용하여 피치각 제어를 수행해야 하는데 추력이 없으므로 피치각 제어가 어렵기 때문이다. 만일 앞에서 산출된 T가 T_R보다 큰 경우는 추가적인 고도 상승이 필요한 경우로서, 이때는 $T = T_R$로 두고 성형 종료 피치각 θ_f를 상향 조정함으로써 정점고도에 도달할 수 있다. 성형 종료 피치각 상향 조정량을 δ라 할 때 조정 후 성형 종료 피치각 θ_f^*는 다음과 같다.

$$\theta_f^* = \theta_f + \delta \tag{20}$$

피치각 성형구간을 로켓 가용구간으로 두고($T = T_R$) 식 (15)에서 θ_f 대신 식 (20)의 θ_f^*을 대입하여 δ에 대해 전개하면 다음과 같다.

$$h_c = d_0 + d_1\delta + d_2\delta^2 \tag{21}$$

여기서,

$$\begin{aligned} d_0 &= h_0 - \frac{a_x}{12}(\theta_0 + 5\theta_f)T_R^2 \\ &\quad + \frac{1}{18g}\left[3v_0 + a_x(\theta_0 + 2\theta_f)T_R\right]^2 \\ d_1 &= a_x T_R\left[\frac{2v_0}{3g} + \left\{\frac{2a_x}{9g}(\theta_0 + 2\theta_f) - \frac{5}{12}\right\}T_R\right] \\ d_2 &= \frac{2}{9g}(a_x T_R)^2 \end{aligned}$$

이다. 따라서 정점고도 h_c가 목표값 h_r이 되기 위한 조정량 δ는 아래의 2차 방정식의 해로 구해질 수 있다.

$$r(\delta) \equiv d_2\delta^2 + d_1\delta + d_0 - h_r = 0 \tag{22}$$

여기서 d_0는 조정량 δ가 0인 경우 정점고도이므로 항상 양수이며 d_2 또한 항상 양수이다. 특히 δ를 조정하는 이유가 추가적인 정점고도 상향 조정을 위한 것이므로 δ가 0인 경우의 정점고도인 d_0는 항상 원하는 정점고도 h_r보다 작음을 예상할 수 있다. 따라서 식 (22)의 판별식 $d_1^2 + 4d_2(h_r - d_0)$이 항상 양수이므로 식 (22)의 해는 다음과 같다.

$$\delta = \frac{-d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4d_2(h_r - d_0)}}{2d_2} \tag{23}$$

따라서 식 (20)으로부터 θ_f^*을 구할 수 있고 이를 식 (2)의 θ_f 대신 대입하여 정점고도를 만족하는 피치각을 산출할 수 있다.

5. 모의시험

Fig. 2에서 Fig. 5는 몇 가지 비행조건에 대해 제안한 알고리듬 적용 전/후 비행고도와 피치각을 비교한 것이다. Fig. 4에서 알고리듬 적용 전 피치각 변화 형태는 세 경우 유사하나 Fig. 2의 탄도의 분산이 매우 큼을 확인할 수 있다. 반면 본 논문에서 제안한 알고

