韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學教育>
2012. 08. 제 51권, 제 3호, 301-321.

J. KSME(Math. Edu) ISSN 1225-1380
August.. 2012, Vol. 51 No. 3, 301-321.

교육소외 학생들을 대상으로 확률 이해수준에 관한 연구

백 정 환 (의정부광동고등학교)
고 상 숙 (단국대학교)†

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

학교는 모든 학생들에게 동등한 양질의 교육 서비스를 제공하여 학생들이 교육적 성취에 대해서 공정하게 경쟁하는 기회를 제공하는 것을 이념으로 삼고 있다. 하지만 일부 학생들은 수업과 관련된 언어들을 잘 알지 못한 채 상급학교에 진학하여 곧바로 학교 성적이 다른 또래에 비해 뒤처지기 시작한다. 왜냐하면 수업이 이들의 수준과 상관없이 진도에 의해 새로운 개념과 기술들을 계속 제시하고 따라서 학습부진은 더욱 누적되어가기 때문이다. 결국 수업결손을 최소화하기 위해 이들을 위한 적절한 관리와 적극적인 대책이 필요하다.

최근 방과후 교실운영 등 학습이 부진한 학생들을 학교 내에서 관리하고 기초학력을 증진시키기 위한 노력이 과거에 비해 여러 면으로 이루어지고는 있으나 여전히 학습이 부진한 학생들 중에는 각 교과별 특성에 따른 적절한 교육적 처지(중재)를 받지 못하고 교육의 사각지대에 놓여 있는 학생들이 많은 것이 현실이다. 예를 들어 교육소외 학생을 위한 방과후 프로그램을 실행하고 있지만 이들의 부족한 부분을 진단하고 그에 대응하는 교수전략이 제공되지 않고 단지 이전 학년 수준의 수학 문제풀이 위주로 이루어지고 있으므로 학습부진은 극복되지 않고 심화되고 있다고 할 수 있다. 그 결과, 교육소외 학생들에 대한 지원방식이 학습욕구를 고취시키지 못하고 있으며 학교가 이러한 환경의 학생들에 대한 통합이 아닌 고립과 배제를 경험하게 하여 오히려 문화적 재생산을 답습하는 기제로서 작동하고 있다는 것이다.

한국교육개발원(2005)에 의하면 빈곤층 가구가 빈곤에서 벗어날 확률은 6%에 불과한 것으로 나타났으며 이는 빈곤층의 교육비 지출이 적은 데에서 그 원인을 찾고 있다. 소비 기준 하위 10% 빈곤층의 교육비 지출액은 한 달 10만원 수준인데 반해, 상위 10% 계층은 100만원 이상을 지출하고 있어 10배 정도의 격차가 나는 것을 알 수 있다. 위의 연구 결과에서 알 수 있듯이 저소득층 학생들은 학업에 대한 경제적 지원이 고소득층에 비해 열악하며 이는 학생의 학업성취도에 영향을 미치게 되어 교육을 통한 가난의 대물림이 계속적으로 이어지고 있는 것을 알 수 있다(백정환・고상숙, 2011).

교육은 그 본질적 가치로서 교육의 내재적 가치를 추구하면서 동시에 그 수단적 가치를 외면할 수 없다. 교육은 새로운 사회의 창조를 위한 새로운 질서를 추구하면서 동시에 기존 사회질서의 틀을 벗어나기 어렵다. 교육은 창조의 직접적인 원인이면서 재생산에 작용할 수도 있다. 교육은 평등할 수 없는 사회 속에서 평등을 추구한다. 교육은 인간형성을 위한 '교육'과 '선별'과 '사회화'라는 사회적 기능도 수행한다. 교육과 사회화 그리고 선별의 교육의 세 가지 사회적 기능 간에 관계를 어떻게 정립하는가에 따라서 교육의 모습은 결정된다. 학교교육의 기능 중에서 선별과 사회화의 기능을 중시하여 추구할 때, 교육제도 운영은 교육의 재생산론과 관계된다(백정환, 2011).

성취도를 향상시키고, 정의적 특성을 바람직하게 변화시키도록 돕는 데 있다. 사회에서 혜택 받지 못한 소외계층 학생들의 현재의 삶과 문화에 적합한 실제적이고

* 접수일(2012년 3월 13일), 수정일(1차: 2012년 7월 3일, 2차: 8월 23일), 게재확정일(2012년 8월 24일)
* ZDM분류 : D44
* MSC2000분류 : 97D40
* 주제어 : 교육소외, 학습부진아, 저소득층자녀, 확률교육, Jones의 확률사고수준, 교육소외학생을 위한 수업모형
* 본 연구는 저자의 박사학위논문에서 발췌되었음.
† 교신저자 : sangch@dankook.ac.kr

현실적인 교과과정만이 그들의 학교에 대한 관심을 유발시켜 학교에서의 중도탈락을 예방함과 동시에 졸업 후 그들로 하여금 좀 더 나은 사회적, 경제적인 지위를 획득하는데 도움을 줄 수 있다는 것이다.

교과과정 중에서 학습부진아가 많이 발생하는 대표적인 교과 가운데 하나가 수학교과이다. 수학교과는 그 특성상 위계성과 계층성이 강한 까닭에 선수학습에 결함이 있게 되면, 이후의 학습에 곤란을 겪게 된다. 수학교과에서의 학습부진은 선수학습의 결함 외에도 여러 원인에서 비롯되게 된다. 수학교과에서 학습부진 현상이 빚어지게 되는 원인을 찾고 수학 학습부진아들의 특성과 학습방법을 이해하는 것이 이들을 효과적으로 지도하기 위해 선행되어야 한다. 하지만 저소득층 학생을 위한 연구는 이들이 학습에서 나타나는 특성이나 학습 실태를 조사하는 연구(e.g., 김애화·신동희·고상숙, 2010)가 주류를 이루고 있으며 이들의 학습을 지원하고자 교과교육 영역에서 시도한 구체적인 연구는 그리 많지 않다.

본 연구에서는 교육소외 학생들을 위해 학생들과 교사들이 쉽게 접근할 수 있도록 기초적 확률 내용을 기반으로 담론을 통한 기본적인 정의와 개념알기에 초점을 둔 학습 자료를 통해 학생들의 확률 사고 수준과정과 수학 학습태도에서 수학적 자신감의 변화를 조사하는 것이다.

2. 용어의 정의

1) 교실 담론(Discourse of a Classroom)

담론은 의견을 교환하는 방법 및 이러한 의견에 수반된 모든 것 즉, 누가, 무엇에 대하여, 어떤 방식으로 말을 하고, 사람들이 무엇을 적고 기록하며, 왜 기록하는지, 어떤 질문이 중요한지, 생각들이 어떻게 변해 가는지, 누구의 생각과 사고방식이 중요시되는지, 토론의 종료의 시점을 누가 결정하는지, 무엇이 적절한 과학적 활동, 논의 및 사고로 간주되는지 등을 의미한다(NCTM, 2003). 또한 교사는 모든 학생들이 교실 담론에 참여할 수 있도록 교실 문화를 분석하고 많은 학생들을 담론에서 소외시키는 일차적인 원인이 될 수 있는 불평등, 소수에 의한 담론의 지배, 낮은 기대 수준 등의 패턴을 경계해야 한다(NCTM, 2003; 백정환·고상숙, 2011 재인용).

2) 학습태도(Learning Attitude)

학습태도란 학습 또는 공부와 관련된 습관, 신념 및 환경 등이 나타내는 행동 유형으로서 학생들이 학습 환경 내에서 겪는 변화의 경험을 통해 얻는 지속적이고 규칙적인 반응의 경향을 말한다(한국교육개발원, 1987). Reys와 동료들(1998)은 수학 학습 태도는 인지적 영역이 아닌 정의적 영역에 해당되는 것으로 수학이나 수학 학습에 대하여 가지고 있는 가치관이나 흥미도, 수학을 하는 자세, 수학에 대해 가지고 있는 정서 등에 대한 것이라고 하였다. 따라서 학습태도의 긍정적인 변화없이는 학습향상을 기대하기 어려우므로 본 연구에서는 수학학습에서 소외되어왔던 학생들이 개념형성의 학습과정을 통해 그들의 학습에 대한 자신감이 어떻게 변화되는지를 포함하였다.

3) 문화적 재생산(Cultural Reproduction)

문화적 재생산이론에서는 학교교육을 ‘계급관계의 문화적 재생산’으로 파악하고, 학교는 지배집단의 ‘문화자본’을 재창조하고 정당화하는 역할을 수행한다고 설명한다. Brourdieu(1973)는 학교교육이 수행하는 사회화 기능을 일종의 재생산이라고 규정하고, 특정한 사회계급의 문화내용을 가치있는 것으로 정의하고 정당화시키기 위해 특정의 메커니즘이 학교에서도 작용하고 있으며 학교가 그 제도의 중심에 있다고 주장한다. 이러한 메카니즘은 다문화 사회에서의 평등성(equity)과는 대치된다.

4) 교육소외 (Low Social Economic Status: Low-SES)

교육소외에는 교육자와 학습자간의 소외, 교육내용으로부터 학습자의 소외, 교육방법으로부터 학습자의 소외, 교육환경으로부터 학습자의 소외가 있다고 하였다(김인희, 2004). 또한 교육소외계층을 장애인, 저소득 계층, 농어촌 지역학생, 외국인 근로자 자녀, 저학력 성인, 기초학력 미달자, 북한 이탈 청소년, 학업 중단자, 귀국학생으로 분류하고 있다(교육인적자원부, 2004). 본 연구에서는 저소득층 자녀이면서 학습부진를 겪고 있는 학생들을 교육소외 학생으로 일컬으며 적어도 위에 언급된 교육소

외를 제거하고 개선하고자 하는 입장에서 본 연구가 시도되었다.

Ⅱ. 문헌고찰

1. 확률 교육에 대한 연구

확률 개념을 지도하는 수학교사는 확률론의 이면에 있는 애매성을 찾아내어 그것을 극복하려는 노력이 필요하다. 예를 들어 비가 올 확률이 50%이라는 것은 10%인 것보다는 많은 것이고 이것을 객관적으로 믿기에는 비가 온다는 것인지 아닌지를 알기가 어렵다. 이러한 애매성을 극복하여 확률의 개념을 좀 더 교수 학습 이론에 맞게 설명하는 것이 급선무이다. 고등학교 수학 수업에서 다루는 학률 교육은 조합론에 기초하여 수학적 확률로 정의된다(Jones, 2005). 현재 학교수학에서 주요내용으로 채택된 수학적 확률은 근원사건의 출현 가능성이 동일하다는 전제 아래 전체 경우의 수에 대한 해당 사건이 일어날 경우의 수의 비를 나타낸다. 오랫동안 학교수학에서 경우의 수를 세는 문제는 주요 확률 문제로 간주되어 왔다. 그러나 실제로 세기 전략이나 조합론은 확률 분야보다는 이산 수학 분야와 더욱 관련성이 크다(Scheaffer, Watkins, & Landwehr, 1998; 신보미와 이경화, 2008 재인용).

확률 개념 자체가 애매하고 이해하기 쉽지 않으므로 확률의 의미를 적절히 드러내는 교재구성이 용이하지 않다. 현행 학교수학에서는 확률 개념의 지도보다 계산 패턴에 따라 여러 가지 복잡한 사건의 확률을 구하는 형식적인 알고리즘 중심의 지도가 이루어지고 있다. 그 결과 학생들은 확률 개념에 대한 지도를 받고 교과서에 나오는 확률 문제를 해결하는 형식적인 방법을 배웠으면서도 여전히 우연현상과 확률에 대한 실제적인 의식은 크게 바뀌지 않고 오개념을 그대로 갖고 있는 모순된 현상이 일어나고 있는 것이고 학생들의 확률 오개념에 기초한 수업에서 논리적인 직관에 반하는 확률 문제에 바른 응답을 한 학생의 비율이 두드러지게 높다고 하였다(Saenz, 1998).

