한국항행학회 논문지 제17권 제6호 2013년 12월 (JKONI 17(6): 679-686, Dec. 2013)

시변 지연시간에 대한 네트워크 제어 시스템의 새로운 안정조건

New Stability Conditions for Networked Control System with Time-Varying Delay Time

한형석*, 이달호*

Hyung-Seok Han*, Dal-Ho Lee*

요 약

본 논문에서는 데이터 통신을 이용하는 네트워크 제어 시스템에서 데이터 전송 지연에 의한 시스템 안정성 조건을 리아프노프 이론을 이용하여 새로이 유도하였다. 제안된 안정조건은 기존의 복잡한 계산에 의한 결과에 비하여 매우 간단한 형태이며 쉽게 계산될 수 있다. 또한, 기존에 연구된 결과들을 포함하여 적용될 수 있는 조건임을 보였다. 시뮬레이션을 통하여 기존의 결과에 비해 성능 면에서 우수하고 안정성 판단에 있어 덜 제한적임을 확인하였다.

Abstract

In this paper, the new stability conditions for discrete systems with time-varying delay time are proposed by Lyapuniv theory for the stability analysis of NCS(Networked Control System) having data communication. The proposed stability conditions are very simple and easily calculated compared to the previous conditions having complex numerical calculations. The proposed results can include several previous works on the same issue. From the simulation results, the proposed conditions show the better performance and less conservative on checking stability compared with previous results.

Key words : Time-varying delay time, Networked control system, Lyapunov, Stability condition, Inequality

I. 서 론

임베디드 시스템과 통신기술의 급속한 발전으로 항공 및 제어 시스템에서 통신 네트워크를 이용하는 사례가 급증하고 있다.[1] 이를 네트워크 제어 시스템(Networked Control System: NCS)으로 정의하여 많은 연구가 이루어지고 있다. 네트워크 제어 시스템에서는 데이터 전송 특성에 따른 문제점이 새로이 부각되고 있으며[2], 네트워크 통신으로 인한 전송 지연에 대한 안정성 문제도 이 중 하나이다. [1]에서는 네트워크 지연에 대하여 합리적인 가정을 도입하여 안정조건과 안정화제어 방법을 제안하였다. 지연된 상태변수를 갖는 이산시스템에 대한 안정조건은 기존에 많은 연구 결과가 발표되었다.[1-11] 최근의 연구 결과에서는 리아프노프 방정식과[3] 리아프노프 함수를 이용한 선형부등식 형태[1,4-7,11]의 안정조건이 주로 사용되었다. 리아프노프 방정식을 이용한 결과는 주로 시불변 지연시간을 갖는 시스템의 견실 안정

* 가천대학교(Gachon University)
· 제1저자 (First Author) : 한형석(Hyung-Seok Han, tel : +82-031-750-5561, email : hshan@gachon.ac.kr)
· 접수일자 : 2013년 10월 7일 · 심사(수정)일자 : 2013년 10월 7일 (수정일자 : 2013년 12월 11일) · 게재일자 : 2013년 12월 30일
http://dx.doi.org/10.12673/jkoni.2013.17.6.679

성 조건에 관한 것이며, 이에 반하여 선형부등식 형태의 안정조건은 시변 지연시간을 갖는 시스템에 대하여 안정한 지연시간의 범위에 관한 것이다. 또한, 이들과는 다르게 시불변 지연시간 시스템에 대하여 복잡한 방정식과 부등식을 사용하지 않고 간단한 식으로 표현되는 안정조건을 유도하기 위한 노력도 있었다.[8-10]

