

CRG 시스템의 접촉 피로수명[§]

남형철* · 김창현* · 권순민*[†]

* 창원대학교 기계설계공학과

Contact Fatigue Life for CRG System

Hyoungchul Nam*, Chang-Hyun Kim* and Soon-Man Kwon*

* Dept. of Mechanical Design and Manufacturing Engineering, Changwon Nat'l Univ.

(Received July 4, 2012 ; Revised July 18, 2012 ; Accepted July 19, 2012)

Key Words: Cam Ring Gear(캠 링기어), Profile Modification Coefficient(치형수정계수), Load Stress Factor(하중 응력계수), Pitting Life(피팅 수명)

초록: 하이포 트로코이드 기반의 CRG(Cam ring gear) 시스템은 핀 또는 롤러 치형을 가지는 기어와 공액인 캠 링기어로 구성된 내접기어 시스템이다. 본 논문에서는 CRG 시스템의 엄밀 치형설계를 바탕으로 기어 치면에서의 접촉특성을 분석하였으며 형상설계변수인 치형수정계수에 따른 기어의 내구수명을 검토하였다. 결과적으로 치형수정계수의 증가를 통해 기 설계된 CRG 시스템에 영향을 미치지 않으면서 기어의 접촉 피로수명을 향상시킬 수 있다.

Abstract: A cam ring gear (CRG) system based on a hypotrochoid curve consists of a pinion with roller teeth and its conjugated internal CRG. In this study, we investigated contact forces, contact stresses, and load stress factors to predict the surface pitting life using an exact CRG profile by introducing the profile modification coefficient. The results show that the pitting life can be extended significantly by increasing the profile modification coefficient without any other change of parameters in the CRG system.

- 기호설명 -

- C_r : 롤러 직경계수
- d : 기어 중심 사이의 거리
- $E^*/2$: 등가탄성계수
- e : 치형수정계수
- F : 접촉력
- H : 기어 치폭
- K : 하중응력계수
- m : 모듈
- N_2 : 캠 링기어 잇수
- N_3 : 롤러 피니언의 롤러 수
- N_p : 피팅수명
- p_H : Hertz 접촉응력
- R : 롤러 피니언 반경
- R_r : 롤러 반경

- r_2 : 캠 링기어 피치원 반경
- r_3 : 롤러 피니언 피치원 반경
- R^* : 등가곡률반경
- S_f : 고정좌표계 $S_{3f}(^3f_x, ^3f_y)$, $S_{2f}(^2f_x, ^2f_y)$
- S : 회전좌표계 $S_3(^3x, ^3y)$, $S_2(^2x, ^2y)$
- β : 치선연장계수
- ϵ : 물림률
- λ, ζ : 실험적 강도계수
- μ : 트로코이드 비
- ρ : 캠 링기어 곡률반경

1. 서론

트로코이드 곡선 기반의 RGM(roller gear mechanism) 시스템은 어느 한 쪽의 기어 치형을 핀 또는 롤러로 대체한 기어 시스템으로 기어 치면에서 발생하는 상대 속도를 줄이고 구름운동을 증가시켜 기어의 성능 향상에 크게 기여하고 있으며, 최근 그 연구가 활발히 진행되고 있으며 트로코이드 기반의 사이클로이드 감속기⁽¹⁾ 및 랙-

§ 이 논문은 대한기계학회 2012년도 경남지회 춘계 학술대회(2012. 5. 11., 창원대) 발표논문임

† Corresponding Author, smkwon@changwon.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

피니언 기어시스템과 유사한 롤러 랙-피니언(2-4) 기어 시스템에 대한 연구가 대부분이며 여기서 사용된 치형은 이끝영역(addendum)과 이뿌리영역(dedendum)이 서로 다른 합성치형으로 조사되었다. 또한 대표적인 외접기어인 평기어의 어느 한 치형을 롤러 기어로 대체한 RPG(roller pinion gear)시스템 및 내접기어의 링기어 치형을 롤러로 대체한 RRG(roller ring gear)시스템에 대해 남형철 등(6,7)은 각 시스템의 엄밀 치형 및 치면의 피팅 수명에 대해 연구한 바 있다.

