

# 보-스트링 구조의 횡 좌굴에 관한 연구

## A Study on Lateral Buckling of Beam String Structures

김 재 열\*  
 Kim, Jae-Yeol

### Abstract

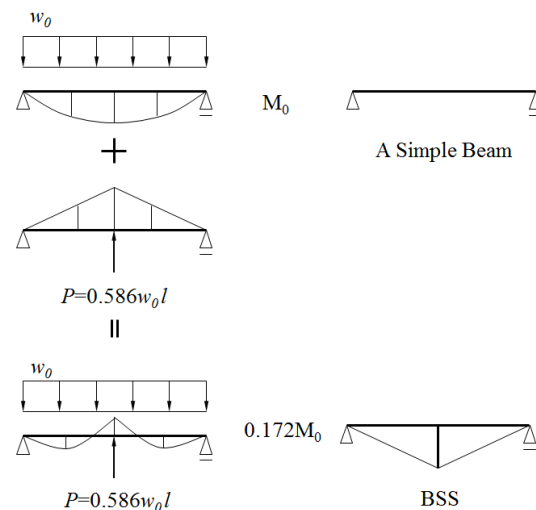
Beam string structures(BSS) are one kind of efficient structure system because the bending moment in the beams is reduced greatly through the struts and the strings. As the struts in BSS are used as middle supports to the beam and always in compression, the buckling of the struts should be avoided. This paper investigates the lateral buckling of the struts in BSS. Firstly, the strut of a one-strut BSS is simplified into an analytical model by considering load is formulated and some special cases of the model are analyzed. Finally, the lateral buckling load of the strut is numerically examined by means of parameter studies. It is known that, because on end of the struts is jointed to the beam while the other end is connected to the strings, the buckling of the struts not only depends on the length of the struts and the stiffness of the joints, but also depends on the rise and the lateral stiffness of the beam, the layout of the strings and the number of the struts.

*Keywords : Beam string structure, Lateral buckling, Tension structure, Stability*

## 1. 서 론

인장구조물은 경량 구조물에서 많이 찾아볼 수 있으며, 특히 스포츠 시설의 지붕구조물과 장스팬 구조물 등에서 찾을 수 있다. 인장구조물에 사용되는 인장재인 케이블과 같은 스트링(String)은 높은 인장강도를 가지면서 유연하다는 독특한 특징을 갖고 있다. 하지만, 스트링의 휨 강성은 일반 강재에 비해 거의 없으며, 안정된 강성을 얻기 위해서는 프리스트레스가 필요하다. 또한, 스트링이 도입된 구조시스템은 구조물의 실현을 확보하기 위해 프리스트레스가 함께 도입되지만, 구조 요소의 구성으로 인한 구조물 자체의 안정성과 강성의 면에서 현저하게 다른 거동을 나타내는 경우가 있다.

이에 본 연구에서는 스트링과 같은 인장재가 사용이 되는 인장구조물의 장점을 활용하며, 스트링에 보와 스트럿(Strut)을 장착한 인장보강구조물인 보-스트링 구조(이하 BSS)에 대해 다루고자 한다.



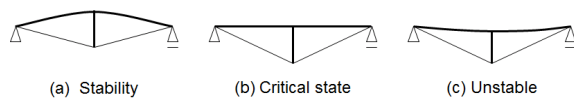
〈Fig. 1〉 Principles of BSS

\* 정희원, 공학박사, 협성대학교 건축공학과 교수  
 Ph.D. Professor, Architectural Engineering Departement,  
 Hyupsung University  
 Tel: 031-299-0758  
 E-mail : jykim@uhs.ac.kr

BSS에서 케이블과 텐션로드(Tension Rod)와 같은 고강도 스트링과 스트럿은 보를 강화시키는 역할을 한다. <Fig. 1>에서처럼 등분포 하중이 작용할 때 스트럿이 보를 지지하고 스트링재의 인장력으로 BSS의 최대 모멘트가 단순보의 최대 모멘트와 약 0.17배 차이가 나는 것을 확인할 수 있다. 결과적으로, BSS는 스트럿과 스트링을 통해 최대 모멘트가 크게 줄어들어 보의 두께가 줄어들 수 있다는 특징을 갖고 있다.

BSS는 <Fig. 2(a)>와 같이 아치 형태 일 때 안정적이며, 또는 <Fig. 2(b)>와 같이 직선 보의 형태를 보일 때를 임계상태라 할 수 있다. 하지만, 건축적 목적과 하중 조건에 따라 보의 형태는 <Fig. 2(c)>처럼 오목해 질 수 있으며 이 때, 스트럿에서는 불안정한 횡 좌굴로 인한 파괴가 일어날 수 있다. 보와 스트럿 사이가 핀 접합이고 스트링에 인장력이 작용될 때, 이를 보완하기 위해서 현실적인 디자인에서는 스트럿과 보 사이를 강접합을 하거나 V자형의 안정된 스트럿을 사용함으로써 불안정한 좌굴을 막을 수 있다.

