

## Graph Art를 활용한 함수 지도에 관한 연구 - 울산 WISE 과학캠프활동을 중심으로 한 사례연구 -

정 영 우 (경성대학교)  
김 부 윤 (부산대학교)<sup>†</sup>

### I. 서 론

Freudenthal은 교수학적 현상학을 주장하면서 함수 지도를 예로 제시하였다. 그는 학생들이 현실세계에서 접하게 되는 다양한 함수적 현상에 대한 직관적 경험을 제공하고, 각 현상에 대한 특징을 인식하게 하고, 표, 그래프, 식 등과 연결하여 좀 더 구체적인 특성을 파악하게 한 후, 함수에 대한 여러 경험을 바탕으로 함수가 무엇인지에 대한 논의를 통해 적절한 함수 개념을 도입할 것을 제안하였다<sup>1)</sup>. 즉, 함수의 정의를 지도함에 있어 다양한 함수적 현상으로부터 안내할 것을 주장하고 있다.

Freudenthal의 이러한 함수 지도 방법은 몇 가지 한계점이 있다.

첫째, 그의 이론에서 현상은 교사에 의해 주어지는 것으로, 학생은 주어진 현상을 관찰하고 탐구하여 특성을 경험적으로 인식하며, 이후의 수학적인 활동에서도 교사의 안내가 중요한 역할을 하고 있다. 따라서 학생들의 경험하는 현상에 대한 주도적인 결정이나 활동이 미약하다. 또한 각각의 현상에 대한 예의 개수를 언급하지 않았으나, 현상에 대한 다양성을 논한 그의 주장이 각각의 예 역시 다양해야 한다는 의미라고는 볼 수 없어 각 현상의 전형적인 함수식의 독립된 경험에 그치게 된다.

둘째, 학교현장에서 그의 이론을 실현하려고 할 때, 학생들에게 다양한 현상을 경험하게 하기 위한 시간과

노력이 필요하며, 학생들의 적극적 참여와 의도하는 목적에 맞는 반응이 보장되어야 한다. 학교현장에서 이것들은 중요한 고려요소이나 그의 주장에는 이에 대한 고려가 없다.

셋째, 그의 이론은 다양한 함수들 각각의 본질적 특징과 공통된 개념으로서의 함수 정의를 도입하는 단계로는 바람직하나, 이후 학습해야 할 기본형이 아닌 평행이동 등의 함수적 조작에 관한 추가내용에 대해서는 다시 현상으로 돌아가 개별적으로 지도하게 된다. 즉, 함수 지도 내용 전반에 대한 연결성 있는 지도 방안과 지도 현실에 대한 충분한 고려 없이, 단지 함수 개념을 지도한다는 목적만을 국소적으로 논의하고 있어, 초기 도입과 추후 지도가 단절되어 있다. 그러므로 이러한 활동은 '중속성'이라는 함수의 개념 이해에는 도움이 되나 이후 학습목표인 함수 조작 능력의 향상을 보장해 주지 않으며, 함수 영역의 연결성 있는 지도라는 관점에서는 적합하지 않다.

따라서 함수적 현상으로부터 함수의 본질을 정의하고, 나아가 함수 조작 능력의 신장을 함께 꾀할 수 있는 함수 지도 방법에 대한 연구가 필요하다.

한편 Freudenthal이 말한 표, 그래프, 식 등과 연결하여 좀 더 구체적인 특성을 파악하는데 도움을 주는 교육 공학적 도구로 그래핑 계산기(graphing calculator)를 생각할 수 있다. 그래핑 계산기는 함수를 식, 그래프, 표의 세 가지 표현을 연계하여 지도할 수 있는 도구이다. 그래핑 계산기는 함수 지도뿐만 아니라 다양한 수학 영역에서 활용되는데, 그래핑 계산기를 활용한 이들 영역의 교수·학습 방법에 대한 연구들(박희정·김경미·황우형, 2011; 조정수, 2010; 박용범·탁동호, 2004; 고상숙·정승진, 2001; 고상숙, 1999)이 다수 이루어져 있다. 또한 계산기를 활용한 수업에서의 학생이나 교사의 정의적 영

\* 접수일(2012년 5월 4일), 수정일(2012년 6월 13일), 게재확정일(2012년 8월 20일)

\* ZDM분류 : U73

\* MSC2000분류 : 97U70

\* 주제어 : 함수 지도, 그래핑 계산기, 그래프 아트

<sup>†</sup> 교신저자 : kimby@pusan.ac.kr

1) 김남희 외, 2011, p.132.

역(이유빈 · 조정수, 2010; 최나니 · 하정임, 2003) 및 탐구 능력에 관한 연구들(Hongliang Shi · Shiqi Li, 2006; 고상숙, 2003)도 이루어졌다. 그리고 그래핑 계산기 사용에서 보여지는 상호작용 특성에 대한 연구(고상숙 · 고호경, 2003; 고호경, 2003a)도 찾아볼 수 있다. 특히, 함수 지도와 관련해서는 이현수 · 박종률 · 이광호(2009), 김진환 · 조정수(2010), 고상숙 · 이윤경(2005), 고호경(2003b), 고상숙(1999) 등의 연구가 있다. 이들 연구들은 크게 두 가지 유형으로 분류할 수 있는데, 하나는 그래핑 계산기를 활용한 수학적 지식의 지도와 이해에 관한 것이며, 또 하나는 그래핑 계산기 활용을 통한 수학적 능력과 태도에 관한 효용성이다.

그러나 학습은 이들 두 측면이 균형적으로 이루어질 때 극대화될 수 있으며, 그래핑 계산기의 활용도 이러한 관점에서 연구될 필요가 있다. 따라서 이들 연구 결과들을 통합하고 발전시켜 지식적 측면과 수학적 능력과 태도의 측면을 아우를 수 있는 모델의 개발과 그 효과성에 대한 연구가 필요하다.

본 연구는 함수 개념 이해와 더불어 함수 조작 능력을 자주적으로 신장할 수 있는 방안으로 그래핑 계산기를 활용한 그래프 아트 수업 프로그램을 개발하였다. 또한 이 프로그램을 중학생 과학 캠프에서 실시하여 ‘관찰’과 ‘학생들의 활동 결과물 분석’을 통해 인지적 측면과 정서적 측면의 효용성에 대해 알아보았다.

그래프 아트에 관한 연구로는 阿蘇和寿(2008, 2010), 宇津野仁(2007, 2009), 梅野善雄(2001, 2005, 2007), 公庄庸三(2007), 小出岳夫(2002), 佐伯昭彦(2010), 杉山真澄(2000), 勢子公男(2007) 등의 연구들이 있다. 이 연구들은 그래프 아트의 교육적 의의에 대한 佐伯昭彦(2010)의 연구를 제외하면 주로 전문대 이상의 학생들에게 그래프 아트에 대해 소개하고 작품 활동을 시킨 사례들과 그래프 아트 콘테스트 참가 사례에 대한 것으로, 교수학적 이론을 도입하여 이론적 배경과 효과성을 논한 수업 프로그램은 거의 없으며, 중등교육에 대한 것은 전무하다. 또한 한국에서 그래프 아트를 소재로 한 수업연구도 찾아볼 수 없다. 그러나 그래핑 계산기를 활용한 수업 소재로 그래프 아트 작성활동을 하고, 그 결과물인 그래프 아트를 대상으로 graph art contest가 매년 열릴 정도로 일본에서는 활발히 교수 · 학습 소재로 활용되고 있다.

