

## 바이모달 이산정보에 대한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석

임 우 철\* · 이 태 희\*\*

\* 한양대학교 공과대학 자동차공학과

### Akaike Information Criterion-Based Reliability Analysis for Discrete Bimodal Information

Woochul Lim\* and Tae Hee Lee\*\*

\* Dept. of Automotive Engineering, College of Engineering, Hanyang Univ.

(Received May 25, 2012 ; Revised August 1, 2012 ; Accepted August 2, 2012)

**Key Words:** Akaike Information Criterion(AIC: 아카이케정보척도), Finite Mixture Model(유한 혼합 모델), Bimodal Distribution(바이모달 분포), Maximum Likelihood Estimation(MLE: 최우량추정법), Reliability Analysis(신뢰성해석)

**초록:** 신뢰성해석에서 응답의 분포는 변수의 분포에 따라 달라진다. 특히 변수의 분포가 바이모달 분포일 때 대부분 응답의 분포 또한 바이모달 분포이다. 이런 문제에 대해 기존의 신뢰성해석 기법은 변수를 하나의 모드를 갖고 연속함수로 정의되는 특정 확률분포로 가정하고 신뢰성해석을 수행한다. 하지만 실제 문제에서 변수들은 이산정보이면서 한 개 이상의 모드를 갖는 경우가 많기 때문에 변수의 분포에 대한 가정을 하지 않고 한 개 이상의 모드를 고려한 신뢰성해석을 수행하는 것은 매우 중요하다. 본 연구에서는 바이모달 이산정보를 고려한 신뢰성해석을 위해 유한 혼합 모델을 후보 분포로 사용한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석 기법을 제안한다. 수학예제를 통해 제안한 기법의 정확도를 검증하고 유용성을 확인한다.

**Abstract:** The distribution of a response usually depends on the distribution of the variables. When a variable shows a distribution with two different modes, the response also shows a distribution with two different modes. In this case, recently developed methods for reliability analysis assume that the distribution functions are continuous with a mode. In actual problems, however, because information is often provided in a discrete form with two or more modes, it is important to estimate the distributions for such information. In this study, we employ the finite mixture model to estimate the response distribution with two different modes, and we select the best candidate distribution through AIC. Mathematical examples are illustrated to verify the proposed method.

## 1. 서론

최적설계는 제한조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수의 값을 찾는 설계 기법이다. 확률론적 접근방법의 최적설계에서는 설계변수가 평균과 같은 대표 값을 갖는다는 가정하에 최적설계를 수행하고 변수들의 변동에 의한 시스템의 불확실성을 고려하기 위해 안전계수와 같은 경험적인 방법을 이용하여 신뢰성을 확보한다. 반면에

확률론적 접근방법의 최적설계는 시스템의 신뢰성을 확보하기 위해 응답의 변동에 영향을 미치는 변수들의 통계적 특성을 고려하며 이를 신뢰성 기반 최적설계라 한다. 신뢰성 기반 최적설계를 수행하기 위해서는 시스템의 신뢰도를 판단하는 신뢰성해석을 수행해야 한다. 하지만 실제 공학 문제에서는 신뢰성해석에 사용되는 비용의 문제로 신뢰성 기반 최적설계를 적용하는데 어려움이 있으며 이를 해결하기 위해 신뢰성해석 기법에 대한 많은 연구들이 수행되고 있다.

신뢰성해석을 수행하는 방법으로 추출법,<sup>(1)</sup> 급속 확률적분법,<sup>(2,3)</sup> 모멘트법<sup>(4-7)</sup> 등이 있다. 추출법은 정확한 신뢰도를 구할 수 있는 반면 많은 비용이 드는 단점이 있다. 급속확률적분법, 모멘트법 등은

§ 이 논문은 2012년도 대한기계학회 CAE 및 응용역학부문 춘계 학술대회(2012.5.10-12, 제주 휘닉스아일랜드) 발표논문임

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

변수의 통계적 특성을 고려하기 위해 변수의 분포를 연속함수로 정의되는 특정 확률분포로 가정하여 신뢰성해석을 수행한다. 하지만 실제 공학문제에서 변수들의 분포는 알려져 있지 않거나 한정된 이산정보를 갖는 경우가 많기 때문에 기존의 신뢰성해석 기법의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제를 해결하기 위해 변수의 분포를 특정 확률분포로 가정을 하지 않고 한정된 정보로부터 신뢰성해석을 수행할 수 있는 기법인 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석이 제안되었다.<sup>(8)</sup>

