

Buongiorno의 비균질 모델을 사용한 나노유체의 층류 자연대류 해석

최 석 기,* 김 성 오, 이 태 호

한국원자력연구원 고속로설계부

COMPUTATION OF LAMINAR NATURAL CONVECTION OF NANOFUID USING BUONGIORNO'S NONHOMOGENEOUS MODEL

S.K. Choi,* S.O. Kim and T.H. Lee

Fast Reactor Design Division, Korea Atomic Energy Research Institute

A numerical study of a laminar natural convection of the CuO-water nanofluid in a square cavity using the Buongiorno's nonhomogeneous model is presented. All the governing equations including the volume fraction equation are discretized on a cell-centered, non-uniform grid employing the finite-volume method with a primitive variable formulation. Calculations are performed over a range of Rayleigh numbers and volume fractions of the nanoparticle. From the computed results, it is shown that both the homogeneous and nonhomogeneous models predict the deterioration of the natural convection heat transfer well with an increase of the volume fraction of nanoparticle at the same Rayleigh number, which was observed in the previous experimental studies. It is also shown that the differences in the computed results of the average Nusselt number at the wall between the homogeneous and nonhomogeneous models are very small, and this indicates that the slip mechanism of the Brown diffusion and thermophoresis effects are negligible in the laminar natural convection of the nanofluid. The degradation of the heat transfer with an increase of the volume fraction of the nanoparticle in the natural convection of nanofluid is due to the increase of the viscosity and the decrease of the thermal expansion coefficient and the specific heat. It is clarified in the present study that the previous controversies between the numerical and experimental studies are owing to the different definitions of the Nusselt number.

Key Words : 나노유체(Nanofluid), 비균질 모델(Nonhomogeneous Model), 자연대류(Natural Convection), 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)

기호설명(Nomenclature)

C_p : heat capacity

d_p : nanoparticle diameter

D_B : Brownian diffusion coefficient

D_T : thermal diffusion coefficient

\vec{g} : gravitational acceleration vector

h : local heat transfer coefficient

J_p : total nanoparticle mass flux

k : thermal conductivity

L : width of the square cavity

l_f : mean free path of the base fluid molecular
(= 0.17 nm for water)

n : normal distance from wall

n^* : dimensionless normal distance from wall (= n/L)

Nu : Nusselt number

p : pressure

Pr : Prandtl number

Ra : Rayleigh number

S_T : thermophoretic coefficient

t : time

T : nanofluid temperature

Θ : dimensionless nanofluid temperature

Received: August 20, 2013, Revised: November 6, 2013,

Accepted: November 6, 2013.

* Corresponding author, E-mail: skchoi@kaeri.re.kr

DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2013.18.4.025>

© KSCFE 2013

\vec{V} : nanofluid velocity vector

Greek

β : coefficient of thermal expansion

ΔT : temperature difference

Φ : nanoparticle volume fraction

κ_B : Boltzmann constant

ρ : density

μ : dynamic viscosity

Subscript

avg : pertaining to average

b : pertaining to bulk

C : pertaining to cold

f : pertaining to base fluid

H : pertaining to hot

nf : pertaining to nanofluid

p : pertaining to nanoparticle

w : pertaining to wall

Superscript

T : pertaining to transpose of tensor

1. 서 론

자연대류 열전달은 많은 공학적인 문제들에서 중요하다. 자연대류 열전달을 증진시키는 연구는 에너지를 절약하는 관점에서 중요한 연구과제이다. 본 연구의 주요 목적은 자연대류 유동에서 기반유체(base fluid)에 나노입자를 첨가하면 열전달이 향상되는지, 또는 저하되는지를 수치적 해석으로 검증하는 것이다.

최근에 나노유체의 자연대류 열전달은 많은 연구자의 관심을 끌었다. “나노유체(nanofluid)”라는 용어는 Choi[1]가 처음 소개하였고, 이 용어는 물과 같은 기반유체에 나노입자를 첨가한 혼합물을 의미한다. 나노유체에 존재하는 나노입자는 기반유체보다 열전도율(conductivity)과 점성도(viscosity)를 증가시키고, 강제대류나 혼합대류에서는 나노입자의 농도를 증가시키면 획기적으로 열전달이 향상되는 것으로 알려져 있다. 그러나 지금까지의 문헌에서 자연대류 유동에서 나노유체의 열전달이 향상되는지, 또는 저하되는지에 대한 많은 논쟁이 있어 왔다. 지금까지의 실험적 연구는 모두 자연대류 유동에서 나노입자의 농도를 증가시키면 열전달계수가 감소하는 현상을 보였다. 반면에 대부분의 수치적 연구는 열전달이 증가되는 것으로 보고되고 있다. 본 연구에서는 이 논쟁의 원인을

규명하고자 한다. 그러면 지금까지의 나노유체의 자연대류에 대한 수치적 연구와 실험적 연구를 요약하면 다음과 같다.