우정호(2007)에 따르면 확률에 대한 고전적 관점은 Laplace의 관점이다. Laplace는 세계가 이미 확고하게 결정되어 있으며 우연이라는 것은 존재하지 않는다고 믿었다. 그는 확률론을 통하여 확고하게 결정되는 세계를 기술하고자 하였으며 이 관점은 인간이 무지의 상태에서 확실한 지식의 상태로 나아가는 원리를 확률 개념으로 설명하고자 하였다. Laplace는 사건 A의 확률 P(A)를 '시행에서 가능한 모든 경우의 수에 대해서 사건 A가 일어나는 경우의 수의 비율'로 정의 하였다. 이 관점은 시행을 하기 전에 확률 계산이 가능하다는 확률에 대한 선험적 접근이다. 이 관점과 밀접한 관련이 있는 것이 확률 개념을 세는 활동 또는 넓이로 환원하는 기하학적 확률이다.

확률에 관한 빈도적 관점에서는 확률을 무한 번 또는 충분히 많은 횟수의 실험을 하여 구할 수 있는 특정한 사건이 발생하는 상대도수의 극한값으로 정의한다. 이와 같이 빈도적 관점은 경험에 의하여 확률 값을 얻게 되므로 '경험적 확률'이라고 불리기도 한다.

확률에 관한 주관적 관점은 객관적으로 타당성이 있는 수학적 체계 정립이 곤란하다는 이유로 오랫동안 무시되어 왔으나 1950년대 초반 Savage의 연구 이후 점차 관심의 대상이 되어 왔다. 이 개념은 특정 명제의 사실 여부에 대한 개인의 신뢰 정도로 확률을 추정한다는 견해이다(이용구, 2005). 즉, 주관적 확률 개념은 확률을 개인의 지식, 정보, 경험 등의 주관적 요소에 의하여 측정하는 방법이다. 따라서 동일한 사건에 대해 개인의 성향이나 능력에 따라 상이한 확률 값을 제시하게 되므로 일관성이 결여된 비과학적인 방법이라고 말할 수 있겠지만 반복적인 실험이 불가능한 상황에서는 주관적 확률이 확률 측정을 위한 유일한 방법임을 간과할 수 없다. 또한 주관적 확률의 비일관성은 평가자의 지식과 경험이 축적됨에 따라 객관성이 증가하게 된다.

1) 확률 개념

확률 문제에 대처하는 능력은 연령에 따라 발전되는 이유는 확률적 사건을 포함한 상황에 대한 학생의 경험의 결과로써 상대도수의 직관이 자연히 발달하기 때문이다. 학생의 상대도수 직관은 대체로 옳게 적용되지만 사건의 다양성에 의해 영향을 받으며 편견을 갖게 될 수도 있다. 학생의 확률 직관과 확률 개념은 언제 어떤 식으로 발달하는가? 이 문제에 대한 심리학적 연구들이 있어

왔다. 인지발달에 관한 연구에서 Piaget와 Inhelder(1975)는 12~13세의 형식적 조작기에 이를 때까지 학생은 확률적 개념을 이해할 수 없다는 것을 발견하였다. 한편 Piaget와 Inhelder의 선험적 확률에 대한 선입견과는 달리 Fischbein의 견해는 직관적 기초의 탐구와 확률 이론에 대한 선봉적인 역할을 가능하게 한다(Shaughnessy, 1992).

Fischbein(1975)에 따르면 우연 개념의 초기 직관이 전조작기 아동에게 나타난다. 구체적 조작기인 9~10세의 아동이 교육을 통해 이중 비교를 포함한 확률 문제를 해결하는 것이 가능하다. 또한 비율 개념의 부재가 확률 개념을 이해하는데 장애가 되지 않는다. 심지어 10세 이전의 아동들도 기본적인 교육을 통해 이 사고 양식에 동화할 수 있다. 형식적 조작기의 아동은 지도된 확률 개념과 절차, 예를 들면 사건, 표본, 공간, 단순사건과 복합사건, 우연의 수량화로서의 확률, 상대도수, 조합적 분석 등을 올바르게 이해하고 적용할 수 있게 된다. 그는 확률 직관의 획득은 조합이나 치환과 같은 수학적 조작의 능력의 여부와는 직접적으로 관련이 없다고 주장한다. 그의 주된 관심은 확률 개념 형성에 있어 직관의 역할이었고 조합 등의 수학적 기능이 아니라 직관적 이해를 촉진함으로써 확률 개념을 지도하는 것이다.

Fischbein(1978)에 따르면 아동이 성장해 가면서 우연 직관과 상대도수 직관이 확률의 조작적 개념으로 성공적으로 전환되는데 이것은 자동적인 과정이나 아동 스스로의 자발적인 노력에 의한 결과가 아니고 학교에서의 교수적 중재, 즉 확률 이론의 기본적인 아이디어와 확률 계산의 규칙을 설명해 줌으로써 가능하다는 것이다.

Piaget와 Inhelder(1975)의 확률 개념 발달에 대한 연구는 학교수학에 확률을 도입하던 초창기의교육 과정 구성에 심리학적 기초를 제공하였다.

2) 담론에 의한 확률적 사고

NCTM(1989)에서 모든 학생들은 수학적 아이디어를 듣고 읽고, 쓰고, 말하고, 숙고하고, 논증하는 것에 대하여 확장된 경험을 해야 하며 개인별 또는 소집단 탐구를 통한 학생들의 활동적인 참여는 토론하고, 질문하고, 듣고, 요약하는 다양한 기회를 제공해야 한다고 주장된 이래 수학교육의 목표와 변화를 위한 규준의 하나로 인식되면서 학교 현장에서는 수락에 대해 좀 더 깊은 개념적 이해를 강조하는 수업을 위해서 수학적 의사소통이 강조되고 있다. 수학교실에서 학생이 수학적 개념, 사고, 의미 그리고 그것을 지배하는 규칙 및 원리에 관한 지식을 획득하는 것은 다른 학생이나 교사와의 사회적 상호작용을 통해서이다.

역사적으로 수학이 다루는 대상은 규칙성과 정확성을 특성으로 해야 한다고 생각했기 때문에 확률적 사고의 대상인 우연이 수학의 대상이 되기는 쉽지 않았다. 우리의 사고는 확률에서 우연 직관은 중심적인 역할을 하는 반면에 개념상으로는 역설적인 측면을 가지고 있다.

여러 연구자들은 확률적 사고가 수학적 사고와는 다르다고 주장해왔다(Fischbein, 1975; Green, 1986; Shaughnessy, 1992, 2003; Fischbein & Schnarch, 1997; Jones, Langrall, Thornton, & Mogill, 1997; Tarr & Jones, 1997). 이들은 수학적 사고가 결정론적 관점을 가지는 반면 확률적 사고는 비결정론적 관점을 가지기 때문에 오개념에 노출되기 쉽다고 주장하였다. 이는 우연 현상의 특징 때문에 비롯되는데 우연 현상은 규칙보다는 불규칙에 기초하기 때문에 수학의 전통적인 사고 방법인 연역보다는 귀납에 의해 다루어지는 것이 적절하다는 것이다(최종덕, 1995). Fischbein과 Schnarch(1997)은 기존의 수학 학습에서 필요하지 않던 새로운 직관, 즉 비결정론적이고 비인과론적인 사고에 의존하는 직관을 필요로 하기 때문에 확률에서의 학습이 어려울 수 있다고 주장하였다. 그러나 Byers(2007)는 애매모호한 현상을 해석하고 비형식적인 추론에 근거하여 추측을 생성하고 정당화하는 경험은 수학적 발견의 큰 원동력이라 하였다.

확률적 사고는 참인지 거짓인지를 판단해야 하는 상황에서 요구되는 것이 아니라 참과 거짓 중 어디에 가까운지를 판단해야 하는 상황에서 요구되는 것으로 불규칙하고 불명확한 추론에 의존하는 것을 허용하는 사고이다(윤형철, 2009).

Shaughnessy(1992)는 통계·확률[1] 사고가 '비통계적(Non-statistical) 사고', '원시 통계적(Naive-statistical) 사고', '발생 단계의 통계적(Emergent-statistical) 사고', 그리고 '실제적인 통계적(Pragmatic-statistical) 사고'의

1) 확률과 통계를 모두 포함한 용어로 stochastics라는 유럽식 용어를 Shaughnessy(1992, p .465)에서 소개하였다.

네 가지 수준을 거쳐 발달한다(p. 485)고 주장한다.

위 각각의 사고를 설명해보면 비통계적 사고는 수학적인 판단이 아니라 신념에 근거하여 판단하거나 또는 단일한 결과만을 예측하고 확인하는 수준이다. 기회나 우연사건에 관심 또는 인식을 하지 않는 수준이다. 원시통계적 사고는 대표성, 이용 가능성 등의 판단 전략을 초보적이고 직관적으로 사용하는 수준이다. 기준에 의한 반응보다는 주로 경험에 의지한다. 기회나 우연사건에 다소 이해를 하는 수준이다. 발생 단계의 통계적 사고는 간단한 문제 상황에 수학적 확률 또는 통계적 확률 개념을 적용하는 수준이다. 확률과 통계 교육을 받은 초기 단계에 도달하는 수준으로 기회에 대해 양적으로 많은 수학적 표현이 있다는 것을 이해하는 수준이다. 실제적인 통계적 사고는 우연에 대한 여러 수학적인 관점 즉, 수학적 확률과 통계적 확률 등의 의미를 이해하고 이들 사이의 차이점을 알고 적절하게 적용하는 능력을 가지는 수준이다. 기회에 대한 다양한 모델을 비교하고 대조할 수 있어서 면밀한(in-depth) 이해가 가능한 수준이다. 위 수준들은 반드시 선형적, 배타적으로 존재하는 것은 아니다. 즉, Shaughnessy는 대학원생마저도 어떤 경우에는 원시적으로 생각하다가 어떤 경우에는 발생 단계적 사고를 하는 것으로 확인하였다.

Jones와 동료들(1999)은 Shaughnessy(1992)의 연구와 Biggs와 Collis(1991)의 연구를 바탕으로 Jones와 동료들(1997)를 거치면서 더 발전시켜 확률적 사고 발달 수준으로 표본공간, 사건의 확률, 확률비교, 그리고 조건부 확률 영역에서 각 4수준의 항목을 좀 더 구체화하였다. 이 수준들 역시 반드시 선형적이고 배타적으로 발달하지 않으며 한 아동에게도 개념에 따라 서로 다른 수준이 발견될 수 있다. 이들은 1수준을 주관적(subjective) 사고 단계, 2수준을 이행기(transitional) 단계, 3수준을 비형식적 양적(informal quantitative) 사고 단계, 4수준은 수치적(numerical) 사고 단계로 구분하여 명명하였다.

2. 수학 학습부진아의 특성

학습에는 지능, 선수학습 경험, 학습 동기, 지적 흥미, 주의 집중력, 자신감 등 여러 지적 기능과 정의적인 요소들이 필요하다. 주어진 학습과제를 성공적으로 수행하기 위해서는 이런 여러 가지 지적 기능과 정의적인 요소들을 효과적으로 동원, 활용하는 행동을 학습 기능이라 부른다. 학습부진아는 이러한 기능이 부족해서 학교 학습에서 실패를 계속하고 있는 학생이다. 따라서 학습부진아란 주어진 학습과제를 수행하는 데에 필요한 학습 가능성이 부족한 학생이라고 할 수 있다.