또한 기존의 신뢰성해석 기법을 변수 또는 응답의 분포가 두 개 이상의 모드를 갖는 바이모달 분포특성에 대한 문제에 적용하는데 한계가 있다. 변수의 바이모달 분포특성이나 응답의 큰 비선형성으로 인해 응답이 바이모달 분포를 갖는 경우에는 앞서 언급한 신뢰성해석의 정확도를 보장할 수 없다. 몇 가지 예로 다음과 같은 응답의 바이모달 분포특성에 대한 연구들이 진행되었다. 심해저 망간단과 채집 시스템의 설계 시 설계자가 제어할 수 없는 환경변수를 신뢰성 해석에 고려하기 위해 환경변수의 분포특성에 대한 연구가 수행되었으며 그 결과 심해저 해저면의 진단강도는 바이모달 특성을 갖는 것으로 확인되었으며,<sup>(9)</sup> 헬리콥터의 신뢰성 기반 최적설계에 고려되는 환경변수인 작동온도는 바이모달 특성을 갖고 이로 인해 시스템의 응답 또한 바이모달 특성을 갖는다.<sup>(10)</sup>

바이모달 응답에 대한 신뢰성해석 기법의 연구들은 주로 추출법을 이용한 방법과 기존의 차원감소법을 이용한 방법 등의 연구<sup>(11~12)</sup>가 있다.

본 연구에서는 응답의 바이모달 분포특성을 고려하여 신뢰성해석을 수행하는 방법인 유한혼합모델을 이용한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석을 제안하고 수학예제를 통해 제안한 기법을 이용한 결과와 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 결과와 비교하여 제안한 기법의 정확성을 검증한다.

## 2. 바이모달 이산정보에 대한 아카이케 정보척도 기반 신뢰성해석

### 2.1 신뢰성해석

시스템의 유용영역이  $Y \leq 0$  라고 하면 시스템의 신뢰도  $R$ 은 식 (1)과 같이 정의할 수 있다.

$$R = P(Y(X) \leq 0) = \int_{Y(x) \leq 0} f_x(x) dx \tag{1}$$

여기서  $\mathbf{x}$ 는 응답의 변동에 영향을 미치는 확률변

수이며,  $f_x$ 는 결합확률밀도함수이다.

### 2.2 유한혼합모델

실제 문제에서 시스템의 응답의 변동에 영향을 미치는 요소에는 설계변수와 환경변수가 있다. 설계변수는 주로 정규분포 또는 정규분포로 변환 가능한 분포로 알려져 있지만 온도, 유속 등의 환경변수에 대한 정보는 많지 않고, 특히 바이모달 분포일 때 신뢰성해석에 어려움이 있다. 본 연구에서는 바이모달 분포를 고려하기 위해 유한혼합모델을 사용한다.<sup>(13)</sup>

멀티모달 분포를 표현하기 위한 유한혼합모델  $f(\mathbf{x})$ 를 식 (2)와 같이 연속확률분포의 가중합으로 정의한다.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^M w_m f_m(\mathbf{x}), \quad \sum_{m=1}^M w_m = 1 \tag{2}$$

여기서  $w$ 는 가중치를 의미하고  $f_m(\mathbf{x})$ 는 연속확률분포를 의미한다.

본 연구에서는  $M=2$ 인 유한혼합모델을 사용한다. 정규(normal), 대수정규(log-normal), 감마(Gamma), 와이블(Weibull), 지수(exponential), 일반화극치(generalized extreme value) 분포 등 6개의 연속확률분포를 사용하여 유한혼합모델을 정의한다.

Fig. 1과 같이 두 연속확률분포  $f_1(\mathbf{x}) = N(0, 1.2^2)$ ,  $f_2(\mathbf{x}) = N(5, 1.5^2)$ 의 가중합으로 유한혼합모델을 정의할 수 있다. 두 분포의 가중치가 같은 0.5일 때  $f(\mathbf{x})$ 와 같이 두 개의 정규분포의 가중합으로 정의된 유한혼합모델이 된다.

앞서 언급한 것과 같은 방법을 이용하면 두 종류의 연속확률분포의 가중합으로 21 종류의 유한

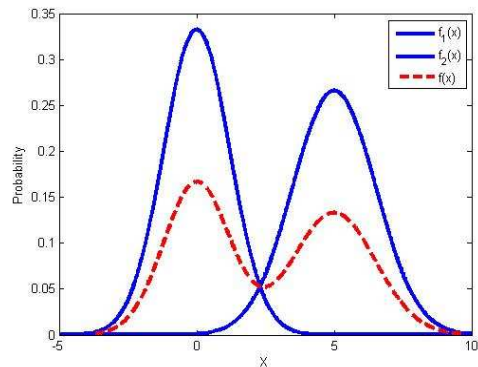


Fig. 1 Two cases of normal distribution with different parameters and finite mixture model for two normal distributions