그러므로 이러한 활동들을 도입 · 발전시켜 다양한 단계의 수업으로 구성하고, 이를 뒷받침할 교수학적 이론에 대한 모색이 필요하다.

본 연구의 이론적 배경은 함수 지도에 관한 Freudenthal의 교수학적 현상학에 있으나, Freudenthal의 다양한 함수적 현상을 그래프 아트라는 하나의 현상 속에 담아 함수 개념의 이해와 함수적 조작 능력을 함께 신장시키는 프로그램을 개발하여 Freudenthal의 함수 지도 내용을 보완하고 학교현장에서 활용가능하게 현실화하려는 것이 연구의 목적이다.

## II. 연구방법

### 1. 연구대상

2011년 7월 27일부터 7월 29일까지 울산소재대학에서 울산 WISE센터가 주최하는 중학생 과학캠프가 개최되었다. 중학생 과학캠프는 수학반, 물리반, 생화학반, 건축디자인반, 시스템유전공학반, 아동학, 멀티미디어반, 응용유기연반의 9개 프로그램 중 울산소재 중학교에서 지원한 학생이 1지망에서 3지망까지 선택하고, 이를 기초로 최종 참가 프로그램이 배정되었다. 따라서 수학반의 경우 수학에 특별한 흥미나 수학적 능력을 가진 우수한 학생들로만 구성되었다고는 할 수 없다.

수학반의 구성은 중학교 2학년이 9명, 3학년이 6명이었으며, 여자가 6명, 남자가 9명이었다.

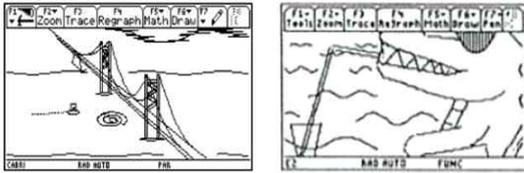
그래핑 계산기는 1인당 한 대씩 지급되었으며 캠프 기간 동안 가지고 다니게 하였다. 이 학생들은 과학캠프 참가 이전에 그래핑 계산기를 접해본 적이 전혀 없었다. 그리고 보조교사로 대학원생 두 명이 학생들의 계산기 조작 활동을 도왔다.

### 2. 연구과제

수학반의 연구주제는 ‘계산기를 사용한 Graph Art로 수학캠프의 포스트를 만든다.’ 이었다.

그래프 아트(Graph Art)란 그래핑 계산기를 사용하여 원하는 그림을 그래프로 실현시킨 것이다. 자신이 원하는 그림을 그래핑 계산기에 실행시키기 위해서는 함수의

형태로 명령어를 입력하여야 한다. 원하는 형태의 선을 원하는 위치에 나타내도록 하기 위하여 함수적 조작이 필수적이며, 학생들은 각자의 능력에 맞게 함수를 선택하고 조절해야 하는데 그래프 아트를 하는 과정에서 함수에 대한 이해와 조작 능력을 발전시키게 된다.



<그림 1> 그래프 아트 예2)

과학캠프에서의 활동의 주된 내용은 자신이 그린 포스트를 그래프 아트로 그리기 위해 필요한 직선과 곡선에 대한 기본함수를 익히고, 기본함수로부터 원하는 형태의 선을 그리기 위해 함수식의 요소들을 조절하는 조작활동을 함으로써 목적하는 그림이나 글씨를 그래핑 계산기를 사용하여 실현하는 것이다.

본 연구에서는 Texas Instrument사의 그래핑 계산기인 Voyage를 사용하였는데, 이 그래핑 계산기는 CAS (Computer Algebra System)에 의한 대수적 조작과 DGS (Dynamic Geometry System)에 의한 기하학적 조작이 가능하다. 활용가능한 수학적 영역으로는 연산, 방정식, 미적분, 함수, 기하, 확률과 통계 등 거의 모든 수학적 내용을 다룰 수 있으며, 부속장치에 의한 실험 data 처리도 가능하다.



<그림 2> TI-그래핑 계산기

3. 연구절차

과학캠프의 수학반 활동 일정은 다음과 같다.

2) 公庄庸三, 2007.

<표 1> 활동 일정

7. 27.	조 편성, 이론 학습과 계산기 조작 익히기, 개별적으로 포스트 디자인하기
7. 28.	조별 포스트 디자인 결정과 조별 포스트를 그래프 아트로 제작하기
7. 29.	그래프 아트 마무리, 조별 발표 및 전체 토론, 발표 대회를 위한 준비

구체적인 학습 및 활동 내용은 다음과 같다.

단계 1> 학습 안내 단계

그래핑 계산기와 그래프 아트의 소개를 통해 학생들에게 활동 내용과 목표를 제시하였다.

단계 2> 그래프 아트를 위한 이론 탐구 단계

“그림을 그릴 때 필요한 선의 종류에 대해 생각해 보자.”는 발문에 대한 학생들의 답변을 직선과 곡선으로 구분하고, 각각의 선의 특징을 말로 표현하게 한 후, 좌표를 도입하여 식으로 나타내고 계산기로 확인하는 활동을 하였다. 그리고 이러한 선들의 가장 간단한 형태를 기본함수로 정리·제시하였다.

직선을 위한 기본함수식을 제시하기 위한 도입 문제는 다음과 같다. 이 문제를 통하여  $x$ 축에 평행한 직선과 비스듬한 직선에 대한 함수식을 구하게 하였다.

활동 1) 다음 그림을 그린다고 할 때 필요한 함수식을 구하여라.

이 문제에는 함수식을 구하기 위한 정보가 충분히 주어지지 않으므로 학생들로부터 질문이 이어졌다. 이 문제나 나중에 학생들이 그릴 밑그림에는 좌표가 설정되어 있지 않으므로 이를 식으로 다루기 위해서는 적절히 좌표를 설정하고, 그림 속의 선들을 분절하고, 그것을 식으로 나타내며, 정의역을 조절하는 활동이 필요하다. 이 단계는 학생들이 그림을 그릴 때 중요한 정보가 되는 곳에 주목하게 하기 위해 주어지는 활동이다.

학생들이 보다 많은 정보를 요구하게 된 상황에서, 그래프의 변화가 있는 곳의 점의 좌표를  $(0, -1)$ ,  $(1, 1)$ 로 주어 함수식을 구하게 하였으며, 그래핑 계산기에 입력하여 확인하게 하였다. 참가학생들이 중학교 2·3학년이므로 비교적 쉽게 이 활동들을 수행하였다. 활동 1)의 답은 다음과 같다.

$$y = \begin{cases} -1 & x \leq 0 \\ 1 & x \geq 1 \\ 2x-1 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

그리고 세로로 바른 직선 - 즉,  $x=a$ 형 - 까지 포함하여 다음과 같이 기본함수를 정리하였다. 이때,  $x=a$  형태의 기본함수는 그래핑 계산기에 입력하여 확인하게 하는 활동을 하지 않았다. 그 이유는  $y$ 축에 평행한 직선은  $x=a$ 의 형태로 나타나므로 함수가 아닌데, 선의 모양에 초점을 두고 식을 구하는 단계에서는 이러한 사실이 대두되지 않는다. 하지만 이후 그래프 아트 제작 단계에서 이것은 자연스럽게 문제 상황이 되며, 따라서 자신의 그림을 그래프 아트로 실현하려는 극복 노력을 하지 않을 수 없어 나름의 궁리가 필요해진다. 이러한 상황에 자연스럽게 노출시켜, 탐구하도록 하기 위하여 이 단계에서는 확인 활동을 하지 않았다. 기본함수로 제시된 식은 다음과 같다. 학생들로부터도  $x=a$  형태의 식에 대한 별다른 질문은 없었다.

