

다중 란체스터 모형에 대한 실용적 해법

백승원^{1*} · 홍성필²

¹육군사관학교 무기기계공학과, ²서울대학교 산업공학과

A Pragmatic Method on Multi-Weapon Lanchester's Law

Seung-Won Baik¹ · Sung-Pil Hong²

¹Department of Weapons and Mechanical Eng., Korea Military Academy

²Department of Industrial Engineering, Seoul National University

■ Abstract ■

We propose a heuristic algorithm for war-game model that is appropriate for warfare in which the maneuver of the attacker is relatively certain. Our model is based on a multi-weapon extension of the Lanchester's square law. However, instead of dealing with the differential equations, we use a multi-period linear approximation which not only facilitates a solution method but also reflects discrete natures of warfare. Then our game model turns out to be a continuous game known to have an ϵ -Nash equilibrium for all $\epsilon \geq 0$. Therefore, our model approximates an optimal warfare strategies for both players as well as an efficient reinforcement of area defense system that guarantees a peaceful equilibrium. Finally, we report the performance of a practical best-response type heuristic for finding an ϵ -Nash equilibrium for a real-scale problem.

Keyword : War-Game, Game Theory, ϵ -Nash Equilibrium, Heuristic Method

1. 서 론

전쟁 혹은 전투의 요소를 갖춘 일련의 게임들이 현대의 워게임(war-game) 형태로 발전한 것은 19

세기 초부터였다. Von Reisswitz는 1812년 모의지형 상에 부대의 형태를 표시하고 전투를 모사함으로써 프러시아군 장교들의 훈련 도구로 활용하였다. 이 후, 1950년대 컴퓨터 기반의 소부대 교전을 모사

논문접수일 : 2013년 11월 16일 논문게재확정일 : 2013년 12월 04일

논문수정일(1차 : 2013년 12월 04일)

* 교신저자 gem853@kma.ac.kr

하기 시작하여 괄목할 만한 발전을 이루었다. 우리나라의 경우, 1970년대 미국의 ATLAS 모델을 도입한 이래, 1980년대 독자적인 위게임 모형 개발을 추진하여 2000년대 이르러 부대 규모 및 특성에 맞는 다양한 위게임 모델을 개발하여 적용중이다[1].

위게임 시뮬레이션은 실제 훈련의 막대한 비용과 시간부담을 감당해내는 유용한 도구로 활용되고 있다. 하지만, 현재까지 개발된 위게임 시뮬레이션의 교전 논리는 게이머의 조작에 의해 전략을 수정 혹은 반복 적용해보거나 에이전트(agent) 반응에 따라 쌍방의 전략이 수행된다. 이렇듯 기존의 위게임 시뮬레이션은 주어진 전장 상황의 최적전략 혹은 균형의 개념을 설명해줄 수 없다.

본 논문에서는 Im[9]의 모형을 발전시킨 Baik[2]의 수리모형에 실용적인 해법을 적용하여 게임이론적 관점의 근사적인 균형전략을 구한다. Im[9]과 Baik[2]의 모형은 연속시간 위게임 모형을 이산시간 모형으로 근사한 최소최대 선형 다중계층 문제(Min-max linear multi-level programming, MMLMP)이다. MMLMP의 특수한 형태인 최소최대 선형 이중계층문제(Min-max linear bi-level programming, MMLBP)가 NP-hardness임이 이미 증명되었고[7], 다항시간(polynomial time) 내 최적해를 보장하는 알고리즘은 현재까지 존재하지 않는다. 본 논문에서는 ϵ -균형 전략에 대해 실험적으로 상당히 빠른 계산시간을 보이는 휴리스틱 알고리즘을 제시하여 급박한 교전 상황에서도 적용할 수 있도록 하였다. 그 신속성으로 인해 매 기간마다 달라지는 전장 환경을 반영하여 새로이 문제를 풀 수 있는 큰 장점이 존재한다.