Table 1 Candidate distributions for AIC

Probability model	Probability density function	Parameters
Mixed Two Normal Distribution (MTND)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_2^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_2)^2}{2\beta_2^2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$
Mixed Two Log-normal Distribution (MTLD)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_2^2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \alpha_2)^2}{2\beta_2^2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$
Mixed Normal Exponential Distribution (MNED)	$y = w \left\{ \frac{1}{x\sqrt{2\pi\beta_1^2}} \exp\left(-\frac{(x-\alpha_1)^2}{2\beta_1^2}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{\alpha_2} \exp\left(-\frac{x}{\alpha_2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1$
Mixed Weibull GEV Distribution (MWGD)	$y = w \left\{ \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x}{\alpha_1}\right)^{\beta_1-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha_1}\right)^{\beta_1}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \left(\frac{1}{\beta_2}\right) \exp\left(-\left(1+\gamma_2\frac{(x-\alpha_2)}{\beta_2}\right)^{-1/\gamma}\right) \right\} \dots \left\{ \left(1+\gamma_2\frac{(x-\alpha_2)}{\beta_2}\right)^{-1-1/\gamma} \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_2$
Mixed Exponential Gamma Distribution (MEGD)	$y = w \left\{ \frac{1}{\alpha_1} \exp\left(-\frac{x}{\alpha_1}\right) \right\} + (1-w) \left\{ \frac{1}{\beta_2^{\alpha_2} \Gamma(\alpha_2)} x^{\alpha_2-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta_2}\right) \right\}$	$w, \alpha_1, \alpha_2, \beta_2$

혼합모델을 정의할 수 있다. 그 중 일부의 확률밀도함수와 모수들을 Table 1에 나타내었다. 이렇게 정의한 유한혼합모델은 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석의 후보확률분포로 사용된다.

후보확률분포 중에서 응답을 가장 잘 표현한 분포를 아카이케정보척도를 이용하여 결정하기 때문에 후보확률분포의 종류를 더 많이 정의하면 더 정확한 신뢰성해석을 수행할 수 있다.

유한혼합모델을 이용한 후보분포의 명칭은 주로 후보분포 이름의 앞에 M(mixed)을 표시하고 같은 종류의 분포를 가중합한 경우에는 T(two)를 표시한다. 또는 서로 다른 분포를 가중합한 경우에는 서로 다른 두 가지의 분포의 약자를 표시하고 마지막에 D(distribution)를 표시한다.

### 2.3 바이모달 이산정보에 대한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석

급속확률적분법은 변수의 분포를 특정 확률분포로 가정하고 모멘트법은 응답의 분포를 하나의 모

드를 갖는 분포로 가정한 피어슨시스템(Pearson system)을 사용한다. 따라서 설계자가 설계에 고려하는 정보가 불연속적이거나 정보 또는 응답의 분포가 두 개 이상의 모드를 가질 때 앞서 언급한 두 방법은 한계가 있다. 또한 분포의 가정 없이 신뢰성해석이 가능한 추출법은 비용적인 관점에서 비효율적이다. 본 연구에서 제안하는 유한혼합모델을 이용한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석은 한정된 이산정보로부터 얻어진 시스템 응답의 통계적 특성이 두 개의 모드를 가질 때에도 응답을 가장 잘 나타내는 분포를 추정하기 위해 유한혼합모델을 후보분포로 사용한 아카이케정보척도를 이용하여 추정한 분포를 통해 신뢰성해석을 수행한다.

아카이케정보척도는 1973년 Akaike<sup>(14)</sup>에 의해 소개되었으며 아카이케정보척도는 확률, 통계, 경제, 환경, 공학 등 여러 분야에서 적용되었다. 확률 및 통계 분야에서는 1980년대 이후로 활발하게 연구가 진행되고 있으며 주로 아카이케정보척도의 정확성을 높이는 연구 또는 모집단의 분포를 추정하는 연구들이 진행되었다.<sup>(15,16)</sup> 자연 환경을 대표하는 변수들이 많은 환경 분야에서는 1990년대 이후로 연구가 진행되었으며 아카이케정보척도를 이용하여 조류의 생존률을 모델링하는 연구가 진행되었다.<sup>(17)</sup> 전기, 전자 분야에서는 1980년대 이후, 기계 공학 분야에서는 2000년대 이후 변수의 확률분포를 결정하는 방법, 응답을 모델링하는 기법으로 적용되었다.<sup>(18,19)</sup> 아카이케정보척도를 공학 분야에 적용한 연구들은 주로 응답을 수학적으로 표현하는 방법으로 활용되었다.

아카이케정보척도는 설계자가 정한 후보확률분포들의 최대수우량함수(maximum log likelihood function)와 모수의 개수를 이용하여 데이터를 가장 잘 추정하는 확률분포를 결정하는 척도이며 식 (3)과 같이 정의된다.<sup>(20)</sup>

$$\varphi = -2(f_{ml} - n_{free}) \tag{3}$$

여기서  $f_{ml}$ 은 후보확률분포의 최대수우량함수이며  $n_{free}$ 는 후보확률분포의 모수의 개수이다.

