

## 차량 전복 방지를 위한 강인 제어기 설계

임성진\* · 김용무\*\* · 오동호\*\*\*†

\* 서울대학교 차세대융합기술연구원, \*\* 충남대학교 기계공학과

### Design of a Robust Controller for Vehicle Rollover Prevention

Seongjin Yim\*, Yong-Moo Kim\*\* and Dongho Oh\*\*\*†

\* Advance Institutes of Convergence Technology, Seoul Nat'l Univ.,

\*\* Dept. of Mechanical Engineering, Chungnam Nat'l Univ.

(Received May 3, 2012 ; Revised June 29, 2012 ; Accepted July 17, 2012)

**Key Words:** Vehicle Rollover Prevention(차량 전복 방지), Robust Control(강인 제어),  $H_2$  Control( $H_2$  제어),  $H_\infty$  Control ( $H_\infty$  제어), Linear Matrix Inequalities (선형행렬부등식)

**초록:** 본 논문에서는 차량 전복 방지를 위해 강인 제어기를 설계하고 적용하는 방법에 대해 제시한다. 운행 중인 차량은 속도나 무게중심과 같은 파라미터 변화가 쉽게 발생하는데, 차량 전복 방지 제어기가 파라미터 변화에 대해 강인하게 설계된다면 차량 전복 방지 성능을 더욱 향상시킬 수 있다. 이를 위해 본 논문에서는 이산시간영역에서 LMI 를 이용하여  $H_2$  및  $H_\infty$  강인제어기를 설계하고, 실험에 대한 신뢰도가 높은 차량 시뮬레이션 패키지인 CarSim 에서 차량 전복 방지를 위한 제어기의 성능을 검증한다.

**Abstract:** Vehicle systems are frequently exposed to parameter uncertainties such as vehicle speed and height of center of gravity. If a controller is designed to be robust against these parameter uncertainties, the rollover prevention capability can be considerably enhanced. In this study, robust controllers  $H_2$  and  $H_\infty$  are designed by using LMI for vehicle rollover prevention control in the discrete time domain. Some simulations using CarSim, a reliable simulation tool, are performed to validate the proposed controllers.

- 기호설명 -

$a_y$  : 횡가속도 ( $m/s^2$ )  
 $C_f, C_r$  : 전륜과 후륜 타이어의 횡강성 (N/rad)  
 $C_\phi$  : 롤 감쇠계수 (Nms/rad)  
 $e_\gamma$  : 요율 에러 (rad/s)  
 $F_{yf}, F_{yr}$  : 전륜과 후륜 타이어의 횡력 (N)  
 $F_x, F_z$  : 타이어의 종력과 수직력 (N)  
 $M_B$  : 차동제동에 의한 요모멘트 (Nm)  
 $M_\phi$  : 능동 안티롤바에 의한 롤모멘트 (Nm)  
 $g$  : 중력가속도 상수 ( $9.81 m/s^2$ )  
 $H$  : 유효성 행렬  
 $h$  : 지면에서 무게중심까지의 높이 (m)  
 $h_s$  : 롤 중심에서 무게중심까지의 높이 (m)  
 $I_x, I_z$  : 롤/요 축에 대한 롤/요 관성 모멘트 ( $kgm^2$ )  
 $J$  : 선형 2 차 목적 함수  
 $J_{WLS}$  : 요모멘트 분배의 목적 함수

$K$  : 정적 출력 피드백 게인  
 $K_B$  : 압력-힘 변환 상수(N/MPa)  
 $K_\gamma$  : 기준 요율의 정상상태 게인  
 $K_\phi$  : 롤 강성계수 (Nm/rad)  
 $l_f, l_r$  : 무게중심에서 전륜과 후륜까지의 거리 (m)  
 $M_B$  : 제어 요모멘트 (Nm)  
 $m, m_s$  : 차량 전체와 스프링상 질량 (kg)  
 $P_B$  : 제동 압력 (MPa)  
 $q_i$  :  $J$ 의 각 항에 대한 계수  
 $r$  : 타이어 반지름 (m)  
 $t$  : 윤거 (m)  
 $v_x, v_y$  : 차량의 종방향/횡방향 속도 (m/s)  
 $W$  : 요모멘트 분배의 가중치 계수 벡터  
 $\alpha_f, \alpha_r$  : 전륜과 후륜의 타이어 횡슬립각 (rad)  
 $\gamma, \gamma_d$  : 요율과 기준 요율 (rad/s)  
 $\phi, \dot{\phi}$  : 롤 각(rad)과 롤 각속도 (rad/s)  
 $\delta_f$  : 전륜 조향각 (rad)  
 $\eta_i$  :  $J$ 의 각 항의 최대 허용값  
 $\mu$  : 타이어와 노면 사이의 마찰계수

† Corresponding Author, dongho@cnu.ac.kr

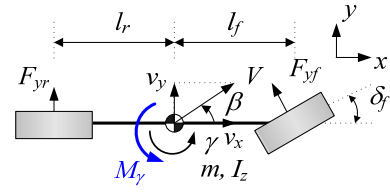
$\tau$  : 기준 요율의 시상수

1. 서론

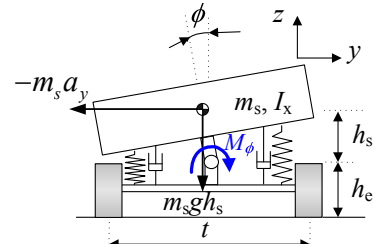
1990년대 후반부터 급속하게 보급되기 시작한 SUV의 영향으로 차량 전복 사고가 크게 증가하였다. 차량 전복 사고는 전체 교통사고에서 차지하는 비중은 작지만 사망자의 큰 부분을 차지한다. 예를 들어 2002년도 미국의 경우 차량 전복은 전체 교통사고의 3%였지만 차량 전복으로 인한 사망자는 33%에 이를 정도로 큰 비중을 차지했다.<sup>(1)</sup> 또한 이후 8년 동안 36%에서 33%로 줄어들었을 뿐이다.<sup>(2)</sup> 이에 따라 그 동안 주요 선진국에서는 차량의 전복을 방지하기 위한 장치나 제어를 다양한 형태로 개발해 왔다.