<표 2> 직선을 위한 기본함수들

기본함수	그래프 특징	대표함수식
기본함수 1	$x$ 축과 평행한 직선	$y=a$ 단, $a$ 는 상수
기본함수 2	$y$ 축과 평행한 직선	$x=b$ 단, $b$ 는 상수
기본함수 3	비스듬한 직선	$y=mx+n$ 단, $m(\neq 0)$ , $n$ 는 상수

그 후 다음과 같은 발문과 문제를 통해 절댓값함수를 소개하였다.

활동 2) 계산기에는 99개의 식만을 입력할 수 있다. 따라서 식을 적게 설정할수록 효율성이 높아진다. 위의 그림을 하나의 식으로 나타낼 방법은 없을까?

그러한 함수로 절댓값함수를 정의하고, 활동 1)의 그림에 대한 절댓값함수식을 구하게 하였다. 이 과정에서 수시로 그래핑 계산기에 입력하여 확인하게 하였다. 활동 2)의 답은 다음과 같다.

$$f(x) = |x| - |x-1|$$

즉, 앞에서는 세 개의 식으로 하나의 그림을 표현할 수 있었지만, 이 경우 절댓값함수식 하나로 나타낼 수 있음을 이해함으로써 절댓값함수의 유용성을 인식하게 된다. 나아가 절댓값함수에 대한 이해를 높이고 식의 조작 능력을 향상시키기 위해 활동 1)의 그림과 활동 2)의 답을 활용하여 다음 그림을 절댓값함수식으로 나타내고, 그래핑 계산기에 입력하여 확인하게 하였다.

활동 3) 다음 그림을 주어진 순서를 고려하여 절댓값함수식으로 나타내어라.

활동 3)의 답은 다음과 같다.  $l$ 의  $x$ 값은 3으로 주었다.

$$y = |x| - |x-1| - |x-3| - |x-4| - 1$$

따라서 식의 개수를 줄이기 위한 함수식으로 절댓값함수를 기본함수로 정리하였다.

<표 3> 식의 개수를 줄이기 위한 기본함수

기본함수	그래프의 특징	대표함수식
기본함수 4		$y= x $

다음으로 곡선을 그리기 위한 기본함수식을 다음과 같이 제시하였다. 학생들이 필요하다고 한 곡선은 다양했다. 이러한 곡선은 형태를 적절히 분절하면 하나의 곡선식의 형태 조절로 충분히 그릴 수 있다. 따라서 곡선은 지금까지와는 달리 함수식을 주고, 그래핑 계산기에 입력하여 그 모양을 관찰하게 하였다. 이것은 아직 배우지 않은 내용이기도 하지만, 함수와 곡선에 대한 사고를 고정시키지 않으려는 고려였다. 따라서 활동의 초점은 주어진 식에 따른 곡선의 모양을 관찰하는 것에 맞추어졌다.

<표 3> 곡선을 위한 기본함수들

기본함수	그래프 특징	대표함수식
기본함수 5	이차함수	$y=x^2$
기본함수 6	삼차함수	$y=x^3$
기본함수 7	삼각함수	$y=\sin x, y=\cos x$
기본함수 8	원	$y=\sqrt{a^2-x^2}, y=-\sqrt{a^2-x^2}$

단계 3> 자주적 탐구학습 단계

기본함수식에서 변화를 줄 수 있는 곳에 대해 논의하고, 이러한 곳의 숫자를 바꾸어 보고, 그래핑 계산기를 통해 그려져 있는 그래프들을 비교·관찰하는 활동을 하였다. 교사나 보조교사의 활동은 기본함수와 계산기의 조작에만 한정되며, 나머지는 전적으로 학생들 사이의 토론과 탐구활동으로 이루어졌다. 만나질 이상이 이 활동에 주어졌고, 첫째 날의 종료 한 시간 전부터 개별적으로 포스트 밀그림 그리기 작업을 하게 하였다. 다음은 포스트 작업을 위한 안내로 주어졌다.

- ① 모눈종이에 밀그림을 그린다.
- ② 그림의 영역을 고려하여 window를 설정한다.
- ③ 그림의 부분들을 함수식으로 나타낸다.
- ④ 이를 계산기에 실행하여 본다.
- ⑤ 그림이나 함수식을 조정한다.
- ⑥ 작업하는 동안 특이사항은 항상 기록하여 둔다.

둘째 날과 셋째 날은 조별활동으로 개별적으로 작성한 포스트를 취합하여 조의 포스트를 선정하고 공동으로 포스트 작업을 하였다. 셋째 날은 조별로 자신들의 작품을 발표하고, 전체적으로 활동을 통해 느낀 점을 발표하

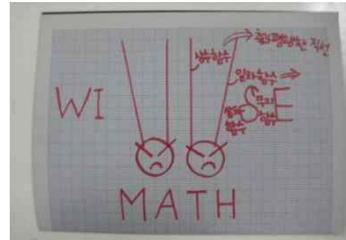
고 정리하였다. 이후 전체학생이 발표를 위한 자료를 만들고 지원한 대표가 발표 대회에서 발표를 하였다. 이 모든 활동 역시 학생 주도로 이루어졌다.

III. 결과 및 교수학적 의의

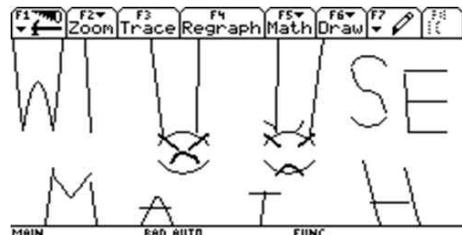
1. 학생 결과물

1) 1조의 결과

1조는 조원 모두가 전 과정을 의논하여 그래프 아트를 완성하였다. 포스트 밀그림이 있었으나 지속적으로 서로 아이디어를 내며 밀그림을 수정해 갔고, 그 과정에서 ‘수학을 부셔버리겠다.’는 스토리를 만들어내기도 하고, 그래프 아트의 ‘MATH’나 주먹에 표정을 더하기도 했다.



<그림 3> 밀그림



<그림 4> 완성된 그래프 아트

다음은 1조가 그래프 아트에 사용한 식이다. 중학교 2·3학년 학생이므로 다양한 함수를 사용하지는 않았지만 정의역의 사용이 정교하고, 정의역에도 절댓값함수를 사용하고 있음을 알 수 있다. 상수함수를 사용하지 않고 일차함수의 형태에서 계수를 0으로 두어 다루고 있거나  $\frac{x}{x}$  를 사용하는 등 함수조작의 멋을 부리고 있음을

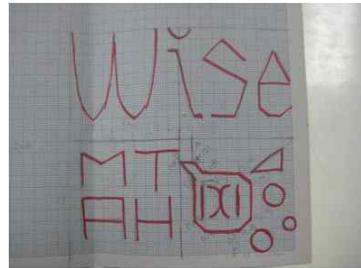
알 수 있다.