지금까지 나노유체의 공동(cavity)내에서 자연대류에 대한 많은 수치적 연구가 수행되어 왔다. Khanafer et al.[2]은 처음으로 Cu-water 나노유체의 서로 다르게 가열되는 정사각형 공동 내부에서의 자연대류 유동에 대한 수치적 연구를 수행하였다. 이 저자들은 나노유체의 물성치(properties)와 부피비율(volume fraction)이 해의 영역 내에서 변하지 않는다는 균질모델(homogeneous model)을 사용하였다. 이 저자들은 어떤 주어진 Grashof 수에서 나노입자의 부피비율을 증가시키면 열전달이 증가한다고 보고하였다. Jou and Tzeng[3]은 Khanafer et al.[2]과 동일한 방법을 사용하여 Cu-water 나노유체의 직사각형 공동 내부에서의 자연대류에 대한 연구를 수행하였다. 저자들은 나노입자의 부피비율을 증가시키면 열전달계수가 증가함을 보였다. 그들은 또한 넓이와 길이의 비(=width/height)가 감소하면 고온 벽에서의 평균 Nusselt 수가 증가함을 보였다. Ghasemi and Aminossadati[4]은 경사진 정사각형 공동 내부에서 CuO-water 나노유체의 자연대류에 대한 연구를 수행하였다. 그들의 결과는 순수한 물에 나노입자를 첨가하면 열전달이 증가하나, 열전달을 최대 증가시키는 어떤 최적 부피비율이 존재함을 보였다. 또한 Rayleigh 수와 나노입자의 부피비율에 따라 열전달을 최대 증가시키는 어떤 경사각도가 있음을 보였다. Ogut[5]은 물을 기반유체로 한 나노유체의 경계면에서 일정한 열유속(heat flux)을 갖는 정사각형 공동 내부에서의 자연대류 현상에 대하여 경사각도, 나노입자의 종류 및 나노입자 부피비율을 변화하면서 수치적 연구를 수행하였다. 그들의 결과는 순수한 물에 나노입자가 존재하면 열전달이 획기적으로 증가함을 보였고, 나노입자의 부피비율이 증가하면 그 영향은 훨씬 더 증가함을 보였다. 또한 은(Ag)과 구리(Cu) 같은 열전도율이 큰 나노입자를 사용하면 열전달이 훨씬 더 증가함을 보였다. Abu-Nada and Oztop[6]은 Cu-water 나노유체의 정사각형 내부에서의 자연대류 유동에 대하여 경사각도의 영향을 수치적으로 연구하였다. 그들의 결과는 구리 나노입자를 첨가하면 열전달을 현저히 증가시키고, 나노입자의 농도가 Nusselt 수에 미치는 영향은 나노입자의 부피비율이 적을 때 보다 클 때 훨씬 더 큼을 보였다. 저자들은 또 Rayleigh 수가 적을 때에는 경사각의 영향이 열전달에 미치는 영향은 현저하게 적음을 관찰하였다. 위에서 언급한 연구들 외에도 많은 수치적 연구가 수행되었다. 관심 있는 독자들은 나노유체의 자연대류에 대한 수치적 연구들을 상세하게 기술한 Haddad et al.[7]의 논문을 참고하면 된다.

위에서 언급한 모든 저자들은 균질모델을 사용하였고, Rayleigh 수와 Nusselt 수를 기반유체의 열전도율로 정의하였다. 위의 저자들은 모두 나노입자의 부피비율을 증가시키면

자연대류 열전달이 증가한다고 보고하였다. Rashmi et al.[8]은 수평 실린더 내부의 Al₂O₃-water 나노유체의 자연대류 유동을 전산유체 방법으로 연구하였다. 그러나 Rashmi et al.[8]은 Rayleigh 수와 Nusselt 수를 기반유체의 열전도율 대신 나노유체의 열전도율을 사용하여 정의하였다. 그들의 연구결과는 Rayleigh가 증가하면 나노유체의 열전달이 증가하나, 나노입자의 부피비율이 증가하면 열전달이 감소함을 보였다. 위의 결과는 앞에서 언급한 모든 수치연구들의 결과와 반박되는 결과이다.

지금까지 문헌에 보고된 나노유체의 자연대류에 대한 실험적 연구는 매우 적다. 이들을 모두 언급하면 다음과 같다. Putra et al.[9]은 아래 위 양쪽 면에서 가열되고 냉각되는 실린더 내부에서의 Al₂O₃-water 및 CuO-water 나노유체의 자연대류에 대한 실험적 연구를 수행하였다. 그들은 나노입자가 존재하면 확실하게 열전달이 감소하는 현상을 관찰하였고, 나노입자의 농도가 증가하면 이러한 현상이 더 현저하게 나타남을 발견하였다. 그들은 이러한 현상이 나타나는 이유로 나노입자와 유체 간의 미끄러짐(nano particle-fluid slip)과 나노입자의 침전(sedimentation) 때문인 것으로 추정하였다. Weng and Ding[10]은 용기(vessel) 내부에서의 TiO₂-water 나노유체의 자연대류 열전달에 대한 실험적 연구를 수행하였다. 그들은 나노입자의 농도가 증가하면 자연대류 열전달이 감소함을 관찰하였고, 이 현상은 입자와 입자 간의 상호작용과 분산물성치의 수정(modification of dispersion properties)에 기인하는 것으로 추정하였다. Agwu Nnanna[11]은 직사각형 공동 내부에서 Al₂O₃-water 나노유체의 자연대류에 대한 실험을 수행하였다. 이들은 나노입자의 부피비율이 적을 경우(1~2%)에는 열전달이 증가하고, 부피비율이 2%보다 클 경우에는 점성도가 증가하기 때문에 열전달이 감소한다고 설명하였다. Li and Peterson[12]은 아랫면이 가열되는 수직 실린더에서의 Al₂O₃-water 나노유체의 자연대류 특성에 대하여 실험적 연구를 수행하였다. 이 연구에서는 나노입자의 부피비율이 증가하면 열전달이 감소함이 관찰되었다. 그들은 이 현상의 원인으로 점성도의 증가 및 자연대류 유동이 형성된 이후 Brownian 운동(motions)과 thermoporesis에 의한 유동장 및 온도장의 영향인 것으로 설명하였다. Ho et al.[13]은 크기가 다른 직사각형 공동 내부에서의 Al₂O₃-water 나노유체의 자연대류에 대한 실험을 수행하였다. 저자들은 나노입자의 부피비율이 2%보다 크면 고려한 모든 Rayleigh 수의 영역에서 열전달이 감소함을 관찰하였다. 그러나 나노입자의 부피비율이 0.1%이고, 공동의 크기가 커서 Rayleigh 수가 충분히 크면 기반유체인 물의 경우와 비교하여 약 18% 정도 열전달이 증가됨을 동시에 관찰하였다. 위에서 언급한 모든 실험적 연구에서는 나노입자의 부피비율이 증가하면 자연대류 열전달이 감소함이 관찰되었고, 이것은 수치적 연구의 결과와 배치되는 것이다. 나중에

알려질 바와 같이 이러한 서로 모순되는 결과는 실험적 연구와 수치적 연구 간에 Nusselt 수를 서로 다르게 정의하였기 때문이다.