본 논문에서는 네트워크 제어 시스템에서 발생되는 지연시간에 대한 안정성 해석을 리아프노프이론을 이용하여 새롭게 수행한다. 기존의 시불변 지연시간을 갖는 이산시스템에 대한 안정성 조건을 시변 지연시간을 갖는 시스템으로 확장하여, 단조감소하는 지연시간과 일정한 구간에서 시간에 따라 변하는 두가지 유형의 시변 지연시간 시스템에 대하여 리아프노프 이론을 이용하여 새로운 안정조건을 유도한다. 유도된 조건은 지연시간독립(Delay-independent)인 조건으로 표현되며, 기존의 안정조건 [3-7]에 비하여 매우 간단하게 표현된다. 또한, 시불변 지연시간에만 적용가능했던 기존의 결과[8,9]를 포함하는 광범위한 형태의 조건으로써 시스템 안정성과 지연시간독립인 지연시간 범위와의 관계를 직관적으로 파악할 수 있도록 하는 조건으로 표현된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 안정조건을 리아프노프 이론을 이용하여 새롭게 제시하고, 3장에서는 기존 수치 예제[8]에 대하여 새로 제시된 조건을 적용하고 그 결과를 기존의 것과 비교한다.

Ⅱ. 주요 결과

본 논문에서 사용하는 기호로는 $\|X\|$는 행렬 X의 스펙트랄 노옴(Spectral Norm), ($\|X\|$: X^TX행렬의 최대 고유치의 제곱근)을 의미하며, $X>0$는 대칭행렬 X가 양의 정칙(Positive Definite), $A=[a_{ij}]$는 행렬 요소 값 a_{ij} 로 구성된 행렬. $|A|=[|a_{ij}|]$, $A \le_e B$는 행렬 요소별 부등식을 나타내며, $\lambda_{\max}(X)$는 행렬 X의 최대 고유치, $\rho(X)$ 는 $max|\lambda_i(X)|$,즉, 스펙트랄 반경(Spectral Radius), I_n는 $n \times n$ 차원의 단위행렬(Identity Matrix)을 의미한다.

다음과 같은 시불변 지연시간을 갖는 이산 시스템을 고려한다.

$$x(k+1)=Ax(k)+Bx(k-d) \tag{1}$$

수식 (1)은 일반적인 지연 이산시스템이며, 여기서, A는 $n \times n$차원의 상태행렬(State Matrix), B는 $n \times n$차원의 지연 상태변수에 대한 상태행렬을 의미한다. 수식 (1)의 시스템에 대하여 다양한 안정 조건이 기존 연구에서 제시되었으며, 최근에는 리아프노프 안정이론을 이용하여 안정조건을 유도한 결과도 발표되었다. 기존결과 1의 안정조건은 고유치의 성질을 이용하여 유도된 대표적인 안정조건이다.

기존결과 1([9의 정리1],[8의 부연설명2.1]): 수식 (1)의 이산시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정(Asymptotically Stable) 하다.

$$\|A\|+\|B\|<1 \tag{2}$$

기존결과 2 [8]: 수식 (1)의 이산시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$(\|A\|+\|B\|)\left(\frac{A^TA}{\|A\|}+\frac{B^TB}{\|B\|}\right)<I_n \tag{3}$$

이외에도 많은 안정조건들이 리아프노프 방정식과[3] 리아프노프 함수를 이용한 선형부등식 형태[4-7]의 조건으로 표현되며, 위의 결과에 비교해 매우 복잡한 과정을 갖는다.

본 논문에서는 위의 기존결과들과 같이 매우 간단한 형태의 안정조건을 시불변 지연시간이 아닌 시변 지연시간 시스템에 대하여 유도한다. 이를 위하여 다음의 보조정리들을 이용한다.

보조정리 1: 임의의 벡터 x,y와 양의 상수 ϵ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$2x^Ty \le \epsilon^{-1}x^Tx+\epsilon y^Ty \tag{4}$$

보조정리 2([12,491쪽]): $X \le_e Y$ 를 만족하는 정방 행렬 X, Y에 대하여 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} &\text{a) } \rho(X) \le \|Y\| \\ &\text{b) } \rho(X) \le \rho(|X|) \le \rho(Y) \\ &\text{c) } \|X\| \le \||X|\| \le \|Y\| \end{aligned} \tag{5}$$

다음과 같은 시변 지연시간을 갖는 이산시간 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} &x(k+1) = Ax(k) + Bx(k-d(k)) \\ &0 \le d(k+1) \le d(k) \end{aligned} \tag{6}$$

지연 시간에 해당되는 $d(k)$는 양의 정수로 시변 지연시간에 해당된다. 위의 식에서 지연시간에 대한 부등식은 시간 k에 대하여 단조감소하는 경우를 고려하였으며, 이는 참고문헌 [1]에서 고려한 $d(k+1) \le d(k)+1$과 유사한 가정이며, 시불변 지연시간을 $d(k+1) = d(k)$로 고려할 수 있으므로 [8]의 시불변 지연시간 경우보다 광범위한 지연시간을 포함할 수 있다.