일반적으로 차량 전복은 고속 주행시 높은 마찰 노면에서 과도한 조향에 의해 횡가속도가 급격하게 증가하여 발생한다. 따라서 대부분의 차량 전복 방지 방법은 운전자의 의지를 나타내는 차량의 기준요율을 저하시켜 선회반경을 크게 하고 차량의 횡가속도를 줄임으로써 차량의 전복을 방지한다.<sup>(3-6)</sup> 대표적인 방법으로는 Odenthal 등,<sup>(3)</sup> Ungoren과 Peng,<sup>(4)</sup> 윤장열<sup>(5)</sup>과 임성진<sup>(6)</sup>의 방법이 있다. 또 다른 방법으로는 능동 현가장치 또는 능동 안티롤바와 같은 능동 롤 제어 장치(Active Roll Control: ARC)를 이용하여 롤 운동을 제어하고 ARC에 의해 불안정해지는 횡방향 운동을 제어하기 위해 자세제어장치를 이용하는 방법이 있다.<sup>(7-9)</sup> 하지만 이 방법들은 차량 시스템에 고유한 파라미터 변화에 대해 고려하지 않았다. 만약 전복 방지 제어가 차량 파라미터 변화에 대해 강인하다면 차량 전복 방지 성능은 더욱 향상될 수 있다. 이를 위해서는 차량 파라미터 변화에 대해 강인한 제어를 설계할 필요가 있다. 이를 위해 임성진은 케적 민감도를 이용한 방법과 파라미터 민감도 감소기법을 적용하였다.<sup>(10,11)</sup> 하지만 이 논문들에서 제시한 방법은 일반적인 형태의 파라미터 불확실성을 모델링하지 못하거나 시스템의 차수가 증가하여 제어기 설계에 어려움이 있었다. 따라서 일반적인 형태의 파라미터 불확실성을 모델링하고 시스템의 차수를 증가시키지 않으면서 강인한 제어를 설계하는 방법이 필요하다.

본 논문에서는 차량 전복 방지를 위해 2 자유도 자전거 모델과 1 자유도 롤 모델을 기반으로 선형 차량 모델을 구성하고 polytopic 불확실성 모델과 LMI를 이용하여  $H_2$  및  $H_\infty$  강인 제어를 설계한 후 이를 적용하는 방법을 제안한다. 본 논문에서



(a) 2-DOF bicycle model



(b) 1-DOF roll model

Fig. 1 3-DOF vehicle model

요(Yaw) 모멘트를 생성하기 위해서는 차동 제동을, 롤 모멘트를 생성하기 위해서는 능동 안티롤바를 이용한다. 그리고 제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해 차량 시뮬레이션 패키지 CarSim에서 시뮬레이션을 수행한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 차량의 모델을 구성하고 제어기 설계 방법을 제시한다. 3장에서는 설계된 제어기를 이용하여 시뮬레이션을 수행하고 결과를 검토한 후 4장에서 결론을 맺는다.

2. 강인 제어기 설계

2.1 차량 모델

본 논문에서는 Fig. 1에서와 같이 2 자유도 자전거 모델과 1 자유도 롤 모델을 이용한다.<sup>(11)</sup>

Fig. 1의 모델들에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m a_y - m_s h_s \ddot{\phi} = F_{yf} + F_{yr} \tag{1}$$

$$I_z \dot{\gamma} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} + M_B \tag{2}$$

$$I_x \ddot{\phi} - m_s h_s a_y = -C_\phi \dot{\phi} - K_\phi \phi + m_s g h_s \phi + M_\phi \tag{3}$$

식 (1), (2), 그리고 (3)은 각각 횡방향, 요방향, 롤방향 운동을 나타낸다. 식 (2)에서  $M_B$ 는 차동 제동에 의해 만들어지는 요 모멘트이며 식 (3)에서  $M_\phi$ 는 능동 안티롤바에 의해 만들어지는 롤 모멘트이다. 식 (1)과 (2)에서 타이어 횡력  $F_{yf}$ 와  $F_{yr}$ 은 식 (4)와 같이 선형으로 나타낼 수 있다.

$$F_{yf} = -C_f \alpha_f, \quad F_{yr} = -C_r \alpha_r \tag{4}$$

$$\alpha_f = \frac{v_y + l_f \gamma}{v_x} - \delta_f, \quad \alpha_r = \frac{v_y - l_r \gamma}{v_x} \tag{5}$$

차량이 추종해야 할 기준요율은 운전자의 조향에 의해 식 (6)과 같이 표현되며 이 식을 상태공간 형태로 표현하면 식 (8)과 같다.<sup>(12)</sup>

$$\gamma_d = \left( \frac{K_\gamma}{\tau s + 1} \right) \delta_f \quad (6)$$

식 (6)에서 요율 이득  $K_\gamma$ 는 식 (7)과 같다.

$$K_\gamma = \frac{C_f \cdot C_r \cdot (l_f + l_r) \cdot v_x}{C_f \cdot C_r \cdot (l_f + l_r)^2 + m \cdot v_x^2 \cdot (l_r \cdot C_r - l_f \cdot C_f)} \quad (7)$$

$$\dot{\gamma}_d = -\frac{1}{\tau} \gamma_d + \frac{K_\gamma}{\tau} \delta_f \quad (8)$$

