

# Estimating Discriminatory Power with Non-normality and a Small Number of Defaults

C. S. Hong<sup>1</sup> · H. J. Kim<sup>2</sup> · J. L. Lee<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Statistics, Sungkyunkwan University

<sup>2</sup>Research Institute of Applied Statistics, Sungkyunkwan University

<sup>3</sup>Department of Statistics, Sungkyunkwan University

(Received September 4, 2012; Revised September 26, 2012; Accepted October 8, 2012)

---

## Abstract

For credit evaluation models, we extend the study of discriminatory power based on AUC obtained from a ROC curve when the number of defaults is small and distribution functions of the defaults and non-defaults are normal distributions. Since distribution functions do not satisfy normality in real world, the distribution functions of the defaults and non-defaults are assumed as normal mixture distributions based on results that the normal mixture could be better fitted than other distribution estimation methods for non-normal data. By using several AUC statistics, the discriminatory power under such a circumstance is explored and compared with those of normal distributions.

Keywords: AUC, bootstrap, credit evaluation, kernel density, ROC.

---

## 1. 서론

신용평가(credit evaluation) 관점으로 연구하기 위하여 두 종류의 확률변수를 고려한다. 첫번째 확률변수  $S$ 는 대출기관에서 차주의 신용가치를 예상하기 위해 차주에게 부여한 신용점수(연속형) 또는 신용등급(이산형)으로 나타내는 스코어 변수이며, 두번째 확률변수  $Z$ 는 차주(borrower)들의 지불능력 상태(state of solvency)를  $d$ (default; 부도)와  $n$ (non-default; 정상)으로 나타내는 평가변수이다. 스코어 변수  $S$ 를 통한 대출기관의 의도는 차주의 신용가치정보에 의거하여 차주의 미래상태  $Z$ 를 예상하는 것이다 (Koh, 1992; Sobehart와 Keenan, 2001; Tasche, 2006). 평가변수  $Z$ 는 부도상태  $\{Z = d\}$ 와 정상상태  $\{Z = n\}$ 일 때로 설정한다. 그리고 주어진 평가변수  $Z$ 가  $d$ 와  $n$ 으로 주어진 스코어 변수  $S$ 의 조건부 분포함수를 부도차주와 정상차주의 누적분포함수인  $F_d(s)$ 와  $F_n(s)$ 로 각각 정의할 때, 스코어  $S$ 의 분포함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Stein, 2005; Hong과 Choi, 2009; Hong 등, 2010).

$$F(s) = \lambda F_d(s) + (1 - \lambda) F_n(s), \quad (1.1)$$

여기서  $\lambda$ 는 전체부도확률(total probability of default)이다. 즉  $\lambda = P[Z = d]$ 이다.

---

<sup>1</sup>Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Sungkyunkwan University, 25-2, Sungkyunkwan-ro, Jongro-gu, Seoul 110-745, Korea. E-mail: cshong@skku.edu

일 년 또는 그 이하의 짧은 기간 동안의 부도율 또는 평가시스템의 판별력을 추정하는 경우와 신용 등급별 조건부 부도율을 추정하는 경우에 Tasche (2009)는 전체부도확률  $\lambda$ 가 적을 때에 판별력에 대한 추정 문제가 발생한다고 하였다.

Tasche (2009)의 연구 방법을 간략히 요약하면 다음과 같다. 모형 (1.1)을  $F_d(s) = \Phi(s : \mu_d = 6.4, \sigma_d = 1.96)$ ,  $F_n(s) = \Phi(s : \mu_n = 8, \sigma_n = 2)$ 와 같이 정규분포를 따른다고 가정하고, 이 분포로부터 독립적인 표본을 추출한다. 전체부도확률이 적은 경우를 고려하기 위하여 표본수를 Table 2.2에서 Tasche model인 경우와 동일하게 부도와 정상상태의 표본수  $N_d, N_n$ 을 각각 추출한다. 분류모형을 시각화하고 성과를 평가하는 유용한 방법으로 ROC 곡선을 사용하고, 모형의 성과 또는 변별력을 측정하기 위하여 AUC(area under curve) 통계량을 이용하였다. 추출한 표본으로부터 커널밀도함수 추정에 기반한 AUC 추정량, 정규커널(normal kernel) 밀도함수를 사용한  $AUC_{Kernel}$ 와 경험적분포함수에 기반한 AUC 추정량  $AUC_{emp}$  값을 계산하고,  $AUC_{emp}$ 의 정규근사 신뢰구간을 구한다. 부트스트랩 방법으로 부도와 정상의 표본으로부터 복원 추출로 999번을 반복하여 표본추출하여,  $AUC_{Kernel}$ 와  $AUC_{emp}$ 의 부트스트랩 신뢰구간을 각각 구한다. 이 과정을 100회 반복 시행한 후, 가정된 분포로부터 구한 AUC값이 100개의  $AUC_{emp}$ 의 정규근사 신뢰구간 그리고  $AUC_{Kernel}$ 와  $AUC_{emp}$ 의 신뢰구간에 어느 정도 포함되는지 확인하였다(AUC에 관한 참고문헌은 Berry와 Linoff (2009)을 참조).

