

측정 영역의 핵심 교수·학습 요소에 의한 좋은 수학 수업 분석

방 정 숙(한국교원대학교)

김 정 원(한국교원대 대학원)

김 혜 정(한국교원대 대학원)

좋은 수학 수업을 이루는 많은 요소들은 여러 내용 영역에 걸쳐 공통적으로 사용될 수 있기 때문에 효과적인 수 있지만, 각 내용 영역의 특징을 반영하지 못할 수도 있다. 이에 본 연구에서는 측정 영역에 초점을 맞추어 이 영역에서 다루어져야 할 핵심 교수·학습 요소를 추출하고, 초등 우수 수업으로 인정받은 수업 중 동일한 학습 주제 및 유사한 수업 흐름을 가진 수업을 2편씩 2세트를 선정하였다. 본 연구에서 개발된 측정 수업 분석틀에 의해 각 수업을 비교 분석한 결과 의미 있게 다른 측면이 일관되게 부각되었다. 본 연구는 측정 영역에서 좋은 수업의 구체적인 양상을 살펴볼 기회를 제공하며, 좋은 수학 수업에 대한 연구가 수학의 내용 영역별 특성을 반영할 필요성이 있음을 제안한다.

I. 서론

수업은 본질적으로 복잡하기 때문에 좋은 수학 수업이 무엇인지 한 마디로 정의하기는 어렵다(Ball & Forzani, 2009; Lampert, 2001). 이러한 어려움에도 불구하고 좋은 수학 수업에 대한 일반적인 특징을 찾고자 하는 노력은 지속적으로 이루어지고 있으며(송상현, 2000; NCTM, 2000, 2007), 최근에는 다양한 교육 체계와 문화까지 고려하여 좋은 수학 수업의 모습을 구체화시키려고 노력한다(Cai et al., 2009; Li & Kaiser, 2011). 특히 동·서양의 많은 학술적 교류와 정보 교환을 통하여 주로 서양에서 강조되었던 학습자 중심의 교수·학습 방법이 동양의 좋은 수학 수업에서도 일관

되게 공통적으로 부각되고 있다(Lin & Li, 2011; Pang, 2009).

이러한 교수·학습 방법은 수학의 여러 내용 영역에 걸쳐 공통적으로 적용될 수 있기 때문에 좋은 수학 수업을 구별하는 데 효과적인 수 있다. 예를 들어 교사가 가르칠 주제를 일방적으로 설명하기보다는 학생들이 적절한 활동을 하면서 스스로 수학 개념이나 절차를 찾아가는 수업이 좋은 수학 수업이라는 데 일반적으로 동의할 것이다. 그러나 가르치는 내용 영역의 특성에 따라 어떤 활동이 의미 있는 활동인지, 그리고 학생들이 그러한 활동을 하면서 어떤 수학적 경험을 하는 것이 보다 더 가치 있는지 등은 달라질 수 있을 것이다. 이런 측면에서 한 수준에서 두 수업이 똑같이 좋은 수업으로 인정되었다고 하더라도 다른 수준에서 가르치는 주제를 어떻게 탐구하는지에 따라 수업의 질이 다르게 평가될 수 있다(Franke, Kazemi, & Battey, 2007). 이러한 관점에서 보면 수학의 내용 영역에 따라 좋은 수학 수업의 모습이 다를 수 있다. 예를 들어 좋은 측정 수업은 좋은 도형 수업과 다른 특성을 가지고 있을 수 있다. 따라서 수학과 내용 영역의 특성을 바탕으로 좋은 수학 수업을 면밀히 분석해 보는 연구가 필요하다.

이와 같은 연구 배경을 토대로 본 연구는 측정 영역에 초점을 두고 좋은 수학 수업 사례를 분석하고자 한다. 측정 영역을 선택한 이유는 크게 두 가지이다. 첫째, 수학과와 여러 내용 영역 중에 특별히 초등 수학 교육의 특성을 드러낼 수 있는 영역이기 때문이다. 둘째, 초등 수학 교육에서 측정 영역이 차지하는 비중 및 중요성에도 불구하고 최근의 초등수학교육 연구동향에 대한 분석 결과 가장 연구되지 않은 영역이기 때문이다(하수현, 방정숙, 주미경, 2010).