차량의 요율 에러는 식 (9)와 같이 표현된다.

$$e_\gamma = \gamma - \gamma_d \quad (9)$$

위의 식들을 종합하면 식 (10)과 같은 정의에 따라 식 (11)과 같은 연속시간 상태공간 모델을 얻을 수 있다.<sup>(11)</sup>

$$\mathbf{x} \equiv [v_y \quad \gamma \quad \dot{\phi} \quad \phi \quad \gamma_d]^T$$

$$\mathbf{u} \equiv [M_B \quad M_\phi]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{w} \equiv \delta_f$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_s \mathbf{x} + \mathbf{B}_{s1} \mathbf{w} + \mathbf{B}_{s2} \mathbf{u} \quad (11)$$

식 (11)에서 각 항은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_s \mathbf{x} + \mathbf{B}_{s1} \mathbf{w} + \mathbf{B}_{s2} \mathbf{u}$$

$$= \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A}_e \mathbf{x} + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{B}_{e1} \mathbf{w} + \mathbf{E}^{-1} \mathbf{B}_{e2} \mathbf{u}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} m & 0 & -m_s h_s & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 & 0 & 0 \\ -m_s h_s & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_s h_s v_x & -C_\phi & m_s g h_s & -K_\phi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{e1} = \begin{bmatrix} C_f \\ l_f C_f \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_r}{\tau} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{e2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -\frac{C_f + C_r}{v_x}, a_{12} = -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{v_x} - m v_x,$$

$$a_{21} = -\frac{l_f C_f - l_r C_r}{v_x}, a_{22} = -\frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{v_x}$$

식 (11)은 연속시간 상태공간 방정식이다. 이 식을 샘플링 시간  $T_s$  에 대해 이산화하면 식 (12)와 같은 이산시간 상태공간 방정식이 얻어진다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(k) + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}(k) \quad (12)$$

$$\mathbf{A} \equiv e^{\mathbf{A}_s T_s}, \quad \mathbf{B}_1 \equiv \left( \int_0^{T_s} \mathbf{A}_s(\tau) d\tau \right) \mathbf{B}_{s1},$$

$$\mathbf{B}_2 \equiv \left( \int_0^{T_s} \mathbf{A}_s(\tau) d\tau \right) \mathbf{B}_{s2}$$

### 2.2 LMI 를 이용한 제어기 설계

본 논문에서는 앞 절에서 제시한 차량 모델을 기반으로 LMI 를 이용하여 이산시간  $H_2$  및  $H_\infty$  제어를 설계한다.

$H_2$  및  $H_\infty$  제어기 설계를 위해 시스템의 출력을 식 (13)과 같이 정의한다. 이 식에서  $\mathbf{z}_2(k)$ 와  $\mathbf{z}_\infty(k)$ 는 각각  $H_2$  및  $H_\infty$  제어를 위한 출력이다.

$$\mathbf{z}_2(k) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{11} \mathbf{w}(k) + \mathbf{D}_{12} \mathbf{u}(k)$$

$$\mathbf{z}_\infty(k) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{21} \mathbf{w}(k) + \mathbf{D}_{22} \mathbf{u}(k) \quad (13)$$

$H_2$  제어를 위한 목적 함수를 식 (14)와 같이 정의한다. 식 (15)의 관계와 식 (11)을 이용하면 식 (14)는 식 (16)으로 표현될 수 있다. 식 (14)에서  $q_i$ 는 각 항의 가중치로서 Bryson's rule 에 의해  $q_i = 1/\eta_i^2$ 와 같이 결정된다.<sup>(13)</sup>

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \left( q_1 a_y^2(k) + q_2 e_\gamma^2(k) + q_3 \dot{\phi}^2(k) + q_4 \phi^2(k) + q_5 M_B^2(k) + q_6 M_\phi^2(k) \right) \quad (14)$$

$$a_y = \dot{v}_y + \gamma v_x \quad (15)$$

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{z}_2^T(k) \mathbf{z}_2(k)$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \{ \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{22} \mathbf{u}(k) \}^T \{ \mathbf{C}_2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{22} \mathbf{u}(k) \} \quad (16)$$

여기서,

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C}_2 \equiv \begin{bmatrix} \sqrt{q_1} \bar{a}_{11} & \sqrt{q_1} (\bar{a}_{12} + v_x) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q_2} & 0 & 0 & -\sqrt{q_2} \\ 0 & 0 & \sqrt{q_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{q_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D}_{11} \equiv \begin{bmatrix} \sqrt{q_1} \bar{b}_{1,11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12} = \mathbf{D}_{22} \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \sqrt{q_5} & 0 \\ 0 & \sqrt{q_6} \end{bmatrix}.$$

식 (16)에서  $\bar{a}_{1i}$  와  $\bar{b}_{1,1i}$  는 각각  $\mathbf{A}$  와  $\mathbf{B}_1$  행렬의 요소들이다. 이후  $H_\infty$  제어에서도 식 (16)에서와 같이  $\mathbf{z}_\infty$  의  $\mathbf{C}_1$  과  $\mathbf{D}_{12}$  는 각각  $\mathbf{C}_2$  와  $\mathbf{D}_{22}$  와 동일하게 설정한다.