정리 1: 수식 (6)의 시변 지연시간을 갖는 시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$(\|A\| + \|B\|)\left(\frac{A^TA}{\|A\|} + \frac{B^TB}{\|B\|}\right) < I_n \tag{7}$$

증명:

$n \times n$차원의 음정칙이 아닌 행렬 R 을 이용하여 다음과 같은 리아프노프 함수를 고려한다.

$$V(x(k)) = x^T(k)x(k) + \sum_{i=k-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= (Ax(k)+Bx(k-d(k)))^T(Ax(k)+Bx(k-d(k))) \\ &\quad - x^T(k)x(k) + \sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k} x^T(i)Rx(i) \\ &\quad - \sum_{i=k-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &= x^T(k)(A^TA - I_n)x(k) + 2x^T(k-d(k))B^TAx(k) \\ &\quad + x^T(k-d(k))B^TBx(k-d(k)) \\ &\quad + \sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k} x^T(i)Rx(i) - \sum_{i=k-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \end{aligned} \tag{9}$$

수식 (9)에서 마지막 두 항은 수식 (6)의 조건을 이용하면 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k} x^T(i)Rx(i) - \sum_{i=k-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &= x^T(k)Rx(k) + \sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &\quad - \sum_{i=k-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &= x^T(k)Rx(k) + \sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &\quad - \sum_{i=k-d(k)}^{k-d(k+1)} x^T(i)Rx(i) - \sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\ &\quad (\because d(k+1) \le d(k), \\ &\qquad k-d(k) \le k-d(k+1) \le k+1-d(k+1)) \\ &= x^T(k)Rx(k) - \sum_{i=k-d(k)}^{k-d(k+1)} x^T(i)Rx(i) \\ &= x^T(k)Rx(k) - x^T(k-d(k))Rx(k-d(k)) \\ &\quad - \sum_{i=k+1-d(k)}^{k-d(k+1)} x^T(i)Rx(i) \\ &\le x^T(k)Rx(k) - x^T(k-d(k))Rx(k-d(k)) \\ &\qquad \left(\because \sum_{i=k+1-d(k)}^{k-d(k+1)} x^T(i)Rx(i) \ge 0\right) \end{aligned} \tag{10}$$

보조정리 1에 의하여 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} &2x^T(k-d(k))B^TAx(k) \\ &\le \epsilon^{-1}x^T(k)A^TAx(k) \\ &\qquad + \epsilon x^T(k-d(k))B^TBx(k-d(k)) \end{aligned} \tag{11}$$

$\epsilon = \|A\|/\|B\|$과

$R = (1+\epsilon)B^TB = \dfrac{\|B\|+\|A\|}{\|B\|}B^TB$ 을 대입하고 수식 (11)을 이용하면 다음을 얻는다.

$$
\begin{aligned}
&V(x(k+1))-V(x(k)) \\
&\le x^T(k)(A^TA-I_n+R+\epsilon^{-1}A^TA)x(k) \\
&\quad +x^T(k-d(k))((1+\epsilon)B^TB-R)x(k-d(k)) \\
&=x^T(k)(A^TA-I_n+R+\epsilon^{-1}A^TA)x(k) \\
&=x^T(k)(A^TA-I_n+\frac{\|A\|+\|B\|}{\|B\|}B^TB \\
&\qquad +\frac{\|B\|}{\|A\|}A^TA)x(k) \\
&=x^T(k)((\|A\|+\|B\|)(\frac{A^TA}{\|A\|}+\frac{B^TB}{\|B\|})-I_n)x(k) \\
&.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