학습부진아의 특성은 학습부진의 원인을 고려하여 특성을 분석할 필요가 있다. 만약 학생이 가지고 있는 학습부진의 원인이 개인 내적 요인인 인지적 요인이라면 지적능력의 제한으로 인해 학교에서 배우는 학습과제의 사실, 개념, 원리와 법칙을 이해하고 기억하며 활용하는 능력이 부족하여 학습에 어려움을 가질 것이다. 정서적인 문제나 태도의 문제라면 학습동기가 결여되어 과제에 대한 흥미나 관심을 갖지 못하면 학습목표의 성취를 기대하기 어렵게 된다. 학생이 반복되는 실패로 인해 부정적 자아개념을 가지고 있다면 학습의욕이 낮고 학습을 위한 준비와 노력을 기울이지 않게 된다(McCoach, & Siegel, 2003). 그리고 사회부적응을 나타내거나 두려움이나 불안, 노여움, 혐오감 등의 정서적 반응을 보인다면 학업성취에 부정적으로 작용할 가능성이 높다. 그 외에 장기결석을 하거나 학교에 가지 않으려는 아동이나 학교에 대한 거부감을 가진 학생은 기초 기능 및 기초 경험이 결여되고 새로운 학습과제를 해결할 수 없는 상태에 이르는 악순환을 일으키게 된다(McCoach, & Siegel, 2003; Preckel, Holling, & Vock, 2006)

수학과 학습부진아의 특성에 대한 여러 연구 결과가 제시되어 있으나 가장 일반적으로 언급되는 것은 선수학습의 결손이다(김수동, 이화진, 유준희와 임재훈, 1998). 수학교과의 위계성으로 선수학습의 결손을 처치하지 않고서 현재의 지도 내용을 학생이 학습하는 것 역시 불가능하기 때문에 어느 단계의 내용에 결손이 있는지를 밝혀내는 것이 중요할 것이다. Freudenthal(1991)에 의하면 학생들의 수학 학습에서 수준의 상승은 연속적이지 않으며 많은 단계에서 비약(jump)을 거치게 된다. 이는 어느 단계에서 학습의 성공이 곧바로 다음 단계에서 학습의 성공으로 항상 연결되지 않는다는 것을 의미한다. 이러한 지적이 학습부진아 지도에 주는 시사점은 누구나 학습부진아가 될 수 있는 가능성을 의미한다.

모든 학습부진아들이 학습부진의 모든 측면마다 결함

을 나타내는 것은 아니며, 모든 학습부진아가 수학에서 학습부진을 나타내는 것은 물론 아니다. 대부분 학습부진아의 경우 공통적인 취약점은 읽기 영역이지만 많은 학습부진아에게 있어서 가장 정도가 심한 영역은 수학적 요인의 결함이다. 수학 학습부진아의 인지적 결함으로 열거되는 대표적인 것은 수학을 배우거나 문제를 해결하는 데 필요한 기능, 지식, 전략이 결손되었거나 습득한 지식과 전략을 선별하여 사용하는 능력이 부족하고, 자발적인 의욕이 결핍되었다는 것이다.

3. 저소득층 학생의 특징

박용순(2001)과 유원섭(2003)에 의하면 저소득층이란 법령에 의해 지원을 받는 기초생활수급대상(과거 영세민 혹은 생활보호대상자)이나 최저생계비 대비 1~1.2배의 소득이 있는 잠재 빈곤층과 소득은 최저생계비 이하이지만 고정재산이 있어 기초생활수급대상에서 제외된 비수급 빈곤층인 차상위 계층 모두를 말한다.

저소득층 가정 청소년의 공통적인 문제는 경제적 빈곤, 열악한 가정환경, 열악한 주변 환경으로 인한 사회통제력의 부족 등이다(김영희, 2002). Huston, McLoyd와 Coll(1995)은 경제적 빈곤은 빈부의 차가 격심해지고 편모가정에서 아이들이 많아지면서 실업이 증가함에 따라 점점 파생의 속도가 빨라지며 경제적 빈곤으로 파생되는 가장 큰 문제는 가정환경의 질이 떨어지는데 있다고 하였다.

4. 수학 학습태도

Aiken(1970)은 수학 태도를 일반적으로 수학적인 대상이나 또는 수학학습과 관련된 상황에서 긍정적 또는 부정적으로 반응하려는 개인의 학습된 성향이라고 하였다.

Fennema와 Sheman(1977)은 수학에 대한 태도를 구성하는 하위변인으로 수학에 대한 자신감, 수학의 유용성, 수학 학습자에 대한 교사들의 태도, 남성 영역으로서의 수학에 대한 태도, 수학 학습자에 대한 어머니의 태도, 아버지의 태도, 수학학습 성공에 대한 태도, 수학학습에 대한 동기성 등이 있다고 한다.

또한 흥미, 호기심, 목적의식, 성취동기, 수학을 하려는 의지, 수학의 가치 인식 등을 의미하는 수학적 성향을 NCTM(1989)에서는 수학을 학습하는 태도뿐만 아니라 어떤 문제를 긍정적으로 사고하며 해석하고 수학적으로 행동하는 경향을 의미한다고 정의하였다. 또한 한국교육개발원(1992)에서는 수학 학습태도를 교과에 대한 자아개념, 교과에 대한 태도, 교과에 대한 학습습관 영역으로 구분하였다. 교과에 대한 자아개념은 자신의 학업에 대해 어떻게 지각하고 학업면에서 얼마나 긍정적 또는 부정적 자아가 형성되었는지 즉, 수학교과에 대한 우월감이나 자신감의 정도를 말한다. 자율적 학습태도를 지닌 학습자들은 좀 더 높은 내적 동기와 자기 효능감을 지니고 있으며, 성취 결과도 높다(Pintrich, & de Groot, 1990). 특히 수학에 대한 태도에 대해 Haladyna와 동료들(1983)은 "학교 수학교과에 대한 일반적인 감정의 표현"이라고 하였다. 따라서 본 연구에서는 학생들의 수학학습에서 수학교과에 대한 심적 변화, 자신감의 표현을 주로 관찰하고자 하였다.

Ⅲ. 연구방법

사례 연구의 본 목적은 특수화(particularization)이지 일반화(generalization)가 아니다. 우리는 특정 사례를 취하여 이 사례가 다른 것들과 어떻게 다른가를 찾는 것이 아니라, 일차적으로 이 사례가 무엇이고 무엇을 하는가에 관심이 있다. 사례의 독특성을 강조하며, 이를 다른 사례들에 대한 지식에 적용하지만 무엇보다도 사례 자체를 이해하는 것을 강조한다(Stake, 1995; 홍용희, 노경주와 심종희 역, 2000). 본 연구는 확률영역에서 사고능력을 발달시키기 위하여 담론을 통한 수업에서 교육소외 학생들의 확률적 사고 수준의 변화 과정을 분석하고 자신감 변화를 조사하는 것이다. 또한 수학 수업에서 교육소외 학생들의 개념발달 과정을 규명하고, 면담을 통해 수업에 참여하는 교육소외 학생들의 자신감의 변화를 심층적으로 이해하고자 하는 것이다. 따라서 본 연구는 사례연구를 사용하는 것이 적합하다고 할 수 있다.

1. 연구대상

본 연구의 대상은 경기도 의정부시에 소재한 ○○고

등학교 2학년 문과반 1개 반을 제외하고, 수준별 교육과정에 따라 6개 학급을 2개 학급씩 3개의 그룹으로 나누어, 2학년 1학기말 수학 성적을 통해 각각 심화학습 수준반, 기본학습 수준반, 보충학습 수준반으로 구성하였는데 구성은 6개의 학급(2, 3, 4, 5, 6, 7반)에서 수학 학업성취도가 낮은 학생들 중 2, 3반에서 10명, 4, 5반에서 10명, 6, 7반에서 10명으로 보충학습 수준반(부진아반) 3개 반을 편성되어 있다.

연구대상을 위한 사전검사로 2학년 1학기말 수학성적(100만점)과 국가수준 학업성취도평가(2010. 07.시행) 결과를 활용하였다. 그 결과 학습부진이면서 저소득층 학생인 총 12명을 연구대상으로 선정하였고 12명의 구성내용은 2, 3반에서 국가수준 학업성취도평가 수학 영역에서 기초학력인 학생 2명, 4, 5반에서 기초학력 2명, 기초학력미달 1명, 6, 7반에서 기초학력 3명으로 구성되었고, 문과 6개 반의 정기고사 수학 평균 점수는 42.2점인 것에 반해 8명 학생의 정기고사 수학 평균 점수는 19.58점이었다. 연구 대상 학생의 학부모님의 교육수준은 무표기를 포함해서 고졸 이하가 부의 경우는 73.3%, 모의 경우는 89.9%로 조사되었다.

실험 대상 학생의 학습태도 중에서 수학적 자신감을 알아보기 위해 수학적 성향검사를 하였다. 수학적 성향검사는 한국교육개발원에서 개발하고 심정현(2002)이 사용한 검사를 활용하였다. 검사의 평가내용은 수학적인 자신감(1-4번 설문), 융통성(5-8번 설문), 의지(9-12번 설문), 호기심(13-16번 설문), 반성(17-20번 설문), 가치(21-24번 설문)를 묻는 문항 각각 4문항씩 24문항으로 구성된다. 문항마다 ‘매우 그렇다’, ‘그렇다’, ‘보통이다’, ‘그렇지 않다’, ‘매우 그렇지 않다’ 중에서 하나를 선택하게 하였다. ‘매우 그렇다’와 ‘그렇다’의 답변을 긍정적 답변으로, ‘그렇지 않다’와 ‘매우 그렇지 않다’의 답변을 부정적 답변으로, ‘보통이다’의 답변을 보통 답변으로 분류하였다. 특히 ‘나는 수학문제를 풀 때 항상 자신감을 가지고 있다“라는 4번 설문에 실험 학생의 82.7%가 부정적 답변을 하였다.

연구 대상의 학생 중 일부는 가출, 결석, 지각, 조퇴 등으로 인해 수업에 매 시간 참여하지 못하는 경우가 있어서 평상시 수업에 결석이 없고 참여도가 높고 저소득층 네 명의 학생 A, B, C, D를 대상으로 확률 영역에서의 사고 수준과 자신감의 변화에 대해 알아보았다.

2. 연구도구

본 연구는 수학수업에서의 교사와 학생, 그리고 학생 간의 언어적 상호작용인 담론이라는 학습 환경에서 학생들의 학습을 촉진하는 학습 참여자들 간의 상호작용과 의사소통을 통한 확률 영역의 사고 수준과 자신감의 변화를 조사하려고 하였다.

그래서 수학수업에서 학생들 자신의 문제해결과정에 대한 설명하기, 다른 사람의 설명듣기, 질문하기 등이 권장되는 교실환경에서 학생들의 확률적 개념 발달 과정을 촉진하는 담론을 활용하여 담론에 참여하는 학생들의 언어적 상호작용을 좀 더 심층적으로 이해하고자 하였다.

수업의 구성은 교육소외 학생들의 흥미를 유발하기 위하여 확률 단원에서 가능하면 쉽고 친근하게 접근할 수 있으면서 꼭 알아야 하는 소단원의 학습내용을 배경으로 수학적 원리와 개념을 알고 학습에 흥미를 유발할 수 있는 계기를 마련하고, 자신의 활동에 의해 내부 지적 구조를 한 단계씩 확장시켜 나갈 수 있게 구성하였다.

수학적 흥미의 개발은 결국, 수학이 최소한 참여할 가치가 있는 활동 그리고 적어도 자신에게 기회가 주어졌을 때, 수학을 배우고 싶어 하는 열망 모두를 포함한다. 확률 영역의 개념이나 사고과정, 문제해결 과정에 관한 교수・학습 과정에서 교사와 대상자 간의 설명, 질문 등을 통해 개념발달을 조사하는 것으로 가능하면 시간적인 여유를 가지고 교육소외 학생들에게 학습 부담을 주지 않기 위해 쉽게 학습할 수 있고, 수업 마무리에는 학생들이 확률에 좀 더 관심을 가질 수 있는 자료들을 제시하고 호기심, 흥미와 자신감을 유발할 수 있는 내용을 포함하였다. 그리고 중학교 때 배운 내용을 상기시키기 위하여 교과서의 내용 순서와는 다소 다르게 편성하여 확률의 정의부터 먼저 정리한 후 합의 법칙, 곱의 법칙, 순열, 조합 등을 다루었다. 또한 한 시간의 수업에서 많은 내용을 다루기보다는 한 가지의 주제에 대한 내용을 담론을 통해 확률적 개념 향상과 수업과 개별 면담 등을 통하여 목표의식을 갖게 하기 위해 자신감을 변화시키려고 노력하였다. 차시별 내용은 <표 1>과 같다.