이에 본 논문에서는 RRG시스템과는 달리 피니언 기어를 롤러로 대체한 CRG(cam ring gear)시스템의 엄밀 치형 설계법을 제시하고자 한다. 또한 제시한 CRG 엄밀 설계 치형을 기반으로 접촉력 및 접촉응력의 특성을 검토하고, Morrison(8)의 하중응력계수(load stress factor)를 이용하여 기어 치면에서의 반복적인 하중조건에 의한 CRG시스템의 피팅수명(pitting life)(9,10)을 검토하고자 한다.

또한 형상을 결정하는 설계변수의 변경이 접촉 특성에 미치는 영향을 검토하고자 하였으며, 이를 통해 CRG 시스템의 내구성 향상에 기여하고자 한다.

2. 캠 링기어 형상설계

CRG 시스템은 핀 또는 롤러 치형으로 이루어진 롤러 피니언과 공액인 하이포 트로코이드 기반의 캠 링기어로 구성된 내접형 기어 시스템이다. 기본적인 설계제원은 기어 모듈($m = 2R/N_3$), 캠 링기어의 잇수(N_2)와 롤러 피니언의 롤러 갯수($N_3 = N_2 - k$), 롤러 직경계수($C_r = 2R_r/m$), 기어의 치형수정계수(profile modification coefficient, e)와 치선연장계수(β)로 구성되며 기어 치형 창성의 기본 원리인 Camus 정리(1)를 이용하여 내접형 캠 링기어의 엄밀 치형을 결정할 수 있다.

또한 CRG 시스템에서는 동일한 롤러 피니언에 대하여 두 가지 형태의 캠 링기어 치형을 고려할 수 있으며, 이는 롤러 피니언의 회전중심(I_{13})에서 롤러 중심까지의 거리(R)를 기준으로 치형수정계수의 정의방법에 의해 결정된다. 본 논문에서는 Fig. 1(a)에서와 같이 롤러 피니언의 회전중심(I_{13})에서 피치점(I_{23})까지의 거리(r_3)가 R 보다 큰 경우를 Type 1로 정의하고, R 보다 작은 경우를 Fig. 1(b)와 같이 Type 2로 정의한다.

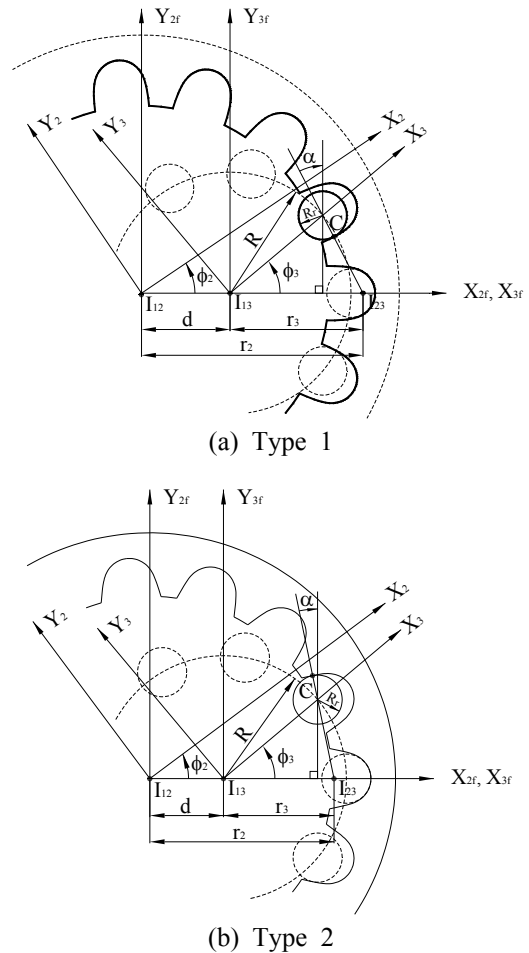


Fig. 1 Schematic for cam ring gear profile design

롤러 피니언이 ϕ_3 만큼 회전한 상태에서 캠 링기어의 임의의 회전각(ϕ_2)에서의 접촉점 좌표(3fC)를 S_{3f} -고정좌표계에서 결정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^3fC_x &= R \cos\phi_3 \pm R_r \sin\alpha \\ {}^3fC_y &= R \sin\phi_3 \mp R_r \cos\alpha \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 부호는 복호동순이며 각각 Type 1과 Type 2를 나타내고, α 는 압력각이다.