Buongiorno[14]는 기반유체에 비교하여 나노유체의 열전달이 상대적으로 증가하는 메커니즘(mechanism)을 연구하였다. 그는 order-of magnitude의 방법을 사용하여 나노입자와 기반유체의 많은 종류의 미끄러짐 메커니즘들, 즉 관성(inertia), Brownian 확산(diffusion), thermophoresis, diffusiophoresis, Magnus 영향 및 중력(gravity)들 중 난류의 영향이 없을 경우에는 Brownian 운동과 thermophoresis가 가장 중요한 전달 메커니즘임을 보였다. 그리고, Buongiorno[14]는 Brownian 확산(diffusion)과 thermophoresis를 고려하는 나노유체의 유동에 대한 비균질 전달방정식을 개발하였다. Buongiorno의 비균질 모델에서는 나노유체의 부피비율이 일정하지 않고, Brownian 운동과 thermophoresis의 영향으로 부피비율이 공간에 따라 변하는 것이다. 나노유체의 자연대류 유동의 수치적 연구에 있어서 Buongiorno의 비균질 모델을 사용하여 계산하고, 그것을 균질모델의 계산결과와 비교하는 것은 가치 있는 연구라 여겨진다. 즉, 나노유체의 층류 자연대류 유동에서 Brownian 운동과 thermophoresis의 영향이 얼마나 큰지 관찰하고자 한다.

본 연구에서는 균질모델 및 비균질 모델을 사용하여 CuO-water 나노유체의 정사각형 공동내부에서 자연대류 유동을 Rayleigh 수와 나노입자의 부피비율을 변화하면서 수치적 계산을 수행하였다. 본 연구의 일차적 목적은 균질모델과 비균질 모델의 상대적 성능을 평가하는 것이다. 이차적 목적은 위에서 언급한 기존의 실험적 연구와 수치적 연구 간의 논쟁에 대한 명확한 결론을 내리는 것이다. 즉 자연대류 유동에서 기반유체에 나노입자를 첨가하면 열전달이 향상되는지, 또는 저하되는지를 수치적 해석으로 검증하는 것이다.

2. 수치해석

2.1 지배방정식

Buongiorno의 비균질 모델에서 연속방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식 및 부피비율(ϕ) 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_{nf} \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{nf} \vec{V} \vec{V}) \\ & = \nabla P + \nabla \cdot \left\{ \mu_{nf} [(\nabla \vec{V}) + (\nabla \vec{V})^T] \right\} \\ & \quad - (\rho\beta)_{nf} g (T - T_{ref}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial((\rho Cp)_{nf} T)}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho Cp)_{nf} \vec{V} T) = \nabla \cdot (k_{nf} \nabla T) + (\rho Cp)_p \left(D_B \nabla \Phi \cdot \nabla T + D_T \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V} \Phi) = \nabla \cdot \left(D_B \nabla \Phi + D_T \frac{\nabla T}{T} \right) \quad (4)$$

위 식들에 있는 나노유체의 물성치는 아래의 식으로 정의된다.

$$\rho_{nf} = (1 - \Phi) \rho_f + \Phi \rho_p \quad (5)$$

$$(\rho Cp)_{nf} = (1 - \Phi) (\rho Cp)_f + \Phi (\rho Cp)_p \quad (6)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1 - \Phi) (\rho \beta)_f + \Phi (\rho \beta)_p \quad (7)$$

위 식들에서 아래첨자 nf 는 나노유체를, f 는 기반유체를 그리고 p 는 나노입자를 의미한다. 식 (3)과 (4)에 있는 상수 D_B 와 D_T 는 아래의 식으로 주어진다.

$$D_B = \frac{\kappa_B T}{3\pi \mu_f d_p} \quad (8)$$

$$D_T = \frac{\mu_f}{\rho_f} S_T \Phi, \quad S_T = 0.26 \left(\frac{k_f}{2k_f + k_p} \right) \quad (9)$$

그리고 본 연구에서는 나노유체의 점성도와 열전도도는 각각 아래의 Brinkman 모델[15]과 Maxwell 모델[16]을 사용하여 계산하였다.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \Phi)^{2.5}} \quad (10)$$

$$k_{nf} = k_f \frac{k_p + 2k_f - 2\Phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \Phi(k_f - k_p)} \quad (11)$$

식 (10)의 기반유체(물)의 점성도는 아래의 식으로 계산하였다 [17].

$$\mu_f = 10^{-7} \exp\left(\frac{1.12646 - 0.039638 T}{1. - 0.00729769 T} \right) \quad (12)$$

위 식에서 온도 T 의 단위는 Kelvin이다. 균질모델일 경우 식 (4)는 풀지 않고, 식 (3)에서 상수 D_B 와 D_T 는 영(zero)으로 둔다.

2.2 경계조건

경계조건은 속도의 경우 모든 고체 면에서 no-slip조건을, 그리고 온도에 대하여서는 윗면과 아랫면은 단열, 왼쪽 면은 고온, 오른쪽 면은 저온의 경계조건을 사용하였다. 부피비율에 대한 경계조건은 벽면에서 zero-flux 조건을 사용하였다. 이 조건을 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\left(\vec{J}_p \cdot \vec{n} \right)_w = \left(\left(-\rho_p D_B \nabla \Phi - \rho_p D_T \frac{\nabla T}{T} \right) \cdot \vec{n} \right)_w = 0 \quad (13)$$

위 식을 사용하여 계산한 결과 해의 영역에서 부피비율이 보존됨을 확인하였고, 물리적으로 타당한 해를 산출하였다.

2.3 수치해법

계산은 유한체적법을 사용하여 수행하였다. Rhie and Chow [18]의 비엇물림격자계(nonstaggered grid)를 사용하였으며, 속도와 압력의 연계는 SIMPLE 알고리즘[19]을 사용하였다. 대류항 처리법으로는 2차의 정확도를 갖는 고차유계해법(high order bounded scheme)인 HPLA해법[20]을 사용하였고, 결과적으로 산출되는 대수방정식은 강한내재법(strongly implicit procedure)[21]을 사용하여 해를 구하였다.

본 연구에 사용된 전산코드를 검증하기 위하여, 자연대류 benchmark 검증에 널리 사용되고 있는 정사각형 공동에서의 층류 자연대류 유동에 대한 계산을 수행하였다. 작동유체는 공기이며, Prandtl 수는 0.71이다. 82×82의 비균일 격자를 사용하였다. Table 1은 본 계산결과와 de Vahl Davis[22]와 Hortmann et al.[23]의 benchmark 해를 함께 보여주고 있다. 문헌에 보고된 해들 중 Hortmann et al.[23]의 해가 매우 조밀한 계산격자와 다중격자법(multigrid method)을 사용하여 계산한 가장 정확한 해이다. Table 1은 본 연구에 사용된 전산코드에 의한 해가 benchmark 해와의 최대상대오차가 1% 미만임을 보여준다. 이것은 본 연구에 사용된 전산코드가 충분히 정확한 해를 산출함을 보여준다.