BSS에서 횡 좌굴은 스트럿의 길이와 연관이 있고 BSS의 횡 좌굴 현상은 보의 횡 좌굴 현상과 매우 비슷한 경향을 보이며, 현재 보의 횡 좌굴과 강성에 대해서 많은 연구가 수행되고 있다. 국외에서는 BSS의 경량 공간 구조물에서의 적용<sup>1)2)</sup>과 BSS의 최적화를 위한 재하실험과 모니터링에 대한 연구<sup>3)</sup>가 활발히 이루어지고 있다. 또한, 국내에서는 BSS의 특성과 구성방식<sup>4)</sup>, 디자인 기법<sup>5)</sup>과 BSS와 비슷한 구조 시스템인 언더텐션(Under Tension)에 대한 비선형 해석<sup>6)7)</sup> 등에 대한 연구가 이루어지고 있지만, BSS의 횡 좌굴에 대한 많은 연구가 수행되고 있지 않은 상황이다. 이에 본 연구에서는 BSS의 횡 좌굴에 대한 공식화와 횡 좌굴의 분석에 대해 다루고자 한다.

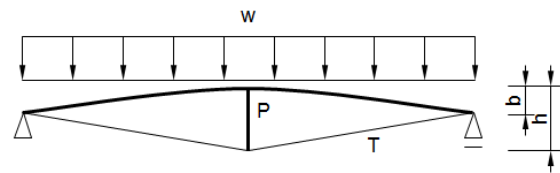


<Fig. 2> Stability of lateral rotation of strut

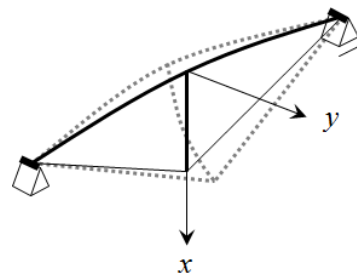
## 2. BSS에서 한 개의 스트럿에 대한 횡 좌굴

<Fig. 3>은 BSS에서 한 개의 스트럿을 갖는 간단한 구조이며,  $b > 0$ 는 보의 곡률은 <Fig. 2(a)>와 같은 아치형상을 의미하고,  $b = 0$  또는  $b < 0$ 에서 보의 곡률은 각각 <Fig. 2(b)>와 같은 직선 형태이거나 <Fig. 2(c)>와 같이 오목한 것을 의미한다. 또한,  $P$ 와  $T$ 는 스트럿의 축 방향 압축력과 스트링재의 인장력이며,  $w$ 은 등분포 하중이다.

BSS에서 보와 스트럿이 반강절점이고 횡 방향이 작용될 때, 스트링의 인장력에 의해 스트럿의 압축력이 작용하기 때문에 스트럿의 좌굴을 방지하기 위한 안전한 설계가 필요하다. 또한, 스트럿의 좌굴은 평면내의 방향(보-스트럿 면내) 또는, 횡 방향(보-스트럿 면의 수직)으로 일어날 수 있다. 이 때, 스트럿의 양 단은 평면 내 방향으로 스트링과 보에 의해 제한된다고 가정할 때, 이 방향에 대한 좌굴은 쉽게 계산할 수 있다. 반면, <Fig. 4>에서처럼 스트럿의 횡 좌굴은 보에서  $b$ 의 증가, 절점의 강도 그리고 보의 횡 방향 굽힘 강도에 의해 큰 영향을 받기 때문에 계산하는데 어려움이 있다. 하지만, 스트럿의 횡 좌굴을 피하기 위해서는 스트럿의 횡 방향에 대해 안정성에 대한 검사가 반드시 평가되어야 한다.