- y1 = 80 · (x-3) | x ≥ 3
- y2 = 10 · (x-5) - 6 | x > 5.4
- y3 = 80 · (x+3) | x ≥ -3
- y4 = -10 · (x+5) - 6 | x < -5.4
- y5 = -5/2 · |x+6| - 6 | |x+6| ≤ 2
- y6 =  $0 \cdot x - 7.5 \mid -5 \geq x \text{ and } -7.5 \leq x$
- y7 =  $\left| (|12 \cdot x + 30|)^2 - 5 \right|$
- y8 = -20 · (x+11) | x ≤ -11
- y9 =  $\sqrt{2 - (x-10)^2} + 6$
- y10 = -(x-10)<sup>3</sup> + 4 | x < 11.5 and x > 8.5
- y11 =  $-\sqrt{2 - (x-10)^2} + 2$
- y12 = 5/3 · |x+12.5| - 6.5 |  $|x+12.5| \leq 1.5$
- y13 = 10 · x + 135 | x ≤ -13.8
- y14 = -10 · x - 115 |  $x \geq -11.285714285$
- y15 = 10 · x - 27.25 | 2.42 ≥ x
- y16 = 0 · x - 6 | 1 ≤ x and 3.5 ≥ x
- y17 = .01 · x - 7 | x ≥ 10 and x ≤ 13
- y18 = -5 · (x-12) | x > 12.5
- y19 = -5 · (x-9) | x > 9.5
- y20 =  $\frac{x}{x} \cdot 0 \mid 12.9 < x \text{ and } x < 16$
- y21 =  $\left[ \frac{x}{x} \right] \cdot 3 \mid 12.8 < x \text{ and } x < 16$
- y22 =  $\frac{x}{x} \cdot 6 \mid 12.6 < x \text{ and } x < 16$
- y23 = -20 · (x-13) | x ≤ 13 and x ≥ 12.42875
- y24 =  $\sqrt{4 - (x+4)^2} - 2$
- y25 =  $\sqrt{4 - (x-4)^2} - 2$
- y26 =  $-\sqrt{4 - (x+4)^2} - 2$
- y27 =  $-\sqrt{4 - (x-4)^2} - 2$
- y28 = x + 2 | x > -3.75 and x < -2

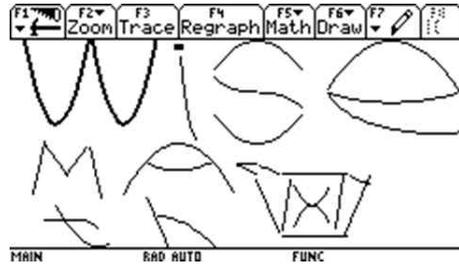
- y29 = -(x+1) - 5 | x > -6 and x < -4.25
- y30 =  $\sqrt{1 - (x+4)^2} - 3$
- y31 = x - 6 | x ≥ 4.5 and x ≤ 6
- y32 = -x + 2 | x ≥ 2 and x ≤ 3.5
- y33 = -|x-4| - 3 | |x-4| ≤ 1
- y34 = (x-4)<sup>3</sup> | x ≥ 4 and x ≤ 5
- y35 = -(x-2)<sup>3</sup> + 1 | x ≥ 2 and x ≤ 3

2) 2조의 결과

2조는 개별적 성향의 학생이 한 명 있어 공동 작업이 원활하지 않았다. 다섯 명 중 세 명만이 작업에 참여하였으며 두 명은 흥미를 나타내지 않았다. 그러나 그 중 한 명은 최종발표 때 별도로 작품을 제시하였다. 이 조의 학생들은 밑그림의 요소들의 비율을 고려하는 과정에서 어려움을 많이 토로하였다. 자신들의 도안은 정사각형인 반면 그래핑 계산기는 x축과 y축의 비가 다른 직사각형이므로 생긴 문제라고 학생들은 분석했다. 결국 의도한 포스트를 완성하지 못하였다.

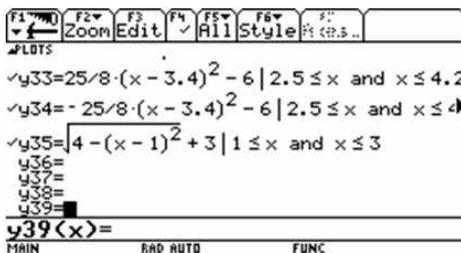
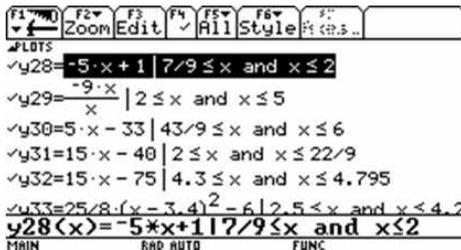
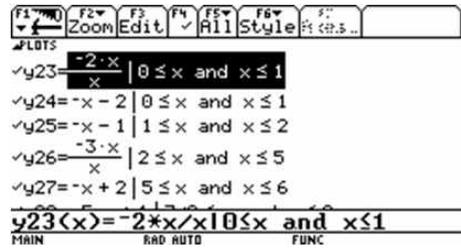
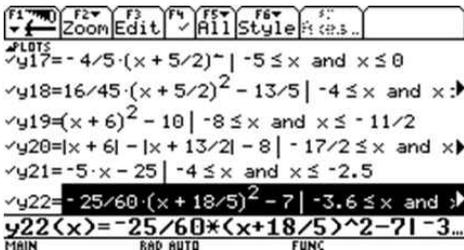
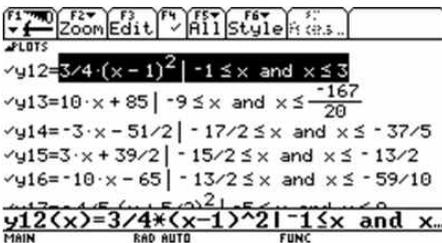
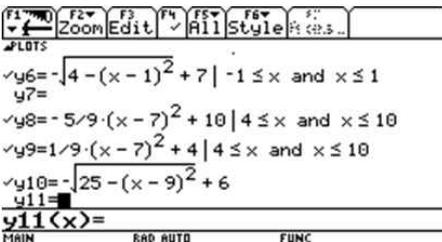
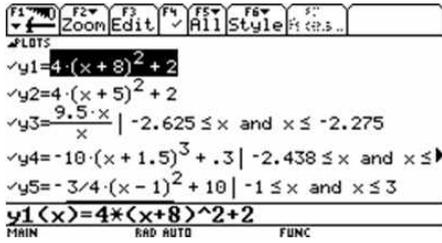


<그림 5> 밑그림



<그림 6> 완성된 그래프 아트

다음은 2조가 그래프 아트에 사용한 식이다. 2조는 식의 저장이 이루어지지 않아 그래핑 계산기의 캡처 화면으로 대신한다. 2조의 함수 사용에 있어 특징적인 것은 역시  $\frac{x}{x}$  형이 사용되고 있으며, 정의역의 범위선정이 정교하며, 분수 값들이 많이 사용되고 있음이다. 그리고 이·삼차 함수가 많이 사용되어 그래프 아트가 비교적 부드러운 느낌을 주고 있다. 이것은 학생들이 전체 작품을 보고 논의하는 과정에서 나온 내용이다.