따라서, 수식 (7)의 조건을 만족하면 $V(x(k+1))-V(x(k))<0$ 가 되어 수식 (7)의 시스템은 점근안정하다. ■

따름정리 1: 수식 (6)의 시변 지연시간을 갖는 시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$\|A\|+\|B\|<1 \tag{13}$$

증명:
$\|A\|^2I_n \ge A^TA,\ \|B\|^2I_n \ge B^TB$ 이므로

$$
\begin{aligned}
&(\|A\|+\|B\|)\times(\frac{A^TA}{\|A\|}+\frac{B^TB}{\|B\|}) \\
&\le(\|A\|+\|B\|)^2 I_n
\end{aligned}
\tag{14}
$$

그러므로, 수식 (13)를 만족하면 정리 1의 조건 수식 (7)을 만족하게 되므로 수식 (6)의 시스템은 점근안정하다. ■

정리 1과 따름정리 1은 기존 결과 2[8]과 기존결과 1[9]과 같은 수식의 조건이나 [8,9]의 결과가 고정된 지연시간에 대한 결과인 것을 고려하면 시변 지연시간을 고려한 새로운 조건들이 기존 결과들을 포함하는 더욱 광범위한 조건임을 알 수 있다.

시변 지연시간에 대한 조건을 더욱 확장하여 다음과 같은 시스템을 고려하자.

$$
\begin{aligned}
&x(k+1)=Ax(k)+Bx(k-d(k)) \\
&0<d_m\le d(k)\le d_M
\end{aligned}
\tag{15}
$$

지연 시간에 해당되는 $d(k)$를 특정한 구간 범위 내에서 시간 k에 대하여 임의로 변동하는 값으로 고려한다. 이는 참고문헌 [1]에서 고려한 $d(k+1)\le d(k)+1$조건을 포함하며, 시불변 지연시간도 $d(k+1)=d(k)$로 고려할 수 있으므로 가장 광범위한 조건이다. [11]과 유사하게 음정칙이 아닌 행렬 R을 이용하여 다음과 같은 리아프노프 함수를 고려한다.

$$
\begin{aligned}
V(x(k))&=x^T(k)x(k)+\sum_{i=k-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i) \\
&\quad+\sum_{j=-d_M+2}^{-d_m+1}\sum_{i=k+j-1}^{k-1}x^T(i)Rx(i) \\
&=V_1+V_2+V_3
\end{aligned}
\tag{16}
$$

정리 2: 수식 (15)의 시변 지연시간을 갖는 시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$
\begin{aligned}
&(\|A\|+\sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|) \\
&\times(\frac{A^TA}{\|A\|}+\sqrt{1+d_M-d_m}\,\frac{B^TB}{\|B\|})<I_n
\end{aligned}
\tag{17}
$$

증명:

$$
\begin{aligned}
&V(x(k+1))-V(x(k))=\triangle V_1+\triangle V_2+\triangle V_3 \\
&\triangle V_1=x^T(k+1)x(k+1)-x^T(k)x(k) \\
&=x^T(k)(A^TA-I_n)x(k) \\
&\quad+2x^T(k-d(k))B^TAx(k) \\
&\quad+x^T(k-d(k))B^TBx(k-d(k)) \\
&\triangle V_2=\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k}x^T(i)Rx(i) \\
&\qquad-\sum_{i=k-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i) \\
&=x^T(k)Rx(k)-x^T(k-d(k))Rx(k-d(k)) \\
&\quad+\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1}x^T(i)Rx(i) \\
&\quad-\sum_{i=k+1-d(k)}^{k-1}x^T(i)Rx(i)
\end{aligned}
$$