Table 1 Comparison of present results with benchmark solutions

	Rayleigh Number	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶
U _{max}	de Vahl Davis	3.649	16.718	34.730	64.630
	Hortmann et al.	-	16.176	34.740	64.837
	Present	3.647	16.177	34.762	64.815
V _{max}	de Vahl Davis	3.697	19.617	68.590	219.360
	Hortmann et al.	-	19.629	68.639	220.461
	Present	3.695	19.614	68.623	220.613
Nu	de Vahl Davis	1.117	2.238	4.509	8.817
	Hortmann et al.	-	2.245	4.522	8.825
	Present	1.117	2.244	4.521	8.829

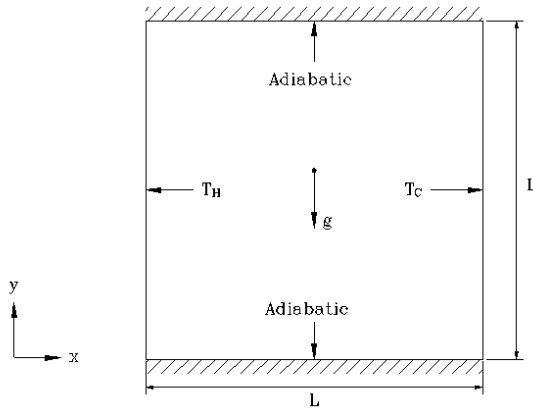


Fig. 1 A schematic diagram of square cavity

3. 결과 및 고찰

Fig. 1은 본 연구에서 고려된 정사각형 공동을 보여준다. 정사각형 공동 내부에는 CuO-water 나노유체가 채워져 있으며, 왼쪽 벽은 고온 벽이고, 오른쪽 벽은 저온 벽이다. 기반유체 및 나노입자의 물성치는 Table 2에 주어져 있다. 먼저 기반유체의 물성치를 기반으로 한 Rayleigh 수(Ra_f)와 두 벽의 온도차이가 주어지면, Rayleigh 수와 공동의 높이(height)의 관계식으로부터 정사각형 높이를 구한다. 본 연구에서는 두 벽간의 온도차($\Delta T = 2K$)를 고정시키고 모든 계산을 수행하였다. 유체의 점성도가 온도에 따라 변하므로(식 12), 온도차의 크기에 따라 해가 매우 적은 값의 변화가 있었으나 무시하였다. Rayleigh 수와 나노입자의 부피비율을 변화하면서 계산을 수행하였다($Ra_f = 10^4 \sim 10^7, 0.01 \leq \Phi \leq 0.1$).

나노유체의 열유동 해석을 할 경우에는 나노유체의 물성치를 기반으로 한 방정식의 해를 구하기 때문에, 나노입자의 부피비율에 따른 나노유체의 물성치의 변화를 관찰할 필요가 있다. Table 3은 나노입자의 변화에 따른 나노유체의 물성치의 변화를 보여주고 있다. 부피비율이 증가하면 나노유체의 점성도(μ_{nf})는 증가하고, 열팽창계수(thermal expansion coefficient, β_{nf})와 비열(specific heat, Cp_{nf})은 감소함을 관찰할 수 있다. 또한 Table 4에서 나노입자의 부피비율이 증가함

Table 2 Physical properties of water and CuO (295 K)

	Water	CuO
$\rho (kg/m^3)$	997.1	6500
$Cp (J/kg K)$	4179	540
$k (W/m K)$	0.613	18.0
$\beta (1/K)$	2.10×10^{-4}	8.5×10^{-6}
$d_p (nm)$	0.384	29
$\mu (Ns/m^2)$	29.57×10^{-4}	-

에 따라 나노유체의 Rayleigh 수가 감소하고, 부피비율이 10%인 경우에는 나노유체의 Rayleigh 수가 기반유체 Rayleigh 수의 50% 정도임을 관찰할 수 있다. 이러한 사실들로부터 나노입자의 부피비율이 증가함에 따라 나노유체의 자연대류 열전달이 감소함을 추정할 수 있다.

나노유체의 Nusselt 수는 나노유체의 열전도도를 기반으로 아래의 식으로 정의할 수 있다.

$$Nu = \frac{hL}{k_{nf}} \tag{14}$$

위 식에서 h 는 열전달계수이고 아래의 식으로 주어진다.

$$h = \frac{-k_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w}{(T_H - T_C)} \tag{15}$$

식 (15)를 식 (14)에 대입하면 Nusselt 수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Nu = - \left(\frac{\partial \Theta}{\partial n^*} \right)_w \tag{16}$$

위의 식에서 $\Theta = (T - T_C) / (T_H - T_C)$ 는 무차원 온도, 그리고 $n^* (=n/L)$ 은 무차원 길이이다. 식 (16)은 Nusselt 수는 무차원 온도구배(temperature gradient)임을 보여준다. 앞 절에

Table 3 Variation of nanofluid properties according to the volume fraction of the CuO nanoparticle

Φ	$\rho_{nf} (kg/m^3)$	$\mu_{nf} (Ns/m^2)$	$\beta (1/K)$	$k_{nf} (W/mK)$	$Cp_{nf} (J/KgK)$
0.00	997	9.57×10^{-4}	2.10×10^{-4}	0.613	4180
0.01	1042	9.81×10^{-4}	1.98×10^{-4}	0.630	3950
0.02	1107	1.01×10^{-3}	1.86×10^{-4}	0.647	3750
0.03	1162	1.03×10^{-3}	1.76×10^{-4}	0.664	3570
0.04	1217	1.06×10^{-3}	1.67×10^{-4}	0.682	3400
0.10	1547	1.25×10^{-3}	1.25×10^{-4}	0.796	2650

Table 4 Variation of Rayleigh number of nanofluid and ratio of conductivity according to the volume fraction of the CuO nanoparticle

Φ	Ra_{nf}	k_{nf}/k_f
0.00	10^4	1
0.01	9.41×10^3	1.027
0.02	8.85×10^3	1.055
0.03	8.32×10^3	1.084
0.04	7.83×10^3	1.113
0.10	5.40×10^3	1.298