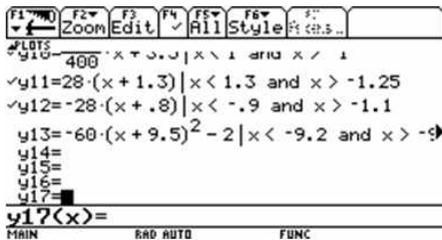
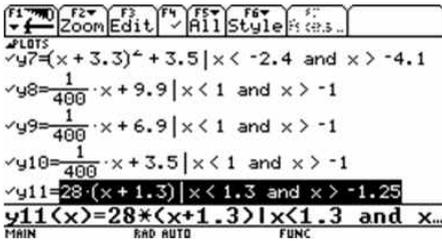
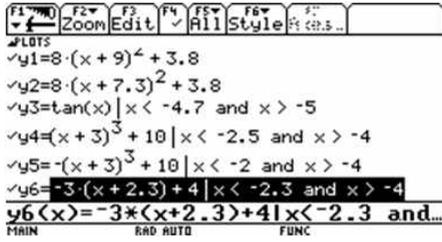


한편 개별적으로 그래프 아트를 작성한 학생은 타 학교에서 모인 친구들과 함께 작업하기 보다는 혼자서 하는 편이 훨씬 효율적이라 생각해서 포스트 작업을 하였지만 시간이 너무 부족하여 생각대로 완성할 수 없었다고 말하였다. 밑그림도 머릿속으로만 가지고 있었다고 하였다.



<그림 7> 개별 작업 한 학생의 그래프 아트

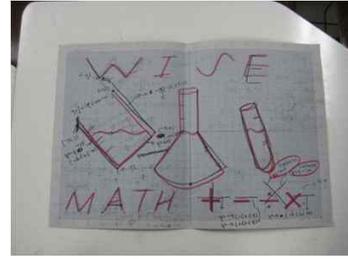
이 학생이 사용한 함수식은 다음과 같다. 이 학생은 삼각함수를 사용하고 있다.



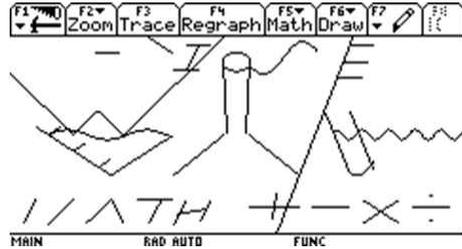
3조는 모두 WISE란 글씨를 그래프 아트로 만들었는데 이것이 가장 완성도가 높다고 학생들은 평가 하였다.

3) 3조의 결과

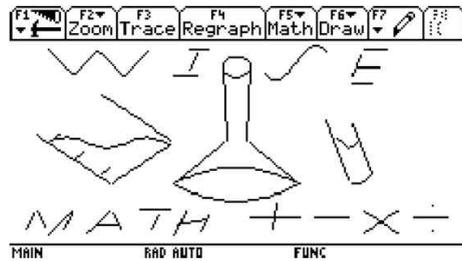
3조는 모든 구성원이 그래프 아트 작업에 참여하였으나 역할을 분담하여 작업을 하였다. 세 명이 함수식을 주로 찾고, 한 명이 그래핑 계산기에 기록하고, 나머지 한 명은 그림의 요소명과 함수식을 지면에 기록하였다. 또한 조별 발표 시에 저장해 놓았던 오류가 생긴 그래프 아트를 함께 제시하며 정의역 설정의 중요성을 피력하였다. 학생들 스스로 문제 상황뿐만 아니라 발표를 위한 상황 통제력을 보여주고 있다. 한편, 한 명은 귀가 후에도 밤늦도록 그래핑 계산기를 조작해 보았다고 하여 그래핑 계산기에 대해 깊은 흥미를 나타내었다. 이 학생은 수학반 대표로 발표 대회에서 발표하겠다고 지원하였다.



<그림 8> 밑그림



<그림 9> 작성과정에서 오류가 발생한 예



<그림 10> 완성된 그래프 아트

다음은 3조가 그래프 아트에 사용한 식이다. 이 조는 협업이 잘 이루어진 덕분인지 분수함수의 사용, 분수함수와 절댓값함수의 혼용, 절댓값함수의 절댓값함수 등 다양한 함수들의 조합을 보여주고 있다. 이것은 중등학교수학에서 다루는 함수의 종류나 조작 수준을 넘어서고 있을 뿐 아니라, 대상학생들이 중학생임을 감안한다면 함수에 대한 이해나 조작 능력은 놀라울 정도이다. 또한 3조는 의도되었던  $x=a$ 형에 대해 ‘기울기를 크게 잡고 정의역을 아주 작게 잡아 극복했다.’는 내용을 발표하였다. 그래프 아트를 통한 자유로운 탐구활동의 효과성을 잘 보여주고 있다고 하겠다. 앞의 조들이  $\frac{x}{x}$  를 사용한

것에 비해 이 조는  $\frac{|x|}{x}$  형태를 사용하고 있어 사고수 준의 차이를 보여주고 있다. 삼각함수도 사용하고 있을 뿐만 아니라 평행이동도 다루고 있다. 또한 계수로 소수를 많이 사용하고 있다.

$$y1 = 3 \cdot x + 40 \mid x > -17 \text{ and } x < -16$$

$$y2 = -3 \cdot x - 56 \mid x > -16 \text{ and } x < -15$$

$$y3 = \frac{3 \cdot x}{2} + 23/2 \mid x > -15 \text{ and } x < -13$$

$$y4 = 3 \cdot x + 31 \mid x < -13 \text{ and } x > -14$$

$$y5 = \frac{3 \cdot x}{2} + 7 \mid x > -12 \text{ and } x < -10$$

$$y6 = \frac{|10 \cdot x|}{x} \mid -34/3 < x \text{ and } x < -28/3$$

$$y7 = -3 \cdot x - 38 \mid -10 < x \text{ and } x < -9$$

$$y8 = \frac{|8 \cdot x|}{x} \mid -8 < x \text{ and } x < -5$$

$$y9 = 3 \cdot x + 10 \mid -7 < x \text{ and } x < -6$$

$$y10 = 3 \cdot x + 4 \mid -5 < x \text{ and } x < -4$$

$$y11 = 3 \cdot x - 2 \mid -3 < x \text{ and } x < -2$$

$$y12 = \frac{x}{4} - 8.6 \mid -4.8 < x \text{ and } x < -2.4$$

$$y13 = \left| \left| \frac{3 \cdot (x+11)}{2} \right| - 3 \right| + 8 \mid -15 < x \text{ and } x < -7$$