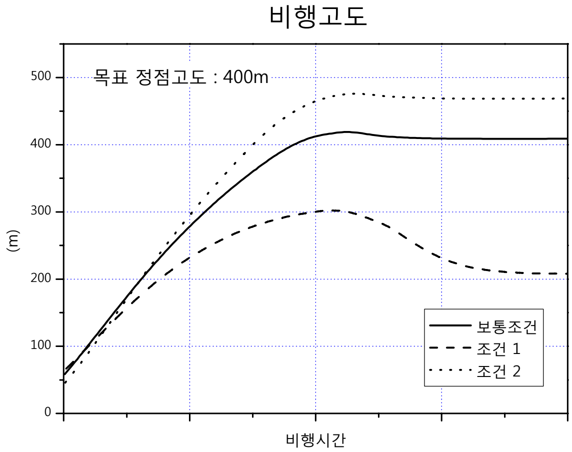

Fig. 2. Altitude without pitch adaptation

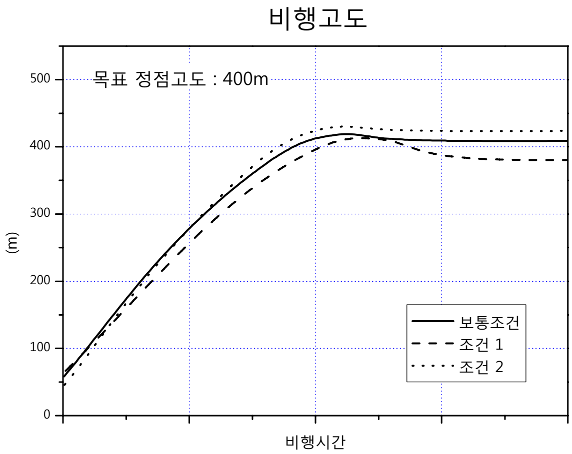

Fig. 3. Altitude with pitch adaptation

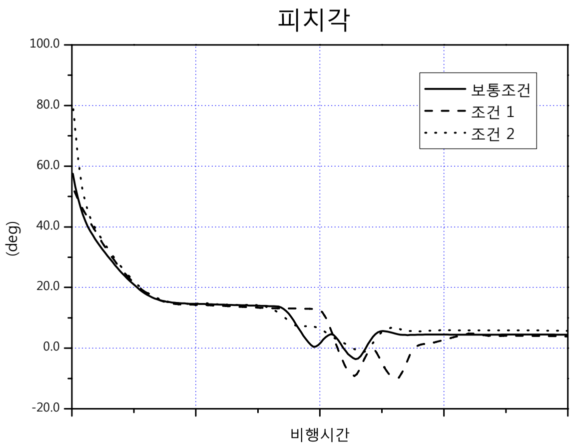

Fig. 4. Pitch angle without pitch adaptation

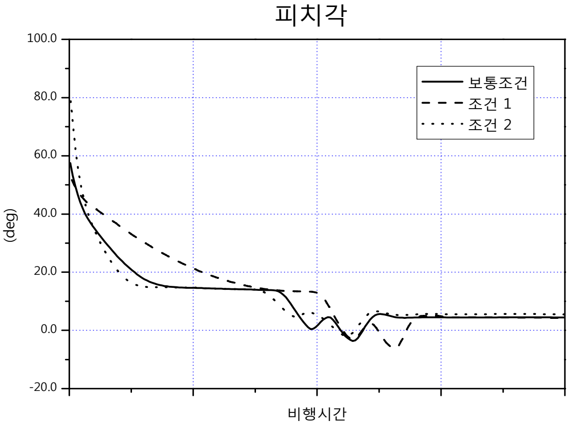

Fig. 5. Pitch angle with pitch adaptation

리듬을 적용한 후 Fig. 5의 피치각 거동특성을 달리 함으로써 Fig. 3과 같이 탄도의 분산이 대폭 감소함을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 추력벡터제어 방식 유도탄에서 초기조건 및 추력특성 변화에 강건하고 일관성 있는 탄도산출을 위한 피치각명령을 산출하는 방법을 제안하였다. 먼저 초기상태, 추력특성, 중력의 영향을 고려한 정점고도를 해석적으로 도출하고 이 정점고도가 원하는 값이 되도록 피치성형 매개변수를 자동 계산하여 실시간 피치각명령을 산출하는 방식이다.

본 논문에서 제안한 알고리듬은 유도조종장치에 탑재되어 실시간 운용 가능하며 탑재된 센서 정보를 이용하여 비행 상태에 따라 자동으로 피치각명령을 생성하므로 매우 강건한 초기유도 성능을 보장한다. 비록 해석적으로 접근하기 위해 사용한 몇 가지 가정들에 의해 실제 비행궤적은 목표 정점고도를 정확히 만족하지는 않으나 그 오차는 만족할 만한 수준이다.

References

[1] D. S. Cartan, “Rocket Propulsion Technology”, Plenum, 1961.

[2] 이용인, 조성진, 최동규, “비행제어를 위한 비행중 고체로켓 추력 예측 방법”, 한국군사과학기술학회 종합학술대회, 경주, 2012.