$\mathbf{u}(k)=\mathbf{Kx}(k)$  형태의 전상태(full state) 피드백 이산시간  $H_2$  제어기 설계 문제는 LMI 를 이용하여 표현하면 식 (17)과 같은 최적화 문제가 되며 이산시간 최적  $H_2$  제어기는  $\mathbf{K}=\mathbf{LY}^{-1}$  의 형태로 구해진다.<sup>(14,15)</sup>

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{Y}, \mathbf{L}, \mathbf{W}} \text{trace}(\mathbf{W}) \\ & \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{AY} + \mathbf{B}_2\mathbf{L} & \mathbf{B}_1 \\ * & \mathbf{Y} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0 \\ & \quad \quad \quad \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{C}_2\mathbf{Y} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{L} \\ * & \mathbf{Y} \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$\mathbf{u}(k)=\mathbf{Kx}(k)$  형태의 전상태 피드백 이산시간  $H_\infty$  제어기 설계 문제는 LMI 를 이용하여 표현하면 식 (18)과 같은 최적화 문제가 되며 이산시간 최적  $H_\infty$  제어기는  $\mathbf{K}=\mathbf{LY}^{-1}$  의 형태로 구해진다.<sup>(14,15)</sup>

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{Y}, \mathbf{L}, \rho} \rho \\ & \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{0} & \mathbf{AY} + \mathbf{B}_2\mathbf{L} & \mathbf{B}_1 \\ * & \rho\mathbf{I} & \mathbf{C}_1\mathbf{Y} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{L} & \mathbf{D}_{11} \\ * & * & \mathbf{Y} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \rho\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

2.3 LMI 를 이용한 강인 제어기 설계

본 논문에서 파라미터 불확실성은 polytopic 형태로 가정한다. 시스템에 있는 불확실한 파라미터의 수가  $q$  라고 가정할 때, 각 파라미터 변동의 상한과 하한을 결정한 후 이들을 조합하면  $p=2^q$  개의 절점에 해당하는  $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_{1,i}, \mathbf{B}_{2,i}$  를 만들어 낼 수 있으며 이들의 선형결합을 통해 식 (19)와 같이 파라미터 불확실성을 고려한 상태공간 방정식을 구성한다. 이렇게 구해진  $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_{1,i}, \mathbf{B}_{2,i}$  를 식 (17)과 (18)에 적용하여 얻어진 식 (20)과 (21)을 풀면 파라미터 변화에 대해 강인한 이산시간  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기를 설계할 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \sum_{i=1}^p \pi_i \mathbf{A}_i, \mathbf{B}_1 = \sum_{i=1}^p \pi_i \mathbf{B}_{1,i}, \mathbf{B}_2 = \sum_{i=1}^p \pi_i \mathbf{B}_{2,i} \\ \sum_{i=1}^p \pi_i &= 1, \quad 0 \leq \pi_i \leq 1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{Y}, \mathbf{L}, \mathbf{W}} \text{trace}(\mathbf{W}) \\ & \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{A}_i\mathbf{Y} + \mathbf{B}_{2,i}\mathbf{L} & \mathbf{B}_{1,i} \\ * & \mathbf{Y} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ & \quad \quad \quad \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{C}_2\mathbf{Y} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{L} \\ * & \mathbf{Y} \end{bmatrix} < 0 \\ & \quad \quad \quad i=1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{Y}, \mathbf{L}, \rho} \rho \\ & \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Y} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_i\mathbf{Y} + \mathbf{B}_{2,i}\mathbf{L} & \mathbf{B}_{1,i} \\ * & \rho\mathbf{I} & \mathbf{C}_1\mathbf{Y} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{L} & \mathbf{D}_{11} \\ * & * & \mathbf{Y} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \rho\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \\ & \quad \quad \quad i=1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (21)$$

2.4 요모멘트 분배

식 (3)에서 롤 모멘트 제어 입력은 곧바로 능동 안티롤바의 제어 입력으로 적용될 수 있지만 식 (2)에서 요 모멘트 제어 입력은 차량의 제동입력에 의해 생성 되어야 한다. 이를 위해 요모멘트 분배 방법을 이용한다. Fig. 2 는  $M_B$  의 방향에 따른 타이어력 분포를 보여 준다. Fig. 2 에서 보듯이  $M_B$  가 양인 경우, 제동력은 왼쪽 차륜에만 가해져야 한다.

$M_B$  가 양인 경우 타이어력과 요모멘트와의 관계는 식 (22)과 같다.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{t}{2} \cos \delta_f + l_f \sin \delta_f & -\frac{t}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{x3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}} = M_B \quad (22)$$

최적화의 목적 함수는 식 (23)과 같다. 식 (23)에서  $F_z$  는 타이어의 수직력으로서 차량의 횡가속도와 증가속도를 이용하여 예측할 수 있다.<sup>(16)</sup>

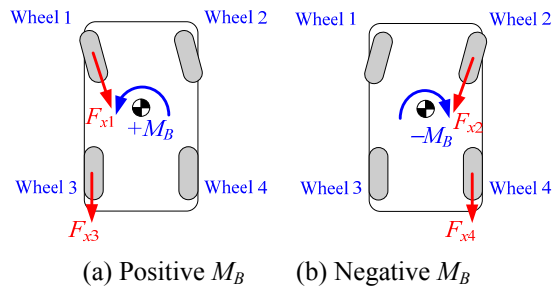


Fig. 2 Control tire forces according to the sign of  $M_B$

**Table 1** Parameters of Small SUV model in CarSim

$m$	1146.6 kg	$h_s$	0.51 m
$m_s$	984.6 kg	$C_f$	39401 N/rad
$I_x$	442 kgm <sup>2</sup>	$C_r$	64119 N/rad
$I_z$	1302 kgm <sup>2</sup>	$C_\phi$	9803 Nms/rad
$l_f$	0.88 m	$K_\phi$	62597 Nm/rad
$l_r$	1.32 m	$v_x$	60 km/h

$$J_{WLS} = \frac{F_{x1}^2}{F_{z1}^2} + \frac{F_{x3}^2}{F_{z3}^2} = \mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v} \quad (23)$$