고정좌표계의 접촉점(3fC)을 동차 좌표변환을 통해 S_2 -좌표계에서의 캠 링기어의 형상좌표(2C)로 변환하여 최종적으로 다음과 같이 CRG 치형을 결정할 수 있다.

$${}^2C = M_{2,3f} {}^3fC \quad (2)$$

여기서 $M_{2,3f}$ 는 S_{3f} -좌표계에서 S_2 -좌표계로의 동

차 좌표변환 행렬을 나타낸다.

그리고 i -번째 롤러 피니언과 공역인 캠 링기어의 곡률반경은 각 타입의 매개변수 곡률식을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\rho_i = \pm \frac{[\mu^2 + 1 - 2\mu \cos(N_2\phi)]^{3/2}}{k\mu^2 - N_3 + \mu(N_3 - k)\cos(N_2\phi)} - R_r \quad (3)$$

여기서 $\mu = R/r_3$ 이다.

3. 접촉피로수명

대부분 기어 치면에서의 압축 피로한도는 인장 하중과 달리 접촉응력만으로 규정할 수 없기 때문에 다양한 접근을 통해 그 연구가 현재까지도 활발히 진행되었으나, 명확한 이론이 존재하지 않은 실정이다. 이에 본 연구에서는 24년간의 풍부한 실험결과를 바탕으로 Morrison⁽⁸⁾이 제시한 다음의 표면피로 S-N 선도 식으로 피팅수명을 평가하였다.

$$N_p = 10E(\zeta - \lambda \log_{10}(K_i)_{\max}) \quad (4)$$

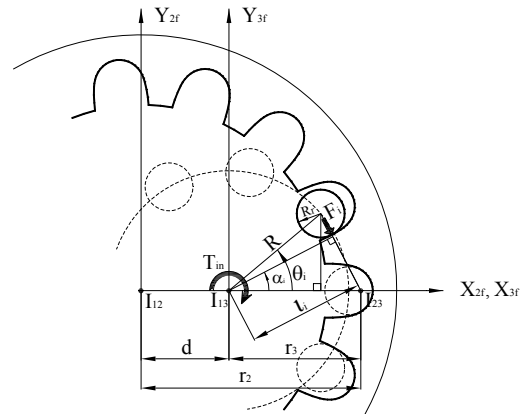
여기서 λ 및 ζ 는 Morrison⁽⁸⁾의 실험적 강도계수이고 하중응력계수 K_i 는 다음과 같다.

$$K_i = \frac{F_i}{R_i^* H} \quad (5)$$

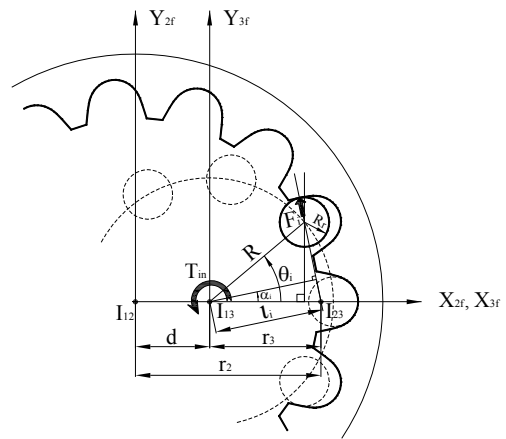
이때 F_i 및 $R_i^* = (1/R_r + 1/\rho_i)^{-1}$ 는 피니언의 i -번째 롤러 치형과 캠 링기어의 접촉점에서의 접촉력 및 등가 곡률반경이고 H 는 캠 링기어의 치폭이다.