우량함수(likelihood function)는 확률분포의 확률밀도함수로 표현할 수 있으며 우량함수의 값이 최대가 되는 최우량함수(maximum likelihood function)일 때 확률분포를 가장 잘 추정한다고 알려져 있다. 계산의 편의성을 위해 우량함수에 대수를 취한 대수우량함수(log likelihood function)를 주로 이용한다. 확률분포를 표현하는 모수의 개수가 많을

수록 과추정하는 경향이 있기 때문에 같은 수준의 최우량함수에서는 더 적은 개수의 모수를 가진 후보확률분포의  $\phi$ 가 더 작은 값을 갖는다.

아카이케정보척도는 시스템의 통계적 특성을 결정하는 설계변수의 분포 및 환경변수의 분포를 가정하지 않고 후보확률분포들의 최대수우량함수와 모수의 개수로부터 시스템의 통계적 특성을 가장 잘 표현하는 연속확률분포를 결정한다. 식 (3)에 따라  $\phi$ 가 가장 작은 연속확률분포가 시스템의 통계적 특성을 가장 잘 표현한 연속확률분포며, 아카이케정보척도로부터 결정된 연속확률분포를 이용하여 시스템의 신뢰도를 구한다.

### 3. 수학예제

본 논문에서 제안하는 바이모달 이산정보에 대한 아카이케정보척도 기반 신뢰성해석의 정확도를 검증하기 위해 수학예제를 이용하였다. 변수의 분포가 한 개의 모드를 가질 때, 비선형성이 작은 응답인 경우 응답의 분포도 한 개의 모드를 가지는 반면에 비선형성이 큰 응답인 경우 응답의 분포가 두 개의 모드를 가지는 경우가 있다. 또한 변수의 분포가 두 개의 모드를 가질 때에는 주로 응답의 비선형성에 상관 없이 응답의 분포도 두 개의 모드를 갖는다.

수학예제에서는 문제의 특성이 다른 세 개의 예제를 통해 제안한 신뢰성해석 기법의 정확도를 검증한다. 한 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형성이 큰 응답에 대한 예제, 두 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형성이 작은 응답에 대한 예제, 두 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형이 큰 응답에 대한 예제 등 총 세 개의 예제를 통해 제안한 신뢰성해석의 정확도를 검증한다.

수학예제에 사용한 후보분포는 앞 장에서 유한혼합모형을 정의하기 위해 사용한 한 개의 모드를 갖는 연속확률분포 6 개와 정의한 유한혼합모형 21 개 등 총 27 개의 후보분포를 사용하였다. 각 예제의 결과로 가장 잘 추정된 분포와 모수를, 그리고 설계자가 원하는 임의의 응답 값에 대한 신뢰도를 표에 정리하였다. 또한 응답의 빈도수와 추정한 후보분포를 비교하기 위해 그림으로 정리하고 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 가장 잘 추정한 후보분포를 그림으로 표현하였다. 응답의 빈도수는 연속확률분포와의 비교를 위해 상대빈도수밀도를 사용하였다.

3.1 한 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형이 큰 응답

2 개의 변수에 종속적이며 비선형성이 큰 응답

$Y_1$ 은 아래의 식 (4)와 같고 응답은 두 개의 모드를 갖는다.

$$Y_1(\mathbf{X}) = X_1^2 - (\sin(X_2 - 1))^2 + 1 \tag{4}$$

변수는 다음과 같이 하나의 모드를 갖는 정규분포를 따른다.

$$X_1 \sim N(10, 1^2), X_2 \sim N(3, 1^2)$$

정규분포로 가정한 변수의 이산정보를 100 개씩 무작위 추출하여 구한 총 100 개의 응답을 이용하여 응답의 후보분포들에 대한 모수를 추정하고 아카이케정보척도를 이용하여 가장 잘 추정한 분포를 결정하고, 결정된 분포를 이용하여 응답의 신뢰도를 구한다.

후보분포들의 추정된 모수와 식 (3)으로부터 구한 AIC 를 Table 2에 나타내었고 응답에 대한 신뢰도를 Table 3에 나타내었다. 100 개 응답에 대한 히스토그램과 추정된 후보분포를 Fig. 2에 나타내었다. 응답을 가장 잘 추정한 분포인 MWED 와 두 개의 정규분포를 혼합한 MTND, 그리고 하나의 모드를 갖는 정규분포를 Fig. 2에 나타내었다. 27 개의 후보분포 중 응답을 가장 잘 추정한 분포인 MWED 와 MCS 을 이용한 응답의 히스토그램을 Fig. 3에 나타내었다.

식 (4)의 응답  $Y_1$ 은 변수의 분포가 하나의 모드를 갖는 정규분포이지만 응답의 큰 비선형성으로 인해 응답이 바이모달 분포를 갖는다. Table 2의 결과에서 볼 수 있듯이 와이블분포와 지수분포의 가중합으로 정의된 유한혼합모형이 응답을 가장 잘 표현하는 것을 확인할 수 있다. 이때 와이블분포의 가중치가 0.59 이며 유한혼합모형의 모수는 Table 2에서 확인할 수 있다.