식 (22)의 제한조건을 가지고 식 (23)의 목적 함수를 최소화하는 문제는 라그랑지 승수 기법을 이용하여 식 (24)와 같은 해를 쉽게 구할 수 있다.<sup>(17)</sup> 식  $M_B$ 가 음인 경우에도 동일한 과정을 거쳐 쉽게 해를 구할 수 있다.

$$\mathbf{v}_{opt} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H}^T)^{-1} M_B \quad (24)$$

이렇게 구해진 타이어력은 식 (25)을 이용하여 각 차륜의 제동 압력으로 변환된다. 식 (25)에서  $r$ 은 타이어 반지름이며  $K_B$ 는 압력-타이어력 변환 상수이다.

$$P_B = \frac{r}{K_B} \cdot F_x \quad (25)$$

### 3. 시뮬레이션

제안된 방법의 타당성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행한다. 구해진 강인한  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기에 대해 선형 모델을 이용하여 Bode 선도 해석을 통해 각 제어기의 특성을 파악한다. 이후 차량 시뮬레이션 패키지인 CarSim에서의 시뮬레이션을 통해 각 제어기의 특성을 파악한다.<sup>(18)</sup>

시뮬레이션에서 사용한 차량 모델은 CarSim에서 제공하는 소형 SUV 모델로서 27 자유도의 비선형 차량 모델이며 단일 스프링상 질량, 4개의 차륜, 현가장치 모듈, 그리고 조향 메커니즘으로 구성되어 있다. 현가장치의 경우 전륜은 양쪽 차륜이 독립되어 있고 수직 운동이 가능하며 후륜은 단일 차축으로 구성되어 있으며 롤과 수직 운동이 가능하다. 선형 모델에 사용된 차량 파라미터는 CarSim에 있는 소형 SUV 모델에서 가져 왔으며 자세한 값은 Table 1과 같다.

식 (14)의 LQ 목적 함수에 있는 각 가중치는 차량의 전복을 방지하기 위해 설정되어야 한다. 차량이 운전자의 의도를 추종하기 위해서는 효율

**Table 2** Weights in LQ cost function

$\eta_1$	5 m/s <sup>2</sup>	$\eta_2$	1 deg
$\eta_3$	3 deg/s	$\eta_4$	0.08 rad/s
$\eta_5$	5000 Nm	$\eta_6$	2000 Nm

**Table 3** Variation ranges of parameters

	Lower value	Upper value
$m_s$	984.6 kg	1181.5 kg
$I_x$	442 kgm <sup>2</sup>	530 kgm <sup>2</sup>
$I_z$	1302 kgm <sup>2</sup>	1562 kgm <sup>2</sup>
$C_f$	30000 N/rad	50000 N/rad
$C_r$	50000 N/rad	70000 N/rad
$v_x$	50 km/h	80 km/h
$h_s$	0.4 m	0.6 m

에러  $e_r$ 가 최소화되어야 한다. 이와 더불어 차량의 전복을 방지하기 위해서는 차량의 롤각과 롤각속도가 최소화되어야 하며 이를 위해  $q_1, q_3$ , 그리고  $q_4$ 가 크게 설정되어야 한다. 이에 따라 가중치를 Table 2와 같이 설정하였다.

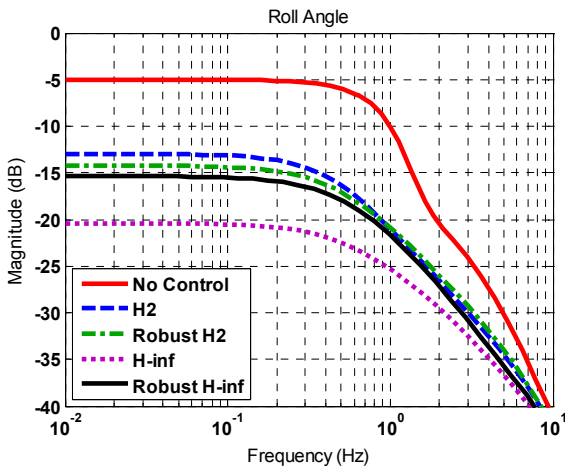
본 논문에서 고려한 파라미터 불확실성은 차량의 질량과 관성 모멘트의 결합 파라미터 ( $m_s, I_x, I_z$ ), 차량의 전후륜 횡강성  $C_f, C_r$ , 차량의 속도  $v_x$  및 무게중심의 높이  $h_s$ 까지 5개이다.

차량의 질량은 Table 1의 공칭값 기준으로 [0%, 20%]의 하한과 상한 값을 설정하였으며 차량의 질량과 관성 모멘트는 서로 비례하므로 관성모멘트도 동일한 비율로 설정하였다. 각 파라미터에 대한 상한과 하한은 Table 3과 같다.

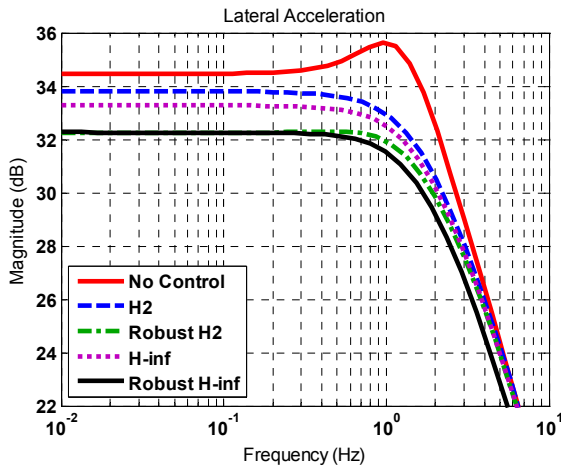
#### 3.1 Bode 선도 해석

설계된 제어기에 대해 운전자의 조향 입력을 입력으로 하여 Bode 선도를 그린다. 비교 대상 제어기는 파라미터의 불확실성을 고려하지 않은 공칭  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기, 그리고 강인  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기이다. Fig. 3은 각 제어기에 대한 Bode 선도를 보여 준다. 운전자의 조향 입력은 1 Hz 이하이므로 1 Hz 이하 영역의 응답에 주목해야 한다.