표면피로한도를 결정하기 위해서는 하중응력계수의 주요인자인 접촉력이 우선 결정되어야 한다. 캠 링기어의 치형 설계와 마찬가지로 Fig. 2와 같이 두 가지 타입의 접촉 형태를 고려할 수 있으며, 롤러 피니언의 회전중심에 각각의 입력토크(T_{in})가 주어질 경우 i -번째 롤러와 접촉하는 캠 링기어의 접촉력 F_i 는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_i = \frac{T_{in} l_i}{\sum_{j=1}^n l_j^2}, \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (6)$$



(a) Type 1



(b) Type 2

Fig. 2 Schematic for contact force at the i -th roller

여기서 l_i 는 모멘트 암, n 은 롤러 피니언과 캠 링기어 간의 초기 접촉개소를 의미하고 각각은 다음과 같다.

$$l_i = \begin{cases} r_3 \cos \alpha_i & (0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi) \end{cases} \quad (7)$$

$$n = 2[\beta] + 1 \quad (8)$$

그리고 롤러 피니언의 중심(I_{13})에서 피치점(I_{23})까지의 거리 r_3 는 각 타입에 따라 달라지며, $[\]$ 는 Gauss 기호이다.

전술한 하중응력계수와 재료물성치인 등가탄성계수($E^*/2$)를 고려하여 i -번째 롤러와 접촉점에서의 Hertz 접촉응력은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{K_t E^*}{2\pi}} \quad (9)$$

여기서

$$\frac{2}{E^*} = \frac{1-\nu_c^2}{E_c} + \frac{1-\nu_r^2}{E_r} \quad (10)$$

이때 하첨자 c 및 r은 각각 캠 링기어 및 롤러 피니언을 의미한다.

4. 결과검토

4.1 형상검토

내접기어인 CRG 시스템의 접촉특성을 분석하기 위해 Table 1과 같이 CRG 시스템의 치형 설계변수를 고려하였다. 설계변수는 각 타입에 동일하게 적용하였으며, 3 가지의 치형수정계수를 통해 형상의 변화와 접촉특성을 분석하고자 하였다. 또한 접촉력 및 접촉응력 해석을 위한 구동 토크 및 재료물성치를 Table 2에 정리하였다.

먼저 Table 1의 설계제원을 바탕으로 CRG 시스템의 치형을 각 타입과 치형수정계수의 변화에 따라 Fig. 3에 도시하였다. Type 1의 경우 치형수정계수의 증가에 따라 피치원(pitch circle) 부근에서 변곡점이 생기며 이끝영역의 폭이 감소하고 이뿌리영역의 폭이 증가하여 기어치의 굽힘특성이 향상되는 결과를 보였다. 하지만 Type 2의 경우 Fig. 4에서 볼 수 있듯이 변곡점 없이 음의 곡률이 지속적으로 증가하여 이끝과 이뿌리영역의 폭이 모두 감소하는 결과를 나타내었다. (Fig. 3(b) 및 Fig. 4 참조)

4.2 접촉특성

CRG 시스템을 검토하기 위해 하중응력계수의 주요 인자인 접촉력을 Type 1과 Type 2의 임의의 롤러가 유효접촉을 시작하여 끝나는 구간에 대하여 치형수정계수의 변화에 대해 식 (6)의 접촉력 해석결과를 타입별로 Figs. 5와 6에 도시하였다. 먼저 그 특성을 분석하기 위해 접촉구간을 3구간 (I~III)으로 구분하였다. I 과 III구간은 유효접촉을 시작한 롤러와 유효접촉이 끝나가는 롤러가 하중을 분담하는 구간이며, II구간은 하나의 롤러와 링기어가 전체의 접촉하중을 담당하는 하중 전달구간이다.(Fig. 5 참조)

Table 1 Shape design parameters

Design parameters	Values
m	4.75 (mm)
N_2	30
N_3	10
C_r	1.684
e	0.210, 0.316, 0.420
$\epsilon=3-2/\beta, (1 \leq \beta < 2)$	1.333
H	16 (mm)