* 본 논문의 일부 분석 내용은 ICME-12에서 발표되었음.
* 접수일(2012년 7월 5일), 게재 확정일(2012년 8월 2일)
* ZDM 분류 : C70
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 좋은 수학 수업, 측정 수업 분석틀, 핵심 교수·학습 요소, 초등 수학 수업

II. 이론적 배경

1. 좋은 수학 수업에 대한 비평적 고찰

학교 수학의 궁극적인 목적은 좋은 수학 수업의 구현을 통한 학생들의 수학적 성장이라고 해도 과언이 아닐 것이다. 이에 어떤 수업이 좋은 수학 수업인지에 관한 다양한 연구가 진행되어 왔다. 예를 들어, 미국수학교사협회(NCTM, 2007)에서는 교사의 풍부한 지식, 가치 있는 수학적 과제, 학생들의 수학적 사고를 촉진하는 담화, 허용적인 학습 환경, 학생 학습과 교사의 실행에 관한 지속적인 반성 등을 좋은 수학 수업의 기준으로 제시하고 있다. Cai 외(2009)는 동·서양의 여러 나라의 좋은 수학 수업에 대한 연구를 요약하면서 학생들의 적극적인 참여, 모둠 활동 및 교실 내 학생들의 협력, 수업 분위기, 수업의 일관성과 융통성, 학생들의 흥미 증진, 교수법 유형을 공통된 요소로 추출하였다.

우리나라에서 최승현(2002)은 교육과정 및 교과내용, 교수·학습 방법, 학습자에 대한 이해, 평가, 전문성 개발의 측면에서 좋은 수학 수업의 특징을 보고하였다. 또한 현장 교사를 위한 수업 연구보고대회에서 좋은 수학 수업은 수업 설계, 학습 분위기 조성, 목표 관리, 주제해결의 접근성, 학생 활동, 학습 지도 기술, 학습의 결과 정리, 목표 정착, 발문, 학습자료의 측면에서 평가되고 있다(방정숙, 2010). 이와 같은 기준들은 다양한 초등 교과에서 공통적으로 사용될 수 있기 때문에 좋은 수업을 선정하는데 효과적일 수 있으나, 특별히 좋은 '수학' 수업을 차별화하여 구분할 수 있을 만큼 정교화되어 있지 않다는 문제점이 있다.

한편, 최근의 좋은 수학 수업에 대한 연구 및 실제에서 두 가지 특징이 부각된다. 첫째는 좋은 수학 수업의 요소를 영역이나 핵심 요소별로 세분화하려는 경향이 있다는 것이다. 예를 들어, Ball과 그 동료들(2008)은 좋은 수학 수업을 구현하기 위해 교사에게 요구되는 지식을 크게 교과 내용 지식과 교수 내용 지식 두 가지로 구분한 다음에 교과 내용 지식을 세분하여 공통내용지식, 수학적 식견으로서의 지식, 전문화된 내용 지식으로 설명하고, 교수 내용 지식을 세분하여 내용과 학생에 대한 지식, 내용과 교수에 대한 지식, 교육

과정에 대한 지식으로 설명하였다. 또한 우리나라에서도 한국교육과정평가원의 수업평가 기준 개발 관련 연구의 후속으로 교사의 수학과 수업 전문성을 신장하기 위해서 교사 지식의 평가요소를 세분한 후 다양한 관찰지표가 개발되었다(예, 황혜정, 2011).

둘째는 좋은 수학 수업을 구현하기 위해 무엇보다도 교사의 역할을 강조하고 있다는 점이다. 예를 들어, Cai와 그 동료들(2009)은 동·서양의 여러 다른 나라에서 인지되는 좋은 수학 수업의 모습을 교사의 관점에서 조사하였다. 수업이 구현되는 사회문화적 맥락의 차이에도 불구하고 이 연구자들은 좋은 수학 교사의 공통된 특징을 제시하였는데, 여기에는 교사의 강력한 수학적 지식, 교사의 인성(personality), 좋은 준비(사전 계획), 학생들의 사고 자극, 상호작용적인 수업 방법, 수업 관리가 포함되었다. 이와 비슷한 맥락에서 Smith와 Stein(2011)은 좋은 수학 수업을 위한 담화와 관련하여 교사가 할 일을 구체적으로 제시하였다. 즉, 풍부한 수학적 과제에 대한 학생들의 반응을 예상하기, 학생들이 문제를 해결하는 탐색 단계에서 학생들이 과제를 어떻게 풀고 있는지 점검하기, 문제해결 방법을 논의하는 단계에서 어떤 학생의 반응을 발표시킬 것인지 의도적으로 선택하기, 발표될 학생들의 반응의 순서를 계열화하기, 그리고 서로 다른 학생들의 반응 간의 수학적 연결을 할 수 있도록 도와주기가 강조된다.