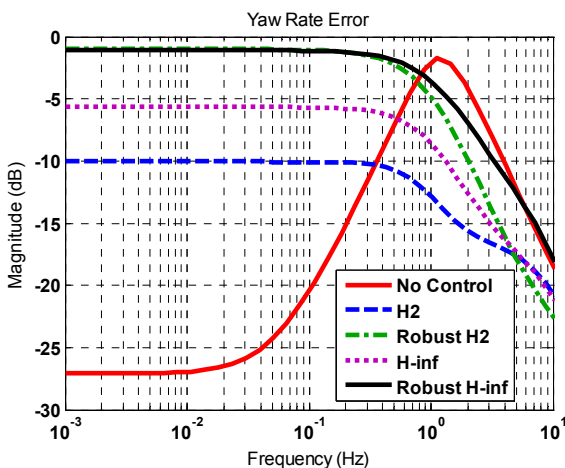
Fig. 3의 (a)에서 보듯이  $H_2$  제어기보다는  $H_\infty$  제어기가 더 나은 롤 제어 성능을 보이는 것을 알 수 있다. 다만 그 결과로서 Fig. 3의 (c)에서 보듯이 효율 에러는 증가하는데 이것은 횡가속도를 감소시키기 위해서이다. 즉 식 (15)의 관계에 의해 기준요율 추종 성능을 저하시켜서 또는 요율을 저하시켜서 선회반경을 크게 함으로써 횡가속도를



(a) Steering input to roll angle



(b) Steering input to lateral acceleration



(c) Steering input to yaw rate error

Fig. 3 Bode plots for each controller

줄이는 것이다.

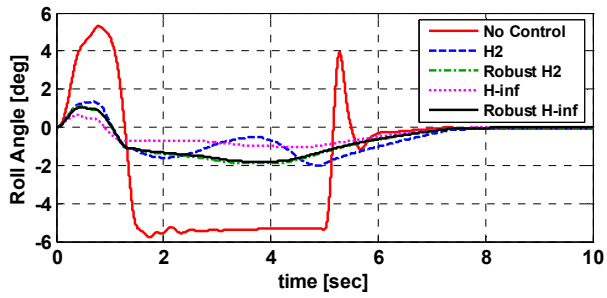
공칭 제어기와 강인 제어기를 비교해 보면 Fig.

3 의 (a)에서 보듯이 롤 제어 성능에서는  $H_2$  와  $H_\infty$  제어기가 서로 다른 결과를 보인다. 즉  $H_2$  제어의 경우 공칭 제어기와 강인 제어기는 롤 제어 성능에 별 다른 성능 차이가 없지만  $H_\infty$  제어의 경우 강인 제어기가 더 좋지 않은 결과를 보인다. Fig. 3 의 (b)와 (c)에서 보듯이  $H_2$  및  $H_\infty$  제어 모두 공칭 제어기에 비해 강인 제어기가 더 작은 횡가속도와 더 큰 요율 에러를 보여 준다. 이것은 앞서 설명하였듯이 강인 제어기의 기준요율 추종 성능이 공칭 제어기에 비해 더 저하된다는 것을 의미한다. 또 다른 의미로 이것은 운전자의 의도 대로 차를 조향할 수 없음을 의미한다.

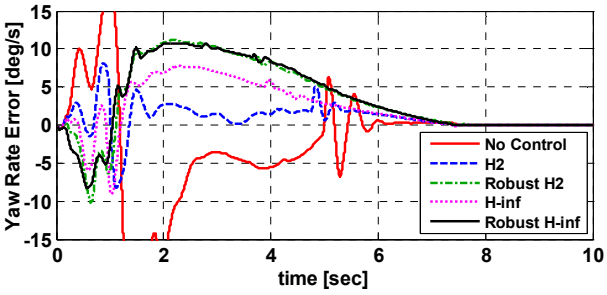
### 3.2 CarSim 시뮬레이션

앞 절에서 설계된 각 제어기들을 CarSim 에서 시뮬레이션하고, 제어기는 공칭  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기, 강인  $H_2$  및  $H_\infty$  제어기이다. 운전자의 조향 입력은 차량 전복 시험에 이용되는 fishhook 조향으로서 최대 조향각은 221 deg 이다.<sup>(19)</sup> 노면 마찰계수는 1.0 으로 설정하였고 차량의 초기 속도는 80 km/h 이다. 차량의 속도를 유지하기 위한 제어는 하지 않았다.