본 연구에서는 모형 (1.1)의  $F_d(s)$ 와  $F_n(s)$ 를 정규분포  $\Phi(\cdot)$ 로 가정하고 부도수가 적을 경우에 판별력을 추정하는 Tasche (2009)의 연구를 확장하고자 한다. 현실 세계의 신용평가 연구에서는 부도와 정상차주의 누적분포함수  $F_d(s)$ 와  $F_n(s)$ 가 정규분포를 따르지 않기 때문에 이에 적합한 분포 추정에 많은 연구가 진행되었다. 특히 Hong과 Lee (2011) 그리고 Hong 등 (2011)의 연구에서는 정규혼합(normal mixture) 분포를 이용한 ROC 곡선이 자료에 가장 잘 적합함을 보였다. 따라서 모형 (1.1)의  $F_d(s)$ 와  $F_n(s)$ 를 비정규(non-normal distribution) 분포인 정규혼합분포로 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} F_d(s) &= \lambda_1 \Phi_{d1}(s) + (1 - \lambda_1) \Phi_{d2}(s), \\ F_n(s) &= \lambda_2 \Phi_{n1}(s) + (1 - \lambda_2) \Phi_{n2}(s), \end{aligned} \quad (1.2)$$

여기서  $\lambda_1, \lambda_2$ 는 정규혼합분의 가중값이다.

대부분의 현실 자료에서  $F_d(s)$ 와  $F_n(s)$ 는 정규분포를 따르지 않으며 모형 (1.1)과 같은 단봉모형보다는 모형 (1.2)와 같은 이봉모형(bimodal)인 형태이다. 본 연구에서는 이봉형태의 모형 (1.2)로부터 추출한 표본자료와 표본자료를 단봉형태인 모형 (1.1)로 간주하여 Tasche (2009)의 연구방법을 사용하여 AUC값이 100개의  $AUC_{emp}$ 의 정규근사 신뢰구간 그리고  $AUC_{Kernel}$ 와  $AUC_{emp}$ 의 신뢰구간에 어느 정도 포함되는지 확인하면서 판별력 추정을 비교 분석하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 Tasche (2009)의 모형을 단봉모형으로 간주하고 이를 이봉모형으로 확장하여 정규혼합모형을 다양하게 설정한다. 정규혼합에 대응하는 단봉모형의 정규분포도 같이 설정하였다. 그리고 부도수가 적은 경우를 고려하기 위하여 부도와 정상상태 각각의 표본크기도 설정한다. 3절에서는 각각의 모형에 대해 커널밀도함수 추정 및 경험적 분포함수 추정을 이용한 판별력 추정에 대한 결과를 정리하고 비교 분석한다. 마지막으로 4절에서는 결론을 유도한다.

## 2. 모형설정

Tasche (2009)의 모형은 각각의 신용점수가 이산형인 이항분포(binomial distribution)를 따르고 16개의 신용등급이 있는 신용평가 모형에서 부도확률을  $p_d = 0.4$ , 정상확률을  $p_n = 0.5$ 라 가정한다. 이때