$$y14 = 3 \cdot x + 20 \mid x > -4 \text{ and } x < -3$$

$$y15 = \frac{-|11 \cdot x|}{x} \mid x > -4 \text{ and } x < -2$$

$$y16 = \frac{-|8 \cdot x|}{x} \mid x > -5 \text{ and } x < -3$$

$$y17 = 2\cos(x) + 9.5 \mid x > 2 \text{ and } x < 7.4$$

$$y18 = 4 \cdot x - 29 \mid x > 9 \text{ and } x < 10$$

$$y19 = \left| \frac{11 \cdot x}{x} \right| \mid x > 10 \text{ and } x < 12$$

$$y20 = \frac{|7 \cdot x|}{x} \mid x > 9 \text{ and } x < 11$$

$$y21 = \frac{|9 \cdot x|}{x} \mid x > 9.5 \text{ and } x < 11.5$$

$$y22 = \frac{-|9 \cdot x|}{x} \mid x > 1 \text{ and } x < 5$$

$$y23 = 10 \cdot x - 39 \mid x > 2.8 \text{ and } x < 3.2$$

$$y24 = \frac{-|9 \cdot x|}{x} \mid x > 6 \text{ and } x < 9$$

$$y25 = -x + 2 \mid x > 10 \text{ and } x < 13$$

$$y26 = x - 21 \mid x > 10 \text{ and } x < 13$$

$$y27 = \frac{-|9 \cdot x|}{x} \mid x > 14 \text{ and } x < 17$$

$$y28 = \frac{-|7.5 \cdot x|}{x} \mid x > 15.4 \text{ and } x < 15.6$$

$$y29 = \frac{-|10.5 \cdot x|}{x} \mid x > 15.4 \text{ and } x < 15.6$$

$$y30 = -x - 5 \mid x > -11 \text{ and } x < -5$$

$$y31 = x + 5 \mid x > -10 \text{ and } x < -5$$

$$y32 = -x - 15 \mid x > -16 \text{ and } x < -10$$

$$y33 = 6 \cdot \sin(x+15) \mid x > -15 \text{ and } x < -5$$

$$y34 = x + 15 \mid x > -15 \text{ and } x < -14$$

$$y35 = x + 11 \mid x > -13 \text{ and } x < -12$$

$$y36 = x + 7 \mid x > -11 \text{ and } x < -10$$

$$y37 = (x - 9.6)^2 - 5 \mid x > 9 \text{ and } x < 11$$

$$y38 = -3.85 \cdot x + 29.95 \mid 7 < x \text{ and } x < 9$$

$$y39 = -3.85 \cdot x + 37.65 \mid 9 < x \text{ and } x < 11$$

$$y40 = .6 \cdot \cos(3 \cdot x - 14.4) \mid 7.8 < x \text{ and } x < 9.6$$

$$y41 = \frac{2 \cdot x^2}{25} - 7 \mid -5 < x \text{ and } x < 5$$

$$y42 = \sqrt{1.3 - x^2} + 9$$

$$y43 = -\sqrt{1.3 - x^2} + 9$$

$$y44 = \frac{5 \cdot x}{4} + 5/4 \mid -5 < x \text{ and } x < -1$$

$$y45 = \frac{-5 \cdot x}{4} + 5/4 \mid 1 < x \text{ and } x < 5$$

$$y_{46} = 30 \cdot x - 22.5 \mid .7 < x \text{ and } x < 1.2$$

$$y_{47} = -30 \cdot x - 22.5 \mid -1.2 < x \text{ and } x < -.7$$

$$y_{48} = \frac{-2 \cdot x^2}{25} - 3 \mid -5 < x \text{ and } x < 5$$

## 2. 학생 토론 활동 보고

주제인 수학캠프를 위한 포스트 도안 제작과정에서 학생들은 다양한 양상들을 보여주고 있다. 함수식에 의해 그림만이 아니라 글자를 나타낼 수도 있음에 착안하기도 하고, 기본함수식을 고려하면서 도안을 수정하기도 하였다. 반면 도안에만 집중하여 복잡한 도안을 하는 학생들도 있었다.

각자의 도안을 취합하여 조별 도안을 확정하는 과정에서 다룰 수 있는 함수가 많지 않음을 인식하고 보다 간단하게 도안을 수정하기도 했다. 사실 그림을 함수식으로 나타내기 위해서는 함수식들을 조합하여야 하는데 이를 위한 충분한 탐구시간이 부족하기도 했다.

그러나 도안의 함수식을 찾는 과정 그리고 원하는 그림을 얻기 위해 식들을 조정하는 과정에서 함수의 그래프와 관련한 개념을 이해해 가고 있었으며 함수식을 조절하는 능력들이 높아지고 있었다. 이는 간단한 도안을 그래프 아트로 완성하고 난 후, 보다 정교화 하는 활동을 추구했던 것과 기본함수들의 응용이 보다 정제되어 가는 것에서 알 수 있었다.

또한 이러한 활동 과정에서 수학적 의사소통이 활발히 일어났으며, 같은 선에 대해서 자신만의 적당한 함수식을 찾고, 그것을 사용하게 하려는 적극성도 보였다.

마지막 날 조별로 자신들의 그래프 아트를 발표하고 활동 과정에서 알게 된 점이나 느낀 점에 대해 토론을 하였다. 그리고 이러한 내용들을 발표대회를 위해 선별·정리하여 발표 자료를 준비하였다. 다음은 발표대회에서 발표한 내용이다.

그래핑 계산기를 활용한 그래프 아트를 만드는 활동과정에서 다음을 알게 되었다.

- ① 음수와 빼기의 차이점을 알게 되었다.
- ② 함수에서 정의역의 중요성을 알게 되었다.
- ③ 그림에 맞는 함수식을 찾는 과정에서 평행이동

이나 추측 등의 방법을 이용할 수 있음을 알게 되었다.

- ④ 함수식과 함수 그래프의 관계를 이해할 수 있었다.
- ⑤ 생각한 함수를 계산기를 통해 실현시켜 봄으로써 옳은 식인지 아닌지를 바로 알고 고칠 수 있었다.
- ⑥ 정수로 얻어지는 교과서 수학이 아닌 근삿값을 가지는 수학적 문제를 해결해야 했다.
- ⑦ 식을 주고, 그래프를 그리고, 그것을 관찰하는 학교수학의 역과정 즉, 그림을 그리고 그것에 맞는 함수식을 찾는 과정을 경험하였다.

발표된 내용 외에도 다음과 같은 내용들이 있었다.

⑧ 2조의 개별 작품이 계기가 되어 'WISE'란 글씨에 주목하게 되었는데, 각 그래프 아트에 나타난 글씨의 느낌이 전혀 다르다는 것을 알게 되었다. 이것은 사용된 함수식의 특징에 기인하는 것이다.

⑨  $x = a$  형은 함수가 아니며, 이 함수식의 그래프인  $y$ 축과 평행인 직선을 그릴 수가 없다. 이 문제를 해결하기 위해서는 기울기를 아주 크게 하고 정의역을 아주 작게 잡아 비슷한 직선을 얻을 수 있었다.

이 내용은 3조에서 발표된 것으로 학생들이 가장 만족스러워하는 내용이었다. 그러나 이것은 발표 자료에 넣지 않기로 의견을 모았다. 그 이유는 반드시 질문으로 나올 것이므로 그때 극복한 내용을 말하는 것이 더 강한 이미지를 줄 수 있을 것이라는 예상 때문이었다. 실제로 발표 후 이 내용에 대해 질의와 응답이 이루어졌다.