서 언급한 모든 실험적 연구들(9-13)에서는 Nusselt 수를 식 (16)을 사용하여 정의하였다. 그러나 대부분의 수치적 연구들 ([2-6])에서는 Nusselt 수를 아래의 식과 같이 기반유체의 열전도도를 사용하여 정의하였다.

$$Nu = \frac{hL}{k_f} = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial n^*} \right)_w \quad (17)$$

본 저자들은 왜 대부분의 수치적 연구들에서 나노유체의 Nusselt 수를 식 (17)로 정의하였는지 그 이유를 알지 못한다. 만약 Nusselt 수가 Rayleigh 수(Ra_f)의 함수로 주어다면, 식 (17)로서 Nusselt 수를 정의하면 나노입자의 물성치를 몰라도 열전달계수를 계산할 수 있는 장점이 있다. 지금까지 실험적 연구와 수치적 연구 간의 논쟁의 근본적 이유는 서로 Nusselt 수를 다르게 정의하였기 때문이다. 본 저자들의 지식으로는 수치적 연구들 중에서 오직 Rashmi et al.[8]만 Nusselt 수를 식 (16)으로 정의하였고, 올바른 결론을 내렸다. Table 5-6은 본 연구에서 균질모델을 사용하여 계산한 평균 Nusselt 수를 보여주고 있다. Table 5는 만약 Nusselt 수를 식 (17)로 정의하면 나노유체의 자연대류 열전달이 기반유체(물)의 열전달 보다 크고, 나노입자의 부피비율이 증가하면 열전달이 증가함을 보여준다. 이것은 왜 지금까지의 수치연구들이 잘못 결론을 내렸는지를 보여준다. Table 6은 Nusselt 수가 물리적으로 타당하게 식 (16)으로 정의되면 나노유체의 자연대류 열전달이 기반유체의 열전달 보다 적고, 나노입자의 부피비율이 증가하면 열전달이 감소함을 보여준다. Table 4는 식 (17)로 Nusselt 수를 정의할 경우 발생하는 증폭계수(k_{nf}/k_f)의 값을 보여준다. Table 4에서 나노입자의 부피비율이 10%인 경우에는 증폭

Table 5 Average Nusselt number at the hot wall based on Eq. (17): homogeneous model

Ra_f	10^4	10^5	10^6	10^7
$\Phi = 0.00$	2.289	4.750	9.273	17.410
$\Phi = 0.01$	2.304	4.790	9.363	17.593
$\Phi = 0.02$	2.318	4.828	9.452	17.774
$\Phi = 0.03$	2.332	4.866	9.538	17.952
$\Phi = 0.04$	2.345	4.903	9.623	18.126
$\Phi = 0.10$	2.410	5.097	10.095	19.115

Table 6 Average Nusselt number at the hot wall based on Eq. (16): homogeneous model

Ra_f	10^4	10^5	10^6	10^7
$\Phi = 0.00$	2.289	4.750	9.273	17.410
$\Phi = 0.01$	2.243	4.662	9.113	17.124
$\Phi = 0.02$	2.197	4.575	8.957	16.843
$\Phi = 0.03$	2.152	4.490	8.802	16.566
$\Phi = 0.04$	2.108	4.406	8.649	16.292
$\Phi = 0.10$	1.856	3.926	7.775	14.723

계수가 1.3 가까이 됨을 관찰할 수 있다. 즉 Nusselt 수를 식 (17)로 정의할 경우에는 Nusselt 수가 30% 과다하게 예측됨을 보여준다. 결론적으로, 지금까지 실험적 연구와 수치적 연구 간의 논쟁의 근본적 이유는 수치적 연구에서 Nusselt 수를 물리적으로 타당하지 못한 식을 사용함으로써 발생하였고, 실험적 연구들이 내린 결론이 타당함이 밝혀졌다. 즉 나노유체의 자연대류 열전달은 기반유체의 열전달 보다 적고, 나노입자의 부피비율이 증가할수록 감소한다는 것이다. 이것은 강제대류의 열전달 현상과 현저히 다름을 관찰할 수 있다.

Table 7은 Buongiorno의 비균질모델[14]을 사용하여 계산한 결과이다. Table 7에서 관찰할 수 있는 바와 같이 일반적인 열전달 현상은 균질모델과 동일하나, 계산한 평균 Nusselt 수가 균질모델의 그것(Table 6)보다 약간 크다는 것을 관찰할 수 있다. Buongiorno의 비균질모델[14]에서는 Brownian 확산과 thermophoresis 영향을 추가하였다. 즉 Brownian 확산과 thermophoresis 영향은 열전달을 증가시키나, 자연대류 유동에서 그 크기는 작다는 것이다.

Buongiorno가 비균질모델[14]을 발표한 이후, 몇 저자들이 이 모델을 이용하여 나노유체의 자연대류 유동 해석에 적용하였다. 그러나 이들 저자들의 계산결과와 본 연구의 계산결과와 배치되는 경우가 있어 언급하고자 한다. Haddad et al.[24]은 본 연구와 같은 Buongiorno의 비균질모델을 사용하여 Rayleigh-Benard 자연대류 유동을 해석하였다. 그러나 이 저자들은 본 연구와 다른 열전도도 모델과 점성도 모델을 사용하였다. 저자들은 4개의 다른 나노입자 부피비율(1%, 3%, 5%, 7%)에 대하여 계산을 수행하였다. 저자들은 Nusselt 수를 식 (17)로 정의하였는데, 계산한 모든 Nusselt 수가 기반유체인 물의 경우보다 크며, 나노입자의 부피비율이 1%인 경우에 최대치를 얻었고, 7%인 경우에 최소치를 얻었다 (참고문헌 [24]의 Fig. 7 참조). 즉 Nusselt 수를 식 (17)로 정의하였음에도 같은 Rayleigh 수에서 나노입자의 부피비율이 증가할수록 계산한 Nusselt 수가 감소한다는 것이다. 이것은 본 연구의 Table 5의 결과와 배치된다. 그리고 저자들의 계산결과는 나노입자의 부피비율이 증가할수록 계산한 Nusselt 수가 기반유체(물)의 Nusselt 수에 접근한다는 사실이다. 이것은 물리적으로 전혀 타당하지 않다. Noghrehabadi and Samimi[25]는 위에

Table 7 Average Nusselt number at the hot wall based on Eq. (16): nonhomogeneous model