**Table 2.1.** Model distributions

Model	UNI/MIX	$d/n$	Distribution	AUC
Tasche	Uni	부도	$N(6.4, 1.96^2)$	0.7162
		정상	$N(8, 2^2)$	
1	Uni	부도	$N(5.76, 1.39^2)$	0.9258
		정상	$N(8.64, 1.43^2)$	
	Mix	부도	$0.6N(6.4, 1.96^2) + 0.4N(4.8, 1.83^2)$	0.8325
		정상	$0.6N(8, 2^2) + 0.4N(9.6, 1.96^2)$	
2	Uni	부도	$N(5.92, 1.48^2)$	0.8865
		정상	$N(8.48, 1.53^2)$	
	Mix	부도	$0.7N(6.4, 1.96^2) + 0.3N(4.8, 1.83^2)$	0.8082
		정상	$0.7N(8, 2^2) + 0.3N(9.6, 1.96^2)$	
3	Uni	부도	$N(6.08, 1.4^2)$	0.8649
		정상	$N(8.32, 1.47^2)$	
	Mix	부도	$0.6N(6.4, 1.96^2) + 0.4N(5.6, 1.91^2)$	0.7853
		정상	$0.6N(8, 2^2) + 0.4N(8.8, 1.99^2)$	

**Table 2.2.** Sample sizes of models

Model	$N_d$ or $(N_{d1}, N_{d2})$											$N_n$ or $(N_{n1}, N_{n2})$
Tasche	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50		250
1, 3	(3, 2)	(6, 4)	(9, 6)	(12, 8)	(15, 10)	(18, 12)	(21, 14)	(24, 16)	(27, 18)	(30, 20)		(150, 100)
2	(4, 1)	(7, 3)	(11, 4)	(14, 6)	(18, 7)	(21, 9)	(25, 10)	(28, 12)	(32, 13)	(35, 15)		(175, 75)

부도와 정상 스코어를 연속형 정규분포로 근사시키기 위하여 이항분포  $b(16, 0.4)$ 와  $b(16, 0.5)$ 를 이용하여 다음과 같이 각각의 모수를 유도하였다.

$$F_d(s) \equiv N(\mu_d = 6.4, \sigma_d^2 = 1.96^2), \quad F_n(s) \equiv N(\mu_n = 8, \sigma_n^2 = 2^2). \quad (2.1)$$

그리고 이에 대응하는 AUC 통계량값은  $\Phi((\mu_n - \mu_d)/\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_d^2})$  식을 이용하여 0.7162이다 (Hanley와 McNeil, 1982).

다음 Model 1, 2, 3은 부도와 정상을 단일정규분포(uni normal)라 가정하는 단일(Uni)모형과 정규혼합분포(normal mixture)라 가정하는 혼합(Mix)모형으로 구분한다.

먼저 식 (1.2)에서 정규혼합분포의 가중값인  $\lambda_1 = 0.6$ 와 이항분포  $b(16, 0.4), b(16, 0.3)$ 를 이용하여  $F_d(s) \equiv 0.6N(6.4, 1.96^2) + 0.4N(4.8, 1.83^2)$ 를 설정하고,  $\lambda_2 = 0.6$ 와 이항분포  $b(16, 0.5), b(16, 0.6)$ 를 이용하여  $F_n(s) \equiv 0.6N(8, 2^2) + 0.4N(9.6, 1.96^2)$ 를 설정하여 Model 1: Mix로 한다. 또한 Model 1: Mix의 혼합분포로부터 1차와 2차 적률을 구하여  $F_d(s) \equiv N(5.76, 1.39^2)$ 과  $F_n(s) \equiv N(8.64, 1.43^2)$ 의 단일모형으로 설정하고 이를 Model 1: Uni로 하였다. Model 2: Mix는 Model 1: Mix에서 가중값  $\lambda_1, \lambda_2 = 0.7$ 로 변경하여 설정하였고, 이 혼합분포로부터 Model 2: Uni를 설정한다. 마지막으로 Model 3: Mix는 Model 1: Mix에서 이항분포를 수정하여  $b(16, 0.4), b(16, 0.35)$ 를 이용하여  $F_d(s) \equiv 0.6N(6.4, 1.96^2) + 0.4N(5.6, 1.91^2)$ 를 설정하고,  $b(16, 0.5), b(16, 0.55)$ 를 이용하여  $F_n(s) \equiv 0.6N(8, 2^2) + 0.4N(8.8, 1.99^2)$ 를 설정한다. Model 3: Uni는 Model 3: Mix의 혼합분포로부터 1차와 2차 적률을 구하여 단일모형으로 설정한다. Table 2.1에 이 모형들을 정리하였다.