위 식의 마지막 두 항은 다음을 만족한다.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{i=k+1-d(k+1)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) - \sum_{i=k+1-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\
&\quad \le \sum_{i=k+1-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) + \sum_{i=k+1-d_M}^{k-d_m} x^T(i)Rx(i) \\
&\quad\quad - \sum_{i=k+1-d(k)}^{k-1} x^T(i)Rx(i) \\
&= \sum_{i=k+1-d_M}^{k-d_m} x^T(i)Rx(i) \\
&\triangle V_2 \le x^T(k)Rx(k) - x^T(k-d(k))Rx(k-d(k)) \\
&\quad\quad + \sum_{i=k+1-d_M}^{k-d_m} x^T(i)Rx(i)
\end{aligned}
\tag{18}
$$

$$
\begin{aligned}
\triangle V_3 &= \sum_{j=-d_M+2}^{-d_m+1} [x^T(k)Rx(k) \\
&\quad\quad - x^T(k+j-1)Rx(k+j-1)] \\
&= (d_M - d_m)x^T(k)Rx(k) - \sum_{i=k+1-d_M}^{k-d_m} x^T(i)Rx(i)
\end{aligned}
\tag{19}
$$

$$
\begin{aligned}
&V(x(k+1)) - V(x(k)) = \triangle V_1 + \triangle V_2 + \triangle V_3 \\
&\quad \le x^T(k)(A^TA - I_n + (1+d_M-d_m)R)x(k) \\
&\quad\quad + x^T(k-d(k))(B^TB - R)x(k-d(k)) \\
&\quad\quad + 2x^T(k-d(k))B^TAx(k)
\end{aligned}
\tag{20}
$$

수식 (11)과 위의 식을 이용하면 다음을 얻는다.

$$
\begin{aligned}
&V(x(k+1)) - V(x(k)) = \triangle V_1 + \triangle V_2 + \triangle V_3 \\
&\le x^T(k)(A^TA - I_n + (1+d_M-d_m)R + \epsilon^{-1}A^TA)x(k) \\
&\quad + x^T(k-d(k))((1+\epsilon)B^TB - R)x(k-d(k))
\end{aligned}
\tag{21}
$$

여기에서, $(1+\epsilon)B^TB - R = 0$을 만족하는 R과 상수 ϵ을 다음과 같이 정하고

$$
\begin{aligned}
\epsilon &= \frac{\|A\|}{\sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|} \\
R &= (1+\epsilon)B^TB = \frac{\sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\| + \|A\|}{\sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|} B^TB
\end{aligned}
$$

수식 (21)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$
\begin{aligned}
&V(x(k+1)) - V(x(k)) \\
&\le x^T(k)(A^TA - I_n + (1+d_M-d_m)R + \epsilon^{-1}A^TA)x(k) \\
&\le x^T(k)(A^TA - I_n \\
&\quad + \frac{(1+d_M-d_m)\,\|B\| + \sqrt{1+d_M-d_m}\,\|A\|}{\|B\|} B^TB \\
&\quad + \frac{\sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|}{\|A\|} A^TA)x(k) \\
&= x^T(k)((\|A\| + \sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|) \\
&\times (\frac{A^TA}{\|A\|} + \sqrt{1+d_M-d_m}\frac{B^TB}{\|B\|}) - I_n)x(k)
\end{aligned}
\tag{22}
$$

따라서, 수식 (17)의 조건을 만족하면 $V(x(k+1)) - V(x(k)) < 0$ 가 되어 수식 (15)의 시스템은 점근안정하다. ■

따름정리 2: 수식 (15)의 시변 지연시간을 갖는 시스템은 다음 조건을 만족하면 점근안정하다.

$$
\|A\| + \sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\| < 1 \tag{23}
$$

증명:

따름정리 1의 증명과 같은 방법으로 다음과 같이 증명된다.

$$
\begin{aligned}
&(\|A\| + \sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|) \\
&\quad \times (\frac{A^TA}{\|A\|} + \sqrt{1+d_M-d_m}\frac{B^TB}{\|B\|}) \\
&\quad \le (\|A\| + \sqrt{1+d_M-d_m}\,\|B\|)^2 I_n
\end{aligned}
$$

수식 (23)를 만족하면 정리 2의 수식 (17)을 만족하게 되므로 수식 (15)의 시스템은 안정하다. ■

제안된 정리 2와 따름정리 2는 간단한 행렬의 부등식과 행렬의 노옴(Norm)에 관한 부등식 형태의 안정조건으로 기존의 연구에서 제시된 복잡한 행렬부등식의 조건들에 비해 매우 쉽게 안정성 해석을 할 수 있다. 선형 행렬부등식 해를 이용하여 안정한 지연시간의 범위를 구한 기존의 결과가 지연시간의 범위와 안정성과의 연관성을 직관적으로 보여줄 수 없는 수식으로 이루어 진 것을 고려하면 이 결과는 매우 효율적이고 직관적임을 알 수 있다.