Ra_f	10^4	10^5	10^6	10^7
$\Phi = 0.00$	2.289	4.750	9.273	17.410
$\Phi = 0.01$	2.246	4.669	9.128	17.153
$\Phi = 0.02$	2.204	4.590	8.985	16.900
$\Phi = 0.03$	2.162	4.511	8.844	16.648
$\Phi = 0.04$	2.120	4.433	8.703	16.398
$\Phi = 0.10$	1.881	3.979	7.886	14.942

서 언급한 Haddad et al.[24]의 방법과 동일한 방법을 사용하여 본연구와 같이 정사각형 공동에서의 나노유체의 자연대류 유동을 해석하였으나, 역시 물리적으로 타당하지 못한 해를 구하였다. 본 연구결과와 배치되는 또 다른 연구는 Sheikhzadeh et al.[26]의 연구이다. 그들의 연구에서는 균질모델을 사용하여 계산한 Nusselt 수가 비균질모델(그들의 논문에서는 transport model로 명명함)을 사용하여 계산한 Nusselt 수보다 크다는 것이다. 이것은 Table 6과 Table 7의 계산결과와 배치된다. 그들의 계산결과는 Brownian 확산과 thermophoresis 영향을 추가하면 Nusselt 수를 적게 예측한다는 것인데, 이것도 물리적 현상과 배치된다.

문헌에 보고된 나노유체의 자연대류 해석결과들에 약간의 오류가 있어 이것을 언급하고자 한다. Abu-Nada[27]와 Abu-Nada et al.[28]은 평형 환형원관(horizontal annuli)[27] 및 정사각형 공동[28]에서의 나노유체의 자연대류 유동을 온도에 따라 변하는 점성도 및 열전도도 모델을 사용하여 해석하였다. 열전도도 모델은 Chon et al.[29]의 모델을 사용하고, 점성도 모델은 Nguyen et al.[30]의 실험결과를 사용하였으며, 균질모델을 사용하여 해석하였다. 이 모델들을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7 \Phi^{0.764} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.369} \left(\frac{k_f}{k_p}\right)^{0.7476} Pr^{0.9955} Re^{1.2321} \tag{18}$$

위 식에서 Pr 과 Re는 아래와 같이 정의된다.

$$Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f}, \quad Re = \frac{\rho_f \kappa_B T}{3\pi \mu_f^2 l_f} \tag{19}$$

Nguyen et al.[30]이 실험하고, Abu-Nada[27]가 사용한 CuO-water 나노유체의 점성도는 아래의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \mu_{nf} = & -0.6967 + \frac{15.937}{T_C} + 1.238\Phi + \frac{1356.14}{T_C^2} \\ & - 0.259\Phi^2 - 30.88\frac{\Phi}{T_C} - \frac{19652.74}{T_C^3} \\ & + 0.01593\Phi^3 + 4.38206\frac{\Phi^2}{T_C} + 147.573\frac{\Phi}{T_C^2} \end{aligned} \tag{20}$$

위의 식에서 μ_{CuO} 의 단위는 centi-poise이고, T_C 의 단위는 Celsius(°C)이다. 저자들은 Rayleigh 수가 적을 경우 ($Ra_f = 10^3$)에는 나노유체의 Nusselt 수가 나노입자의 부피비

율이 7%인 경우에도 기반유체의 Nusselt 수와 거의 같다는 계산결과를 보여주었다. 그리고 Rayleigh 수가 큰 경우 ($Ra_f = 10^5$)에는 CuO-water 나노유체의 Nusselt 수가 식 (17)을 사용하여 계산하였음에도 불구하고 나노입자의 부피비율이 9%인 경우 기반유체인 물인 경우의 Nusselt 수의 0.6배 밖에 되지 않음을 보여주었다(참고문헌 [28]의 Fig. 12 참조). 이러한 계산결과는 전혀 물리적으로 타당하지 않다. 저자들은 몇 종류의 계산들을 수행하였는데 오직 Nguyen et al.[30]의 실험결과(식 20)를 점성도 계산에 사용할 경우에만 물리적으로 타당하지 못한 결과를 산출함을 관찰할 수 있다. 즉 온도에 따라 변하는 점성도를 잘못 코드에 장착한 것이다. 본 저자들도 동일한 열전도도, 점성도 및 균질모델을 사용하여 계산을 수행하였고, 계산결과들은 Table 8-9에 주어져 있다. Table 8-9의 결과들에서는 그러한 물리적으로 타당하지 못한 해의 거동이 관찰되지 않는다. 또한 Table 5-6의 결과와 비교하면 온도에 따라 변하는 물성치를 사용하여도 해의 결과에 큰 차이가 없다. Table 8의 결과는 Table 5의 결과와 비교하여 Rayleigh 수가 크고 나노입자의 부피비율이 큰 경우 ($Ra_f = 10^7, \Phi=10\%$)에 Nusselt 수가 약간 적게 예측됨을 보여준다. 즉 Nguyen et al.[30]의 실험결과에 기반한 점성도를 사용하여도 물리적으로 타당하지 못한 해를 산출할 아무런 이유가 없고, 좀 더 정확한 해를 산출함을 추정할 수 있다. Table 9는 온도에 따라 변하는 물성치를 사용하여도 식 (16)을 사용하여 Nusselt 수를 계산하면 나노입자의 부피비율이 증가하면 Nusselt 수가 감소함을 관찰할 수 있다.

지금까지 문헌에 보고된 몇 가지 종류의 물리적으로 타당

Table 8 Average Nusselt number at the hot wall based on Eq. (17): homogeneous model with variable properties

Ra_f	10^4	10^5	10^6	10^7
$\Phi = 0.00$	2.289	4.750	9.273	17.410
$\Phi = 0.01$	2.307	4.794	9.369	17.603
$\Phi = 0.02$	2.324	4.832	9.450	17.761
$\Phi = 0.03$	2.337	4.864	9.516	17.890
$\Phi = 0.04$	2.348	4.890	9.573	18.002
$\Phi = 0.10$	2.393	5.000	9.816	18.487

Table 9 Average Nusselt number at the hot wall based on Eq. (16): homogeneous model with variable properties

Ra_f	10^4	10^5	10^6	10^7
$\Phi = 0.00$	2.289	4.750	9.273	17.410
$\Phi = 0.01$	2.248	4.672	9.131	17.155
$\Phi = 0.02$	2.226	4.630	9.054	17.017
$\Phi = 0.03$	2.206	4.592	8.985	16.891
$\Phi = 0.04$	2.188	4.556	8.919	16.772
$\Phi = 0.10$	2.090	4.366	8.571	16.142