Table 2 Analysis parameters

Analysis parameters		Values
Elastic modulus	E_c (cam ring gear)	205 (GPa)
	E_r (roller pinion)	200 (GPa)
Poisson's ratio	ν_c (cam ring gear)	0.29
	ν_r (roller pinion)	0.29
Input torque, T_{in}		70.0 (N · m)

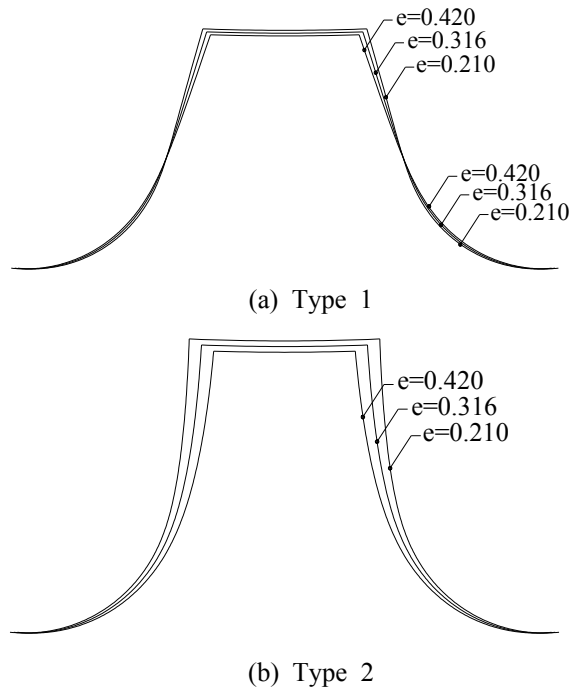


Fig. 3 Profile variations with the variation of e

접촉력 해석결과를 살펴보면 I 구간에서는 치형수정계수가 증가함에 따라 접촉력이 감소하였으나 II와 III구간에서는 비교적 증가하는 결과를 나타내었다. 하지만 Figs. 7과 8에 도시한 접촉응력 결과에서는 하중을 전달하는 II구간에서 치형수정계수가 증가함에 따라 접촉응력이 감소하는

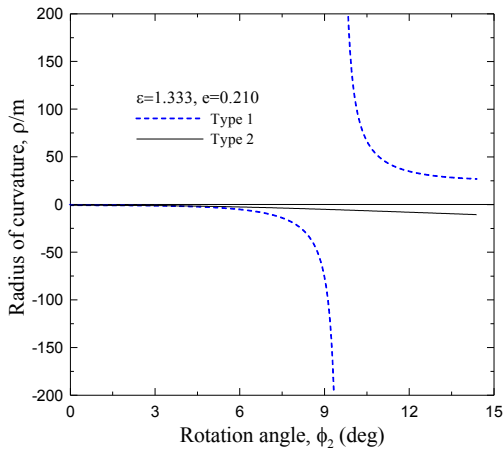


Fig. 4 Comparison of radius of curvatures

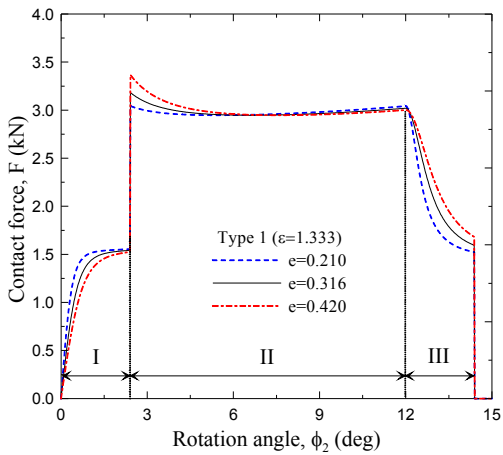


Fig. 5 Contact forces (Type 1)

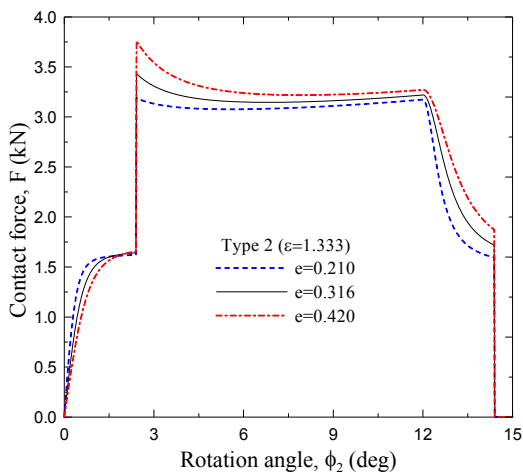


Fig. 6 Contact forces (Type 2)