교전상황을 모형화하여 결과를 예측하거나 최적의 전략을 도출하는 수 많은 연구들이 있었다. 1916년 란체스터는 각각 동질한(homogeneous) 무기체계로 구성된 집단 간의 교전을 묘사하는 미분 방정식을 제시하여 시간에 따른 각 집단의 피해정도와 교전의 결과를 예측할 수 있게 하였다[15]. 하지만, 란체스터가 제안한 모형은 피아가 각각 동질한 무기체계로 구성되어 있고 상호 손실률이 하나의 값으로 고

정된 경우로 제한되어 있어, 현재까지 이 모형을 확장 및 응용한 많은 연구들이 진행되어 왔다. Kawara[13]는 화력지원부대(주로 포병)와 주력 부대(주로 보병)로 구성된 집단 간의 교전에서 주력부대의 공격은 배제하고 화력지원부대의 화력배분 문제를 다루었다. 이 후, Hsiao and Guu[8]는 Kawara[13]의 모형을 공지작전(air-land operations)에 적용하여 항공 전력과 지상 전력으로 구성된 집단 간의 교전 상황에서 항공 전력의 최적 화력배분 전략을 도출하였다. 단, 지상 전력과 항공 전력 모두 란체스터 제곱 법칙을 적용 받으며 지상 전력간의 교전을 추가 반영하였다.

동질의 무기체계와 이질적인(heterogeneous) 무기체계들 간의 교전에 대한 연구도 있었다[10, 15, 19]. Taylor[23]는 란체스터 선형 법칙이 적용되는 부대 간의 교전에서 두 종류의 무기체계로 구성된 적 부대에 대해 단일 무기체계로 이루어진 부대 측의 화력배분 문제를 고려하였다. Roberts and Conolly[19]는 란체스터 제곱 법칙이 적용되는 교전을 고려하였으며, 두 종류의 무기체계로 구성된 공격자와 단일 무기체계로 구성된 방어자의 교전에서 방어자의 무기체계를 전멸시키기 위한 공격자의 최소비용 무기체계 조합을 이끌어냈다. 이어서 란체스터 제곱 법칙이 적용되는 부대간의 교전에서 n 개의 이질적인 무기체계 종류를 지닌 적에 대한 문제가 Kaup et al.[12]에 의해 연구되기도 했다.

상호 손실률이 시간에 따라 상이하게 주어지는(time dependent 혹은 time-varying) 교전 상황에 대한 일련의 연구들도 있었다[20-22]. 단순히 란체스터 제곱 법칙이 적용되는 동질한 무기체계간의 교전에 적용하거나[24], Taylor[25]의 모형에서와 같이 한 측의 무기체계를 n 개의 이질적인 무기체계로 확장하기도 했다. 그리고 Kawara[13]의 모형의 부대 구성에 대해 화력지원부대간의 교전을 제한하고 주력부대간의 교전을 허용하여 시간에 따른 다른 손실률을 적용하기도 했다[26].

현재까지의 연구 중 쌍방의 무기체계 모두 의사 결정 요소가 둘 이상인 교전 상황에 대한 게임 문

제는 Colegrave와 Hyde의 연구[4]가 유일하다. 이 연구는 고정된 손실률에 대해 란체스터 제법칙이 적용되는 피아 각각 두 종류의 상이한 무기체계를 지닌 교전 모형을 다룬다.

2. 수리모형

Im[9]과 Baik[2]의 모형은 피아의 기동을 예측하거나 기동을 고려하지 않아도 되는 화포 간의 대화력전 등에 적용이 가능하다. 본 논문에서는 공격자가 방어자의 영해상의 도서에 기습상륙을 시도하는 상황을 고려한다. 공격자는 최대 규모의 상륙정을 목표지점에 도달시키고자 하고, 방어자는 최대한 많은 상륙정을 격멸하고자 한다. 공격자는 상륙정, 전투함정 그리고 육상포 등의 무기체계를 보유하고 있으며, 방어자 또한 유사하게 전투함정, 육상포 등을 보유하고 있지만, 무기체계의 특성은 피아 상이하다.

<Parameters>

$i \in \{1, \dots, m\}$: 방어자의 무기체계 인덱스,

$j \in \{1, \dots, n\}$: 공격자의 무기체계 인덱스,

$t \in [0, T]$: 전투가 진행되는 $[0, T]$ 사이의 의사결정 시점,

$p_{ij}(t)$: t 시점에 방어자의 i 무기체계가 공격자의 j 무기체계를 공격할 때의 손실률,

$q_{ij}(t)$: t 시점에 공격자의 j 무기체계가 방어자의 i 무기체계를 공격할 때의 손실률.