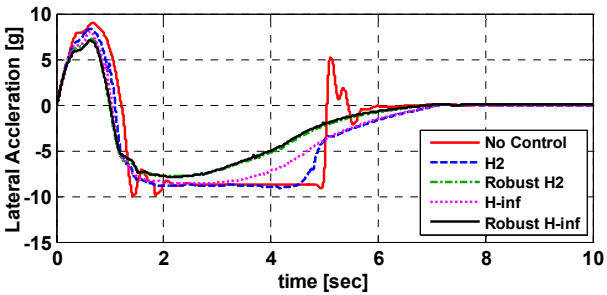
Fig. 4, 5, 그리고 6 은 각 제어기에 대한 시뮬레이션 결과를 보여 준다. 그림에서 보듯이 각 제어기들은 앞 절의 Bode 선도 해석의 결과와 일치하는 결과를 보여 준다. 즉, Fig. 3 의 (a) 에서 예측한 대로 Fig. 4 의 (a)에서 보듯이 롤 제어 성능은 공칭  $H_\infty$  제어기가 가장 좋으며 공칭  $H_2$ , 강인  $H_2$  및 강인  $H_\infty$  제어기가 유사한 성능을 보인다. 이 결과는 Fig. 5 의 (a)에 있는 대로 롤 모멘트의 크기와 비례한다. Fig. (4)의 (b)에서 보이는 요율 에러는 Fig. 3 의 (c)의 예측대로 공칭  $H_2$  가 가장 좋으며 다음으로 공칭  $H_\infty$ , 그리고 그 다음으로 강인  $H_2$  와  $H_\infty$  제어기가 동일한 성능을 보임을 알 수 있다. Fig. 4 의 (c)에 있는 횡가속도는 요율 에러와 반대의 결과를 보여준다. 식 (15)로 알 수 있듯이 요율 에러가 증가할수록, 즉 요율이 감소할수록 횡가속도는 감소한다. 이 결과는 Fig. 5 의 (b)와 (c)에 있는 것과 같이 요모멘트와 제동 압력의 크기와 비례한다. 앞 절에서 설명한 대로 강인 제어기들은 기준요율 추종 성능을 저하시킴으로써 요율 에러를 증가시키고 그에 따라 요모멘트와 제동압력이 증가하게 된다. 제동 압력의 증가로 인해 Fig. 4 의 (d)에서 보듯이 강인  $H_2$  와  $H_\infty$  제어기가 가장 큰 속도 감소를 보인다. Fig. 6 은 각 제어기들이 적용된 차량의 궤적을 보여 준다. 그림에서 알 수 있듯이 강



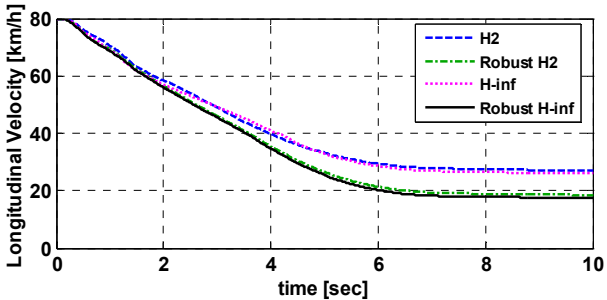
(a) Roll angle



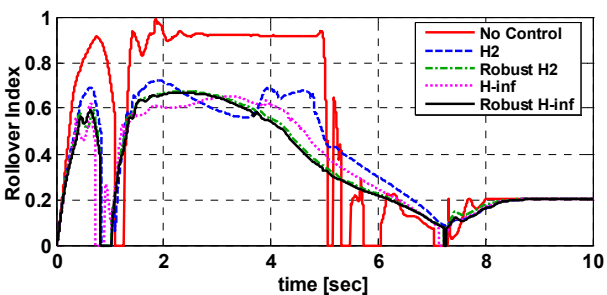
(b) Yaw rate error



(c) Lateral acceleration

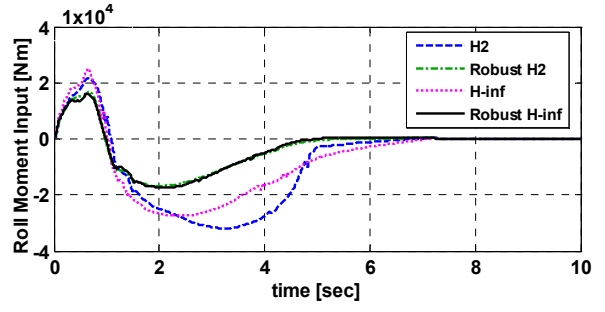


(d) Longitudinal speed

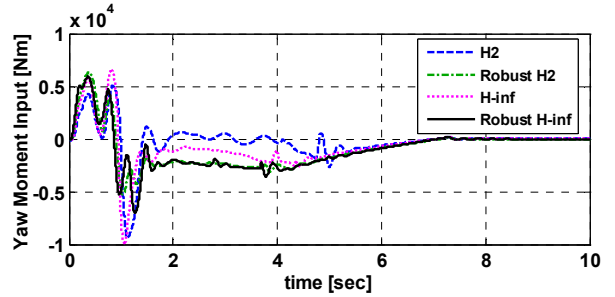


(e) Rollover index

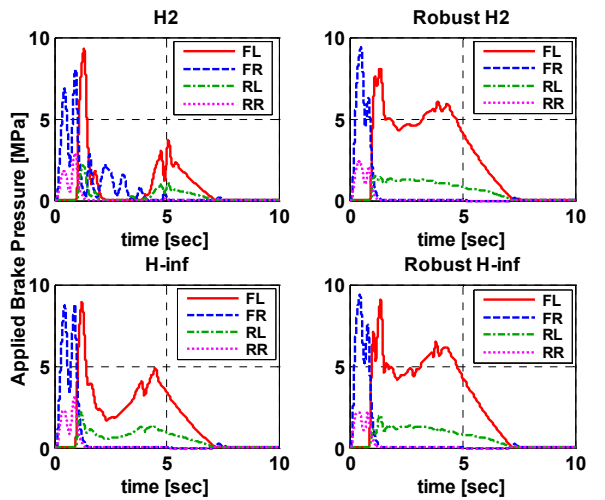
Fig. 4 Simulation results for each controller



(a) Roll moment input



(b) Yaw moment input



(c) Brake pressures of each wheel

Fig. 5 Control inputs for each controller

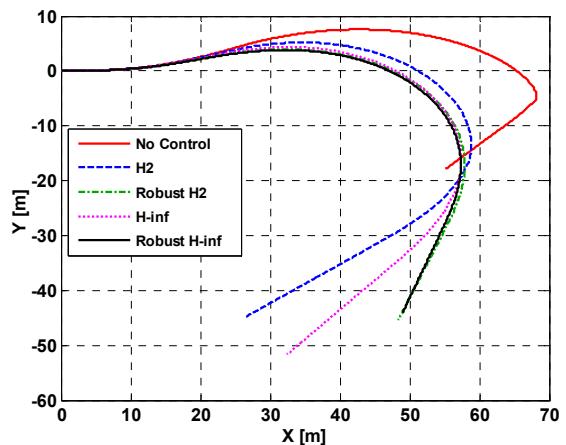


Fig. 6 Vehicle trajectories for each controller

인 제어기들은 운전자의 의도를 나타내는 기준요율을 추종하지 못하고 언더스티어 경향을 보인다.