경향을 나타내었다. CRG 시스템과 같은 내접기어 시스템인 RRG 시스템⁽⁷⁾의 경우에서도 유사한 결과를 나타내었으며, 그 이유는 캠 피니언 곡률반경의 증가가 주된 요인이었다.

Table 3 Analysis properties for surface fatigue

Properties	Materials & values
Roller pinion	HRC 60-62 : tool steel
Cam ring gear	HB 270-300 : 4340 steel
λ	18.05
ζ	75.55
Rolling & sliding	9.0 (%)

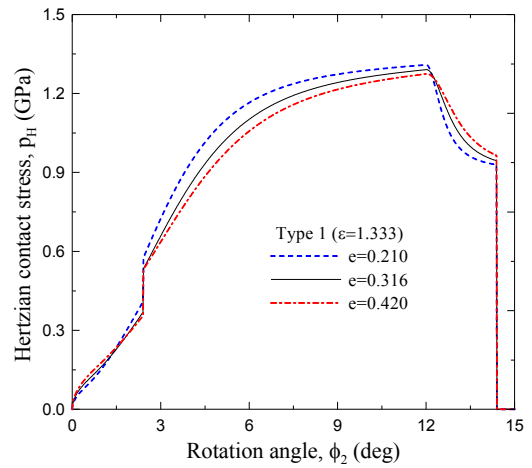


Fig. 7 Hertzian contact stresses (Type 1)

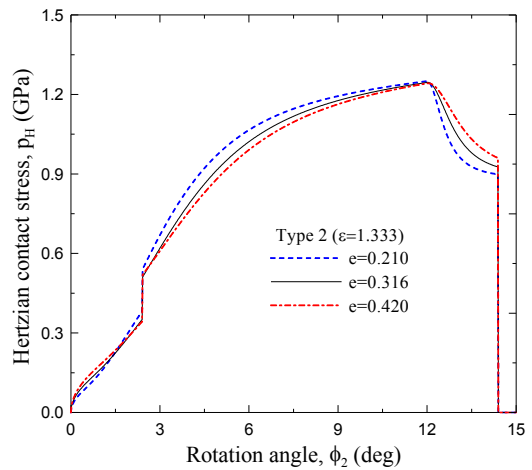


Fig. 8 Hertzian contact stresses (Type 2)

마찬가지로 CRG시스템에서도 Figs. 9와 10에 도시한 곡률반경 결과와 같이 Type 1 및 Type 2에서 치형수정계수의 증가에 따라 곡률반경이 증가하고, 이에 접촉력이 완만히 분산되어 접촉응력이 감소하였음을 알 수 있다.

4.3 피팅수명

접촉력 및 접촉응력 결과를 바탕으로 하중응력

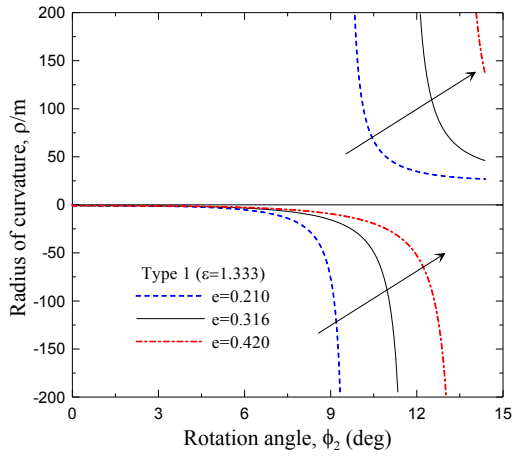


Fig. 9 Radius of curvatures (Type 1)