<Decision variables>

$w_i(t)$: t 시점에 가용한 방어자 i 무기체계의 전투력 규모,

$z_j(t)$: t 시점에 가용한 공격자 j 무기체계의 전투력 규모,

$x_{ij}(t)$: t 시점에 방어자 i 무기체계가 공격자 j 무기체계를 공격하는 전투력 규모,

$y_{ij}(t)$: t 시점에 공격자 j 무기체계가 방어자 i 무기체계를 공격하는 전투력 규모.

<수리 모형>

$$\min_x \max_y \min_x \max_x \dots \min_x \max_y \dots c^T x + d^T y$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij}^t = w_i^t, \quad \forall i, t,$$

$$w_i^{t+1} = w_i^t - \sum_{j=1}^n q_{ij}^t y_{ij}^t, \quad \forall i, t,$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ij}^t = z_j^t, \quad \forall j, t,$$

$$z_j^{t+1} = z_j^t - \sum_{i=1}^m p_{ij}^t x_{ij}^t, \quad \forall j, t,$$

$$x_{ij}^t, y_{ij}^t \geq 0, \quad \forall i, j, t.$$

목적함수는 게임 종료 후 생존한 무기체계의 수를 고려한다. 본 논문에서는 주로 공격자 측의 공기부양정의 수(z_1^{N+1})를 목적함수로 다룬다. 그러면, 목적함수는 이산시간 란체스터 제법칙에 의해 전략 x, y 의 선형함수 $c^T x + d^T y$ 로 표현된다. 이 때, c 와 d 는 손실률 $p_{ij}(t)$ 혹은 $q_{ij}(t)$ 의 조합으로 이루어진다. 문제 정의에 의해 방어자와 공격자의 목적함수는 정반대의 부호를 가지는 제로섬 게임이 된다. 그리고 피아는 상대방이 자신의 전략에 대응해 최선의 전략을 선택할 것으로 예상된다. 방어자의 입장에서 쓰여진 문제의 목적함수는 한 계층(level)의 의사결정 시점 이전까지 방어자의 전략과 교전 상황이 주어졌을 때, 공격자가 목적함수를 최대화하는 선택을 한다는 합리적인 가정을 바탕으로 쓰여졌다.

각 계층의 $minmax$ 를 두 개의 계층으로 분할하여 표기하는 것이 일반적이지만, 동일 시간구간의 수(move) $x^t, y^t(\forall t)$ 가 해당 시간 구간에서는 서로의 제약을 받지 않기 때문에 하나의 계층으로 표현해도 무방하다. 각 시점의 의사결정 모두 게임 종료 후 무기체계의 수를 최소화 혹은 최대화하는 동일한 목적함수를 가지므로 모든 계층에서 동일한 목적함수를 고려한다. 결과적으로, N 개의 다중 기간 동시게임(multi-period simultaneous game)을 방어자 입장의 N -계층 $minmax$ 문제로 수리 모형화하였다. 목적함수에서 각 계층의 $\min_x \max_y (v^t)$ 를 $\max_y \min_x$

($\forall t$)으로 바꾸어주면 공격자 입장의 문제가 됨을 쉽게 알 수 있다.

3. 실험 및 결과분석

3.1 손실률 산출

무기체계 상호간 손실률은 다양한 방법으로 산출될 수 있다. 본 논문에서는 주로 해상에서의 교전 위주로 상황을 설정하고 실험하였으므로, 함정과 해안포를 주 고려 대상으로 한다. 제 1, 2차 세계대전 당시 해전의 사례를 연구[3]하여 함정이 전투공헌도가 없는 상태(전투불능)에 이르는데 필요한 TNT 중량을 함정톤수의 관계식으로 표현하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$W_{TNT} = 0.07 \times (\text{함정의 톤수})^{1/3} \times 660 (\text{pounds}).$$

해안포의 명중률은 155mm 자주포의 표적별 기대 파괴값에 대한 연구[17]를 기초로 산출하였다. 이를 바탕으로, 무기체계간 거리, 거리별 명중률, 분당 발사율, 탄종별 탄두중량 등을 고려하여 시간대별 각 무기체계 상호간 손실률을 산출하였다.