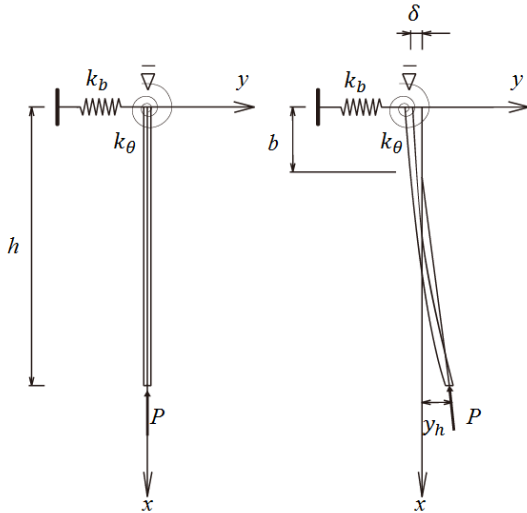
<Fig. 3> One-strut BSS



<Fig. 4> Lateral buckling of the strut in the BSS

### 2.1 스트럿의 횡 좌굴을 위한 공식화

스트럿의 횡 좌굴에 대한 계산을 위해서 <Fig. 3>에서의 스트럿을 <Fig. 5>와 같이 단순화 한다. <Fig. 5>에서  $h$ 는 스트럿의 길이이며,  $k_\theta$ 는 보-스트럿 절점의 강도,  $k_b$ 는 보의 횡 방향 휨 강도이다. 보와 스트럿 사이의 핀접합 또는 강접합이 사용될 때 매개변수  $k_\theta$ 는 0 또는 무한이 된다. 만약 보를 횡 방향으로 구속 한다면 보의 횡 방향 변위가 존재하지 않은 것을 의미하며, 매개변수  $k_b$ 가 무한이 된다는 것을 의미한다. 보의 비틀림 강성은  $k_\theta$ 의 수정을 통해 계산 할 수 있기 때문에, 보의 비틀림 강성은 계산에서 제외한다.



(a) Initial equilibrium state (b) Deformed state

<Fig. 5> Analytical model

<Fig. 5>와 같이 변형 된 형태를 초기 변형 형태에서 스트럿의 작은 변형이 일어났을 때를 가정하면 (1)식과 같이 정리된다.

$$EIy'' = -\frac{Py_h}{h-b}(h-x) + P(y_h-y) \quad (1)$$

경계조건은 (2)식과 같다.

$$\begin{cases} y(0) = -\delta \\ y'(0) = \frac{P}{k_\theta}(\delta - \frac{b}{h-b}y_h) \\ y(h) = y_h \end{cases} \quad (2)$$

$EI$ 는 스트럿의 휨 강도,  $\delta$ 와  $y_h$ 는 <Fig. 5(b)>에서  $x, y$ 방향의 횡 변위이다. 압축력  $P$ 는 스트럿의 비틀림과 함께 평형을 유지하기 때문에 <Fig.

5(b)>에서처럼 변형된 형태에서의 위치로 회전한다. <Fig. 5(b)>에서 보의 횡 변위  $\delta$ 는 (3)식과 같다.

$$\delta = -\frac{P}{k_b} \cdot \frac{y_h}{h-b} \quad (3)$$

(3)식의 압축력  $P$ 는 (4)식으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda = \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (4)$$

횡 변위의 (3)식과 경계조건 (2)식을 통해 (1)식을 계산하면 (5)식과 같다.

$$\tan(\lambda h) = \frac{(b - \frac{P}{k_b}) \cdot k_\theta}{P(b - \frac{P}{k_b}) + k_\theta} \cdot \lambda \quad (5)$$

(5)식과 (6)식의 매개변수를 통해 좌굴하중  $P_{cr}$ 을 계산한다.

$$r = \lambda h, \quad \alpha = \frac{b}{h}, \quad \beta = \frac{hk_\theta}{EI}, \quad \xi = \frac{EI}{h^3k_b} \quad (6)$$

(5)식과 (6)식을 통해 (7)식과 같이 정리할 수 있다.

$$\tan r = \frac{r\beta(\alpha - r^2\xi)}{r^2(\alpha - r^2\xi) + \beta} \quad (7)$$

### 2.2 보의 횡 구속을 고려한 경우

보의 횡 변위를 고려하는 것은 (5)식에서  $k_b \rightarrow \infty$  또는 (7)식에서  $\xi = 0$ 을 의미한다. 이 경우 보의 횡 방향으로 완전히 구속되고 절점에서 횡 변위는 없는 것을 의미하며, (7)식은 (8)식과 같이 정리된다.

$$\tan r = \frac{r\alpha\beta}{r^2\alpha + \beta} \quad (8)$$

#### 2.2.1 스트럿과 보 사이의 반 강절점

보가 직선일 때 식(8)에서  $b = 0$  또는  $\alpha = 0$ 을 통해 식(9)와 같이 정리된다.

$$r = \pi \rightarrow P_{cr} = P_{cr0} \quad (9)$$

$r=0$ 은  $\beta \neq 0$ 에 의해 제거되고,  $P_{cr0}$ 는 양 단이 힌지인 스트럿의 좌굴하중으로 (10)식과 같이 정리된다.

$$P_{cr0} = \frac{\pi^2 EI}{h^2} \quad (10)$$

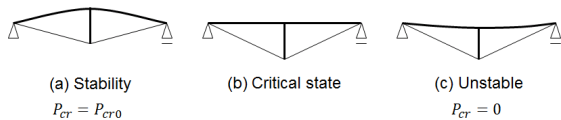
스트럿과 보 사이가 반강절점( $\beta > 0$ )의 종류와 상관없이 양단이 힌지인 스트럿은 보가 직선이고 횡 방향으로 구속되었을 때 막대처럼 된다.