이와 같은 연구 경향에 대한 분석에서 다음 두 가지를 제고해 봐야 할 필요가 있다. 첫째, 좋은 수학 수업의 요소를 세분화하는 데 있어서 수학 내용 영역의 특징을 반영할 필요가 있다. 여기서 좋은 수학 수업의 공통된 특징을 부정하는 것은 아님에 주의할 필요가 있다. 예를 들어, 교사가 잘 정제된 수학 지식을 효과적으로 전달하는 수업에 비해 학생들이 그 지식을 스스로 탐구해보도록 안내하는 수업이 좋은 수학 수업의 공통된 특징 중의 하나일 것이다. 그러나 학생들이 지식을 탐구하는 데 있어서 어떤 수학 내용 영역이냐에 따라서 탐구방법이나 강조점 등은 얼마든지 달라질 수 있을 것이다. 이와 같은 생각은 Franke 외(2007, p.249)가 말한 '수업 관행의 핵심적인 루틴(key instructional routines of practice)'과 관련지어 생각해 볼 수 있다. 수학 수업에서 규칙적으로 일어나는 핵심 활동이 있는데, 이 활동은 수학 영역에 따라 다르게 전개될 수 있다. 예를 들어, 수업 중의 주요 활동인 담화(discourse)

와 관련하여, 대수적 사고와 관련된 수학적 담화는 범자연수의 덧셈과 관련한 담화와 다르게 전개될 것이다. 이와 같은 측면에서 본 논문은 초등학교 측정 수업의 핵심적인 루틴을 찾고 그것이 좋은 수학 수업에서 어떻게 구현되는지를 분석하려는 것으로 이해될 수 있을 것이다.

둘째, 좋은 수학 수업의 구현을 위해서 교사뿐만 아니라 학생의 역할도 보다 적극적으로 고려될 필요가 있다. 앞서 기술하였듯이 좋은 수학 수업을 위한 교사의 역할은 새삼 강조할 필요가 없을 것이다. 그러나 한 교사가 공통된 지도안을 가지고 가르친다고 하더라도 학생들의 반응에 따라서 수업의 구현 정도는 매우 달라질 수 있을 것이다. 기존의 좋은 수학 수업에 대한 관점이 대부분 연구자나 교사의 입장에서 결정되고 평가되었던 경향에 비해 학생들의 반응이나 관점이 보다 비중 있게 다루어져야 할 것이다(Clarke, Emanuelsoon, Jablonka, & Mok, 2006). 이와 같은 비평적 고찰은 본 연구에서 측정 수업을 분석하기 위한 틀을 개발할 때 적극적으로 고려되었다.

2. 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소

측정 영역은 일상생활에 다양하게 적용되고, 학생들이 측정 활동을 바탕으로 행하는 수학적 경험을 할 수 있으며, 다른 수학 내용의 학습과 연결되기 때문에 수학과 교육과정에서 중요하게 다루어져야 한다(Reys et al., 2009). 실제 측정은 초등학교 수학과 교육과정에서 하나의 주요 내용 영역으로 포함되어 있다(교육과학기술부, 2008, 2011; NCTM, 2000).

이에 측정 영역에서 다루어야 할 주요 개념이나 내용 등을 토대로 측정 수업에서 이를 제대로 구현하는 것이 중요하다. 학생들이 측정을 의미 있게 학습하기 위해서는 먼저 학생들이 측정 활동의 필요성을 바탕으로 측정할 속성을 구별하고 그 속성을 명확하게 인지하는 것이 중요하다(Reys et al., 2009). 또한 교과서에 제시된 정형화·구조화된 문제보다는 실제 문제 맥락에서 측정을 경험하는 것이 중요하고, 수동적인 관찰자가 되기보다는 활동에 기반한 측정 상황에서 적극적인 실험자가 되는 것이 바람직하다(NCTM, 2000).