3.2 최적대응 휴리스틱 알고리즘

3.2.1 제로섬 게임의 ε -내쉬 균형

방어자와 공격자의 전략 집합 $S_{\text{def}}, S_{\text{off}}$ 에 대해, 다음 조건을 만족하는 전략쌍($s_{\text{def}}, s_{\text{off}}$)이 ε -내쉬 균형 전략이다. ($s_{\text{def}} \in S_{\text{def}}, s_{\text{off}} \in S_{\text{off}}, \varepsilon > 0$) u 는 쌍방의 전략이 정해졌을 때, 얻어지는 효용(utility)를 의미이며, 본 논문에서는 목적함수의 값으로 이해해도 무방하다.

$$\begin{aligned} u(s_{\text{def}}, s_{\text{off}}) &\leq u(s'_{\text{def}}, s_{\text{off}}) + \varepsilon, \quad \forall s'_{\text{def}} \in S_{\text{def}}, \\ u(s_{\text{def}}, s_{\text{off}}) &\geq u(s_{\text{def}}, s'_{\text{off}}) - \varepsilon, \quad \forall s'_{\text{off}} \in S_{\text{off}}. \end{aligned}$$

3.2.2 최적대응 전략 탐색

각 시간구간(period)에서 방어자와 공격자가 자

신의 전력을 어떠한 비율로 상대방의 무기체계에 할당할지를 결정하면, 그 비율에 해당하는 x, y 값도 유일하게 결정된다. 따라서, 방어자와 공격자의 전략을 다음과 같이 σ, τ 로 표현할 수 있다[2].

- σ_{ij}^t : t 번째 시간구간의 시작시점에 방어자 i 무기체계의 전력량이 주어졌을 때, Δ 동안 이 전력량을 공격자의 어떤 무기체계에 할당할지를 나타내는 비율,

$$\sigma_{ij}^t = \frac{x_{ij}^t}{\sum_{j=1}^n x_{ij}^t}, \quad \forall i, j, \text{ and } t.$$

- τ_{ij}^t : t 번째 시간구간의 시작시점에 방어자 j 무기체계의 전력량이 주어졌을 때, Δ 동안 이 전력량을 방어자의 어떤 무기체계에 할당할지를 나타내는 비율,

$$\tau_{ij}^t = \frac{y_{ij}^t}{\sum_{i=1}^m y_{ij}^t}, \quad \forall i, j, \text{ and } t.$$

알고리즘의 기본 개념은 방어자와 공격자의 상호 최적 대응전략을 반복적으로 탐색하는 것이다. 상대방의 특정 전략에 대해, 다음의 식 (1), 식 (2)를 통해 자신의 최적 대응전략을 찾는다.

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & c^T x + d^T y, \\ \text{s.t.} \quad & Ax + By = b, \\ & \overline{\sigma}_{ij}^t \sum_{j=1}^n x_{ij}^t = x_{ij}^t, \quad \forall i, j, t, \\ & x, y \geq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)은 이산시간 다중 랜체스터 모형의 제약식 $Ax + By = b$ 을 모두 만족하는 가운데, 방어자의 전략이 $\bar{\sigma}$ 일 때, 공격자의 최적 대응전략을 제시한다.

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & c^T x + d^T y, \\ \text{s.t.} \quad & Ax + By = b, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\overline{r}_{ij} \sum_{t=1}^m y_{ij}^t = y_{ij}^t, \quad \forall i, j, t,$$

$$x, y \geq 0.$$

식 (2)는 공격자의 전략이 τ 일 때, 방어자의 최적 대응전략을 제시한다. 공격자와 방어자는 식 (1), 식 (2)를 통해, 고정된 상대방의 전략에 대한 자신의 최적 대응전략을 구해낸다.

3.2.3 최적대응 휴리스틱 알고리즘

begin

0(초기화) 방어자의 임의 전략 $\sigma (\in S_{\text{def}})$ 에 대한 식 (1)의 최적해 (x_σ, y^*) 와 목적함수 $u_{\text{off}} := c^T x_\sigma + d^T y^*, \epsilon > 0$

1(주 반복단계) while do

1-1 y^* 에 대해 τ 산출, 식 (2)의 최적해 (x^*, y_τ) ,
 $u_{\text{def}} := c^T x^* + d^T y_\tau$
if $u_{\text{off}} - u_{\text{def}} \leq \epsilon$, **then break**