1) 연구지도안

<표 1> 차시별 내용

영역 / 차시	확률 영역
1	사건, 시행의 용어의 정리
2	확률의 정의
3	확률의 정의와 여사건
4	확률의 계산, 간단한 독립시행
5	합의 법칙
6	곱의 법칙
7	순열의 수, 조합의 수
8	타율 계산
9	우승할 확률
10	상금액 분배

수업의 단계는 일반적 선행조직자 구성을 위한 도입, 문제제시, 교사의 도움과 비계 사용에 의한 구체적/시각적 선행조직자 구성, 자기 자신의 도움과 비계 사용에 의한 수학화[2)]를 통한 개념형성으로 구성을 하였다. 이는 백정환과 고상숙(2011)에서 사용한 교육소외 학생을 위한 수업모형을 사용하였다. 학습부진아들은 선행 지식이 서로 잘 연결이 되어 있지 않기 때문에 선행조직자를 구성하여 이를 본 차시 내용과 잘 연결지을 수 있도록 과제를 다음 과정으로 구성하였다.

(1) 도입 : 학생들이 일반적 선행조직자를 구성하고 동기화 하도록 비계를 활용하고 시도되는 수업 개관을 포함한다. 수업의 목표가 무엇인지 제시하였고 주어진 상황에 대해 설명하였다.

(2) 구체적/시각적 선행자 조직 : 지금 공부하고 있는 내용을 이미 알고 있는 다른 어떤 것에 연결시켜 새로운 의미관계를 알게 하고, 비계를 활용하여 수학적 지식 이면에 들어 있는 아이디어를 살려 내어 지식을 깨닫게 하여 구체적/시각적 선행조직자를 구성하게 하였다. 학생들이 이해하는데 어려움을 가지고 있다면 다시 교사의 설명으로 학생이 피드백 받았다.

(3) 수학화를 통한 개념형성 : 문제 상황으로부터 문제를 구성하고 공식을 찾아가는 과정이다. 즉, 현상이 수학을 포함한 어떤 수단에 의하여 조직되는 과정이라고 할 수 있다. 일반화된 실체의 표상을 경험하면서 깨달은 지식을 일반적으로 표현하는 과정에 대한 개념이다. 교사에 의해 살려낸 지식을 학생이 구조적으로 정돈하여 형식적으로 표현하게 하였다.

2) 확률적 사고 수준에 대한 Jones와 동료들의 틀

확률적 사고 수준을 알아보기 위한 분석 틀 <표 2>는 Jones와 동료들(1999)에 의해 학생의 확률적 사고에 관한 2년 동안의 연구로부터 구성되어졌고, 선행 확률 연구를 종합하여 구성되었다. 각 구성은 다음과 같다.

Borovcnik, Bentz(1991)와 English(1993)의 연구로부터 표본공간, Acredolo, O'Connor, Banks와 Horobin(1989)과 Fischbein과 동료들(1991)의 연구로부터 사건의 확률, Falk(1987)와 Fischbein과 동료들(1991)의 연구로부터 확률 비교, Borovcnik와 Bentz(1991)의 연구로부터 조건부 확률의 이해수준 틀이 구성되었다.

1수준은 주관적 사고와 관련이 있다. 1수준에 있는 학생들은 주관적 신념에 근거하여 애매한 상황에 대한 판단을 한다. 1수준에 있는 학생들에 대해 Jones와 그 동료들(1997)은 이 학생들은 임의 표본 추출에서 가능한 것보다는 일어날 것 같은 것에 초점을 두어 주관적 판단에만 의존하여 추론하는 경향이 있다고 하였다. 단순시행(예를 들어, 동전 한 개 던지기)과 복합시행(예를 들어, 동전 두 개 던지기)의 확률을 정할 때, 그들은 주어진 양적 정보를 고려하지 않고 주관적 판단에만 의존한다. 그들은 전형적으로 개인적 특성에 따라 추론함으로써 주관적 확률을 산출한다(Jones et al., 1997; Polaki et al., 2000). 조건부확률 상황에서 학생은 '양적 관련성의 부족(lack of quantitative referents)' 때문에 그들만의 실재(reality)를 가지고 조건부확률을 구성한다(Tarr, & Lannin, 2005). 따라서 1수준에 있는 학생은 의미있는 추론을 가지고 다양한 확률적 상황에 대한 사고를 하지 않는다.

2수준인 이행적 수준은 주관적과 단순한 양적 사고 수준의 사이에 있는 수준이다. 2수준에 있는 학생은 주관적과 비형식적 양적 판단 사이에서 전이적 경험을 한다(Jones et al., 1997). 1수준에 있는 학생들이 암산할

2) 실세계 문제 상황으로부터 문제 구성하고 이 문제 구성에서 식 또는 그래프와 같은 모델을 찾아갈 때, 그 과정을 수학화(NCTM, 1989, p. 138)라고 한다. 본 연구에서는 공식을 찾아가는 과정이라고 할 수 있다.

<표 2> 확률적 사고 수준을 제시한 Jones와 동료들의 틀 (Jones와 동료들, 1999)

수준 / 구성	1수준 주관적 (Subjective)	2수준 이행적 (Transitional)	3수준 비형식적 양적 (Informal Quantitative)	4수준 수치적 (Numerical)
표본 공간	단순 시행의 경우를 불완전하게 나열.	단순 시행의 모든 경우 나열. 제한적이고 체계적이지 못하지만 때로는 복합 시행의 모든 경우 나열.	불완전한 생성적 전략을 사용하여 복합 시행의 결과를 일관성있게 나열.	둘 또는 세 가지가 복합된 시행의 경우 완전하게 나열할 수 있는 생성적 전략을 사용.
사건의 확률	주관적 판단에 근거하여 가장 일어날 것 같은 사건과 가장 일어나지 않을 것 같은 사건 예측. 사건이 꼭 일어나는지 불가능한지 인지.	양적 판단에 근거하여 가장 일어날 것 같은 사건과 가장 일어나지 않을 것 같은 사건 예측. 반면 주관적 수준으로 회귀 가능.	비연속적인 결과에 관한 상황을 포함한 양적 판단에 근거하여 가장 일어날 것 같은 사건과 가장 일어나지 않을 것 같은 사건 예측. 비형식적으로 확률을 비교하기 위해 수를 사용. 사건이 꼭 일어나는지 불가능한지를 구별하고, 양적으로 선택을 정당화.	단순 시행에 대해 가장 일어날 것 같은 사건과 가장 일어나지 않을 것 같은 사건 예측. 사건의 확률을 실제적인 확률이든지 그렇지 않든지 수치적으로 계산.
확률 비교	다양한 주관적 판단 또는 분수를 사용하여 두 가지의 표본공간에서 사건의 확률 비교. 불규칙적인 확률 상황과 규칙적인 확률 상황 구별 못함.	양적 판단을 근거로 확률 비교 가능(양적으로 틀릴 수 있고, 비연속적인 사건에 대해 제약 가능). 불규칙적인 확률 상황과 규칙적인 확률 상황을 구별하기 시작.	일관성있게 양적 판단에 근거하여 확률 비교. 타당한 양적 추론을 정당화하지만 비연속적 사건에 대해서는 제약 가능. 타당한 수치적 추론을 근거로 규칙적 확률과 불규칙적 확률의 원리 구별.	수치적으로 확률을 계산하고 사건들 비교. 확률을 결정하는데 있어 연속적인 또는 비연속적인 결과를 구체화. 같은 사건의 확률에 동일한 수치적 확률 계산.
조건부 확률	단순 시행의 첫 시행이전에 근원사건을 알려주었음에도 불구하고 사건을 나열하지 못함. 비복원 상황에서 꼭 일어나거나 불가능한 사건이 발생했을 때를 인지.	비복원 상황에서 사건의 확률의 변화 인지. 반면 그러한 인지는 불완전하고 전에 발생한 사건에 국한적임.	비복원 상황에서 확률의 값의 변화 결정. 비복원 상황에서 모든 사건의 확률의 변화 인지.	복원 상황과 비복원 상황에서 수치적 확률계산. 종속사건과 독립사건구별.

수 없는 반면에 2수준의 학생은 복합사건에 대한 결과를 산출할 때 경우의 수를 셀 수 있다. Polaki(2005)에 의하면 2수준의 학생들은 모순되기는 하지만 일어날 것 같은 사건 또는 일어나지 않을 것 같은 사건에 대해 비형식적이지만 타당한 양적 판단으로 단순사건에 대한 확률의 예측을 설명한다고 한다. 학생들은 조건부 확률이 있는 사건에서 예를 들어, 비복원 상황에서 변화의 발생을 인식할 수 있다. 그러나 그들의 추론은 불완전하고, 때때로 전에 생긴 사건의 결과를 잊지 못한다. 2수준의 학생은 일관되지 않은 추론으로 계속되는 사건에 대표성(representativeness)의 전략을 종종 사용한다.

3수준은 비형식적 양적 사고의 사용을 수반한다. 3수준에 있는 학생들은 단순 추출 시행에서 결과를 완전하게 나열하는데 어려움이 없다. 1수준과 2수준 학생과는 달리 3수준의 학생은 불완전한 생성적 전략(partially generative strategy)을 사용하면서 복합사건에 대한 결과를 완전하게 나열할 수 있다(Polaki et al., 2000; Jones et al., 1997). 3수준 학생은 확률을 정할 때 양적 판단을 주로 사용한다. 또한 이들은 복원 상황과 비복원 상황의 조건부 확률을 인식한다. 학생들은 복원 상황에서 사건의 독립을 인식하지만 여러 번의 독립시행에서 한 번의 결과를 관찰한 후 때때로 표상의 전략을 사용하는 2수준

으로 회귀한다(Shaughnessy, 1992).

4수준은 수치적 추론을 구체화한다. 3수준의 학생이 복합적인 결과를 산출하는데 있어 불완전한 생성적 접근(partially generative approach)을 사용하는 것과는 달리 4수준의 학생은 결과를 완전하게 나열하기 위해 생성적 접근(generative approach)을 사용한다(Polaki et al., 2000; Jones et al., 1997). Polaki와 그 동료들(2000)에 따르면 복합적인 시행에서 4수준 학생은 생성적 전략을 사용하면서 일관성있게 결과를 산출한다. 또한 그들은 여러 가지 경우의 수를 세는(multiple counting lines) 산술적 사고를 사용하고 체계적으로 조절할 수 있다. Polaki와 동료들(2005)은 이러한 여러 가지 방법이 3수준의 학생과 4수준의 학생들을 구별한다고 주장하였다. 수치적 확률을 사용함으로써 4수준의 학생은 시행의 모든 사건에 관한 조건부 확률은 인식할 수 있다(Jones et al., 1997).

3. 연구분석

수업과 면담을 진행하면서 교실관찰 및 교사와의 대화로부터 얻은 녹화자료는 테이프로 보관하고 있으며 학생들이 수업 중에 기록한 수학활동지도 묶음으로 보관해 두었다. 수업에서의 교사와 학생 간의 교과 내용의 질문과 대답을 분석하기 위하여 연구도구에서 언급한 확률적 사고 수준을 파악하기 위한 Jones와 동료들의 틀(Jones et al., 1999)을 사용하였다.

이러한 분석을 위해 프로토콜에 나타난 내용에 대하여 차시, 교사(T), 학생(S), 설명(E), 질문(Q) 등을 코딩하여 나타내었다. 예를 들면, [6SE202]는 6차시의 학생의 설명이 2수준이고 6차시에서 두 번째 해당하는 대화를 의미하고 [7TQ01]은 7차시의 교사의 질문의 첫 번째 말을 의미하며, [8SPR003]은 8차시의 학생의 긍정적인 반응(positive response)이지만 수준과는 상관없는 반응이며 8차시에서 세 번째 해당하는 대화를 의미한다. 그리고 [9SNR104]는 9차시의 학생의 '잘 몰라요'와 같은 부정적인 반응(negative response)이고 네 번째 말을 의미한다. 이해와는 상관없는 답변을 학생들이 했을 때는 코딩에서 '0'으로 추가하여 나타내었다.