### 2.2.2 스트럿과 보 사이의 핀 절점

스트럿과 보 사이의 핀 절점의 경우  $k_\theta \rightarrow 0$ 이며, 두 가지 해법이 있다.

$$P_{cr}^1 = 0 \text{ 또는 } P_{cr}^2 = P_{cr0} \quad (11)$$

$\alpha < 0$ 일 때  $P_{cr} = 0$ 이고,  $\alpha > 0$ 일 때  $P_{cr} = P_{cr0}$ 이며,  $\alpha = 0$ 의 경우가 임계점이다. 이는 <Fig. 6(a)>와 같이 BSS에서 스트럿과 보 사이의 핀절합이고, 횡 방향으로 구속되어 보가 블록하다는 것으로 스트럿은 안정적인 것을 의미하며, 양단이 핀절합인 스트럿을 갖는 보가 <Fig. 6(c)>와 같이 오목하다면 스트럿은 막대처럼 휘 수 있기 때문에 불안정한 것을 의미한다.



<Fig. 6> Stability of lateral rotation of strut when pin joint

### 2.2.3 스트럿과 보 사이의 강 절점

스트럿과 보 사이가 강절합일 경우,  $k_\theta \rightarrow \infty$ 이거나  $\beta = \infty$ 이다.

$$\tan \gamma = \alpha \gamma \quad (12)$$

식(12)에서 좌굴하중은  $\alpha = 1$ 일 때 최대값  $2.05P_{cr0}$ 을 의미하며,  $\alpha = -\infty$ 일 때 최소값  $0.25P_{cr0}$ 로 정리되며, <Fig. 2>의 형상과 같다.

위의 분석에 따라 정리하면 <Table 1>과 같다.

<Table 1> Lateral buckling load of the strut when the beam is laterally constrained

| Rise of beam | Lateral buckling load      |                                     |
|--------------|----------------------------|-------------------------------------|
|              | Pin joint                  | Rigid Joint                         |
| $0 < a < 1$  | $P_{cr} = P_{cr0}$         | $P_{cr0} < P_{cr} < 2.05P_{cr0}$    |
| $a = 0$      | Critical point             | $P_{cr0}$<br>(for any $\beta > 0$ ) |
| $a < 0$      | $P_{cr} = 0$<br>(unstable) | $0.25P_{cr0} < P_{cr} < P_{cr0}$    |

(5)식 또는 (7)식에서  $b \cdot k_b = P_{cr0} (\alpha = \pi^2 \xi)$ 을 만족시킬 때, 사용되는 반강절점( $\beta > 0$ )의 종류에 상관없이  $P_{cr} = P_{cr0}$ 이라는 결과를 갖는다. 스트럿의 좌굴하중은 보의 횡 강성  $k_b$ 가  $P_{cr0}/b$ 보다 크거나 보의 곡률이  $P_{cr0}/k_b$ 보다 클 때  $P_{cr} > P_{cr0} (\alpha > \pi^2 \xi)$ 이라는 결과를 갖는다.

스트럿-보 연결이 핀절합이고, 보가  $P_{cr0}/k_b$ 보다 클 때  $P_{cr} = P_{cr0}$ 이다. 만약 보가 횡 방향으로 제대로 구속되어 있지 않고, 보에서  $\alpha > 0$ 가 증가했을 때 스트럿은 불안정할 수 있다.