1-2 x^* 에 대해 σ 산출, 식 (1)의 최적해 (x_σ, y^*) ,
 $u_{\text{off}} := c^T x_\sigma + d^T y^*$
if $u_{\text{off}} - u_{\text{def}} \leq \epsilon$, **then break**

end

3.2.4 실시간 반영 휴리스틱 알고리즘

제 3.2.3절의 알고리즘은 최초 주어진 전장 상황의 조건 $(p, q, w_i^1, z_j^1, \forall i, j)$ 을 활용하여 전체 교전에서의 균형전략을 도출해내게 된다. 하지만 전장환경은 늘 가변적이며, 상대방이 늘 최적의 수(move)를 선택한다는 보장도 없다. 따라서, 제 3.2.3절의 알고리즘을 보다 현실적으로 적용하기 위해 매 period별 달라지는 전장상황을 반영하는 방어자 입장의 알고리즘을 추가로 제시한다.

begin

0(초기화) 3.2.3의 알고리즘 적용, (x^*, y^*) 산출,
 $n = 1$

1(주 반복단계) while $n \leq N$

1-1 $(x^n)^*$ 적용, n -th period 종료 후

if $y^n \neq (y^n)^*$, 새로운 w^{n+1}, z^{n+1} 에 대해 제 3.2.3절의 알고리즘 재적용, (x^*, y^*) 산출

$n := n + 1$

end

실시간 전장상황을 반영하는 알고리즘 또한 제 3.2.3절의 최적대응 휴리스틱 알고리즘을 일부분 반영한다. 다만, 방어자 입장에서 각 period 시작 전 산출해낸 피아 최적 전략을 기준으로 공격자가 그에 해당하는 수(move)를 해당 period에 택하지 않는다면, 결과적으로 $w^{n+1}, z^{n+1}(\forall n)$ 이 최초 방어자의 예측과는 달라지게 된다. 방어자는 $w^{n+1}, z^{n+1}(\forall n)$ 에 대해 다시금 최적대응 휴리스틱 알고리즘을 풀어내게 된다. 만약, 공격자 또한 최적대응에 해당하는 수(move)를 지속 적용한다면 방어자 또한 추가적인 계산 없이 최초 산출해낸 최적 대응 전략을 지속 사용하게 된다.

전장상황을 실시간으로 반영한다는 면에서, 공격자가 최적대응에 해당하는 수(move)를 선택하지 않는 경우 뿐 아니라, 전술상 목적으로 최초 방어자가 예상한 최단경로를 택하지 않을 수도 있다. 이러한 경우는, 제 3.2.4절의 알고리즘을 적용하되 주 반복단계에서 $w^{n+1}, z^{n+1}(\forall n)$ 뿐 아니라, 새로운 p, q 를 고려하여 최적대응 휴리스틱 알고리즘을 적용하면 된다.

3.3 실험 및 결과분석

휴리스틱 알고리즘의 효과성을 보이기 위해 ILOG

CPLEX 12.5와 Matlab 2013a 를 이용하였으며, PC (Core2 Quad 2.40GHz, 4.00G RAM)에서 실험하였다.

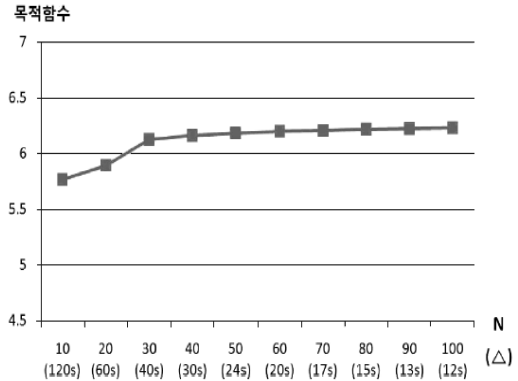
제 3.3절의 실험에서는 피아 최적대응 전략을 사용한다는 가정을 기초로 하였다. 공격자의 기습에 대한 전장상황이므로, 방어자의 병력은 평시 경계 수준의 최소 전력으로 산정했으며, 공격자는 준비된 전력이므로 상대적 우위의 전력으로 가정한다. 공격자는 도서까지 최단경로를 선택하고, 방어자는 공격자에게 최대한 피해를 입히기 위한 경로를 선택한다. 경로가 결정됨에 따라, 각 무기체계간 시간대별 거리를 바탕으로 무기체계 성능을 반영하여 손실률을 산출할 수 있다[3, 9, 24]. 상륙정의 공격력은 미미하므로, 손실률 $d_{i1} (\forall i \in 1, \dots, m, t \in 1, \dots, N)$ 는 0으로 가정한다. 이 위게임 상황에 본 논문의 최적대응 휴리스틱 알고리즘($\epsilon = 1\%$)을 적용한 결과는 다음과 같다(위게임 종료시 공격자의 상륙정의 수를 목적함수로 하는 문제이므로 목적함수 1% 수준의 ϵ 도 충분히 합리적이다).