또한 학생들이 의미 있는 측정 과정에 참여하는 동안 자연스럽게 측정 절차와 공식을 개발하고, 이를 서

로 토의하면서 관련된 아이디어와 개념을 세련되게 하고 검증할 기회를 가져야 한다. 이와 같은 양상들은 최근 일련의 수학과 교육과정의 개정을 통해 수학적 의사소통이나 추론 등의 수학적 과정이 강조되었기 때문에(교육과학기술부, 2008, 2011) 측정 수업에서도 더욱 부각되어야 할 요소라고 생각된다.

위와 같은 제안점은 측정 수업이 어떻게 이루어져야 하는가에 대한 전반적인 지도 방향을 제시할 수 있다. 그러나 교사가 이러한 지도 방향에 맞추어 수학과 교육과정이나 관련 문헌에서 강조하는 제안점을 반영하여 수업을 계획하고 실행하는 일은 그리 쉬운 일이 아니다. 특히 전 교과를 지도하는 초등학교 교사의 경우 수학 수업의 특징을 살려 지도하기도 쉽지 않은데(장윤정, 방정숙, 2012), 더 나아가 수학과와 각 내용 영역별 특징을 반영하기는 사실상 기대하기 어려울 수 있다. 이와 같은 어려움 때문에 외형적으로는 좋은 수학 수업처럼 보이지만 이를 면밀히 분석해 보면 좋은 측정 수업이 아닐 수도 있는 것이다.

결국 좋은 수학 수업으로 평가된 두 수업을 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소 측면에서 분석할 때 다른 결과가 나올 가능성이 충분하다. 이러한 연구 배경을 바탕으로, 본 연구는 공식적으로 좋은 수학 수업으로 인정된 수업 사례를 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소를 반영한 분석틀을 이용하여 비교 분석하고 이에 따른 시사점을 도출하고자 한다.

III. 연구방법

1. 연구 대상 및 자료 수집

측정 수업의 핵심 교수·학습 요소가 실제 수업에서 어떠한 모습으로 발현되는지 알아보기 위해, 최근 3년(2009~2011년)동안 지역별 수업 연구 대회에서 우수 수업으로 인정받은 수업동영상을 살펴보았다. 각 지역별 웹사이트를 통해 공개된 초등 우수 수학 수업 중 측정 영역에서 동일한 학습 주제들을 다루고 있는 동영상을 찾았고(38편), 이 중에서 같은 교육과정¹⁾을 사용하면서 외형적인 수업의 흐름이 가장 유사하다고 판

1) 연구시기의 특성상 제7차 교육과정에 의한 수학 교과서와 2007 개정 교육과정에 의한 수학교과서가 혼재해 있었음.

단되는 수업을 2편씩 2세트(총 4편) 선정하였다. 강조 하건대 앞서 기술하였듯이 본 연구에서는 초등 우수 수업으로 인정받은 두 수업을 대상으로 본 연구에서 추출한 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소의 관점으로 면밀하게 분석하는 것이 중요하기 때문에 신중하게 수업동영상을 선정하였다.

선정된 한 세트의 수업은 원리 탐구 수업 모형을 적용한 6학년 ‘직육면체의 겉넓이 구하기’이고, 또 다른 세트의 수업은 원리 탐구 수업 모형을 적용한 6학년 ‘직육면체의 부피 구하기’ 수업이다. 본 연구에서는 편의상 직육면체의 겉넓이 구하기 수업 2편을 각각 수업 A와 수업 B, 직육면체의 부피 구하기 수업 2편을 각각 수업 C와 수업 D라고 지칭한다.

2. 자료 분석

선정된 수업을 비교 및 대조하기 위해, 앞서 기술한 문헌 검토를 바탕으로 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소를 반영한 분석틀을 개발하였다(교육과학기술부, 2008; NCTM, 2000; Reys et al., 2009). <표 1>과 같이 분석틀에서는 5가지 분석 요소 및 각 분석 요소에 따른 하위 분석 기준이 제시되어 있다.