결론적으로  $H_2$  제어에 비해  $H_\infty$  제어가, 그리고 공칭 제어기보다 강인 제어기가 차량 전복 방지 성능이 더 좋으며 강인  $H_2$  와  $H_\infty$  제어기는 서로 유사한 성능을 보임을 알 수 있다. 다만 더 좋은 차량 전복 방지 성능은 언더스티어 경향으로 인해 요율 에러의 증가를 의미하며 이는 기준 요율을 추종하는 성능의 저하를 감수해야 함을 의미한다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 차량의 전복을 방지하기 위해 차량의 파라미터 변화에 대해 강인한 제어기를 설계하고 시뮬레이션을 수행함으로써 강인 제어기의 성능을 검토하였다. Bode 선도 해석을 통해  $H_2$  제어에 비해  $H_\infty$  제어가, 그리고 강인 제어기가 공칭 제어기에 비해 더 향상된 차량 전복 방지 성능을 보이며 그 결과로서 기준 요율 추종 성능이 더 저하되는 것을 확인하였으며 CarSim 에서의 시뮬레이션을 통해 이 사실을 확인하였다. 이 결과를 통해 차량 전복을 방지하기 위해 강인 제어기를 사용한다면 차량이 언더스티어 경향을 보이는 것을 감수해야 함을 확인하였다.

#### 후 기

이 논문은 2012 년도 지식경제부의 재원과 2012 년도 교육과학기술부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원(No. 20104010100600)과 한국연구재단의 기초연구사업 지원(No. 20120004096)을 받아 수행된 것입니다.

#### 참고문헌

- (1) National Highway Traffic Safety Administration, 2003, "Motor Vehicle Traffic Crash Injury and Fatality Estimates, 2002 Early Assessment," *NCSA(National Center for Statistics and Analysis) Advanced Research and Analysis*.
- (2) Fatality Analysis Reporting System (FARS), 2009, <http://www-fars.nhtsa.dot.gov>.
- (3) Odenthal, D., Bunte, T. and Ackermann, J., 1999, "Nonlinear Steering and Braking Control for Vehicle Rollover Avoidance," *European Control Conference*, Karlsruhe, Germany.
- (4) Ungoren, A.Y. and Peng, H., 2004, "Evaluation of Vehicle Dynamic Control for Rollover Prevention," *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 5, No. 2, pp.115~122.
- (5) Yoon, J., Yi, K. and Kim, D., 2006, "Rollover Index-Based Rollover Mitigation System," *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 7, No. 7, pp.821~826.
- (6) Yim, S., Park, Y. and Yi, K., 2010, "Design of Active Suspension and Electronic Stability Program for Rollover Prevention," *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 11, No. 2, pp.147~153.
- (7) Lee, A.Y., 2002, "Coordinated Control of Steering and Anti-roll Bars to Alter Vehicle Rollover Tendencies," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 124, pp.127~132.
- (8) Gaspar, P., Szabo, Z. and Bokor, J., 2005, "The Design of Integrated Control System in Heavy Vehicles Based on an LPV Method," *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision, and European Control Conference*, pp.6722~6727, Seville, Spain.
- (9) Yim, S., Jeon, K. and Yi, K., 2012, "An Investigation into Vehicle Rollover Prevention by Coordinated Control of Active Anti-roll Bar and Electronic Stability Program," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 10, No. 2, pp.275~287.
- (10) Yim, S. and Park, Y., 2011, "Design of Rollover Prevention Controller with Linear Matrix Inequality-Based Trajectory Sensitivity Minimisation," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 49, No. 8, pp.1225~1244.
- (11) Yim, S., 2012, "Design of a Robust Controller for Rollover Prevention with Active Suspension and Differential Braking," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, No. 1, pp.213~222.
- (12) Rajamani, R., 2006, *Vehicle Dynamics and Control*, New York, Springer.
- (13) Bryson, A.E. and Ho, Y.C., 1975, *Applied Optimal Control*, New York: Hemisphere.
- (14) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J. and Chilali, M., 1995, *LMI Control Toolbox User's Guide*. Natick, MA: The MathWorks.
- (15) Akbari, A. and Lohmann, B., 2008, "Multi-Objective Preview Control of Active Vehicle Suspensions," *Proceedings of the 17th World Congress IFAC*, Seoul, Korea, pp.3398~3403
- (16) Cho, W., Yoon, J., Kim, J., Hur, J. and Yi, K., 2008, "An Investigation into Unified Chassis Control Scheme for Optimised Vehicle Stability and Maneuverability," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 46 Supplement, pp.87~105.
- (17) Wang, J. and Longoria, R.G., 2006, "Coordinated Vehicle Dynamics Control with Control Distribution," *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, USA, pp.5348~5353.
- (18) Mechanical Simulation Corporation, 2005, *CarSim User Manual Version 5*.
- (19) National Highway Traffic Safety Administration, 2004, "Testing the Dynamic Rollover Resistance of Two 15-Passenger Vans with Multiple Load Configurations," *US Department of Transportation*.