⑩ 활동으로 느낀 점에 대한 발표에서는 '흥미로웠다.', '그림이 함수식에 의해 그려진 것이 신기했다.', '함수가 우리와 밀접하게 있다는 것을 알았다.', '이런 수학 활동을 더 하고 싶다.' 등이 있었으며, 시간이 부족하여 원하는 그림을 충분히 다루지 못한 것에 대해 아쉬움을 토로하기도 하였다.

## 3. 교수학적 의의

과학캠프의 '계산기를 사용한 그래프 아트 작성'에서 직접적인 교수는 그림을 그리는데 필요한 선들인 기본함수에 한정되어 있다. 그러나 그래프 아트를 완성하기 위

해서는 적절한 함수를 선택하고 함수를 자유롭게 조작할 수 있어야 한다. 이것을 위해서는 함수에 대한 본질적 이해가 필요하다. 그래프 아트에는 여러 종류의 함수를 적절히 통제해야 하는 상황이 들어 있어 Freudenthal이 주장한 다양한 현상을 ‘그리고자 하는 그림’이라는 하나의 현상에 담아낼 수 있다. 즉, Freudenthal이 함수적 현상이라 말한 것들이 학생들이 그린 그림에 담겨져 있는데, 학생들은 원하는 선을 그리기 위해 여러 함수적 현상을 비교·분석하여 적당한 함수식을 정하고, 정의역이나 식의 조작을 통해 그래핑 계산기에 명령하게 하고, 이를 화면에 나타난 함수의 그래프로부터 피드백 받아 다시금 수정하는 조작 활동을 통해 함수에 대한 이해와 조작능력을 높여간다. 이러한 활동은 교사의 지도 없이도 시행착오와 협동학습 및 탐구활동을 통해 함수적 특징과 개념을 학생들 스스로 인식하게 하며, 함수에서 중요한 요소들인 정의역의 의미와 함수식에서 본질적 요소와 비본질적 요소가 가지는 의미 그리고 함수식과 그래프 사이의 관계 등을 필요에 의해 자주적으로 탐구하고 발견할 수 있게 한다. 이것은 Freudenthal의 안내된 개발명보다 교사의 역할을 더욱 최소화한 것으로 학생의 활동은 극대화된다. 더군다나 그 활동은 학생 스스로가 통제하는 자주적인 활동일 수 있다.

학생들의 활동과 결과 보고로부터 그래프 아트를 활용한 함수 지도의 교수학적 의의로 다음을 생각할 수 있다.

① Freudenthal의 함수 지도에서는 주어지는 현상들이 그림이라는 현상으로, 그것도 학생 스스로가 작성한 그림에 의해 이루어지므로 학생 주도적인 결정이나 활동이 이루어진다.

② 그림이라는 일상적인 소재가 다양한 함수적 현상으로 번역되어 학생들의 흥미를 높여, 적극적 참여가 이루어진다.

③ 이 과정에서 기본함수가 주어지지만 이것은 그림을 조작하는 수단이며, 그림을 분절하고 식으로 표현하여 의도하는 그래프를 그려내는 것은 온전히 학습자의 함수 조작능력과 선택 등의 통제(control) 능력이다. 즉, 그림을 함수의 그래프라는 시각적 대상으로 변환함으로써 학습자의 함수식에 대한 인지정도와 조작능력에 대한 수준을 알 수 있다.

④ 학생의 수준에 맞는 함수 사용과 조작 활동이 가능하다.

④ 가르쳐야 할 지식이 교사의 개입 없이 창조적이고 자주적으로 학습될 수 있다.

⑤ 현행 학교수학의 함수 지도에 대해 가역적 접근이 가능하다.

⑥ 의사소통 능력과 비판적 사고 능력 그리고 협동력이 신장된다.

⑦ 자기 통제력 및 탐구 능력 그리고 인내력이 향상된다.

⑧ 문제해결력이 신장된다.

⑨ 수학에 대한 불안감이 해소되고, 자신감과 성취감이 높아져 수학에 대한 신념체계에 긍정적인 영향을 준다.

#### IV. 결론 및 제언

본 연구는 그래핑 계산기를 활용한 그래프 아트 작성 활동을 하는 함수 지도 프로그램을 개발하고, 중학교 과학캠프에 지원한 중학교 2·3학년을 대상으로 그 효과성을 관찰과 산출물을 통해 살펴보았다.

함수 지도에 대한 Freudenthal의 교수학적 현상학을 기초로 그래핑 계산기를 활용하는 수업의 장점을 결합하고 보완하여 학생 주도의 자주적 탐구활동을 구성하고 이를 시행하였다.

대상이 중학교 2·3학년 학생이라 함수식을 이차함수 식까지 알고 있어 처음에는 절댓값함수의 계산과 평행이동, 대칭이동 그리고 결합된 형태의 함수식을 구하는 과정에서 어려움을 토로하는 학생들이 있었다. 그러나 그래프의 모양과 그 그래프를 대표하는 함수를 이용하여 유사한 그래프의 모양과 위치를 결정하기 위한 요소를 찾는 과정에서 점차 자신 있어 하며 적극적 탐구태도를 보여주었다.

학생들이 보고한 그래프 아트와 사용된 함수식은 학교수학의 범위를 훨씬 넘어서고 있으며, 자신들이 적절한 함수식을 선택했는지를 그래핑 계산기에 실행시켜 보면서 즉각적인 피드백을 받을 수 있어 시행착오를 거치지 않지만 이후의 활동에 직접적인 도움을 받을 수 있었다. 본 프로그램에서 주어진 기본함수를 조작하면서 함수의

특징을 시각적으로 파악하고 함수식의 비본질적 요소인 수치들을 바꾸어가며 수치들이 가져오는 변화를 관찰하거나 시행착오를 통해 수치를 조작하는 것이 기계적 조작으로 보일 수도 있으나 자신들이 그린 그림의 부분에 맞는 함수식을 찾아내고 그것을 전체 그림 속에 구현하는 것은 그러한 기계적 조작으로는 어렵다. 실제로 학생들은 함수식을 그렇게 정한 이유나 과정을 말할 수 있었다.

또한 완성된 그래프 아트를 서로 비교하여 보며 학생들이 이런 것을, 그것도 함수라는 수학적 지식을 사용하여 이루었다는 것에 뿌듯함과 자랑스러움을 감상으로 말하며 학생들은 즐거워하였다.

본 함수 지도 프로그램은 교사에 의해 전체 활동이 계획되고 안내되는 것이 아니라, 학습자의 자주적 의사결정을 최대한 보장하는 '상황 개척형 수업 프로그램'으로, 문제 상황에 학생들을 자연스럽게 노출되도록 구성되어 있다. 따라서 가르쳐지는 수학이 아니라 스스로 구성하고 조절하는 수학을 경험하게 하며, 다양한 수학적 지식이 함의되는 상황을 주어 자신의 능력과 수준에 맞는 창조적인 활동이 가능하다. 또한 학교에서 이루어지는 주어지고 습득하도록 강요되는 인위적 학습이 아닌 스스로 만들고 스스로 해결해 가는 자주적인 수학적 활동이 가능하다.