본 연구에서는 부도수가 적은 경우를 고려하기 위하여 부도와 정상상태 각각의 표본크기를 Table 2.2에 정하였고 총 부도수는 Tasche (2009)와 동일하게 설정하여 동일한 부도율의 상태에서 연구한다.

**Table 3.1.** Model 1: Uni

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	69	68	77	0	0	1
10	71	72	79	0	0	0
15	83	85	87	0	0	0
20	85	84	88	0	0	0
25	89	89	92	0	0	0
30	84	84	88	0	0	0
35	88	87	90	0	0	0
40	91	92	90	0	0	0
45	90	91	93	0	0	0
50	93	93	94	0	0	0

**Table 3.2.** Model 1: Mix

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	79	77	83	6	7	19
10	81	82	82	0	0	0
15	88	88	91	0	0	0
20	90	90	92	0	0	0
25	92	92	92	0	0	0
30	93	93	94	0	0	0
35	93	93	95	0	0	0
40	95	94	97	0	0	0
45	91	93	93	0	0	0
50	94	93	96	0	0	0

### 3. 판별력 분석

1절에서 간략히 소개한 Tasche (2009)와 동일한 연구 방법으로 Model 1, Model 2, Model 3에 대하여 부트스트랩 표본추출을 100번 반복 시행하여 100개의 부트스트랩 신뢰구간을 생성하고 이 100개의 95% 신뢰구간 안에 AUC값이 어느 정도 포함되는지를 비교하여 본다. Table 3.1은 Model 1: Uni의 모의실험 결과이다.

Model 1: Uni에서의 AUC값은 0.9258이며, Table 3.1을 통하여 신뢰구간에 포함되는 AUC값이 포함되는 정도('AUC in interval')가 세 종류의 신뢰구간이 모두 90이 넘는 부도수는 40개 이상이었다. 또한 AUC의 신뢰구간에서 의미없는 무작위 모형(random model)을 의미하는 0.5가 포함되는 정도('50 % in interval')를 살펴보면, 부도수가 10개 이상부터는 포함하지 않는다. 경험적분포 신뢰구간('emp')과 커널추정 신뢰구간('Kernel')은 모든 다른 크기의 부도수에 대하여 AUC의 포함 비율의 차이가 거의 없다. 그러나 부도수가 35 이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간('normal')이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으며, 부도수가 40 이상인 경우에는 세 가지 신뢰구간의 성능의 차이는 없어진다. 따라서 Tasche (2009)의 연구 결과와 비교해 보면, Model 1: Uni의 AUC는 Tasche (2009)연구의 AUC값 0.7162보다 0.2096 커진 값이며, 'AUC in interval'과 '50 % in interval'은 Tasche (2009)연구보다 적어진 것을 파악할 수 있다.

Model 1: Mix에서의 AUC값은 0.8325이며, Model 1: Uni보다 0.0933 작다. Table 3.2의 'AUC in

**Table 3.3.** Model 2: Uni

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	67	68	75	2	3	4
10	82	84	87	0	0	0
15	81	83	84	0	0	0
20	85	87	90	0	0	0
25	87	86	91	0	0	0
30	91	91	94	0	0	0
35	90	91	92	0	0	0
40	90	90	91	0	0	0
45	93	95	94	0	0	0
50	91	92	94	0	0	0

**Table 3.4.** Model 2: Mix

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	79	79	83	18	16	29
10	84	87	89	1	1	3
15	90	90	95	1	1	1
20	92	92	94	1	1	1
25	96	95	96	0	0	0
30	92	92	95	0	0	0
35	96	97	97	0	0	0
40	97	97	98	0	0	0
45	96	96	97	0	0	0
50	96	96	98	0	0	0

interval’은 Model 1: Uni보다 많다. 특히 부도수가 적을 때 훨씬 좋은 것을 알 수 있다. 하지만 부도수가 20개 이상인 경우부터는 세 가지 신뢰구간 모두 90 이상 포함한다. ‘50% in interval’은 부도수가 10개 이상부터는 포함하고 있지 않다. 그리고 부도수가 5개인 경우, Model 1: Uni보다 Model 1: Mix가 더 많음을 알 수 있다. 부도수가 15 이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으며, 부도수가 20개 이상인 경우에는 세 신뢰구간의 성능의 차이는 없다. 이것은 부도와 정상분포를 각각 정규혼합으로 가정했을 때, AUC값은 단일 정규분포로 가정했을 때보다 작아지지만, AUC값의 추정에 있어서는 정규혼합분포 가정에서의 커널과 경험적분포 함수추정이 좋다고 판단한다.