〈표 1〉 최적대응 휴리스틱 알고리즘 적용 결과

$N=20, w_1^1=1, w_2^1=w_3^1=2, z_1^1=10, z_2^1=z_3^1=3$					
잔존 상륙정 수				목적함수 차이	
반복 횟수	소요 시간(초)	방어자	공격자	값	비율
8	1.3608	5.8966	5.9182	0.0216	0.0037

위 실험에서는 연속시간 모형을 각 시간구간의 길이(Δ)가 1분인 이산시간 모형으로 근사하였다. 만약 이 Δ 를 0에 가깝게 줄여 나간다면 분명히 연속시간 모형의 결과에 수렴할 것임을 예상할 수 있다. 전체 교전 시간 20분을 기준으로, $N(\Delta)$ 의 변화에 따른 목적함수의 추이를 살펴보면 다음과 같다.

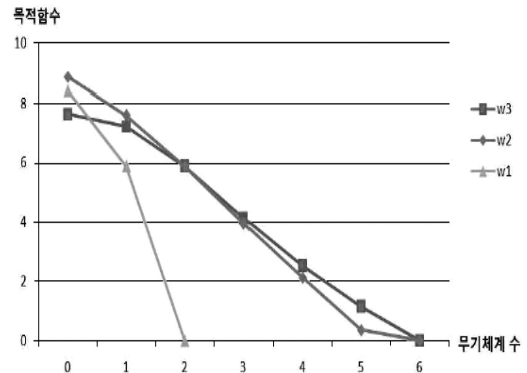
$N=30(\Delta=40s)$ 인 근사 모형에서부터 목적함수는 약 6.2에 수렴하는 것을 알 수 있다. 이 값은 $N=100(\Delta=12s)$ 인 근사 모형에서도 거의 변화가 없었다. 따라서 연속시간 문제를 상당한 시간을 소요하며 해결하는 것보다 합리적인 $N(\Delta)$ 을 고려하여 계산시간의 효율성을 높이는 방법을 고려해볼 수도 있다.



[그림 1] $N(\Delta)$ 에 따른 목적함수 변화

3.4 특정 지역의 최소 비용 전력증강 문제

본 문제를 통해, 평화적 관점에서 특정 지역의 최소 비용 전력증강 문제를 고려할 수 있다. 문제 예에 대해, 방어자의 초기 전력 수준($w_i^t, \forall i \in 1, 2, 3$)에 대한 민감도 분석의 결과는 다음과 같다.



[그림 2] 방어자의 초기 전력 수준에 대한 민감도 분석

문제 예에 주어진 방어자의 초기 전력 수준은($w_1^1=1, w_2^1=2, w_3^1=2$)으로, 목적함수 값은 동일하게 약 5.9의 값을 나타낸다. 단순히 방어자의 1번 무기체계의 초기 전력 수준(w_1^1)을 한 대 더 늘여 두 대로 증강했을 때 공격자의 상륙정을 주어진 시간 내 모두 격멸할 수 있음을 알 수 있다. 방어자의 2, 3번

무기체계 또한 상륙정 격멸을 위한 전력증강 수준을 알 수 있다. 각 무기체계의 비용이 주어진다면 위의 결과를 활용하여, 교전 시간 동안 공격자의 상륙정을 모두 격멸할 수 있는 방어자의 최소 비용의 무기체계 조합을 이끌어 낼 수 있다.

3.5 대형(large-scaled) 문제 적용

제 3.3절의 문제 예는 현실적이지만 비교적 단순하여, 피아 무기체계의 종류를 5가지로 확장하여 추가적인 실험을 실시하였다. ϵ 은 목적함수의 1%로 정하고, 총 100회의 실험간 매 실험마다 [0, 1]범위의 손실률을 임의 생성하였다. 몇몇 문제 예에 대해, ϵ -내쉬 균형에 도달하는 반복횟수가 증가하기도 했지만 대부분 상당히 짧은 시간 내 균형에 가까운 전략을 구해냄을 관찰했다.