**Table 2** AIC and estimated candidate distributions with parameters for  $Y_1$

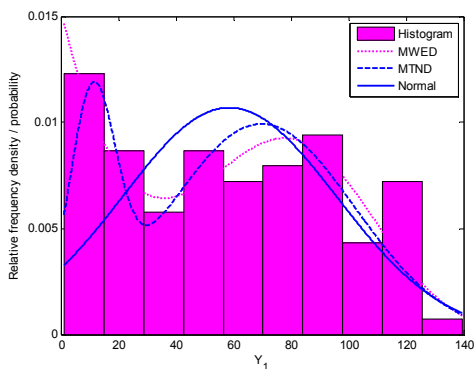
Probability model	AIC	Parameters				
		$w$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
MWED	985.60	0.59	90.05	3.33	26.67	
MNED	986.25	0.59	80.73	27.30	27.62	
MLWD	989.15	0.30	2.45	1.13	84.46	2.81
MTND	997.94	0.80	69.92	32.15	10.97	7.94
...						
Normal	1011.5		58.69	37.29		
Exp.	1016.4		58.69			

**Table 3** Reliability results for  $Y_1$

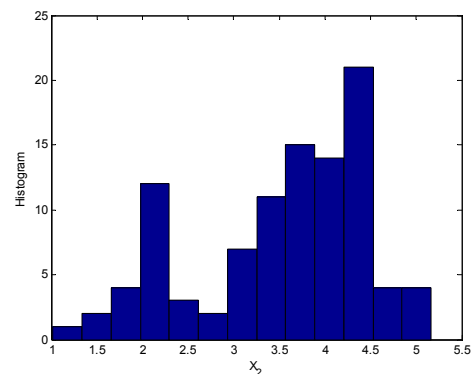
Probability model	Reliability ( $\Pr(Y_1 < 140)$ )	
	AIC	MCS
MWED	0.9902	0.9937
MNED	0.9886	
MLWD	0.9847	
MTND	0.9883	
...		
Normal	0.9854	
Exp.	0.9080	

**Table 4** AIC and estimated candidate distributions with parameters for  $Y_2$

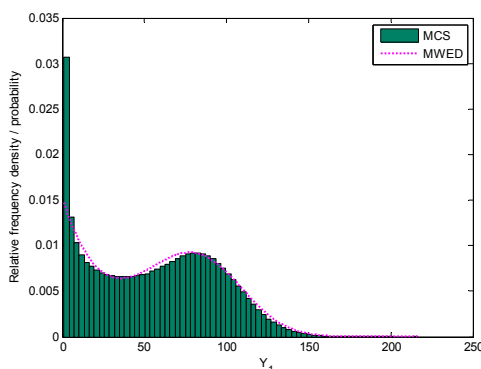
Probability model	AIC	Parameters				
		$w$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
MNWD	914.79	0.80	72.31	17.98	26.52	4.87
MTND	915.89	0.82	72.75	18.06	25.31	6.04
MTWD	916.24	0.79	77.86	4.49	25.76	4.59
MTLD	924.37	0.57	24.21	3.16	2.86	15.84
...						
Normal	932.93		62.73	25.17		
EV	935.52		74.94	22.57		



**Fig. 2** Histogram and estimated candidate distributions for  $Y_1$



**Fig. 4** Discrete information of  $X_2$  for  $Y_2$



**Fig. 3** MCS and the best estimated candidate distributions for  $Y_1$

하나의 모드를 갖는 후보분포들보다 유한혼합모델을 사용한 후보분포 들이 응답을 더 잘 표현하고 있으며 응답의 신뢰도 또한 더 잘 추정하고 있는 것을 확인할 수 있다.

3.2 두 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형성이 작은 응답

2 개의 변수에 종속적이며 비선형성이 작은 응답  $Y_2$ 는 아래의 식 (5)와 같고 응답은 두 개의 모

드를 갖는다.

$$Y_2(\mathbf{X}) = 2(3 - X_1)^2 + 4X_2^2 \tag{5}$$

변수  $X_1$ 은 다음과 같이 하나의 모드를 갖는 와이블 분포를 따르고,  $X_2$ 는 Fig. 4와 같이 두 개의 모드를 갖는 분포로써 100 개의 이산정보로 주어 져 있다.