다음 장에서는 제시된 새로운 조건들에 대하여 기존의 예제를 이용하여 효율성과 간단함을 보이도록 한다.

Ⅲ. 예 제

[8]에서는 고려하지 못한 시변 지연시간 시스템 수식 (6)인 경우에 대하여 새로운 조건들을 적용한다. [8]에서와 같은 시스템 행렬들을 다음과 같이 고려한다.

$$A=\begin{bmatrix}-0.1 & -0.1 & 0\\ 0 & -0.5 & -0.05\\ 0 & 0.1 & 0.1\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}-0.1 & 0 & 0\\ -0.5 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.1\end{bmatrix}$$

정리 1의 조건을 고려하면

$(\|A\|+\|B\|)\lambda_{\max}(\frac{A^TA}{\|A\|}+\frac{B^TB}{\|B\|})=0.5643<1$의 조건을 만족하므로 이 시스템은 안정하며, 이는 시불변 자연시간에 대한 결과[8]과 동일하다. 따름정리 1의 조건은 $\|A\|+\|B\|=1.0343>1$이 되어서 안정함을 판단할 수 없다. 지연시간과 상태변수들 시간 궤적을 나타낸 그림1-4에서의 X축은 시간 k, 그림 1과 3의 Y축은 상태변수들의 값이며, 그림 2와 4의 Y축은 시간지연$d(k)$의 크기를 나타낸다. 그림 1과 같은 시변 지연시간$d(k)$을 갖는 경우에 대하여 초기치 $x(k)=[4-3\,5]^T$에 대한 시스템 응답은 그림 2와 같다. 그림 2에서 상태변수$x_1(k),x_2(k),x_3(k)$ 궤적이 시간 k에 따라 초기값에서 0 으로 접근하여 감을 볼 수 있으며 이를 통하여 시스템이 안정함을 확인할 수 있다.

다음은 구간을 갖는 시변 지연시간에 대한 시스템 수식 (15)를 고려한다. 이러한 문제는 참고문헌[8]의 결과로는 다룰 수 없으며, 본 논문에서 새로이 제안한 정리 2와 따름정리 2의 조건으로만 안정성을 판단할 수 있다. 지연상태변수에 대한 행렬B 를 다음과 같이 변경하여 적용한다.

$$B=\begin{bmatrix}-0.1 & 0 & 0\\ -0.2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.1\end{bmatrix}$$

지연시간 $d(k)$값이 2에서 12까지의 범위에서 시간에 따라 임의로 변하는 경우에 대하여 정리 2와 따름정리 2를 적용하면

$$(\|A\|+\sqrt{1+12-2}\,\|B\|)\lambda_{\max}(\frac{A^TA}{\|A\|}+\sqrt{1+12-2}\,\frac{B^TB}{\|B\|})=0.9650<1$$

이 되어 정리 2에 의하여 안정함을 확인할 수 있다. 반면에, 따름정리 2는 $\|A\|+\sqrt{(1+12-2)}\,\|B\|=1.2661>1$이 되어 안정성을 판단할 수 없다. 시스템 응답에 대하여, 시간 k에 따른 시변 지연시간 $d(k)$의 변화는 그림 3, 상태변수 응답은 그림 4에 도시된다. 그림 3에서 시간 k에 따라 지연시간$d(k)$는 2에서 12사이의 임의의 값으로 변동됨을 알 수 있으며 이는 그림 1의 지연시간과는 매우 다른 궤적임을 쉽게 알 수 있다. 그림 4에서 상태변수 $x_1(k),x_2(k),x_3(k)$의 궤적이 시간 k에 따라 초기값에서 0으로 접근하므로 시스템이 안정함을 확인할 수 있다.