분석 요소에는 내용적 측면을 고려하여 측정 활동의 필요성 인식과 측정 속성 인지 요소를, 과정적 측

면을 고려하여 측정 과정의 경험 및 측정 전략 공유의 요소를 포함시켰다. 또한 측정 영역이 일상생활과 밀접하게 연결되어 있다는 점을 고려하여 마지막 요소를 첨가하였다. 한편, 분석 기준에서는 좋은 수학 수업에 대한 비평적 고찰의 결과로 교사의 역할 뿐만 아니라 학생들의 역할도 강조될 필요성이 있다는 점을 감안하여 각 분석요소마다 교사와 학생들의 반응을 분석할 수 있는 기준을 구별하여 제시하였다. 이러한 분석요소들과 하위 분석 기준은 측정 수업에서 반드시 이루어져야 하는 활동으로 볼 수 있으며, 이러한 요소들이 수업에서 잘 구현된다면 측정 수업의 핵심적인 루틴이 잘 적용된 것으로 이해될 수 있을 것이다.

선정된 수업을 위의 측정 수업 분석틀을 이용하여 다음과 같이 두 가지 방법으로 분석하였다. 첫째, 초등 수학 수업 전문가 5명을 통한 분석을 실시하였다. 여기서 초등 수학 수업 전문가란, 현재 초등수학교육을 전공하는 박사 과정 중이거나 박사 학위를 받은 경력 10년 이상의 교사들을 말한다(연구자 제외). 이 전문가들은 본 분석 이전에 몇 편의 수업을 함께 분석해 보는 과정을 거쳤으며, 이 과정을 통해 <표 1>의 측정 수업 분석틀에 대한 이해를 도모하게 하였다. 실제 분석은 수업 전문가에게 연구 대상인 4편의 수업동영상을 온라인으로 보면서 분석 기준별로 각각의 항목이 수업에서 얼마나 잘 구현되고 있다고 생각되는지 5점

<표 1> 측정 수업 분석틀

분석 요소	분석 기준
I. 측정 활동의 필요성 인식	I-1 교사는 측정의 필요성을 인식할 수 있는 과제를 제시하고 측정하고자 하는 속성과 연결시킬 수 있는 기회를 제공하는가?
	I-2 학생들은 측정할 필요성을 인식하고 관련된 속성이 무엇인지 스스로 찾아내는가?
II. 측정 속성 인지	II-1 교사는 본 수업에서 다루는 측정 속성에 대한 이해를 지속적으로 강조하는가?
	II-2 학생들은 측정 속성이 무엇인지 이해하고 있는가?
III. 측정 과정 경험	III-1 교사는 일련의 측정과정을 경험할 수 있는 기회를 제공하는가?
	III-2 학생들은 일련의 측정과정을 이해하고, 능동적으로 참여하여 측정 전략을 개발하는가?
IV. 측정 전략 공유	IV-1 교사는 학생들이 스스로 측정전략을 공유하고 비교할 수 있는 기회를 제공하는가?
	IV-2 학생들은 스스로 측정 전략을 공유하고 여러 가지 측정 전략들을 비교하는가?
V. 측정 속성을 일상 생활과 연결	V-1 교사는 측정 속성을 일상생활과 관련시킬 기회를 제공하는가?
	V-2 학생들은 측정 속성을 일상생활과 연결시킬 수 있는가?

척도로 점수를 부여하게 하였다. 여기서 5점은 ‘매우 그렇다’이고 1점은 ‘매우 그렇지 않다’를 나타낸다. 각각의 분석 기준에 대한 전문가들의 평균 점수를 구하여 두 수업을 분석하는데 사용하였다. 한편, 5점 척도를 부여한 다음에는 수업 전문가에게 동일한 학습 주제를 다룬 두 수업을 전체적으로 비교분석하면서 두 수업의 공통점과 차이점에 대해서 자유롭게 기술하게 하였다. 이와 같은 수업 전문가에 의한 분석은 본 연구 결과의 신뢰도를 높일 수 있는 하나의 방법으로 기대된다.

둘째, 연구자들은 <측정 수업 분석틀>을 이용하여 각 기준별로 연구 대상의 수업에서 어떻게 구현되고 있는지를 면밀하게 분석하였다. 각각의 수업마다 분석 기준에 따라 연구자의 의견을 공유하면서 특히 왜 그렇게 생각했는지를 구체적인 수업 에피소드를 예로 들어 논의하는 과정을 거쳤다. 이와 같은 상세 분석은 두 수업의 미묘한 그러나 중요한 특성을 밝힐 뿐만 아

니라 위의 수업 전문가의 평정 척도 점수를 잘 설명할 수 있을 것으로 기대된다.