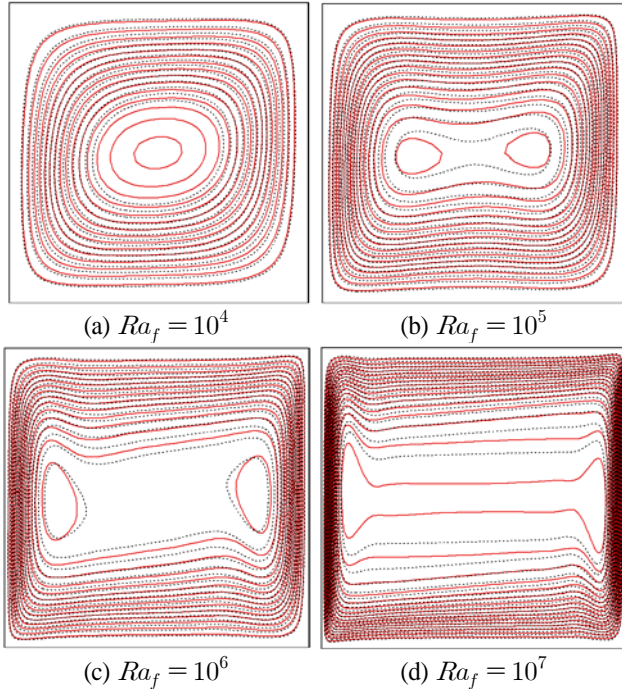


Fig. 2 Streamlines (solid line: water, dashed line: $\Phi = 4\%$ nanofuid)

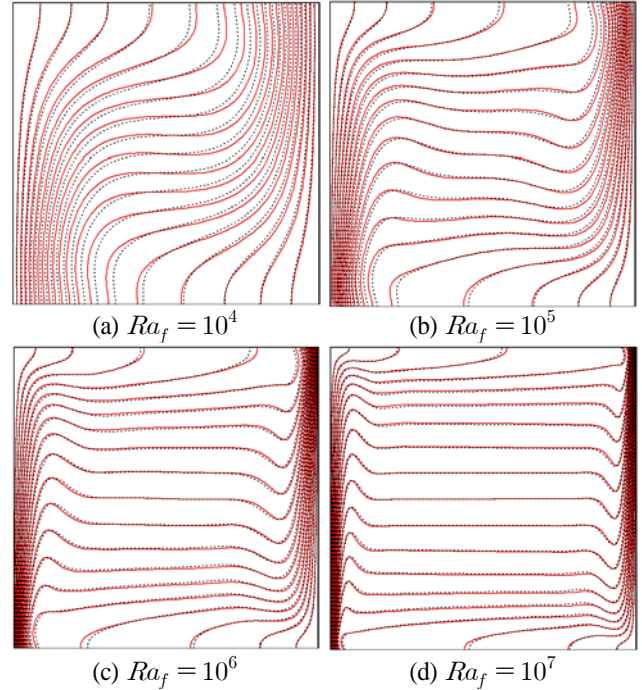


Fig. 3 Isotherms (solid line: water, dashed line: $\Phi = 4\%$ nanofuid)

하지 못한 해의 경우들을 살펴보았는데, 본 저자들이 추정된 근본적 이유는 저자들이 지배방정식을 무리하게 무차원화 하여 계산을 수행하였기 때문인 것으로 판단된다. 예를 들어 식 (20)에 주어진 온도는 실제 값이고, 이것을 무차원화 하려고 하면 매우 조심성 있게 처리하여야 하는데 여기에서 오류가 발생한 것으로 추정된다. 그러므로 본 연구와 같이 모든 변수들을 실제의 값으로 계산하면 아무런 어려움이 없다. 나노유체의 열유동 계산은 일반유체의 그것과 아무런 차이가 없기 때문이다.

Fig. 2는 Buongiorno의 비균질 모델을 사용하여 계산된 CuO-water 나노유체($\Phi = 4\%$)의 유선(streamline)과 물의 유선을 보여준다. 4가지 경우의 Rayleigh 수에 대하여 계산을 수행하였다. 유선의 경우 Rayleigh 수가 적으면($Ra_f = 10^4$) 중심(core)영역에서 많은 차이가 있다. 이것은 나노입자를 첨가하면 특별히 중심영역에서 유선의 강도(intensity)가 증가함을 관찰할 수 있다. 그러나 등온 벽 근처에서는 차이가 거의 없다.

Fig. 3은 계산된 등온선(isotherms)의 형태를 보여준다. 등온선의 경우에도 Rayleigh 수가 적은 경우($Ra_f = 10^4$)에는 중심영역과 아래 위 단열 벽 근처에서는 상대적으로 차이가 큼을 관찰할 수 있다. 그러나 Rayleigh 수가 증가하면 차이가 적어진다. 등온 벽 근처에서의 온도구배는 Rayleigh 수가 증가함에 따라 차이가 적어지나 물의 경우에 조금 더 큼을 관찰할 수

있다. 즉 물의 경우에 열전달이 더 크게 일어남을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 CuO-water 나노유체의 공동 내부에서의 층류 자연대류를 균질 및 비균질 모델을 사용하여 Rayleigh 수와 나노입자의 부피비율을 변화하면서 수치적으로 해석하였으며, 다음의 결론을 얻었다.

- (1) CuO-water 나노유체의 자연대류 열전달의 크기는 기반유체인 물의 자연대류 열전달 보다 적었다. 그리고 나노입자의 부피비율이 증가할수록 열전달의 감소현상이 관찰되었다. 이러한 현상은 나노입자가 첨가됨에 따라 열전도도는 증가하였으나, 점성도가 증가하고, 비열 및 열팽창계수가 감소하였기 때문이다.
- (2) 지금까지 존재하였던 실험적 연구와 수치적 연구의 논쟁은 서로 다르게 Nusselt 수를 정의하였기 때문에 발생한 것이고, 실험적 연구의 결론들이 타당함을 보였다.
- (3) Buongiorno의 비균질 모델이 균질모델보다 조금 더 크게 열전달계수를 산출하였으며, 이것은 Brownian 확산과 thermophoresis의 영향이 열전달을 증가시킴을 보여준다. 그러나 그 크기는 상대적으로 작았다.