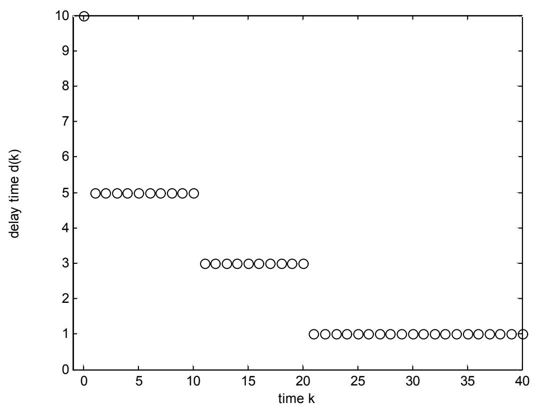

그림 1. 시변 지연시간의 궤적
Fig. 1. Trajectory of time-varying delay time.

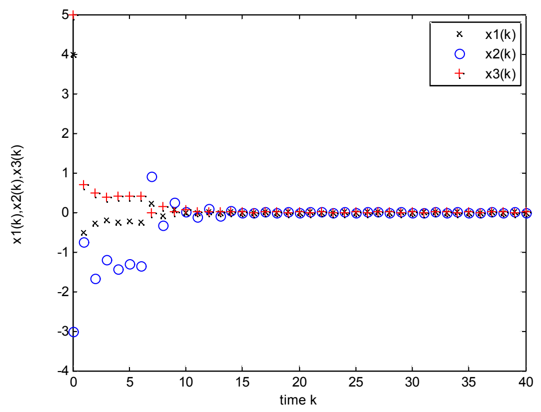

그림 2. 상태변수들의 출력
Fig. 2. Trajectories of state variables.

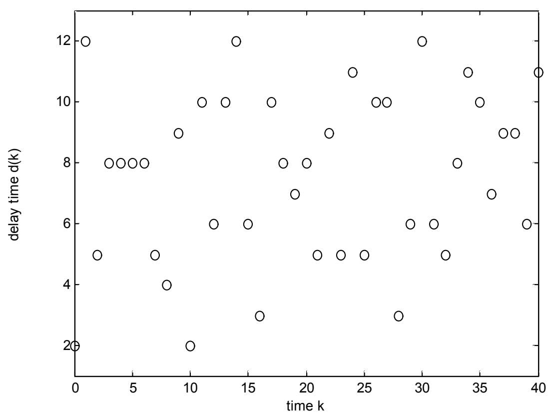

그림 3. 구간범위 시변 지연시간의 궤적
Fig. 3. Trajectory of interval time-varying delay time.

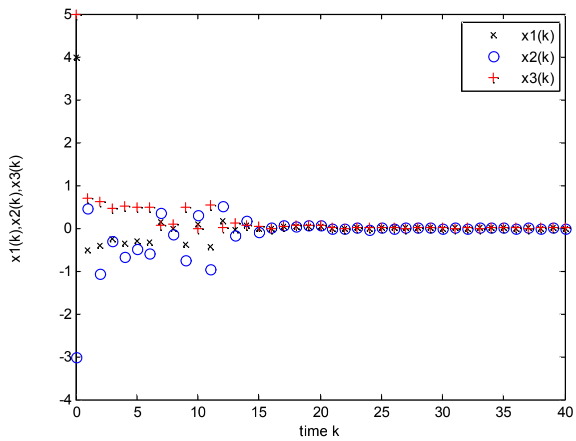

그림 4. 상태변수들의 출력 (구간 지연시간 경우)
Fig. 4. Trajectories of state variables (interval delay time case).