Ⅳ. 연구결과

1. 담론을 통한 수학 학습에서 인지적 영역의 변화

1) 확률영역에서 사고수준(Probabilistic Thinking Level)

(1) 제 1수준에서 2수준으로 변화

<확률 프로토콜 4>의 일부

학생[4SE101]: 동전 세 개를 던져서 앞면이 두 개가 나오니까 확률은 $\frac{2}{3}$가 나오죠.

교사[4TQ02]: 그럼 우리 표를 만들어서 알아볼까? 동전 세 개를 각각 A, B, C라고 하고 모든 경우의 수를 조사해서 표로 만들어 보자

	동전A	동전B	동전C
	앞	앞	앞
√	앞	앞	뒤
√	앞	뒤	앞
	앞	뒤	뒤
√	뒤	앞	앞
	뒤	앞	뒤
	뒤	뒤	앞
	뒤	뒤	뒤

학생[4SPR002]: 생각보다 많은 경우가 나오네요.

교사[4TE03]: 저번에 얘기했던 부분인데. 곱의 법칙을 잠깐 언급한 것 생각나니?

학생[4SPR003]: 예. 생각은 나요. 무엇이었죠?

교사[4TE04]: 동전 하나 당 2가지의 경우가 있으니까 2×2×2가 되어서 8가지의 경우가 있는 거야. 그래서 근원사건은 모두 8개이고 해당사건은 3개이니까 동전 세 개를 던져 앞면이 두 개 나올 확률은 $\frac{3}{8}$이 되는 거야.

학생[4SPR204]: 모든 경우를 알고 있으면 확률을 구하기가 좀 쉬운 것 같은데요.

교사[4TE05]: 그렇지. 모든 근원사건을 알면 확률 구하기가 훨씬 쉬워지지.

학생[4SQ205]: 그런데 모든 경우의 수가 엄청 많을 때는 모두 따져보기가 쉽지 않을 텐데요?

교사[4TE06]: 그렇지. 그래서 조금 쉽게 확률을 구하는 방법이 있기는 있지.

다른 방법으로는 $_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}$ 이야.

학생[4SQ006]: 처음 보는 공식 같은데요. 이런 풀이 방법은 너무 어렵겠는데요?

위의 확률 프로토콜 4에서 [4TE01]의 동전 세 개를 던져 앞면이 두 개 나올 확률은 $\frac{2}{3}$이지? 라는 질문에 [4TQ02]는 당연하다는 듯이 확률은 $\frac{2}{3}$이라고 대답을 하였다. 역시나 지금 상황은 1수준에 머물러 있다. 모든 경우의 수를 설명할 때도 8가지의 근원사건이 나오는 것에 대해 [4SPR002]는 놀라운 표정을 지었다. 앞서 설명한 곱의 법칙에 대해 모르고 있었고 다시 설명한 후에 지식이 활성화되어 상기되었으며 모든 경우를 표로 만든 것을 보고 [4SPR204]는 질문에 대한 답을 2수준으로 이해하고 구할 수 있었다. 다른 경우에 대해서는 아무런 관심이 없었지만 [4SQ205]는 상황에 따라서는 많은 경우의 수가 나올 수 있음을 인지하고 많은 경우의 수가 발생하는 문제 상황에 대해 걱정하는 관심을 나타내었다. 다른 경우에 대한 관심은 예상외의 모습이었고 조금씩 확률에 대해 관심을 갖는 모습이었다. 하지만 [4TE06]의 독립시행 방법으로 풀이한 것과 독립시행에 대한 설명을 들은 후 역시 새로운 공식, 개념과 방법에 대해 거부감을 나타내었다.

(2) 제 2수준에서 3수준으로 변화

<확률 프로토콜 9>

교사[9TQ01]: 5번의 경기 중 3경기를 먼저 이기는 팀이 우승하는 경기에서 상금 1억원이 걸려 있다고 하자. A팀과 B팀이 3차전까지의 결과가 1경기에서는 B팀이 2, 3경기에서는 A팀이 이겨서 2승 1패로 A팀이 앞서 있을 때, 천재지변으로 인해 나머지 게임이 무산되었다. (실제로는 이러한 일이 매우 드물겠지만). 이 때 상금을 어떻게 나누어야 공정할까?(A팀, B팀 모두 이길 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이라 하자.)

학생[9SE101]: A팀이 앞서 있으니까 A팀이 상금을 다 가져가야 하는 것 아닌가요?.....

교사[9TE02]: 그런가? 그럼 우리 같이 조사해볼까? 3경기까지의 결과를 살펴보면(이긴 경기는 W, 진 경기는 L로 표시하자)

	1경기	2경기	3경기
A팀	L	W	W
B팀	W	L	L

이렇게 되지?

학생[9SPR202]: 예...

교사[9TE03]: 4경기, 5경기가 남아 있으니까 좀 더 조사해보자. 만약에 A팀이 우승한다고 가정하면 4번째 경기에서 A팀이 우승하는 경우는

	1경기	2경기	3경기	4경기
A팀	L	W	W	W
B팀	W	L	L	L

이고, 5번째 경기에서 A팀이 우승하는 경우는

	1경기	2경기	3경기	4경기	5경기
A팀	L	W	W	L	W
B팀	W	L	L	W	L

이렇게 되는 경우이겠지?

학생[9SPR203]: 예....

교사[9TE04]: 위의 경우에서 A팀이 우승할 수 있는 경우의 수는 2(가지)이지. 다시 말하면 A팀이 우승할 확률은 4경기에서 이기면 되니까 $\frac{1}{2}$이고, 아래의 경우는 A팀이 4경기에서 지고 5경기에서 이겨야 하니까 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$이지. 그러니까 A팀이 우승할 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$가 되는 거야.

학생[9SPR304]: 4경기 또는 5경기에서 끝나는 경우이니까 그렇게 되는 거군요.

교사[9TQ05]: 그럼 B팀이 우승할 확률은 얼마일까?

학생[9SE305]: A팀이 우승할 확률이 $\frac{3}{4}$이니까 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$이 되겠네요.

교사[9TE06]: 그렇지. B팀이 우승할 확률은 $\frac{1}{4}$이 되지. 잘했어요... B팀도 A팀 처럼 조사해보면 B팀은 4경기, 5경기를 모두 이겨야하는 한 가지 경우만 있으니까

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$일 수 밖에 없지.

교사[9TQ07]: 그러면 각각 우승할 확률을 정수비로 나타내면 어떻게 될까?

학생[9SE307]: A팀, B팀이 각각 우승할 확률이 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$이니까 정수비는 3:1이 되죠? 저 굉장히 잘하죠?

교사[9TE08]: 오.... 제법인데. 맞았어요. 따라서 상금의 비율은 A팀:B팀=3:1로 나누어야 공정한거야.

교사[9TQ09]: 그러면 상금은 얼마씩 나눠가져야 할까?

학생[9SE209]: 3;1이니까 음... 1억원을 어떻게 해야 하지?(혼자말로)

교사[9TE10]: 비율이 3:1이니까 1억원의 $\frac{3}{4}$은 7500만원이 되겠네.

학생[9SPR210]: 맞아요. 그렇게 되죠.

교사[9TE11]: 그러니까 A팀이 7500만원, B팀이 2500만원을 받게 되는 거지.

학생[9SPR311]: 그렇게 나누면 공정하게 될 것 같아요... 재미있는데요.

위의 확률 프로토콜 9의 내용은 상금 분배 문제에 관한 다소 어려운 문제를 소재로 수업을 진행한 것이다. 상금에 관해서는 많은 관심을 가지고 있기는 했지만 학습에 대한 관심은 다소 적은 편이었다. 상금 분배에 관한 문제 상황을 설명하는데 어려움이 있었고 [9SE101]은 문제 상황과는 상관없이 앞서고 있는 팀이 무조건 상금을 다 가져가야한다고 1수준으로 주장을 하였다. 그래서 현재까지의 결과를 표로 같이 나타내어 보고 학생들과 함께 경기가 중단되지 않았다라고 가정한 후, 발생할 수 있는 모든 경우의 수를 조사하여 보았다.

다행히도 [9SPR203]은 교사와 함께 생길 수 있는 모든 경우의 수를 서로 의논하면서 2수준으로 표를 만들 수 있었다. 비록 2수준으로 이해하였지만 모든 경우의 수를 같이 의논하면서 조사해볼 수 있다는 것은 많은 진전을 의미하고 있었다. 연구 초기에는 교사의 질문에 교사 스스로가 답하는 경우가 많았지만 지금은 틀린 답을 하더라도 답을 찾아보려는 노력들을 하고 있었다. 대다수의 학생이 합사건의 확률과 곱사건의 확률에 대해서 이제는 3수준으로 이해를 하고 있었으며 여사건의 확률도 이해를 하고 있었다. 또한 각 팀의 확률에 대한 비를 정수비로도 나타낼 수 있을 정도로 지식을 연결할 수 있었다. 마지막 질문인 상금 분배액을 묻는 질문에 조금은 당황하는 모습을 보여주었지만 그래도 수업에 흥미를 느끼는 모습을 보여주었고 교사의 질문에 대답하는 모습을 스스로 자랑스러워하였다.

그리고 광저우 아시안 게임에서 큰 활약을 하였던 추신수 선수를 소재로 한 확률 프로토콜 8에서 후배들이 야구하는 모습을 촬영한 사진을 보며 학생들의 반응은 뜨거웠고 저마다 추신수 선수의 활약에 대해서 ‘메이저리그에서의 20홈런−20도루’, ‘금메달’, ‘병역면제’, ‘돈방석’, ‘국민 영웅’ 등 한 마디씩 하며, 즐거운 수업이 진행되었다. [8TQ01]의 타율 질문에는 야구에 관심이 많아 그런지 [8SE202]는 예상한 대로 다행히도 타율 계산을 잘 하였다. 하지만 세 게임의 타율을 묻는 [8TQ03]의 오개념 질문에 [8SPR103]은 속아 넘어 갔다. [8TE04]의 설명에 [8SPR204]는 ‘속았다’라는 기분에 허탈하게 웃으면서 본인의 실수를 인정하였다. 그리고 지식이 활성화되어 3수준으로 제대로 계산한 타율을 구할 수 있었다.

<확률프로토콜 2>

학생[2SNR102]: 대충은 알겠는데 용어를 설명하라고 하시니까 표현하기가 어려운데요.

교사[2TE03]: 그러니? 확률이란 어떤 사건이 일어날 가능성을 말하는 거야. 좀 더 자세히 말하면 같은 시행을 n번 반복해서 사건 A가 일어난 횟수를 r_n이라고 할 때, n을 충분히 크게 하면 상대도수 $\frac{r_n}{n}$은 일정한 값 p에 가까워지는데 이 일정한 값 p를 사건 A가 일어날 통계적 확률이라 하고, 각각의 사건이 일어날 가능성이 같을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 n, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 a라 하면 사건 A가 일어날 확률이 $\frac{a}{n}$가 되는 거야. 이를 수학적 확률이라고 하지. 그리고 $0 \leq \frac{a}{n} \leq 1$이 되는 것이고. 좀 전에 네가 말한 주사위 한 개를 던져서 1이 나올 확률을 구할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 6이고 1이 나오는 경

우의 수는 1이니까 네가 말한 대로 $\frac{1}{6}$ 이 되는 것이지.

학생[2SE103]: 저도 대충은 확률의 뜻을 알고 있는데요. 정확하게 말로 표현하기는 어려워요. 그리고 샘이 설명하실 때 쓰시는 기호도 많이 어렵구요. 수학적, 통계적 확률 용어도 어 렵구요.

교사[2TQ04]: 아마 확률이라는 용어만 들어서 그럴 거야. 하지만 수학에서 용어의 정의는 정확하게 알고 있어야 하는 거야. 알겠니?

학생[2SPR004]: 예 용어의 뜻을 암기하려고 노력할께요.

교사[2TQ05]: 자. 그러면 예를 한 가지 더 들어보자. 서로 다른 주사위 A, B 두 개를 던지면 모든 경우의 수는 어떻게 되지?