〈표 2〉 대형(large-scaled) 문제 적용 결과

$N=20, w_1^1=1, w_2^1=w_3^1=w_4^1=2, w_5^1=3,$ $z_1^1=10, z_2^1=z_3^1=2, z_4^1=z_5^1=3$						
반복횟수			소요시간(초)			
μ	σ	M_{ix}	μ	σ	M_{ix}	
10.6	7.62	58	2.80	2.02	15.45	
μ : 평균, σ : 표준편차, M_{ix} : 최대치						

4. 결론 및 향후 연구방향

현재 특정지역의 아군 무기체계 수준이 적의 기습 혹은 대화력전에 대비하여 적정한 수준인지 판단하는 문제와 교전상황에서 어떤 전략이 최적인가를 판단하는 문제는 피아의 전력이 명확히 주어지더라도 매우 어려운 문제이다. 이 현실 문제들에 대한 대책으로 현재까지는 피아의 전력수준을 비교·분석하거나 위게임 시뮬레이션을 통해 최선의 전략을 도출하여 왔다. 하지만 교전의 결과는 주어진 전력 뿐 아니라, 기술적인 면(전술)이 상당히 큰 부분을 차지하므로 피아의 전력 수준을 비교하는 것만으로는 충분하지 않으며, 전투 시뮬레이션을 통해

얻은 결과는 피아의 사용 가능한 전체 전략집합 중에서 극히 일부분만을 고려하므로 전체 시스템에서의 최적 전략임을 보장할 수 없다.

본 논문에서는 다중 무기체계 간의 교전에 대하여 피아의 ϵ -내쉬 균형전략을 도출하는 휴리스틱 알고리즘을 제시하였다. 다만 전술의 가장 기본적인 요소인 기동과 화력 중에서 기동을 예측할 수 있는 전장상황에 대한 모형을 고려하였다. 기습작전 혹은 대화력전과 같은 전장상황이 한 예이며, 기습작전에 대한 문제를 예로 다루었다. 교전상황에서도 즉각적으로 활용할 수 있는 최적대응 휴리스틱 알고리즘을 제안하였으며, 다양한 문제 예에 대한 실험을 통해 ϵ -내쉬 균형을 빠른 시간 내에 찾아낼 수 있음을 확인하였다. 현실에 이 알고리즘을 적용하면, 교전상황에서 균형에 가까운 전략을 구할 수 있을 뿐 아니라, 상대방이 균형전략에서 벗어난 수(move)를 선택하더라도 보다 나은 결과를 보장하는 새로운 균형전략을 빠른 시간 내에 도출할 수 있다. 더 나아가 몇 번의 반복적인 실험을 통해 적의 기습에 대비한 평화적인 관점의 최소비용 무기체계 조합을 산출함으로써 특정지역의 무기체계 증강에 대한 참고자료로 활용할 수 있도록 하였다.