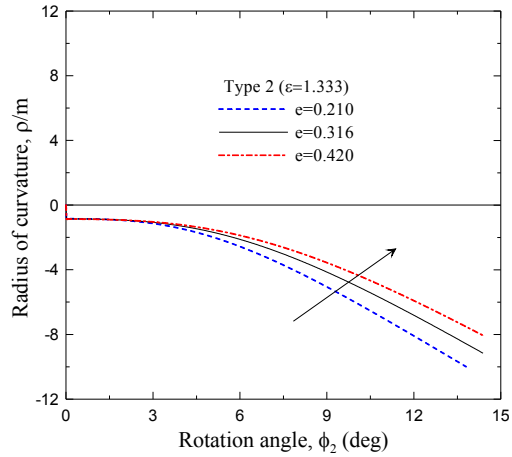


Fig. 10 Radius of curvatures (Type 2)

계수를 통해 피로수명을 평가하기 위한 기어의 재질, 강도계수 및 미끄럼률을 Table 3에 정리하였다.

그리고 하중응력계수 해석결과를 Figs. 11과 12에 도시하였다. 치형수정계수가 증가함에 따라 하중전담구간(Ⅱ구간)에서 하중응력계수가 감소하는 결과를 나타내었다. 하중응력계수 및 피팅수명의 결과 Table 4에 정리한 바와 같이 하중응력계수의 최대값 결과에서는 Type 1의 경우 치형수정계수가 $e=0.210$ 에서 0.420 으로 2배 증가함에 따라 피팅수명이 $1.194E6$ 에서 $3.125E6$ 으로 약 2.6배 증가하였으나, Type 2의 경우 치형수정계수가 2배 증가함에 따라 약 1.26배 피팅수명이 증가하였다. 따라서 CRG 시스템의 두 가지 설계방법 모두 치형수정계수가 증가함에 따라 피팅수명이 증가하였으며, 이 중에서 Type 1이 Type 2에 비

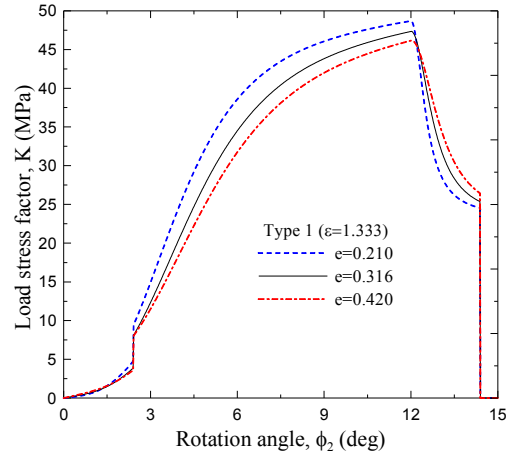


Fig. 11 Load stress factors (Type 1)

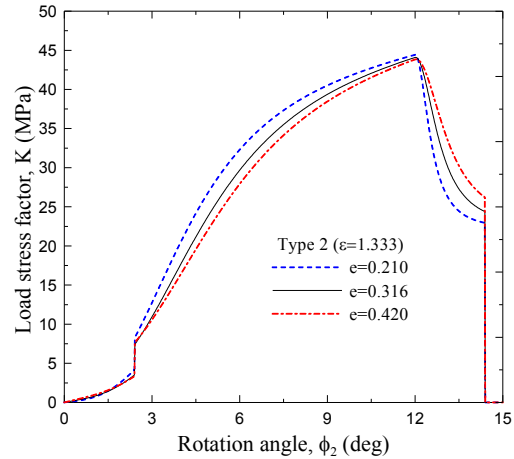


Fig. 12 Load stress factors (Type 2)

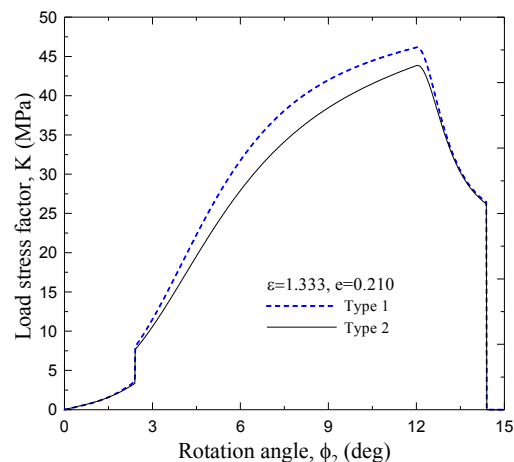


Fig. 13 Comparison of load stress factors

해 치형수정계수의 영향을 크게 받는 것으로 나타났다.