학생[2SE105]: 각각 6개씩 경우의 수가 있으니까 모든 경우의 수는 12아닌가요?

교사[2TE06]: 그러니? 모든 경우의 수를 알아보기 위해 표를 만들어 보자.

A B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 5)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

어때? 전부 몇 가지의 경우의 수가 나오니?

학생[2SE206]: 세어보니까 전부 36가지 경우의 수 가 나오는데요.

교사[2TE07]: 주사위 한 개당 6가지 경우이니까 6×6, 36가지 경우가 생기는 거야. 곱의 법칙이라고 하는데 나중에 더 설명해줄게.

학생[2SPR207]: 아... 6×6=36가지가 되는 거군요.

교사[2TQ08]: 조금은 이해하는 구나. 그럼 두 주사위의 눈이 모두 홀수인 경우의 수는?

학생[2SE308]: 두 눈 모두 홀수인 경우를 세어보니까 모두 9개인데요.

교사[2TQ09]: 그럼 두 개의 주사위를 던져서 두 눈 모두 홀수일 확률을 말해볼래?

학생[2SE309]: 모든 경우의 수가 36이고 두 눈 모두 홀수인 경우의 수가 9이니까 $\frac{9}{36}$ 이겠네요.

위의 확률 프로토콜 2에서 모든 경우의 수를 물어보는 [2TQ05]의 질문에 처음에는 내용의 맥락화가 되어 있지 않아 각각 여섯 개의 경우의 수를 더해서 12가지라는 답을 하는 오개념을 가지고 있었다. [2TE06]이 모든 경우의 수를 표를 사용하여 보여준 후에 [2SE206]은 2수준으로 '36가지'라는 답을 하였다. 일반적인 학생들에 비해 사고하려는 노력이 부족하지만 교사의 설명으로 모든 경우의 수를 알아 본 후에는 이해하는 모습을 보여주었다. 모든 경우의 수를 나타낸 표를 보면서 [2TQ08]의 경우의 수에 관한 다른 질문에 [2SE308]은 3수준으로 답을 하였고 확률에 대한 질문에도 답을 하였다.

문제에 대한 교사의 설명을 주의 깊게 경청한 학생들은 문제를 해결하려고 노력하는 모습을 보였다. 그리고 비계를 활용한 예를 들어 가며 하는 교사의 직접적인 설명에 학생들은 문제 상황을 조금씩 이해해 나갔지만 문제를 설명하는 데에는 많은 어려움이 있었다. 하지만 담론이라는 의사소통을 통해 예전보다는 수업을 이해하는 경향이 다소 높아졌으며 교사가 제시하는 과제에도 부정적인 모습보다는 긍정적인 모습으로 과제의 수행에 도전해보려고 하였다. 이는 사고 수준의 향상으로 인해 나타난 모습이라 할 수 있을 것이다.

확률 영역에서 사고 수준이 제 3수준에서 4수준으로 변화되었던 경우는 거의 찾을 수가 없었다. 확률의 수업에서 교사의 설명과 개개인의 연습 후, 학생들 혼자서 완벽하게 문제를 해결하는 경우는 없었으며 교사의 도움으로 문제를 해결할 수 있었고, 문제 해결한 후에 결과에 대한 설명을 충분히 할 수 있는 수준에는 이르지 못했다.

2. 자신감의 변화

<확률 프로토콜 3>의 일부

학생[3SNR209]: 선생님. 여사건 어려운 것 같아요.

교사[3TE10]: 그러니? 그러면 동전 한 개를 던져 앞면이 나오는 사건을 A라고 하면 사건 A의 여사건은 뒷면이 나오는 사건을 말하는 거야. 또 주사위 한 개를 던져 짝수의 눈이 나오는 사건을 B라고 하면 사건 B의 여사건은 홀수의 눈이 나오는 사건을 말하는 것이고.

학생[3SPR210]: 그렇구나. 그러니까 반대인 사건을 말

하는 거네요.

<확률 프로토콜 8>의 일부

교사[8TE08]: ‘적어도’라는 표현을 했으니까 두 번의 타석에서 모두 안타를 못 칠 확률을 이용해서 문제를 해결해도 좋고 ‘적어도’라고 했으니까 한번이상을 쳐야하니까 경우를 따져봐서 문제를 해결해도 좋고.

학생[8SNR108]: 설명을 들으니까 더 어려운 것 같아요.

경우의 수와 확률을 살펴보는 확률 프로토콜 3과 확률 프로토콜 8에서 ‘적어도’ 라는 교사의 발문이 있는 상황을 학생이 이해를 하지 못해 “학생[3SNR209]: 선생님. 여사건 어려운 것 같아요.”, “학생[8SNR108]: 설명을 들으니까 더 어려운 것 같아요.”라는 반응을 보였다. 굳이 여사건을 이용하지 않아도 문제를 해결할 수 있게 됐는데 새로운 용어를 알 필요가 있는지에 대한 거부감을 나타내는 상황이다. 그런데 조금은 쉬운 예를 활용한 설명을 듣고 난 뒤에는 여사건이 ‘반대되는 사건’임을 알고서는 긍정적인 표정으로 여사건을 이해할 수 있었다. 어려운 용어에 대한 거부감을 나타내기는 했지만 이는 쉬운 문제이건 어려운 문제이건 반응이 없었는데 ‘여사건’이라는 용어가 낯설고 어렵다고 자신의 생각을 표현하는 것은 긍정적인 상황으로 받아 들여졌다. 그 후에 전에 3차시에 배운 여사건의 개념을 8차시까지 파지하지 못하는 점이 보였다. 배울 당시에는 이해와 기억을 해도 시간이 지남에 따라 쉽게 망각해버리는 습관을 가지고 있기도 있어서 재방문하는 기회를 되도록 많이 주는 것이 필요함을 알 수 있었다.

<확률 프로토콜 7>의 일부

교사[7TE09]: 샘이 순서라는 말을 안 했지? 순서내용이 없으면 예를 들어 선택된 두 명이 (A, B)와 (B, A)는 같은 것으로 보는 거야.

학생[7SPR309]: 이건 순열과 다른 개념이네요. 그러면 (A, B), (A, C), (B, C) 모두 세 가지 경우가 생기네요.

교사[7TE10]: 그렇지. 네가 경우를 순서쌍으로 표현을 해서 순서가 있는 것처럼 보이는데 어쨌든 잘했어요. 서로 다른 것들 중에서 순서없이 선택하는 방법을 조합이라고 하는 거야.

교사[7TQ11]: 그러면 A, B, C, D 네 명 중에서 두 명을 선택하는 방법의 수와 A, B, C, D네 명의 학생이 일렬로 설 때, A, B 두 명의 학생이 이웃해서 일렬로 서는 방법의 수를 구하여 볼까?

학생[5SNR210]: A, B, C, D 네 명 중에서 두 명을 선택하는 방법의 수는 구할 수 있을 것 같은데 이웃해서 일렬로 서는 방법은 어떻게 구하죠?

<확률 프로토콜 9>의 일부

학생[9SE307]: A팀, B팀이 각각 우승할 확률이 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$이니까 정수비는 3:1이 되죠? 저 굉장히 잘하죠?

교사[9TE08]: 오.... 제법인데. 맞았어요. 따라서 상금의 비율은 A팀:B팀=3:1로 나누어야 공정한거야.

확률 프로토콜 7에서 “학생[7SPR309]: 이건 순열과 다른 개념이네요. 그러면 (A, B), (A, C), (B, C) 모두 세 가지 경우가 생기네요.”, “학생[7SNR210]: A, B, C, D 네 명 중에서 두 명을 선택하는 방법의 수는 구할 수 있을 것 같은데 이웃해서 일렬로 서는 방법은 어떻게 구하죠?”와 같이 새로운 개념이 전에 학습한 개념과 다른 점을 발견하여 호기심을 갖는 태도를 보여 주고 있다. 확률 프로토콜 6과 확률 프로토콜 9에서 “학생[7SPR208]: 예 알겠습니다. 구할 수 있을 것 같아요... 그리고 읽어 볼께요.”, “학생[9SE307]: A팀, B팀이 각각 우승할 확률이 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$이니까 정수비는 3:1이 되죠? 저 굉장히 잘하죠?”, “학생[9SPR311]: 그렇게 나누면 공정하게 될 것 같아요... 재미있는데요.”와 같이 예전에는 가지지 못했던 학습한 개념에 대해 자신감과 문제를 해결해보려는 도전 의식을 보여주고 있으며, 스스로 잘하고 있음을 느끼는 자기 효능감도 높아졌다.

확률의 직관은 자발적으로 발달하지 않는다. 확률 현상의 이해, 해석, 평가 그리고 예측은 연역적인 사고 양식의 강요 속에서 잊히고 포기되고 무시된다. 교육소외 학생들은 이러한 암묵적인 강요에서 많은 상처를 받고

현재는 그 상처로 인해 많은 어려움에 노출되어 있다. 그리고 선수학습의 결손으로 인해서 교육소외 학생들은 수업에 전혀 관심이 없을 뿐 아니라 수업을 방해하는 태도를 보인다. 수업과는 관련없는 말을 해서 다른 학생들의 관심을 얻으려고 하는 경우, 문제를 해결해보라는 교사의 지시에 반항하는 경우, 아무런 이유없이 책상에서 잠만 자는 경우 등 다양한 형태로 수업 참여를 거부하고 있다.

물론 교육소외 학생 모두가 그런 것은 아니지만 많은 학생들의 공통점이다. 이러한 학생들을 자세히 살펴보면 다른 학생들과 마찬가지로 교사들에게 인정받고 싶어 하지만 그 동안의 행실로 인해 문제 학생으로 낙인찍힌 경우가 상당수이어서 자신감이 낮은 편이다. 아무리 작은 것이라도 잘한 것에 대한 칭찬을 받고 싶어 하지만 칭찬을 해주는 경우가 거의 없기에 또 다른 비행으로 동료들과 학생들에게 관심을 받고 싶어 하는 것 같다. 연구 초기에는 연구자가 적지 않게 마음고생을 하였지만 일반적인 수업과는 달리 많은 시간을 활용해서 담론을 통한 수업을 진행한 결과 학생들의 태도와 자신감은 분명히 달라지고 있었다.

처음에 교사 혼자서 진행되던 수업은 시간이 흐름에 따라 학생들은 반응을 하기 시작하였고, 교사의 질문에 틀린 답도 대답하려고 하였으며 실생활 문제를 소재로 했을 때는 흥미있는 태도를 보여주기도 하였다. 이러한 태도의 변화로 인해 무심코 지나던 실생활의 문제를 이해하고 있는 자신의 모습을 스스로 대견스러워 하는 자기 효능감의 향상을 보여주고, 더불어 교사와의 친밀도도 높아졌다. 교사와의 친밀도가 높아지면 학생과 교사와의 의사소통이 원활하게 이루어진다는 말과도 일맥상통한다. 연구 초기의 서먹하던 관계, 분위기는 많이 사라졌고 서로 수업 외적인 얘기도 편하게 할 수 있을 정도의 분위기가 형성되었다. 학생 본인의 얘기를 할 수 있다는 것은 그 만큼 자신에 대해 자신감이 생기고 있음을 보여주는 것이고, 높아졌음을 의미하는 것이다.

연구자가 연구 대상 학생들을 지도해 본 결과, 담론을 통한 확률영역에서 학생들의 사고 수준과 자신감의 변화의 원인을 다음과 같이 네 가지로 분류를 해보았다.

첫째로, 기존의 수업과는 다른 자유로운 의사소통에서 비롯된 것이라고 생각한다. 기존의 수업은 학습 내용의 수준을 중간 이상에 맞춰 진도를 조절하고 난이도를 조절하여 수업을 하기 때문에 교육소외 학생들에게는 이해하기 어렵고 관심없게 만들고 쉽게 좌절하고 포기하게 만드는 요인을 가지고 있다. 그러나 자유로운 의사소통에서 학생들은 다른 학생들의 눈치를 보는 경향이 줄어들었고 틀린 답에 대한 창피함으로부터 자유로워지고 있었으며 무엇보다도 교사와 수업에 관해서 토론하고 있음을 무엇보다 스스로 대견스러워 하고 있었다. 물론 교사의 질문에 엉뚱한 답변으로 동료를 웃기려고 하는 학생도 있었다. 그럴 때는 다 같이 웃으면서 딱딱한 분위기를 환기시킬 수 있는 기회로 받아 들였다. 수업 시간 내내 틀리는 것에 두려워하며 말 한마디 못하던 그리고 안하던 학생들이 어느 누구도 틀릴 수 있음을 알아가면서 본인의 의견을 표현하고 조율하는 행동에서 사고 수준의 향상과 자신감의 향상의 변화가 있었던 것 같다.