일반적인 최소최대 선형 이중계층 문제(MMLBP)의 NP-hardness는 증명되어 있지만, 최소최대 선형 다중계층 문제(MMLMP)의 특수한 형태인 위게임 문제의 NP-hardness는 아직 증명하지 못하였다. 그리고 연속시간 위게임 문제를 이산시간으로 근사할 때, 시간 구간의 크기 Δ 에 따라 연속시간 모형과 비교하여 어느 정도의 오차가 발생하는지에 대한 연구도 의미가 있을 것이다. 본 논문에서는 피아의 기동이 예측되는 전장상황에 대해 고려했지만, 실제 전장은 기동경로가 확실치 않은 경우가 상당수 존재한다. 따라서 피아의 경로를 확률에 따라 예측할 수 있는 모형도 다뤄볼 수 있을 것이다. 그리고 교전 중 주어지는 각종 정보를 통해 새로운 최적전략을 도출하는 문제는 매우 어려운 문제이지만, 매우 현실적인 문제이며 이에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] 원경찬 외 2인, “한미 연합연습 비용분담 발전 방안”, 『국방정책연구』, 제76권(2007), pp.197-217.
- [2] Baik, S.W., “A raid-type war-game model based on a discrete multi-weapon Lanchester’s Law,” *Management science and Financial Engineering*, Vol.19, No.2(2013), pp.31-36.
- [3] Beall, T.R. and M.S. Thesis, “The development of a naval battle model and its validation using historical data,” *Naval Postgraduate School*, 1990.
- [4] Colegrave, R.K. and J.M. Hyde, “The Lanchester square-law model extended to a (2, 2) conflict,” *IMA J Appl Math*, Vol.51(1993), pp.95-109.
- [5] Falk, J.E., “A linear max-min problem,” *Mathematical Programming*, Vol.5(1973), pp.169-188.
- [6] Gale, D., *The Theory of Linear Economic Models*, McGraw-Hill, New York, 1960.
- [7] Hansen, P., B. Jaumard, and G. Savard, “New branch-and-bound rules for linear bilevel programming,” *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, Vol.13, No.5(1992), pp.95-109.
- [8] Hsiao, H. and S.M. Guu, “A differential game for air-land combat operation,” *WSEAS Transactions on systems*, Vol.4(2004), pp.1535-1542.
- [9] Im, J.S. and M.S. Thesis, “Mathematical model for amphibious raid war-game,” *Seoul National University*, 2012.
- [10] Jo, S.J., “Victory and Defeat Factor Analysis of Historic Battle using Simulation : Myeong-Ryang Sea-Battle during Japanese Invasion of Korea in 1592,” *Korean Management Science Review*, Vol.27, No.1(2010), pp.61-73.
- [11] Jung, Y.H., Kim, G.K., and Lee, S.H., “Dual-Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem Considering Reverse Logistics,” *Korean Management Science Review*, Vol.29, No.1 (2012), pp.89-99.
- [12] Kaup, G.T., D.J. Kaup, and N.M. Finkelstein, “The Lanchester (n, 1) problem,” *J Oper Res Soc*, Vol.56(2005), pp.1399-1407.
- [13] Kawara, Y., “An allocation problem of support fire in combat as a differential game,” *Oper Res*, Vol.21(1973), pp.942-951.
- [14] Kim, D.H. and Y.H. Lee, “Heuristic for the Simultaneous Target Allocation and Fire Sequence Problem,” *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, Vol.35, No.1(2010), pp.47-65.
- [15] Lanchester, F.W., *Aircraft in warfare : the dawn of the fourth arm*, Constable and Co., London, England, 1916.
- [16] Lee, K.T., Y.H. Choi, and G.H. Song, “A Study on Requirement Calculation of MRE Using Wargame Simulation Result,” *Korean Management Science Review*, Vol.30, No.1 (2013), pp.125-137.
- [17] Marin, J.A. and M.S. Thesis, “A model for optimizing field artillery fire,” *Naval Postgraduate School*, 1989.
- [18] Nash, J., “Non-cooperative games,” *Annals of Mathematics*, Vol.54(1951), pp.286-295.
- [19] Roberts, D.M. and B.W. Conolly, “An extension of the Lanchester square law to inhomogeneous forces with an application to force allocation methodology,” *J Oper Res Soc*, Vol.43(1992), pp.741-752.
- [20] Sheeba, P.S. and D. Ghose, “Optimal resource allocation and redistribution strategy in

- military conflicts with Lanchester square law attrition,” *Naval Research Logistics*, Vol.55, No.6(2008), pp.581-591.
- [21] Shi-hui, W.U. and Y. Jian-jun, “Optimal military strength allocation for campaign between single-kind arms and multi-kind arms,” *In 16th International Conference on Management Science and Engineering*, (1992), pp. 741-752.
- [22] Stein, N.D. and M.S. Thesis, “Characterization and computation of equilibria in infinite games,” *MIT*, 2007.
- [23] Taylor, J.G., “Target selection in Lanchester combat : linear-law attrition process,” *Naval Res Logist Q*, Vol.20(1973), pp.673-697.
- [24] Taylor, J.G., “Solving Lanchester-type equations for ‘Modern Warfare’ with variable coefficients,” *Oper Res*, Vol.22(1974), pp.756-770.
- [25] Taylor, J.G., “Target selection in Lanchester combat : heterogeneous forces and time-dependent attrition-rate coefficient,” *Naval Res Logist Q*, Vol.21(1974), pp.683-704.
- [26] Taylor, J.G. and S.H. Parry, “Force-ratio considerations for some Lanchester-type models of warfare,” *Oper Res*, Vol.23(1975), pp.522-533.
- [27] Taylor, J.G., “Differential game examination of optimal time-sequential fire-support strategies,” *Naval Res Logist Q*, Vol.25, No.2 (1978), pp.323-355.
- [28] Welr, D.M., *Naval gunfire support of amphibious operations : past, present, and future*, Naval Surface Weapons Center, 1977.