Model 2: Uni의 AUC값은 0.8865이며, Model 1: Uni보다 0.0393 작은 값이다. Table 3.3의 ‘AUC in interval’을 살펴보면, 부도수가 30개 이상인 경우부터는 세가지 신뢰구간 모두 90이상 포함하며 부도수가 10개 이상인 경우에는 Model 1: Uni보다 많이 포함한다. ‘50% in interval’은 부도수가 5개 이하일 때 많이 포함되고 부도수가 5개인 경우에는 Model 1: Uni보다는 조금 많음을 알 수 있다. 경험적분포 신뢰구간과 커널추정 신뢰구간은 모든 다른 크기의 부도수에 대하여 AUC의 포함 비율의 차이가 거의 없다. 그러나 부도수가 25이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으며, 부도수가 30이상인 경우에는 세 신뢰구간의 성능의 차이는 없어진다. 그러므로 Model 2: Uni의 AUC값은 Model 1: Uni보다 작으나 AUC 포함비율은 높다고 탐색한다.

Model 2: Mix에서의 AUC값은 0.8082이며, Model 2: Uni보다 0.0783 작고 Model 1: Mix보다는

**Table 3.5.** Model 3: Uni

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	67	67	73	5	7	1
10	75	76	80	0	0	0
15	83	83	85	0	0	0
20	89	89	92	0	0	0
25	85	85	89	0	0	0
30	89	89	92	0	0	0
35	93	94	96	0	0	0
40	90	90	90	0	0	0
45	91	92	92	0	0	0
50	92	93	94	0	0	0

**Table 3.6.** Model 3: Mix

$N_d$	AUC in interval			50% in interval		
	Kernel	emp.	normal	Kernel	emp.	normal
5	79	79	83	14	16	24
10	81	82	87	4	5	6
15	92	92	92	0	0	0
20	94	93	95	0	0	0
25	92	92	92	0	0	0
30	94	93	96	0	0	0
35	91	92	95	0	0	0
40	93	92	94	0	0	0
45	95	94	96	0	0	0
50	92	93	94	0	0	0

0.0243 크다. Table 3.4의 ‘AUC in interval’을 보면 부도수가 작을 때 Model 2: Uni보다 훨씬 좋은 것을 알 수 있지만 부도수가 15개 이상인 경우부터는 포함비율이 세 가지 신뢰구간 모두 90 이상으로 Model 1: Mix와 Model 2: Mix는 모두 전반적으로 좋다. ‘50% in interval’은 부도수가 25개 이상부터는 포함하지 않으며 부도수가 적을 때 Model 2: Mix는 Model 2: Uni와 Model 1: Mix보다 포함 비율이 훨씬 많다. 부도수가 15 이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으며, 부도수가 20개 이상인 경우에는 세 신뢰구간의 성능의 차이는 없어진다. 그러므로 정규혼합모형에서의 AUC값은 단일 정규분포로 가정했을 때보다 작지만, AUC값의 추정에 있어서는 정규혼합분포 가정에서의 커널과 경험적분포함수 추정이 좋다고 판단할 수 있다. 그리고 정규혼합 가정에서는 Model 1: Mix보다는 Model 2: Mix의 AUC값이 작고 ‘AUC in interval’은 전반적으로 좋지만 ‘50% in interval’도 많아진 것을 파악한다.