둘째로, 충분한 시간 제공, 교사의 도움과 명시적 설명을 활용한 반복학습에서 비롯된 것이라고 생각한다. 기존의 수업은 진도에 많은 부담이 있고 응용된 문제를 해결하기 위해 많은 시간을 할애하는 것이 현실이다. 또한 정의나 개념을 학습하기에 많은 시간을 할애하기보다는 수능시험에 나올 만한 문제를 좀 더 다루고 풀이하는 데 초점이 맞춰있기 때문에 교육소외 학생들은 더욱 학습에 어려움을 느끼고 있다. 하지만 더 큰 문제는 그 학생들이 본인 스스로 어떤 어려움을 가지고 있고 어느 부분이 어려운지에 대해서는 전혀 그것을 내색을 하지 않거나 말을 하지 않는 데에 있다. 그런데 연구 활동 시간에는 하나의 학습목표를 가지고 기본 개념에 충실할 수 있도록 자료 활용 및 시간 제공과 힌트, 자세한 설명을 사용하면서 반복 학습을 한 결과 학생들이 예전보다는 수월하게 학습에 임할 수 있었고 그 내용을 어느 정도 숙지할 수 있었고 사고 수준이 향상됨으로써 모르는 것은 잘 모르겠다고 표현도 하고 질문을 하기 시작하였다. 반복학습을 하는 과정에서도 선수학습의 결손으로 인해 어려움은 있었지만 시간을 제공하고 자유로운 사고를 다듬어감으로써 학습에서의 어려움을 어느 정도는 극복을 할 수 있었다.

셋째로, 교사와의 상담을 들 수 있다. 연구 초기에는 학생들이 많이 어색해하고 연구 전의 부정적인 모습을 한 동안은 수업시간에 그대로 보여주었다. 수업에는 전

혀 관심이 없었으며 문제 학생들이 많았기 때문에 반항적이며 다소 거친 말투를 자주 사용하였다. 수업에서 진행되는 질문에는 답이 없었으며 연구자가 질문하고 연구자가 답을 하는 형태의 수업이 되기 십상이었다.

수업 중에 학습 내용과는 상관없지만 학생들의 일과에 대한 대화를 5분 정도 나누면 학생들의 반응이 좋으면서 수업하기도 수월해졌다. 예를 들어, 어제의 스포츠 결과, 친구와 있었던 일, 부모님과 있었던 일, 선생님들과 있었던 일, 주말에 한 일, 연예인 이야기 등 수업 전에 학생들과 좀 더 친해지기 위해서 학생들의 이야기에 귀 기울이려 노력했고 개인적인 어려움을 공개적으로 이야기할 때도 해결점을 찾게 하기 위해 조언을 해주었다. 본인들의 이야기를 들어 준다는 것에 즐거워하는 것 같았고 개별 상담을 통해 학생 각자의 상황과 개인 고민을 알아가면서 공감대를 형성할 수 있었고, 고민의 전부를 해결해 줄 수는 없지만 연구자가 주선해줄 수 있는 경제적인 지원으로 미약하나마 해결해보려고 노력하는 모습에 서로 간의 신뢰도 쌓을 수 있었다.

넷째로, 자신감의 변화의 원인 중 하나로 학생들의 성취감을 들 수 있다. 앞서 언급한 것처럼 수업 시간 내내 말 한마디 않던 학생들 중 한 명이 교사의 질문에 대답을 하기 시작하면서 조용하던 수업 분위기는 반전이 시작되었다. 서로가 학습부진에 대해 동질감을 느끼고 있었지만 어느 누군가는 문제를 해결하고 있다는 것에 자극을 받아 나도 그 학생처럼은 할 수 있을 것이라는 동기 부여가 되어 조금씩 수업에 적극적인 모습을 보여주었다. 한 번, 두 번 대답을 할 때마다 교사의 칭찬과 더불어 본인이 답을 맞혔다는 성취감을 느낌으로써 자신감의 변화가 오기 시작했다. 동료가 과제를 성공적으로 수행하는 모습에 같은 수준이라고 생각했던 학생이 선의의 경쟁심을 느끼면서 수업은 활발해졌고, 학생들이 성취감을 맛보면서 자신감을 갖는 것 같았고 더불어 학습 태도에도 변화를 보였다. 수업 시간에 조는 시간과 모습도 많이 줄었으며 교사의 질문에 대한 동료의 답변에 본인의 의사도 표현하였다.

V. 결론 및 제언

1. 요약

본 연구의 목적은 학습 면과 경제적인 면에서 혜택을 받지 못하는 교육소외 학생을 대상으로 확률 교수·학습에서 담론을 통하여 교육소외 학생들의 사고 수준의 변화와 확률 학습에 대한 동기와 흥미 등 자신감의 변화를 알아보고자 하였으며, 교육소외 학생들이 확률 단원의 기본적인 내용만이라도 습득을 하여 일상생활에서 의사소통의 도구로 사용되는 개념으로 불확실성이 증대되는 현대사회를 이해할 수 있게 함이다. 그리고 확률 영역의 담론을 활용한 학습과 상담에서 학생들의 자신감의 변화는 어떠한지에 대해서도 알아보고자 하였다. 또한 교육소외 학생의 학습에서 교사의 역할은 중요하므로 교사역할도 간략하게 묘사하였다.

1) 교실 담론을 통하여 확률적 사고 변화

확률적 사고 수준이 제 1수준에서 2수준으로 향상되는 실례로 확률 프로토콜 4에서 수업 초기에 교사가 도입을 위해 질문을 했을 때, 학생들은 문제를 해석하려고 하지 않고 주관적인 답변만을 하였다. 하지만 교사의 설명을 들은 후 학생의 대답 중 “모든 경우를 알고 있으면 확률을 구하기가 좀 쉬운 것 같은데요”에서 알 수 있듯이 확률을 구하기 위해서는 모든 근원사건의 경우의 수를 먼저 알아야 한다는 사실을 깨닫게 된 후 비계로 활용되어 확률을 이해하는데 도움이 되었음을 알 수 있다.

제 2수준에서 3수준으로 향상되는 실례로 확률 프로토콜 9에서 천재지변으로 중단된 경기의 상금액을 분배하는 방법을 교사와 함께 모든 경우를 조사하면서 곱의 법칙, 합의 법칙, 여사건의 확률 개념을 비계로 활용하여 각 팀이 우승할 확률을 구한 후, 중단된 경기에서 상금을 공정하게 분배하는 법을 확률을 통해 학습하게 되었다. 하지만 반복 학습의 부족, 학습의 결손 등으로 인해 문제 상황을 이해하고 혼자 스스로 문제를 해결할 수 없었기에 제 3수준에서 4수준으로 향상되는 경우는 발생하지 않았다.

2) 학생의 자신감의 변화

학습에서 성취도와 가장 밀접한 관련을 보이는 것 중의 하나가 자신감일 것이다. 학생들이 전달식 수업에 익숙하지만 수업 형태에만 익숙할 뿐 수업의 내용을 이해하는 데에는 많은 어려움이 있었고 흥미와 관심이 없고

자신감을 갖지 못했다. 예를 들어 교사가 질문을 여러 학생에게 했을 때, 처음 대답한 학생이 오개념을 가지고 틀린 답을 했음에도 불구하고 대답하기 귀찮아하거나 자신감이 없기에 그 학생의 답을 따라하는 경우가 그러했다. 충분한 시간과 담론을 활용하고 직접적인 설명을 통한 수업을 하면서 지루하고 따분하기만 했던 수업에 관심, 흥미와 자신감을 가지게 되었으며 교사가 학생들 개개인의 의견을 수용해주고 있다는 것에 많은 안심과 위안을 갖게 되면서 자신감의 변화가 있었다.

동료가 교사의 질문에 답을 하는 모습을 보면서 나도 할 수 있다는 자신감을 갖기도 하였다. 수업 중에 교사가 아닌 다른 곳을 응시하거나 고개를 숙이고 무기력하던 학생들이 시간이 지남에 따라 질문의 횟수가 늘어났고 교사의 질문에 답을 하는 횟수도 늘어났으며, 문제에 대한 생각과 문제를 해결하려는 의지가 없던 모습도 때로는 상황에 따라서는 근원사건의 모든 경우를 체크해보게 되었으며 결과에 대한 확신 또는 의문도 갖는 모습을 보여 주었다. 개별적인 질문을 통해 문제 상황을 분석하는 새로운 태도를 연출하였고 확률에 관한 실생활에 적용되는 여러 가지들에 관심을 나타내기도 하였다.

교육소외 학생들이 수학에 대해 거부감과 부담감을 가지고 관심 없어하는 이유 중 하나는 수학이 실제 생활과 매우 동떨어진 과목이며 자신의 장래에 별 도움을 주지 못할 것이라는 생각이다. 단지 대입 수능을 위해 존재하는 과목으로만 생각한다. 교사는 이를 수학이라는 과목의 특성 탓으로 돌리지 말고 학생들이 이러한 생각을 버릴 수 있게끔 수학을 의미있고 재미있게 실생활과 관련짓는 노력을 해야 할 것이며, 학습에서 계속되는 실패는 자신감을 잃게 하고 부정적인 태도를 갖게 하므로 학생의 수준을 고려하여 학습하게 함으로써 성취감을 느낄 수 있도록 성공적인 경험을 제공해야 한다. 그리고 교육소외 학생들이 수학 교사에 갖는 느낌은 수학에 대한 태도와 자신감에 반영이 될 수 있으므로 교사는 시간을 할애해서 학생 개개인에 대해 관심을 가지고 대화와 상담, 재미있는 수업 자료를 통해 교사와 친근감을 조성하고 칭찬과 격려를 해주며 학습에 대해 실질적인 조언을 하는 기회를 갖는다면 학생들의 올바르고 적극적인 수학 태도 형성과 자신감 향상에 도움이 될 수 있을 것이다.

3) 교사 역할

저소득층 가정의 학생들 대부분이 부모의 낮은 교육수준과 생활수준에 영향을 받게 되므로 대화 내용이 풍부하지 못하기 때문에 아무래도 직접화법에 익숙하다(Boarler, 2002). 즉, 상대방을 배려하여 말을 하거나 논리적인 의사 표현을 하기보다는 즉흥적으로 생각없이 대화를 하려고 하는 경우가 있다. 따라서 본 연구에서는 담론을 통하여 학생들이 알기 쉽게 단순한 사실들로부터 선행조직자를 구성하게 하고, 간단하고 쉬운 실생활 소재와 관련지어 문제 상황을 교사의 도움과 자기 자신의 도움으로 수학화를 통한 개념형성이 이루어지도록 도왔다. 또한 문제 상황을 생각하고 문제를 해결할 수 있게 선행조직자를 제공하여 자기 자신의 도움으로 성취감을 느낄 수 있도록 하였다. 이때 교사의 설명이나 자기 자신의 도움 등으로 직접화법에 익숙한 저소득층 자녀들에게 간접적인 진술을 듣고 상황이나 맥락을 통해 그 의미를 깨닫고 해석하는데 익숙하게 하려고 노력하였다.