이러한 장점들은 인지적으로는 활동을 통해 본질적 이해가 깊어지며, 수학적 지식의 조작 능력을 높여준다. 또한 수학적 문제 해결을 일상의 소재로 접근하게 하여 수학의 실용성을 인식하게 하며, 창조적이고 자주적인 경험으로부터 수학을 스스로 만들어가는 것으로 인식하게 한다. 이로 인해 성취감과 자신감을 갖게 되고, 적극적이고 탐구적인 태도를 갖게 해준다. 또한 동료와의 자연스러운 의사소통이 이루어지며, 그래핑 계산기를 통해 자신의 활동과 주장에 대한 즉각적인 피드백을 받아 오류수정 및 발전적 상황 구성에 도움이 된다.

충분한 시간을 줄수록 그래프 아트는 정교하고 풍부해 질 것이며 이것은 다양한 함수의 조작 능력 신장과의 연결될 가능성이 커진다고 할 수 있다.

본 연구에서는 하루 반 정도의 작성 시간이 주어졌으나, 다양하게 그리고 원하는 만큼의 완성도를 이루기에는 작성시간이 부족하다는 학생의견이 많았다. 그리고

학생들의 성향을 고려하지 않고 무조건적으로 조별활동을 부여한 것은 아쉬움으로 남는다. 또한 다양한 학년의 학생을 대상으로 교수학적 효과를 조사해 볼 필요가 있으며, 정규수업에 활용할 수 있게 프로그램을 보다 정교화 할 필요도 있다.

## 참 고 문 헌

- 고상숙 (1999). 그래핑 계산기를 활용한 삼각함수 학습 효과: 질적 연구 방법에 의한 학습과정분석, 대한수학교육학회지 <학교수학>, **1(2)**, 483-512.
- 고상숙 (2003). 수학적 탐구력 신장을 위한 테크놀로지의 활용의 효과, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **42(5)**, 647-672.
- 고상숙 · 고희경 (2003). 학생들이 그래핑 계산기 사용 시 나타나는 상호작용 특성에 관한 연구, 대한수학교육학회 학술대회논문집, 767-795.
- 고상숙 · 이윤경 (2005). 그래핑 계산기를 이용한 함수의 개념적 이해, 한국학교수학회논문집, **8(2)**, 203-222.
- 고상숙 · 정승진 (2001). 그래핑 계산기를 이용한 삼각형의 SSA합동 조건 탐구, 대한수학교육학회 학술대회논문집, 407-422.
- 고호경 (2003a). 그래핑 계산기를 활용한 협동학습에서 학생들의 언어적 상호작용 분석에 관한 사례연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **42(5)**, 607-622.
- 고호경 (2003b). 함수의 그래프에서 학생의 개념 발달 과정에 대한 특성, 한국학교수학논문집, 163-175.
- 김남희 · 나귀수 · 박경미 · 이경화 · 정영옥 · 홍진곤 (2011). 수학교육과정과 교재연구, 서울: 경문사.
- 김진환 · 조정수 (2010). CAS의 도구 발생과 수학 지식의 발견 관점에서 고찰한 일차함수의 합성 성질 탐구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, **24(3)**, 611-626.
- 박용범 · 탁동호 (2004). 테크놀로지를 활용한 교수학적 환경에서 대수적 연산오류지도에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, **18(1)**, 223-237.
- 박희정 · 김경미 · 황우형 (2011). CAS 그래핑 계산기를

- 활용한 수학 수업에 관한 사례 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, **25(2)**, 403-430.
- 이유빈·조정수 (2010). 그래핑 계산기를 활용한 함수단원의 수업과 중학생의 학업성취도와 수학적 태도의 변화, 한국수학교육학회 학술대회논문집, 127-143.
- 이현수·박종률·이광호 (2009). 그래핑 계산기와 CBL을 활용한 1차 함수 탐구-초등 영재아를 중심으로 한 사례연구-, 한국학교수학회논문집, **12(3)**, 347-364.
- 조정수 (2010). 중등 학교수학의 교수-학습과 그래핑 계산기 활용과의 관계에 대한 고찰, EAMI, **26(2)**, 165-177.
- 최나니·하정임 (2003). H/H 그래핑 계산기를 사용한 기간에 따른 학생들의 수학적 태도 및 이해과정, 대한수학교육학회 학술대회논문집, 847-861.
- 阿蘇和寿 (2008). 関数グラフアートへの取組, *Proceeding of the 12th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 36-41.
- 阿蘇和寿 (2010). 関数グラフアート-新たなる出発, *Proceeding of the 14th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 24-29.
- 宇津野仁 (2007). 2年連続グラフアート最優秀賞受賞までの軌跡, *Proceeding of the 11th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, pp.142-147.
- 宇津野仁 (2009). 「2年連続グラフアート最優秀賞受賞までの軌跡」のその後, *Proceeding of the 13th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 70-71.
- 梅野善雄 (2001). TI-89を利用した関数のグラフ描画, *Proceeding of the 5th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 102-107.
- 梅野善雄 (2005). 誰でも作れる「グラフ・アート」入門, *Proceeding of the 9th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 194-195.
- 梅野善雄 (2007). 媒介変数を利用したグラフ・アートの作成, *Proceeding of the 11th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 130-135.
- 公庄庸三 (2007). 関数 グラフ アート. 한일 Graphing Calculator 研究会. 25-72.
- 小出岳夫 (2002). グラフ電卓で図を描こう, *Proceeding of the 6th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 72-73.
- 佐伯昭彦 (2010). 関数グラフアートの教育的な意義について, *Proceeding of the 14th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 80-83.
- 杉山真澄 (2000). 形をグラフで表現する, *Proceeding of the 4th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 116-119.
- 勢.子公男 (2007). グラフアートコンテストに向けた生徒の活動報告, *Proceeding of the 11th T<sup>3</sup> Japan Annual Meeting*, 124-129.
- Hongliang Shi · Shiqi Li (2006). 그래핑 계산기가 고등학교 학생의 탐구에 미치는 영향, 한국수학교육학회 학술대회논문. 45-52.

## A Study on the Teaching of 'Function' utilizing the Graph Art - Case study focusing on the activities of Ulsan WISE Science Camp -

**Chung, Young-Woo**

Graduate School of Education, Kyungsoong University, 608-736, Korea  
E-mail : nahime1130@hanmail.net

**Kim, Boo-Yoon<sup>†</sup>**

Dept. of Mathematics Education, Pusan National University, 609-735, Korea  
E-mail : kimby@pusan.ac.kr

In this study, we will develop and implement the teaching program of 'Function', on the subject of "Poster-Making utilizing the Graph Art" in the Math Camp for middle-school students. And we will examine the didactical significance through student's activities and products.

The teaching program of 'Function' utilizing the Graph Art can be promoted self-directly the understanding of 'Function' concept and the ability for handling 'Function'. In the process of drawing up the graph art, in particular, this program help students to promote the ability for problem-solving and mathematical thinking, and to communicate mathematically and attain the his own level. Ultimately, this program have a positive influence upon cognitive and affective and areas with regard to mathematics.

---

\* ZDM Classification : U73

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U70

\* Key Words : the teaching of function, graphing calculator,  
graph art

<sup>†</sup> Corresponding author