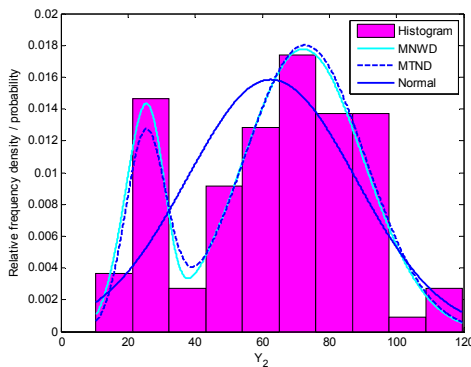
$$X_1 \sim Wb(1,2)$$

$X_2$ 에 대한 100 개의 이산정보와 와이블분포에서 무작위 추출한  $X_1$ 에 대한 100 개의 이산정보로부터 얻은 응답  $Y$ 에 대한 신뢰성해석을 수행한다.

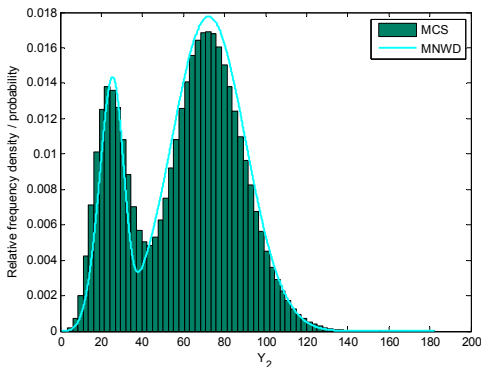
후보분포들의 추정된 모수와 식 (3)으로부터 구한 AIC를 Table 4에 나타내었고 응답에 대한 신뢰도를 Table 5에 나타내었다. 100 개 응답에 대한 히스토그램과 추정된 후보분포를 Fig. 5에 나타내었다. 27 개의 후보분포 중 응답을 가장 잘 추정한 분포인 MNWD와 두 개의 정규분포를 혼합한 MTND, 그리고 하나의 모드를 갖는 정규분포를 Fig. 5에 나타내었다. 응답을 가장 잘 추정한 분포인 MNWD와 MCS을 이용한 응답의 히스토그램

**Table 5** Reliability results for  $Y_2$

Probability model	Reliability ( $\Pr(Y_2 < 120)$ )	
	AIC	MCS
MTLD	0.9968	0.9953
MGLD	0.9964	
MNLD	0.9993	
MTLD	0.9891	
...		
Normal	0.9886	
Exp.	0.9994	



**Fig. 5** Histogram and estimated candidate distributions for  $Y_2$



**Fig. 6** MCS and the best estimated candidate distributions for  $Y_2$

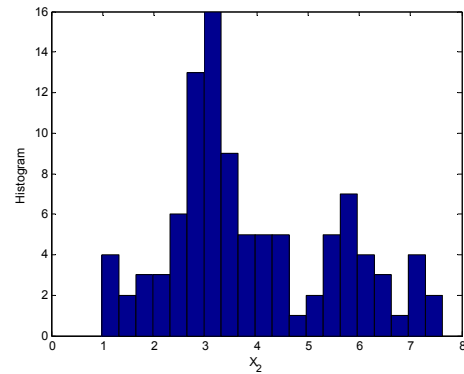
을 Fig. 6에 나타내었다. 식 (5)의 응답  $Y_2$ 는 비선형성이 크지 않지만 응답에 영향을 미치는 변수  $X_2$ 에 의해 바이모달 응답특성을 가진다. Fig. 6의 MNWD에서 왼쪽 분포는 크기(scale)모수가 26.52, 모양(shape)모수가 4.87을 갖는 와이블분포이고 오른쪽 분포는 평균이 72.31, 표준편차가 17.98인 정규분포이다. 가중치는 정규분포에 0.8, 와이블분포에 0.2인 것을 확인할 수 있다. 한 개의 모드를 갖는 후보분포들 보다 유한혼합모델을 사용한 후보분포들이 응답을 더 잘 표현하고 있으며 응답

**Table 6** AIC and estimated candidate distributions with parameters for  $Y_3$

Probability model	AIC	Parameters				
		$w$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
MTND	369.22	0.29	6.65	0.83	3.71	0.90
MTWD	370.47	0.44	6.38	4.80	3.73	4.88
MNWD	371.31	0.28	3.74	0.40	5.48	3.09
MGWD	375.91	0.75	11.97	0.32	7.05	8.18
...						
Lognormal	375.75		7.94	0.58		
Gamma	378.07		1.45	0.37		

**Table 7** Reliability results for  $Y_3$

Probability model	Reliability ( $\Pr(Y_3 < 8)$ )	
	AIC	MCS
MTND	0.9851	0.9885
MTWD	0.9775	
MNWD	0.9710	
MGWD	0.9836	
...		
Lognormal	0.9681	
Gamma	0.9558	



**Fig. 7** Discrete information of  $X_2$  for  $Y_3$

의 신뢰도 또한 더 잘 추정하고 있는 것을 확인할 수 있다.