IV. 연구 결과

1. 수업의 전반적인 흐름

수업 분석에 대한 이해를 돕기 위해서 먼저 본 연구에서 선정된 두 세트의 수업을 개괄적으로 살펴본다. 두 수업은 각각 동일한 학습 주제를 동일한 수업 모형을 적용하여 계획했기 때문에 수업도 유사한 방향으로 전개되었다. 수업의 흐름은 네 수업 모두 원리 탐구 수업 모형에 따라 과제 제시, 학습 문제 유도, 다양한 해결 방법 탐색 및 해결, 해결 방법 공유, 원리 발견 및 형식화, 원리 적용의 순서로 진행되었다. <표 2>는 직육면체의 겉넓이 구하기 수업과 직육면체의 부피 구하기 수업의 흐름을 요약한 것이다.

<표 2> 수업의 흐름

	직육면체의 겉넓이 구하기		직육면체의 부피 구하기	
	수업 A	수업 B	수업 C	수업 D
자유 탐구 활동	<ul style="list-style-type: none"> 생활에서 문제 가져오기 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">선생님이 선물을 하기 위해 이 상자를 포장하려고 하는데 어떤 방법을 사용해야 포장지가 가장 적게 들까?</div> <ul style="list-style-type: none"> 학습문제 알아보기 겉넓이 약속하기 	<ul style="list-style-type: none"> 전시학습 상기 학습 장면 설정 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">선물을 포장해야하는데 포장지를 낭비하지 않고 상자를 포장하는 방법이 있을까?</div> <ul style="list-style-type: none"> 학습문제 파악 	<ul style="list-style-type: none"> 전시학습 상기 직육면체 부피 구하는 방법의 필요성 인식하기 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">부피 30cm³인 작은 직육면체 상자를 썩기나무로 쌓아보기</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">부피가 큰 직육면체 상자를 썩기나무로 쌓아보기</div> <ul style="list-style-type: none"> 학습문제 알아보기 	<ul style="list-style-type: none"> 전시학습 상기 동기유발 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">빈 봉투에서 직육면체 상자가 나오는 미술 시청</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;">부피와 관련된 동영상 시청</div> <ul style="list-style-type: none"> 학습문제 파악하기
학습할 원리와 관련한 조작 활동	<ul style="list-style-type: none"> 해결방안 탐색하기 다양한 해결방법 찾기 해결과정 검토하기 	<ul style="list-style-type: none"> 해결방법 찾기 해결방법 구체화하기 	<ul style="list-style-type: none"> 해결방안 탐색(소집단 토의) 썩기나무를 이용하여 문제를 해결해보고, 모듈별로 여러 가지 방법들을 비교해보기 	<ul style="list-style-type: none"> 썩기나무를 이용하여 문제 해결하기 썩기나무로 된 직육면체 그림을 보고 부피 구하기
탐구한 수학적 원리의 형식화	<ul style="list-style-type: none"> 해결과정 발표하기 타당성 검토하기 형식화하기 간편한 방법 생각해보기 	<ul style="list-style-type: none"> 나만의 해결방법 원리 발견하기 	<ul style="list-style-type: none"> 해결과정 발표하기 부피 구하는 방법을 형식화하기 형식화한 내용 발표하기 	<ul style="list-style-type: none"> 활동 결과 발표하기 직육면체 부피 구하는 방법 발표하기
익히기 및 적용	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결하기 학습내용 정리하기 	<ul style="list-style-type: none"> 익히기 및 놀이하기 알게 된 점 발표하기 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결하기 학습내용 정리하기 	<ul style="list-style-type: none"> 문제 해결하기 학습내용 정리하기

2. 초등 수학 수업 전문가의 분석 결과

우선 직육면체의 겉넓이 구하기 수업에 대한 전문가의 5점 척도 평균을 구한 결과는 <표 3>과 같다. 이를 살펴보면 수업 A의 경우 4.5~5.0의 점수 분포를 보인다. 이는 수업 A에서 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소들이 골고루 잘 구현되고 있음을 의미하며 특히 분석 요소 IV가 모두 5.0이라는 것은 교사와 학생 측면에서 측정 전략을 공유하고 비교하는 활동이 매우 잘 이루어지고 있다고 볼 수 있다. 이에 비해 수업 B의 경우 1.0~2.75의 점수 분포를 보이는데 점수 1이 '매우 그렇지 않다', 점수 3이 '보통이다'를 의미한다는 점을 염두에 두었을 때 이러한 점수 분포는 수업 B에서 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소들이 대부분 잘 구현되지 않고 있다고 해석할 수 있을 것이다. 특히 분석 요소 V의 경우 각각 1.5, 1.0의 점수가 나왔기 때문에 이 수업에서는 일상생활과 본 수업에서 다루었던 겉넓이라는 속성이 연결될 기회가 거의 없었다는 점을 나타낸다.