후 기

이 논문은 교육과학기술부의 원자력 증장기 연구 및 개발 프로그램의 지원을 받아 수행된 연구이다.

References

- [1] 1995, Choi, S.U.S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles," *ASME Fluids. Eng. Div.*, Vol.231, pp.99-105.
- [2] 2003, Khanafer, K., Vafai, K. and Lightstone, M., "Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.46, pp.3639-3653.
- [3] 2006, Jou, R.Y. and Tzeng, S.C., "Numerical Research of Nature Convective Heat Transfer Enhancement Filled with Nanofluids in Rectangular Enclosures," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.33, pp.727-736.
- [4] 2009, Ghasemi, B. and Aminossadati, S.M., "Natural Convection Heat Transfer in an Inclined Enclosure Filled with a Water-CuO Nanofluid," *Numer. Heat Transfer, A*, Vol.55, pp.807-823.
- [5] 2009, Ogut, E.B., "Natural Convection of Water-Based Nanofluids in an Inclined Enclosure with a Heat Source," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol.48, pp.2063-2073.
- [6] 2009, Abu-Nada, E. and Oztop, H., "Effects of Inclination Angle on Natural Convection in Enclosures Filled with Cu-Water Nanofluid," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.30, pp.669-678.
- [7] 2012, Haddad, Z. Oztop, H.F. Abu-Nada, E. and Mataoui, A., "A Review on Natural Convective Heat Transfer of Nanofluids," *Renewable Sustainable Energy Reviews*, Vol.16, pp.5363-5378.
- [8] 2011, Rashmi, W., Ismail, A.F., Kalid, M. and Faridah, Y., "CFD Studies on Natural Convection Heat Transfer of Al₂O₃-Water Nanofluids," *Heat and Mass Transfer*, Vol.47, pp.1301-1310.
- [9] 2003, Putra, N., Roetzel, W. and Das, S., "Natural Convection of Nano-Fluids," *Heat Mass Transfer*, Vol.39, pp.775-784.
- [10] 2005, Weng, D. and Ding, Y., "Formulation of Nanofluids for Natural Convective Heat Transfer Applications," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.26, pp.855-864.
- [11] 2007, Agwu Nnanna, A.G., "Experimental Model of Temperature-Driven Nanofluid," *Trans. ASME J. Heat Transfer*, Vol.129, pp.697-704.
- [12] 2010, Li, C.H. and Peterson, G.P., "Experimental Studies of Natural Convection Heat Transfer of Al₂O₃/DI Water Nanoparticles Suspensions (Nanofluids)," *Advances Mech. Eng.*, Vol.2010, pp.1-10.
- [13] 2010, Ho, C.J., Liu, W.K., Chang, Y.S. and Lin, C.C., "Natural Convection Heat Transfer of Alumina-Water Nanofluid in Vertical Square Enclosures: An Experimental Study," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol.459, pp.1345-1353.
- [14] 2006, Buongiorno, J., "Convective Transport in Nanofluids," *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.128, pp.240-250.
- [15] 1952, Brinkman, H.C., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions," *J. Chem. Phys.*, Vol.20, pp.571-581.
- [16] 1904, Maxwell, J., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 2nd ed., Oxford University Press, Cambridge, UK, pp.435-441.
- [17] 1999, Hagen, K.D., *Heat Transfer with Applications*, Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- [18] 1983, Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation," *AIAA J.*, Vol.21, pp.1525-1532.
- [19] 1980, Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mcgraw-Hill Book Company, New York, USA.
- [20] 1991, Zhu, J., "A Low-Diffusive and Oscillation Free Convection Scheme," *Comm. Appl. Numer. Meth.*, Vol.7, pp.225-232.
- [21] 1968, Stone, H.L., "Iterative Solution of Implicit Approximation of Multi-Dimensional Partial Differential Equations," *SIAM J. Num. Anal.*, Vol.5, pp.530-545.
- [22] 1983, de Vahl Davis, "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution," *Int. J. Numer. Meths. Fluids*, Vol.3, pp.249-264.
- [23] 1990, Hortmann, M., Peric, M. and Scheuerer, G., "Finite Volume Multigrid Prediction of Laminar Natural Convection: Benchmark Solutions," *Int. J. Numer. Meths. Fluids*, Vol.11, pp.189-207.
- [24] 2012, Haddad, Z., Abu-Nada, E., Oztop, H.F. and Mataoui, A., "Natural Convection in Nanofluids; Are the Thermophoresis and Brownian Motion Effects Significant in Nanofluid Heat Transfer Enhancement," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol.57, pp.152-162.

- [25] 2012, Noghrehabadi, A. and Samimi, A., "Natural Convection Heat Transfer of Nanofluids Due to Thermophoresis and Brownian Diffusion in a Square Enclosure," *Int. J. Engineering Advanced Technology*, Vol.1, pp.88-93.
- [26] 2013, Sheikhzadeh, G.A., Dastmalchi, M. and Khorasanizadeh, H., "Effects of Nanoparticles Transport Mechanism on Al₂O₃-Water Nanofluid Natural Convection in a Squar Enclosure," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol.66, pp.51-62.
- [27] 2010, Abu-Nada, E., "Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity of CuO-Water Nanofluid on Heat Transfer Enhancement in Natural Convection: Mathematical Model and Simulation," *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.132, pp.0524011-9.
- [28] 2010, Abu-Nada, E., Masoud, Z., Oztop, H. and Campo, A., "Effect of Nanofluid Variable Properties on Natural Convection in Enclosures," *Int. J. Thermal Sciences*, Vol.49, pp.479-491.
- [29] 2005, Chon, C.H., Kihm, K.D., Lee, S.P. and Choi, S.U.S., "Empirical Correlation Finding the Role of Temperature and Particle Size for Nanofluid (Al₂O₃) Thermal Conductivity Enhancement," *Appl. Phys. Lett.*, Vol.87, p.153107.
- [30] 2007, Nguyen, C.T., Desgranges, F., Roy, G., Galanis, N., Mare, T., Boucher, S. and Angue Mintsa, H., "Temperature and Particle-Size Dependent Viscosity Data for Water-Based Nanofluids-Hysteresis Phenomenon," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.1492-1506.