또 동일한 설계변수에 따른 각 타입별 하중응력계수를 Fig. 13에 도시하였다. 동일한 설계조건

Table 4 Analysis results of surface fatigue

e	$(K_t)_{\max}$, MPa	N_p , cycles
Type 1	0.210	1.194×10^6
	0.316	1.982×10^6
	0.420	3.125×10^6
Type 2	0.210	6.222×10^6
	0.316	7.127×10^6
	0.420	7.877×10^6

하($e=0.420$)에서는 Type 1과 비교하여 Type 2가 피팅수명이 약 2.5배 우수한 것으로 나타났다.(Table 4 참조) 따라서 CRG 시스템을 설계함에 있어서 Type 2의 치형 설계방법과 치형수정계수의 증가를 통해 캠 링기어의 접촉 피로수명의 향상에 기여할 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 CRG 시스템의 접촉 피로수명을 평가하기 위해 엄밀 치형설계 및 면압강도 해석을 수행하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

(1) CRG 시스템의 설계 가능한 두 가지 타입에 대해 캠 링기어의 엄밀 치형 설계식을 제시하였으며, 각 타입에 관한 기하학적 형상의 차이를 검토하였다.

(2) 치형수정계수의 증가를 통해 검토한 접촉력의 변화는 두 타입 모두 비교적 증가하였으나, 접촉 응력 및 하중응력계수는 감소하는 경향을 확인할 수 있었다.

(3) 평가된 표면 피로한도 결과에서 각 타입 모두 치형수정계수의 증가가 피로수명을 향상시키는 요인으로 작용하였으며, 이 중 Type 2가 Type 1과 비교하여 피팅수명이 우수한 것으로 나타났다.

후 기

이 연구에 참여한 연구자는 「2단계 BK21 사

업」의 지원비를 받았음.

참고문헌

- (1) Litvin, F. L., 1994, Gear geometry and applied theory. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- (2) Lai, T., 2004, "Geometric Design of Roller Drives with Cylindrical Meshing Elements," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 40, No. 1, pp. 55~67.
- (3) Ham, S. H., Nam, W. K. and Oh, S. H., 2010, "A Study on Optimum Tooth Profile of Pin-Pinion Gear for Linear Motion," *KSPSE*, Vol. 14, No. 3, pp. 64~70.
- (4) Ikejo, K., Nagamura, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, "Driving Performance and Strength of Pin-Rack Gear Mechanism," *Journal of Japan Society for Design Engineering*, Vol. 43, No. 7, pp. 388~394.
- (5) Nagamura, K., Ikejo, K., Tanaka, E. and Yamamoto, K., 2008, "Driving Performance of Pin-Rack Gear Mechanism Using a Trochoid Tooth Profile," *The Machine Design and Tribology Division Meeting in JSME*, pp. 205~208.
- (6) Nam, H.C., Kwon, S.-M. and Shin, J.-H., 2011, "Contact Surface Fatigue Life for RPG System," *Transactions of the KSME, Series A*, Vol. 35, No. 11, pp. 1453~1459.
- (7) Nam, H.C., Kim, C.-H., and Kwon, S.-M., 2012, "Contact Surface Fatigue Life for RRG System," *Transactions of the KSMTE*, Vol. 21, No. 1, pp. 95~101.
- (8) Morrison, R. A., 1968, "Load/life Curves for Gear and Cam Materials," *Machine Design*, Vol. 40, pp. 102~108.
- (9) Way, S., 1935, "Pitting Due to Rolling Contact," *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 57: pp. A49~58.
- (10) Littmann, W. E., and Winder, R. L., 1966, "Propagation of Contact Fatigue from Surface and Subsurface Origins," *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 88, p. 626.