Model 3: Uni의 AUC값은 0.8649이며, Model 1: Uni와 유사함을 알 수 있다. Table 3.5의 ‘AUC in interval’에서 부도수가 35개 이상일 때 세가지 신뢰구간 모두 90이상 포함하며, Model 1: Uni와 비슷하다. ‘50% in interval’을 살펴보면, 부도수가 5개 이하일 때 많이 포함되는데, Model 1: Uni보다는 부도수가 5개인 경우 조금 많다. 부도수가 30 이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으며, 부도수가 35 이상인 경우에는 세 가지 신뢰구간의 성능의 차이는 없어진다. Table 3.5를 바탕으로 Model 1: Uni와 비교하면, ‘AUC in interval’에서는 차이를 보이

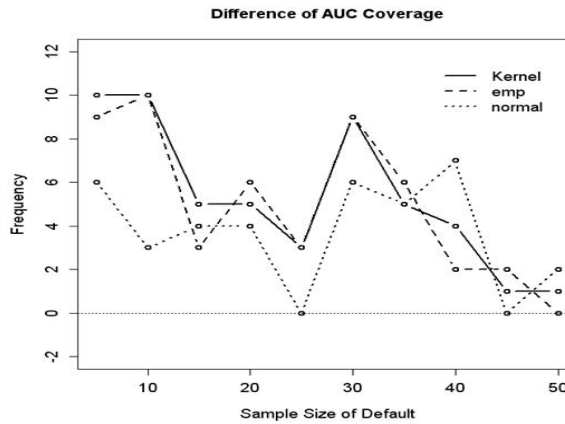


Figure 4.1. Difference in Model 1

지 않았지만, ‘50% in interval’은 Model 1: Uni보다 많다.

Model 3: Mix의 AUC값은 0.7853이며, Model 3: Uni와 Model 1: Mix보다 조금 작다. Table 3.6의 ‘AUC in interval’은 Model 3: Uni보다 많이 포함하고 있고 특히 부도수가 적을 때 훨씬 좋지만 부도수가 15개 이상인 경우부터는 세 종류의 신뢰구간 모두 90% 이상 포함되며, Model 1: Mix와는 거의 유사함을 파악할 수 있다. ‘50% in interval’은 부도수가 15개 이상부터는 포함하고 않으며, 부도수가 적을 때는 Model 3: Uni와 Model 1: Mix보다 더 많음을 알 수 있다. 부도수가 10개 이하일 경우에는 정규근사 신뢰구간이 경험적분포 신뢰구간과 커널추정의 신뢰구간보다 좋으나, 부도수가 15개 이상인 경우에는 세 신뢰구간의 차이는 없다. 그러므로 정규혼합모형에서의 AUC값은 단일 정규분포로 가정했을 때보다 작지만, AUC값의 추정에 있어서는 정규혼합분포 가정에서의 커널과 경험적분포함수 추정이 좋다. 정규혼합 가정에서는 Model 1: Mix보다 Model 3: Mix의 AUC값이 작고, AUC값이 포함되는 정도는 유사하지만 ‘50% in interval’은 많아진 것을 발견할 수 있다.

#### 4. 결론

현실 세계의 신용평가 연구에서는 부도와 정상채주의 누적분포함수가 정규분포를 따르지 않는데도 불구하고 정규분포를 가정하였다. 본 연구에서는 비정규분포를 따른다고 가정하고 비정규분포를 추정하는 여러 방법 중 정규혼합분포를 이용하였다. 특히 부도수가 적은 경우를 고려하면서 다양한 정규혼합 모형을 설정하여 이에 대응하는 ROC 곡선에서의 AUC 통계량값을 구하고 AUC값이 포함되는 비율을 살펴보았다. 정규혼합분포에 대한 결과를 단일 정규분포로 간주해서 얻은 결과와 비교하였다.

본 연구의 3절에서 얻은 연구 결과에서 각 Model에서 정규혼합과 단일 정규분포와의 판별력의 차이를 시각적으로 살펴보기 위하여 AUC 포함비율의 차이를 Figure 4.1부터 Figure 4.3에 나타내었다.

Model 1에 대한 Figure 4.1을 살펴보면, 부도수가 증가할수록 차이는 감소한다. 그리고 커널분포함수로 추정한 AUC 포함비율의 차이가 가장 크고 정규근사 신뢰구간이 작다. Model 2와 Model 3에 대한 Figure 4.2와 Figure 4.3에서도 부도수가 증가할수록 차이는 감소함을 발견할 수 있다. Model 2에 대한 Figure 4.2에서는 커널분포함수로 추정한 AUC 포함비율의 차이가 크고 정규근사 신뢰구간이 작으나, Figure 4.1과 비교하면 분포추정에 따르는 차이가 적다. Model 2에서의 가중값  $\lambda$ 가 Model 1보다 증