3.3 두 개의 모드를 갖는 변수에 종속적이며 비선형성이 큰 응답

2 개의 변수에 종속적이며 비선형성이 큰 응답  $Y_3$ 는 아래의 식 (6)과 같고 응답은 두 개의 모드를 갖는다.

$$Y_3(\mathbf{X}) = \frac{X_1^2 X_2}{X_1 + X_2^2} + X_2 \tag{6}$$

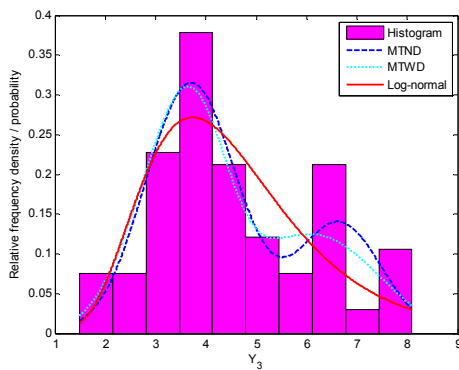


Fig. 8 Histogram and estimated candidate distributions for  $Y_3$

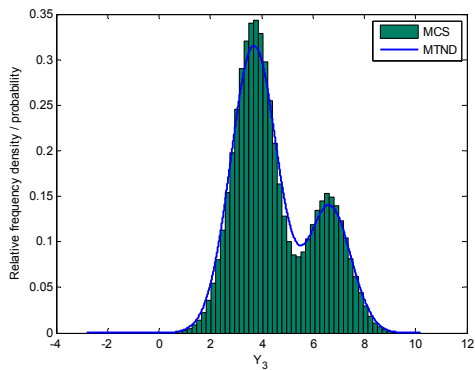


Fig. 9 MCS and the best estimated candidate distributions for  $Y_3$

변수  $X_1$  은 다음과 같이 하나의 모드를 갖는 와이블 분포를 따르고,  $X_2$  는 Fig. 7과 같이 두 개의 모드를 갖는 분포로써 100 개의 이산정보로 주어 져 있다.

$$X_1 \sim Wb(3,6)$$

$X_2$  의 100 개의 이산정보와  $X_1$  에서 추출한 100 개의 이산정보로부터 얻은 응답  $Y_3$  에 대한 신뢰성해석을 수행한다. 100 개의 응답을 이용하여 후보분포들에 대한 모수를 추정하고 아카이케정보척도를 이용하여 가장 잘 추정한 분포를 결정하고, 결정된 분포를 이용하여 응답의 신뢰도를 구한다.

후보분포들의 추정된 모수와 식 (3)으로부터 구한 AIC 를 Table 6에 나타내었고 응답에 대한 신뢰도를 Table 7에 나타내었다. 100 개 응답에 대한 히스토그램과 추정된 후보분포를 Fig. 8에 나타내었다. 27 개의 후보분포 중 응답을 가장 잘 추정한 분포인 MTND 와 두 개의 와이블분포를 혼합한 MTWD, 그리고 하나의 모드를 갖는 대수정규분포를 Fig. 8에 나타내었다. 응답을 가장 잘 추정한

분포인 MTND 와 MCS 을 이용한 응답의 히스토그램을 Fig. 9에 나타내었다.

응답  $Y_3$  는 응답의 비선형성과 바이모달 분포특성을 갖는  $X_2$  에 의해 바이모달 특성을 가진다. 가장 잘 추정한 분포는 정규분포 두 개의 가중합으로 정의된 MTND 이다. 몬테카를로 시뮬레이션으로 계산한  $Y_3 < 8$  에 대한 신뢰도는 0.9885 이며 유한혼합모델로 추정한 NTND 로 구한 신뢰도는 0.9851 로 몬테카를로 시뮬레이션으로 구한 신뢰도와 유사한 것을 확인할 수 있다. 하나의 모드를 갖는 후보분포와 두 개의 모드를 갖는 후보분포는 결과에서 볼 수 있듯이 신뢰도를 추정하는데 정확도에 큰 차이가 있다. 한 개의 모드를 갖는 후보분포들보다 유한혼합모델을 사용한 후보분포들이 응답을 더 잘 표현하고 있으며 응답의 신뢰도 또한 더 잘 추정하고 있는 것을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 실제 공학문제의 신뢰성해석에 적용 가능한 기법을 제안하고 수학예제를 이용하여 제안한 기법의 정확도를 검증하였다.

실제 공학문제에서 변수에 대한 정보는 한정된 이산정보로 주어지는 경우가 많고 특히 설계자가 제어할 수 없는 환경변수는 바이모달 분포특성을 갖는 경우가 있다. 기존의 신뢰성해석 기법들은 변수의 분포를 연속함수로 정의되는 특정한 확률 분포로 가정하기 때문에 한정된 이산정보 또는 바이모달 분포특성을 갖는 변수를 고려하는데 한계가 있으며 본 논문에서는 아카이케정보척도와 유한혼합모델을 도입하여 이와 같은 문제를 극복하는 신뢰성해석 기법을 제안하였다.