둘째, 교사는 교육소외 학생을 가장 잘 알고 도울 수 있는 안내자 또는 상담자로서 역할을 들 수 있다. 일과 후에 하는 개별상담에서 학생들은 본인의 상황을 얘기하면서 교사와의 친밀도가 높아졌다고 말하였다. 교육소외 학생들과 많은 시간을 공유하면서 그 학생들만이 갖고 있는 어려움 즉, 경제적, 문화적, 사회적인 문제를 많은 부분은 아니지만 이해할 수 있었고 그러한 어려움으로 인해 일반 학생들에게는 나타나지 않는 모습에 대해서도 배려할 수 있게 되었다. 연구 대상 학생들은 본인에 대해 지시하는 것에 대해 많은 불만을 나타내지만 사실은 다른 학생들과 마찬가지로 관심받고 칭찬받고 싶어하는 것을 교사는 알아야 한다. 교사의 업무과중으로 학생들 개개인의 상황을 파악하기에는 때로는 부담도 되고 어려움이 있겠지만 교사 본연의 임무를 되새긴다면 어려움이 있는 학생들이 소외되고 있는 지금의 현실을 치유하고 긍정적인 변화로 유도할 수 있을 것이다. 그리고 교육소외 학생을 위한 안내자로서 학교생활에서 평등성에 기초한 학생 중심의 자세를 가지고 교사의 세심한 관심, 노력, 인내심으로 교육소외 학생들도 졸업 후 사회에서 무시나 냉대를 받지 않고 자신감있게 생활할 수 있는 변화를 유도할 수 있을 것이다.

2. 제언

교육소외 학생들이 확률 개념을 이해하는 것이 그리 쉽지 만은 않을 것이다. 학생들은 두 사건의 경우의 수 또는 확률을 비교하는 상황에서 즉각적인 해결을 위해 수학적으로 계산하려 하지 않고 직관적으로 그 예를 상상해서 판단을 내리고 있었다. 이 결과로 학생들이 확률에 대해 많은 오개념을 가지고 있음을 알았고 이러한 오개념을 지도하기 위해서는 담론을 활용하면서 교사의 직접적인 설명을 통한 수업이 도움이 된다는 것을 알 수 있었다. 또한 수업시간에 작은 칭찬이라도 자주하고 격려해줌으로써 학습태도의 변화를 알 수 있었으며 상담을 통해 교사와 학생 간의 친근감, 신뢰감 등을 형성하여 자신감의 향상도 알 수 있었다.

본 연구의 결과로 교육소외 학생들에게 확률적 사고 능력을 발달시키고 확률에 친근감을 갖게 하고, 교육의 기회를 제공하고 자신감을 변화시키는 소기의 연구 목적을 달성하였으나 후속 연구로 다음과 같은 연구의 필요성이 대두되었다.

첫째, 교사가 담론 수업을 진행하다보면 수업 진도 문제와 많은 에너지 소모로 인한 어려움은 있겠지만 담론 수업은 학생들의 수학적 개념을 발달시킬 뿐만 아니라 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 상호작용을 촉진하여 개념이나 지식을 공유할 수 있고 공유된 지식을 바탕으로 자신감도 배양할 수 있음을 확인하였다. 따라서 담론 수업의 중요성과 필요성을 인식하길 바라고, 담론 과정에서 언어뿐만 아니라 학생들이 보여주는 행동 등도 의사소통의 한 방법임을 인식하고 이에 대한 후속 연구도 필요하다.

둘째, 교육소외 학생들이 흥미를 가지고 수업에 관심을 보일 수 있도록 실생활 소재인 예로 접근하여 개념 중심의 수업 내용으로 연구를 진행하였기 때문에 확률적 사고를 필요로 하는 많은 부분이 본 연구에서는 다루어지지 못했는데 이 부분의 문제해결력 발달에 대한 교실 담론을 통한 더 좋은 수업모형과 자료의 개발에 대해 연구할 필요가 있다.

셋째, 교육소외 학생들에게는 안정적인 애착관계 형성과 안정적인 성장환경이 조성되기 힘든 경우가 많다. 교사는 학교가 중산층 이상 자녀들의 문화적 재생산의 현장임을 기억하고, 교육소외 학생들 자신의 노력과 참여로 환경적 어려움을 극복할 수 있음을 경험할 수 있게 하여 학습에 대한 태도를 향상할 수 있도록 도와야 한다. 먼저 교사가 학교에서 문화적 재생산의 흐름과 평등성의 강화사이에 균형을 추구하고 이들 소외 학생을 배려할 수 있어야하므로 교사를 연구대상에 포함하여 교사들의 신념 변화에 따른 교육소외 학생들의 변화, 또는 교사의 다양한 배려의 효과에 대해서 꾸준한 연구가 이루어져야 한다.

참 고 문 헌

김수동·이화진·유준희·임재훈 (1998). 학습부진아 지도 프로그램 개발 연구, 서울: 한국교육과정평가원.

김애화·신동희·고상숙 (2010). 저소득층 학생, 학부모, 저소득층 학생을 가르치는 교사의 수학과 과학교수에 대한 인식. 한국교육, 37(2), 57-87.

김영희 (2002). 저소득층 청소년의 학교생활 적응에 관한 연구. 한국청소년개발원.

박용순 (2001). 빈곤과 자립, 서울: 학지사.

백정환 (2011). 교육소외 학생을 대상으로 담론을 통해 확률과 통계 교수 학습에 관한 사례 연구, 고2를 중심으로, 단국대학교 박사학위 논문.

백정환·고상숙 (2011). 교육소외 학생들을 위한 수업모형과 통계이해수준에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 50(3), 263-284.

신보미·이경화 (2008). 시뮬레이션을 활용한 확률 지식의 교수학적 변환, 수학교육학연구, 18(1), 25-50.

심정현 (2002). 문제중심수업이 개념 형성 및 수학적 성향에 미치는 효과, 한국교원대학교 석사학위 논문.

우정호 (2007). 학교 수학의 교육적 기초, 서울: 서울대학교출판부.

유원섭 (2003). 저소득층 의료보장 제도의 현황과 과제, 월간 복지동향, 61, 12-16.

윤형철 (2009). 중학교 3학년 학생들의 확률적 사고 수준과 수준별 오개념에 대한 분석, 한국교원대학교 석사학위 논문.

이용구 (2005). 통계학의 이해. 서울: 율곡출판사.

최종덕 (1995). 부분의 합은 전체인가: 현대 자연 철학의

이해, 서울: 소나무 철학 문고.
한국교육개발원 (1987). 사고력 신장을 위한 프로그램 개발 연구(Ⅰ), 서울: 한국교육개발원.
한국교육개발원 (1992). 교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구(Ⅲ), 수학과 평가 도구 개발.
한국교육개발원 (2005). 도시 저소득층 평생학습 활성화 방안 연구, 서울: 한국교육개발원.
Acredolo, C., O'Connor, J., Banks, L., & Horobin, K. (1989). Children's ability to make probability estimates: Skills revealed through application of Anderson' functional measurement methodology. *Child Development*, 60, 933-945.
Aiken, L. R. (1970). Attitudes toward mathematics: *Review of Educational Research*, 40, 551-596.
Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and intelligent behavior. In H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptionalization and measurement* (pp.57-76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
Boarler, J. (2002). Learning from teaching: Exploring the relationship between reform curriculum and equity. *Journal for Research in Mathematics Education,* 33(4), *239-258.*
Borovcnik, M. G., & Bentz, H. J. (1991). Empirical research in understanding probability. In R. Kapadia & M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: Probability in education* (pp. 73-105). Dordrecht, The Netherland: Kluwer.
Bourdieu, P. (1973). *Cultural Reproduction and Social Reproduction*. Richard Brown. 71-80.
Byers, W. (2007). *How mathematics think*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
English, L. D. (1993). Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinational problems. *Journal for Research in Mathematics Education,* 24, 255-273.
Falk, R. (1987). Conditional probabilities: Insights and difficulties. In R. Davison & J. Swift(Eds.), Proceedings: *The Second International Conference on Teaching Statistics*(pp. 195-221). Victoria, Canada: University of Victoria.
Fennema, E. & Sherman, J. A. (1977). Sex-related differences in mathematics achivement and related factor: A further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 189-203.
Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Dordrecht : D. Reidel Publishing Company.
__________ (1978). *Intuition and Mathematical Education*. Osnabrucher Schriftenzur Mathemarik.
Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Green, D. (1986). Talking of probability. *Mathematics and Applications*, 20, 145-149.
Huston, C. A., McLoyd, C. V., & Coll, G. C. (1995). Children and poverty: Issues in contemporary research. *Child Development*, 65(1), 275-282.
Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' Probabailistic Thinking in Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 30(5), 487-519.
Jones, G. A., Langrall, C. W., Thronton, C. A., & Mogil, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics,* 32(2), 101-125.
Haladyna, T., Shaughnessy. J., & Shaughnessy, J. M. (1983). A casual Analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 19-29.
Jones, G. A. (2005). Introduction. In G. A. Jones (Eds),

Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning(pp.1-12). USA: Springer.

Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' Probabilistic Thinking in Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 487-519.

McCoach, D., & Siegel, D. (2003). The school attitude assessment survey-revised: A new instrument to identify academically able students who underachieve. *Educational and Psychological Measurement*, 63, 414-429.

National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

________________ (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

________________ (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: W. W. Norton and Company.

Pintrich, P. R., & de Groot, E. V. (1990). Motivation and self-regulated learning component If classroom academic performance. *Journal of Education Psychology*, 82(1), 33-40.

Polaki, M. V., Lefoka, P. J., & Jones, G. A. (2000). Developing a cognitive framework for describing and preparing Basotho students' probabilistic thinking, *Boleswa Educational Research Journal*. 17, 1-20.

Polaki, M. V. (2005). Dealing with compound event. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School*: Challenges for Teaching and Learning. New York: Springer.

Preckel, F., Holling, H., & Vock, M. (2006). Academic underachievement: Relationship with cognitive motivation, achievement motivation, and conscientiousness. *Psychology in the Schools*, 43(3), 401-411.

Rey, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1998). *Helping children learn mathematics*. NY: Simon & Schuster. 강문봉 외 (공역) (1998). 초등수학 학습지도의 이해, 서울: 양서원.

Saenz, C. (1998). Teaching probability for conceptual change. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 233-254.

Scheaffer, L. R., Watkins, E. A., & Landwehr, M. J. (1998). What every high-school graduate should know about statistics. In S. P. Lajoie (Eds.), Reflections on statistics: *Learning, teaching, and assessment in grades K-12*(pp. 3-31). London: Lawrence Erlbaum Associates.

Shaughnessy, J. M. (1992). Researches in probability and statistics: Reflections and direction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). New York: Macmillan Publishing Company.

________________ (2003). Research on students' understandings of probability. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 216-226). Reston, VA: NCTM.

Stake, R. E. (1995). *The Art Of Case Study Research*. Thousand Oaks, CA: SAGE publications, Inc. 홍용희 · 노경주 · 심종희 역 (2000). 질적 사례 연구. 서울: 창지사.

Tarr, J. E., & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9, 39-59.

Tarr, J. E., & Lannin, J. K. (2005). How can teachers build notions of conditional probability and independence? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. New York: Springer.

Development of Probabilistic Thinking of the Minority Students with Low Achievement & Low SES

Jung Hwan Baek
E-mail : soohak1@hanmail.net

Sang Sook Koh†
E-mail : sangch@dankook.ac.kr

Since research has barely been done on the minority with low-achievement & low-SES in probability, this research attempted to search the change of their thinking level in the classes of probability and motivate them on the mathematical learning to feel confident in mathematics. We can say that the problems of the educational discriminations are due to the overlook on the individual conditions, situations, and environments. Therefore, in order to resolve some discrimination, 4 students who belonged to the minority group, engaged in the research, based on 10 units of the instructional materials designed for the research. As a result, for the student's thinking level, it was observed that they were improved from the 1st to the 3rd level in probability. Also, the researcher found that the adequate use of the encouragement, the praise, the direct explanation, and the scaffolding enabled them to prompt their learning motives and the increased responsibility on the learning. As time passed, the participants could share their mathematical knowledge and its concept with others, in the increased confidence.

* ZDM Classification : D44
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40
* Key Words : Minority, Low-SES, Low achievement, Probability, Jones' probabilistic thinking level, Confidence, Instructional model for the minority.
† Corresponding author
* This article was excerpted from the author's doctoral dissertation in part.