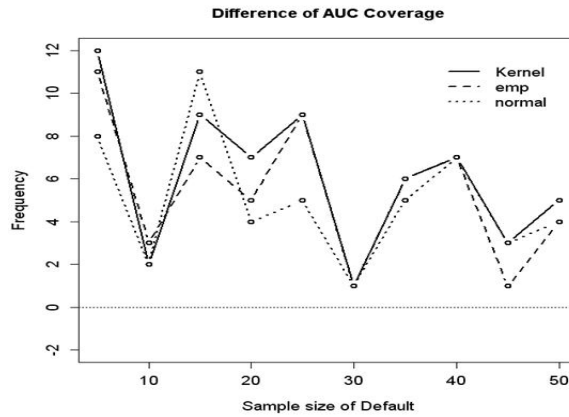


Figure 4.2. Difference in Model 2

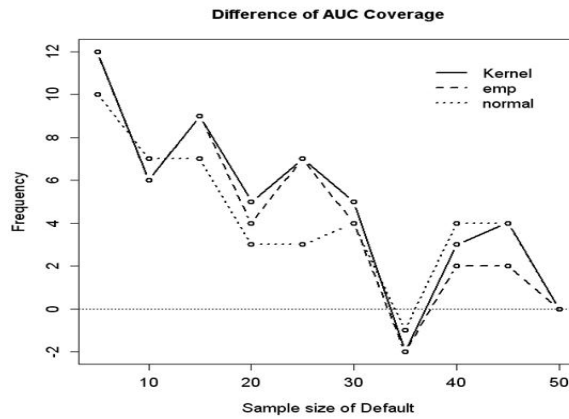


Figure 4.3. Difference in Model 3

가하여 정규혼합의 효과가 감소되었기 때문에 분포추정에 따르는 차이가 적어짐을 발견하였다. Model 3에 대한 Figure 4.3에서는 AUC 포함비율이 분포추정 종류에 따라 차이가 적음을 Figure 4.1과 비교하여 파악할 수 있다. Model 3: Mix에서의 평균모수들이 Model 1: Mix보다 가까이 위치함으로 정규혼합의 효과가 감소되었기 때문에 분포추정에 따르는 차이가 적어짐을 판단할 수 있다.

그러므로 신용평가 자료가 정규성을 만족하지 않고 부도수가 작은 경우에는 정규분포를 가정하는 것보다 정규혼합분포를 이용하여 부도와 정상분포의 판별력을 추정하는 AUC 통계량이 좋은 결과를 나타낸다는 것을 발견하였다. 따라서 본 연구 결과를 활용하면, 부도수가 작고 정규성을 만족하지 않은 경우에 판별력 추정에 효과적이다.

## References

- Berry, M. J. A. and Linoff, G. (2009). *Data Mining Techniques: For Marketing sales, and Customer Support*, Morgan Kaufmann Publishers.



- Hanley, A. and McNeil, B. (1982). The meaning and use of the area under a receiver operating characteristics curve, *Diagnostic Radiology*, **143**, 29–36.
- Hong, C. S. and Choi, J. S. (2009). Optimal threshold from ROC and CAP curves, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **11**, 911–921.
- Hong, C. S., Joo, J. S. and Choi, J. S. (2010). Optimal thresholds from mixture distributions, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **16**, 13–28.
- Hong, C. S. and Lee, W. Y. (2011). ROC curve fitting with normal mixtures, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **10**, 269–278.
- Hong, C. S., Lin, M. H. and Hong, S. W. (2011). ROC function estimation, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **8**, 987–994.
- Koh, H. C. (1992). The Sensitivity of Optimal cutoff to misclassification costs of type I and type II errors in the going concern prediction context, *Journal of Business Finance and Accounting*, **19**, 187–197.
- Sobehart, J. R. and Keenan, S. C. (2001). Measuring default accurately, *Credit Risk Special Report*, **14**, 31–33.
- Stein, R. M. (2005). The relationship between default prediction and lending profits: Integrating ROC analysis and loan pricing, *Journal of Banking and Finance*, **29**, 1213–1236.
- Tasche, D. (2006). Validation of internal rating systems and PD estimates, *The Analytics of Risk Model Validation*, **28**, 169–196.
- Tasche, D. (2009). Estimating discriminatory power and PD curves when the number of defaults is small, Working Paper, Lloyds Banking Group.