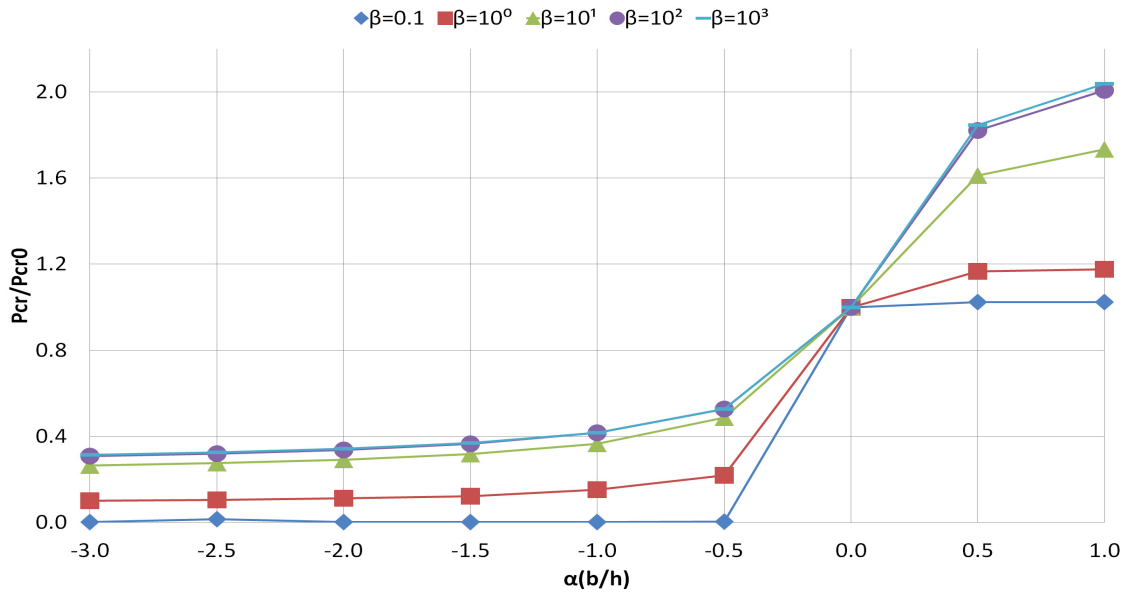
## 3. 스트럿의 횡 좌굴에 대한 보의 횡 강성 영향 평가

2장에서는 보의 횡 강성이 스트럿의 횡 좌굴에 대한 큰 영향을 미치는지에 대해 확인했다. 이번 장에서는 한 개의 스트럿을 갖는 BSS의 매개변수 연구를 통해 수치해석을 수행하고 스트럿의 횡 좌굴 행동을 조사한다.

### 3.1 보의 횡 변위가 없을 경우

BSS에서 보는 횡 방향으로 횡면 서브 빔, 지붕 재료 등과 같이 로 완벽히 구속되었을 때, 스트럿의 좌굴해석을 계산한 (8)식에서  $\xi = 0$ 을 의미한다.

<Fig. 7>에서는 반강절점의 여러 강성  $\beta$ 에 대한 스트럿의 좌굴하중을 보여준다.  $\beta > 10^2$ 일 때, 좌굴하중은 다른  $\beta$ 와 약간의 차이를 갖고,



〈Fig. 7〉 Buckling load of the strut when the beam is laterally constrained

이것은 반강절점 연결이 하나의 강제임을 알 수 있다. 다른 한편으로  $\beta < 10^2$ 일 때,  $\beta$ 의 감소와 함께 좌굴 하중이 급격히 감소된다. 예를 들어, 〈Fig. 7〉에서  $\alpha = 0.5$ 일 경우,  $\beta$ 는 각각  $10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}$ 일 때  $P_{cr}/P_{cr0}$ 은 1.82, 1.60, 1.16, 1.02가 된다.

$\alpha < 0$ 의 범위 내에서는 보가 오목해지는 것을 의미하고, 스트럿은 강접합과 함께 낮은 좌굴 하중을 갖는다. 예를 들어  $\alpha = -0.5$ 일 때, 스트럿과 보 사이에 접합이 강체일 경우  $P_{cr}/P_{cr0}$ 은 약 0.5이다. 저항성 반강절점인 경우, 스트럿은 압축에 대해 저항으로 핀접합과 오목한 보가 BSS에 사용될 때 스트럿이 불안정하게 된다는 것을 확인할 수 있다.

### 3.2 보의 횡 변위를 고려한 경우

BSS에서 보가 횡 방향에 완전히 구속되어 있지 않다면, 스트럿의 좌굴하중에 대한 보의 횡 방향 휨 강도의 증가에 대한 고려가 필요하다.

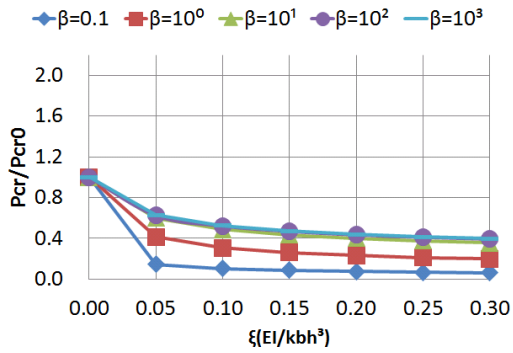
스트럿의 좌굴하중에 대한 매개변수 연구는 (7) 식에서 수행되었고, 〈Fig. 8〉에서는 보의 다양한 증가와 접합의 서로 다른 강성에 따라 보의 횡 방향 강성과 좌굴 하중 사이의 관계를 보여주며, 보의 횡 방향 강성은  $\xi = 0$ 일 때 무한이 된다.

모든 경우에서의 좌굴하중은 〈Fig. 8〉에서 보여 주는 것처럼 보의 횡 방향으로 강성이 감소할 때 함께 감소하는 것을 볼 수 있다.