Ⅳ. 결 론

본 연구에서는 네트워크 제어 시스템에서 발생되는 시변 지연시간에 대한 안정성 해석을 수행하였다. 매우 간단한 부등식의 형태로 유도되는 새로운안정조건은 기존의 복잡한 행렬부등식 조건들에 비하여 계산 측면에서 단순하여 안정성 판단에 매우 유용하고 효과적으로 적용될 수 있다. 또한, 새로운 안정조건은 기존의 결과들을 포괄하여 보다 일반적인 형태로 확장한 것이다. 수치예제를 통하여 기존 결과에 비해 효율적이며 광범위하게 적용될 수 있음을 보였다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 가천대학교 교내연구비 지원에 의한 결과임.(GCU-2013-R297)

Reference

[1] Y. Zhao, G. Liu and D. Rees, "Stability and stabilization of discrete-time networked control systems:a new time delay system approach," *IET Control Theory Appl.,* vol. 4, Iss. 9, pp. 1859-1866, Sep. 2010.

[2] Y. Ge, L. Tian and Z. Liu, "Survey on the stability of networked control systems," *Journal of Control Theory and Application,* vol. 5, no. 4, pp.374-379, Apr. 2007.

[3] D. Debeljković and S. Stojanović, “The Stability of Linear Discrete Time Delay Systems over a Finite Time Interval: An Overview,” *Scientific Technical Review,* vol. 61, no. 1, pp. 46-55, Jan. 2011.

[4] S. Xu and J. Lam, “A survey of linear matrix inequality techniques in stability analysis of delay systems,” *International Journal of Systems Science,* vol. 39, no. 12, pp. 1095-1113, Dec. 2008.

[5] J. Liu and J. Zhang, “Note on stability of discrete-time

time-varying delay systems," *IET Control Theory & Applications,* vol. 6, no. 2, p. 335, Feb. 2012.

[6] H. S. and Q.-L. Han, "New Stability Criteria for Linear Discrete-Time Systems with Interval-Like Time-Varying Delays," *IEEE Transactions on Automatic Control,* vol. 56, no. 3, pp. 619-625, Mar. 2011.

[7] J.-H. Kim, "Delay-dependent and Parameter-dependent Robust Stability for Discrete-time Delayed Uncertain Singular Systems," *Transactions on Korean Institute of Electrical Engineers,* vol. 59, no. 4, pp. 788-792, Apr. 2010.

[8] C.-H. Lee, T.-L. Hsien, and C.-Y. Chen, "Robust Stability of Discrete Uncertain Time-Delay Systems By Using a Solution Bound of the Lyapunov Equation," *ICIC Express Letters,* vol. 8, no. 5, pp. 1547-1552, May 2011.

[9] D. L. Debeljković and S. Stojanović, "The Stability of Linear Discrete Time Delay Systems in the Sense of Lyapunov: An Overview," *Scientific Technical Review*, vol. 60, no. 3-4, pp. 67-81, Apr. 2010.

[10] S. B. Stojanović and D. L. Debeljković, "On The Asymptotic Stability Of Linear Discrete Time Delay Systems," *Facta Universitatis Series: Mechanical Engineering*, vol. 2, no. 1, pp. 35-48, Jan. 2004.

[11] H-S. Han, "Stability Bounds of Time-Varying Uncertainty and Delay Time for Discrete Systems with Time-Varying Delayed State," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems* ,vol. 18, no. 10, pp.895-901, Oct. 2012.

[12] R. A. Horn and C. R. Johnson, Matrix Analysis, Cambridge University Press, 1990

한 형 석 (Hyung-seok Han)

1986년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학사)
1988년 2월 : 서울대학교. 제어계측공학과(공학석사)
1993년 8월 : 서울대학교. 제어계측공학과(공학박사)
1993년 9월 ~ 1997년 8월 : 순천향대학교 제어계측공학과 조교수
2004년 8월 ~ 2005년 7월 : Univ. of California, Irvine. 방문연구원
1997년 9월 ~ 현재 : 가천대학교 전자공학과 교수
관심분야 : 유도제어 & 센서 응용 시스템 등

이 달 호 (Dal-ho Lee)

1982년 2월 : 서울대학교 제어계측공학과(공학사)
1985년 2월 : 서울대학교. 제어계측공학과(공학석사)
1992년 2월 : 서울대학교. 제어계측공학과(공학박사)
1992년 3월 ~현재 : 가천대학교 전자공학과 교수
관심분야 : 항법제어 & 시스템 식별 등