변수의 분포특성이 한 개 또는 두 개의 모드를 갖는 문제와 응답의 비선형성이 크고 작은 문제에 대해 제안한 신뢰성해석 기법을 적용하고 몬테카를로 시뮬레이션의 결과와 비교하여 제안한 신뢰성해석 기법의 정확도를 검증하였다.

향후 제안한 신뢰성해석 기법을 신뢰성 기반 최적설계에 적용하고 실제 공학문제에 적용하여 제안한 기법의 유용성을 확인하는 연구를 수행할 계획이다.

#### 후 기

본 연구는 국토해양부의 지원으로 수행중인 “심해저 광물자원 통합채광시스템 개발연구” 사업의 연구결과 중 일부임을 밝힙니다.



## 참고문헌

- (1) Buslenko, N.P., Golenko, D.I., Shreider, Y.A., Sobol, I.M. and Sragowich, V.G., 1994, *The Monte Carlo Method*, Pergamon Press.
- (2) Cornell, C.A., 1969, "A Probability-Based Structural Code," *Journal of the American Concrete Institute*, Vol.66, No.12, pp.974~985.
- (3) Breitung, K., 1984, "Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals," *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 110, No. 3, pp. 357~366.
- (4) Seo, H. S. and Kwak, B. M., 2002, "Efficient Statistical Tolerance Analysis for General Distributions Using Three-Point Information," *International Journal of Production Research*, Vol. 40, No. 4, pp. 931~944.
- (5) Lee, S. H. and Kwak, B. M., 2006, "Response Surface Augmented Moment Method for Efficient Reliability Analysis," *Structural Safety*, Vol. 28, pp. 261~272.
- (6) Rahman, S. and Xu, H., 2004, "A Univariate Dimension-Reduction Method for Multi-Dimensional Integration in Stochastic Mechanics," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 19, No. 4, pp. 393~408.
- (7) Jung, J. J., 2007, *Multiplicative Decomposition Method for Accurate Moment-Based Reliability Analysis*, Ph.D. thesis, Hanyang University.
- (8) Lim, W. and Lee, T. H., 2012, "Reliability-based Design Optimization Using Akaike Information Criterion for Discrete Information," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 36, No. 6
- (9) Choi, J., Hong, S., Chi, S., Lee, H., Park, C., Kim, H., Yeu, T. and Lee, T. H., 2011, "Probability Distribution for the Shear Strength of Seafloor Sediment in the KR5 Area for the Development of Manganese Nodule Miner," *Ocean Engineering*, Vol. 38, pp. 2033~2041.
- (10) Kim, S., Jun, S., Kang H., Park Y., and Lee D., 2011, "Reliability Based Optimal Design of a Helicopter Considering Annual Variation of Atmospheric Temperature," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 25, pp. 1095~1104.
- (11) Fu, G. and Moses, F., 1993, "Multimodal Simulation Method for System Reliability Analysis," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 119, No. 6, pp. 1173~1179.
- (12) Li, G. and Zhang, K., 2011, "A Combined Reliability Analysis Approach with Dimension Reduction Method and Maximum Entropy Method," *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol. 43, pp. 121~134.
- (13) Johnson, N. L., Kotz, S. and Balakrishnan, L., 1994, *Continuous Univariate Distributions, Vol. 1*, Wiley-Interscience.
- (14) Akaike, H., 1973, "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," *Proceedings of the Second International Symposium on Information Theory*, pp. 267~281.
- (15) Hurvich, C. M., Simonoff, J. S. and Tsai, C. L., 1998, "Smoothing Parameter Selection in Nonparametric Regression using an Improved Akaike Information Criterion," *Journal of the Royal Statistical Society Series B-Statistical Methodology*, Vol.60, pp. 271~293.
- (16) Pan, W., 2001, "Akaike's Information Criterion in Generalized Estimating Equations," *Biometrics*, Vol. 57, pp. 120~125.
- (17) Spendelov, J. A., Nichols, J. D., Nisbet, I. C. T., Hays, H., Cormons, G. D., Burger, J., Safina, C., Hines, J. E. and Gochfeld, M., 1995, "Estimating Annual Survival and Movement Rates of Adults within a Metapopulation of Roseate Terns," *Ecology*, Vol. 76, No. 8, pp. 2415~2428.
- (18) Al-Rubaie, K. S., Godefroid L. B. and Lopes J. A. M., 2007, "Statistical Modeling of Fatigue Crack Growth Rate in Inconel Alloy 600," *International Journal of Fatigue*, Vol. 29, pp. 931~940.
- (19) Go, S. J., Lee, M. C. and Park, M. K., 2001, "Fuzzy Sliding Mode Control of a Polishing Robot based on Genetic Algorithm," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 580~591.
- (20) Sakamoto, Y., Ishiguro, M. and Kitagawa, G., 1986, *Akaike Information Criterion Statistics*, KTK Scientific Publishers, pp.56~85.