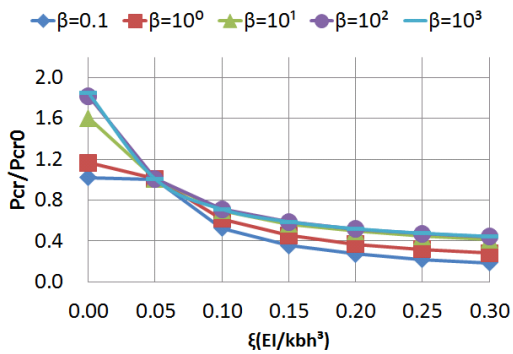
직선 보( $\alpha = 0$ )에서 좌굴하중은 〈Fig. 8(a)〉와 같이 절점의 강성이 낮은 경우 크게 감소하는 것을 보여준다. 좌굴하중은 각각 강접합, 반강절점  $\beta = 1$  및  $\beta = 0.1$ 에 대해서  $\xi$ 는 0에서 0.05 구간 내에서 62%, 40%, 15%로 감소하는 것을 통해 BSS에서 보의 횡 방향 강성은 〈Fig. 8〉에서 처럼 스트럿의 안정성을 분석하는 데 매우 중요한 요소가 될 수 있음을 보여준다.

아치 보( $\alpha > 0$ )에서 절점의 강성이 서로 다르더라도 같은 지점을 통과한다. 이는 2장에서 언급된 것처럼, 〈Fig. 8(b,c)〉에서 이 점은 절점  $\beta$  강성에 독립적으로  $\xi = \alpha/\pi^2$ 과  $P_{cr}/P_{cr0} = 1$ 으로 계산된 것이다. 어떤 절점의 종류를 사용하는 것과 아치 보의 곡률에 상관없이  $\alpha/\pi^2$ 보다  $\xi$ 가 클 때, 스트럿의 좌굴하중  $P_{cr}$ 은  $P_{cr0}$ 보다 작은 값으로 감소한다.

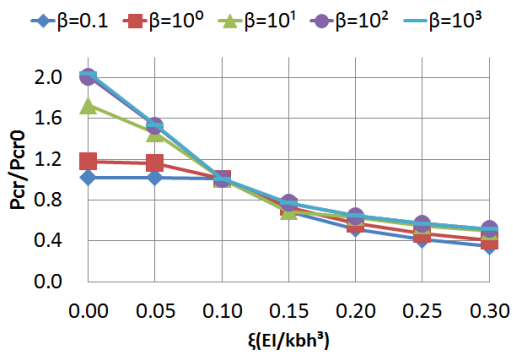
오목한 보의 경우, 〈Fig. 8(d)〉에서  $\alpha < 0$  일 때의 좌굴 하중을 보여준다. 좌굴 하중은 매우 낮은 경우는 절점의 강성도 함께 낮은 경우이다. 보의 횡 방향 강성이 작아질 때 좌굴 하중도 함께 감소한다.



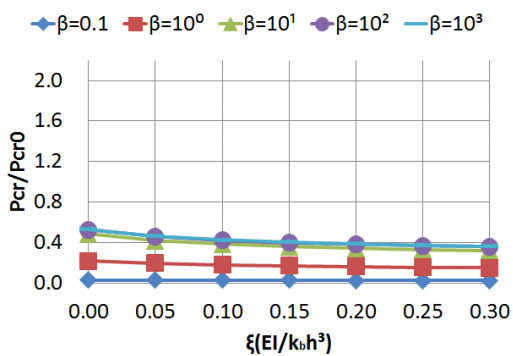
(a)  $\alpha = 0$



(b)  $\alpha = 0.5$

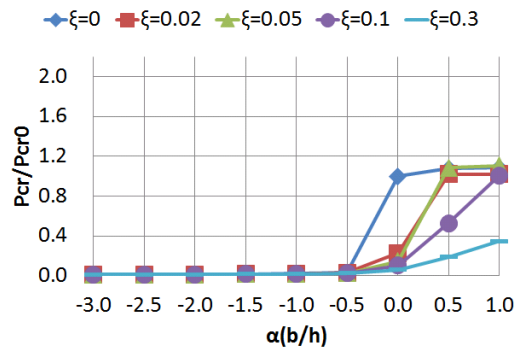


(c)  $\alpha = 1$

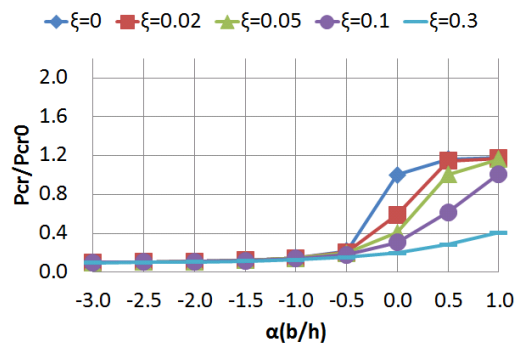


(d)  $\alpha = -0.5$

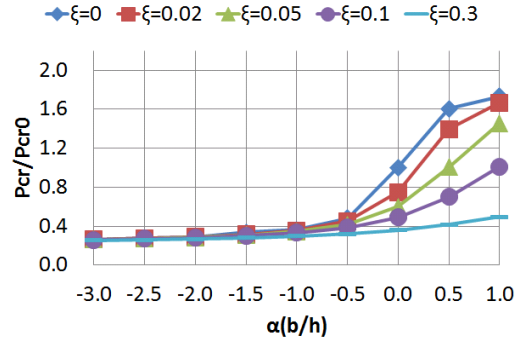
(Fig. 8) Buckling load along with the lateral stiffness of the beam



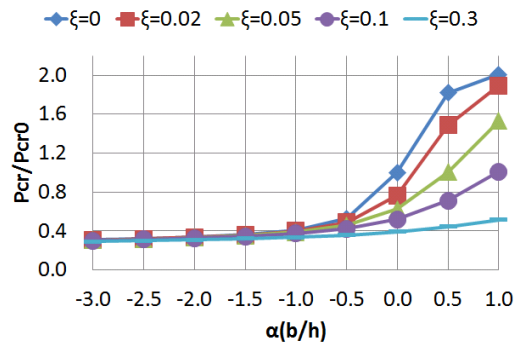
(a)  $\beta = 10^{-1}$



(b)  $\beta = 10^0$



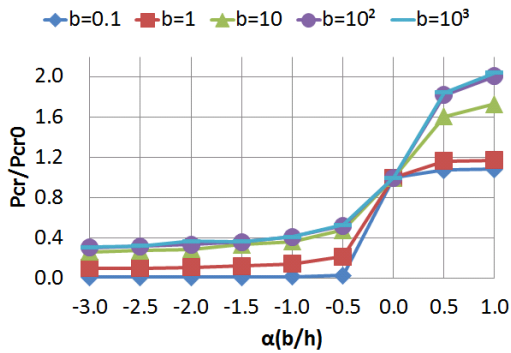
(c)  $\beta = 10^1$



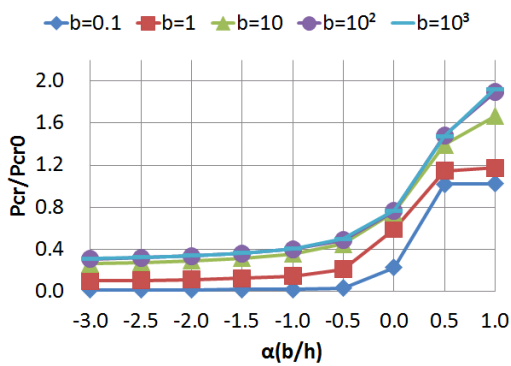
(d)  $\beta = 10^2$

(Fig. 9) Buckling load along with the rise of the beam

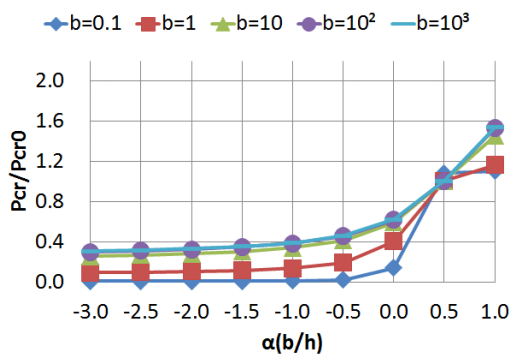




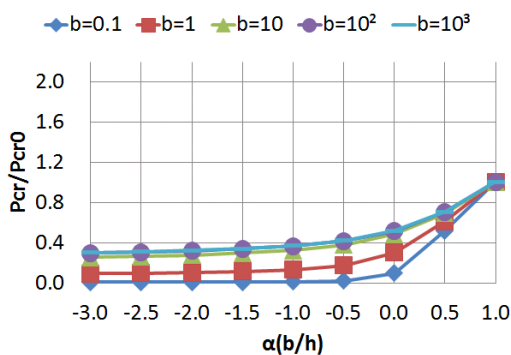
(a)  $\xi = 0$



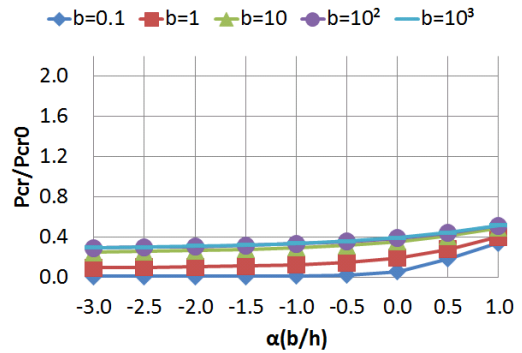
(b)  $\xi = 0.02$



(c)  $\xi = 0.05$



(d)  $\xi = 0.1$



(e)  $\xi = 0.3$

<Fig. 10> The relationship between nadal stress of beam-strut and the rise of the beam

<Fig. 9>는 보의 곡률( $b$ )에 대한 좌굴 하중의 변화를 보여준다. 보가 오목( $b < 0$ )하고 절점의 강성이 작은 경우 좌굴 하중을 매우 낮아진다. 절점의 강성이 작은 경우, 보의 증가가 충분히 크면, 보의 횡 방향 강성은 좌굴하중에 약간의 영향을 미친다. 하지만 보의 곡률이 크지 않거나 보의 횡 방향 강성이 작지 않을 때, 스트럿의 좌굴하중은  $P_{cr0}$ 보다 훨씬 낮다. 고강접합이 사용될 때, 스트럿의 큰 좌굴하중을 얻기 위해서 큰 횡 강성도 필요하다.

위의 분석 통해 스트럿의 좌굴 하중을 확인하기 위해 BSS에서 스트럿 자체의 절점의 강성뿐만 아니라 횡 방향 굽힘 강성에 사용되는 보의 증가를 고려할 필요가 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 보-스트링 구조에서 스트럿의 좌굴하중에 대해 다루었다. 한 개의 스트럿을 갖는 BSS를 통해 좌굴하중을 공식화하였고, 스트럿과 보 사이의 절점의 강성과 보의 횡 방향 휨 강성 등이 해석 파라미터로 사용되었다. 보의 형태는 절점과 보의 횡 방향 변위가 연구에서 고려한 수치결과로 표시된다. 본 해석에 의해 얻어진 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 보가 횡 방향으로 구속된 경우, 핀 접합이 사

- 용될 때 보의 곡률이 아치 형태인 경우 스트럿의 좌굴하중은  $P_{cr0}$  과 같다. 또한, 강접합이 사용될 때, 보의 곡률이 아치 형태일 때의 좌굴하중이  $P_{cr0}$  보다 크거나 보의 곡률이 아래로 오목할 때의 좌굴하중은  $P_{cr0}$  보다 작다.
- 2) 보가 횡 방향으로 구속되지 않았을 때, 좌굴하중은 보의 횡 방향 휨 강성의 감소와 함께 작아진다. 또한 강접합과 직선보인 경우, 스트럿의 좌굴하중은  $P_{cr0}$  보다 작다. 만약 편접합이 사용될 때, 스트럿은 보의 곡률이  $P_{cr0}/k_b$  보다 큰 경우에만 횡 방향으로 안정적이다.
  - 3) 본 연구에서를 통하여 BSS 보의 스트럿에 대한 좌굴하중을 공식화 하였다. 비선형 방정식의 해석을 통해 스트럿의 좌굴거동을 알 수 있었고 제안된 방법에 대한 타당성을 확인할 수 있었다.

추후의 연구과제로서는 복수의 스트럿을 갖는 BSS 및 스트링의 형태가 다양한 BSS의 해석 방법에 대한 연구도 병행하여 수행할 계획이다.

### 감사의 글

이 논문은 2011년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초 연구사업임(NO. 2011-0021548).

### References

1. M. Saitoh and A. Okada, "The role of string in hybrid string structure", Engineering Structures 21(8), pp.756-769, 1999
2. J. Ding, H. Wu and Z. Zhang, "Application of hybrid string structures in large-span architectures", IASS Symposium 2009, Valencia, Spain
3. W. Xue and S. Liu, "Design optimization and experimental study on beam string structures", Journal of Construal Steel Research 65(1), pp70-80, 2009
4. 이주나, 박선우, "구조계획에 있어서 들림형 보구조의 특성과 구성방식", 한국공간구조학회 논문집 제 6권 제 3호, pp.111-121, 2006
5. 이주나, "건축계획에 있어 인장구조의 활용을 위한 들림형 보 구조의 디자인수법", 대한건축학회 논문집(계획계) 제 25권 제 3호, pp.67-75, 2009
6. 박대하, 정우성, 이재홍, "케이블 형상에 따른 언더텐션 보의 비탄성 비선형 해석", 한국공간구조학회 춘계학술발표집 논문집, 제 7권 제 1호, pp.55-58, 2010
7. 박덕근, 이재홍, "언더텐션 시스템이 적용된 구조물의 비탄성 비선형 거동 해석", 한국공간구조학회지, 제 9권 제 2호, pp.91-97, 2009

(접수일자 : 2013년 08월 30일)

(심사완료일자 : 2013년 10월 11일)

(게재확정일자 : 2013년 10월 18일)