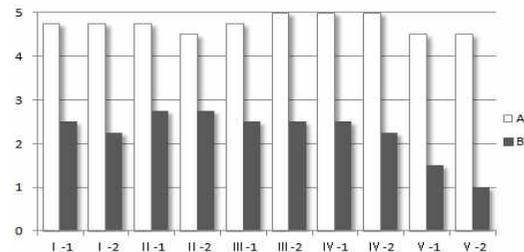
다음으로 직육면체의 부피 구하기 수업에 대한 전문가의 5점 척도 평균을 구한 결과는 <표 4>와 같다. 앞의 겉넓이 구하기 수업과 유사하게 점수 분포에 있

어서 큰 차이를 보였다. 수업 C의 경우 2개의 분석기준(I-2와 V-2)을 제외하고는 4.25~4.75의 점수 분포를 보이는데, 이를 통해 대부분의 요소들이 수업에서 잘 구현되고 있음을 알 수 있다. '보통이다'를 나타내는 3점대의 점수를 보이는 분석 요소 I-2와 V-2의 경우 모두 학생 측면임에 주의할 필요가 있다. 즉, 교사가 측정활동에 필요한 과제를 제시하고 일상생활과 연결시킬 기회를 제공했지만 학생들의 인식이나 참여가 이에 충분히 미치지 못했음을 의미한다. 한편 수업 D의 경우 점수 분포가 1.25~1.75를 보이는데 이는 대부분의 요소들이 수업에서 거의 구현되지 않았음을 나타낸다.

한편, 두 수업에 대한 이러한 5점 척도 결과의 일관성은 두 수업의 공통점과 차이점에 대한 서술에서도 비슷하게 드러났다. <표 5>는 5명 수업 전문가의 서술에서 공통적으로 제시된 것을 요약한 것이다. 직육면체의 겉넓이 구하기 수업의 경우, 전문가들은 두 수업이 선물 상자 포장이라는 동일한 맥락의 과제를 사용했다는 점과 학생들의 해결 전략을 공유했다는 공통점이 있으나, 과제를 통해 측정할 속성을 생각해 보게 하는 측면과 다양한 전략을 도출하고 비교하는 측면에서 차이가 있다는 점을 지적하였다. 한편, 직육면체의

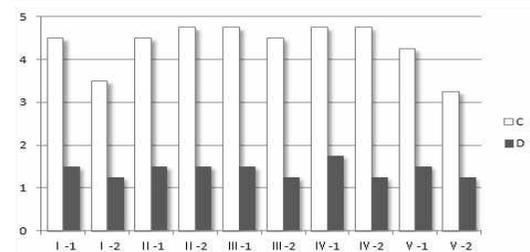
<표 3> 직육면체의 겉넓이 구하기 수업에 대한 전문가들의 채점 결과

수업 \ 항목	I-1	I-2	II-1	II-2	III-1	III-2	IV-1	IV-2	V-1	V-2
수업A	4.75	4.75	4.75	4.5	4.75	5.0	5.0	5.0	4.5	4.5
수업B	2.5	2.25	2.75	2.75	2.5	2.5	2.5	2.25	1.5	1.0
점수차	2.25	2.5	2.0	1.75	2.25	2.5	2.5	2.75	3.0	3.5



<표 4> 직육면체의 부피 구하기 수업에 대한 전문가들의 채점 결과

수업 \ 항목	I-1	I-2	II-1	II-2	III-1	III-2	IV-1	IV-2	V-1	V-2
수업C	4.5	3.5	4.5	4.75	4.75	4.5	4.75	4.75	4.25	3.25
수업D	1.5	1.25	1.5	1.75	1.5	1.25	1.75	1.25	1.5	1.25
점수차	3.0	2.25	3.0	3.0	3.25	3.25	3.0	3.5	2.75	2.0



부피 구하기 수업의 경우 아무도 수업의 흐름 이외에 분석 요소와 관련된 사항에 대한 공통점을 언급하지 않았다.

3. 측정 수업 분석들에 의한 상세 분석

가. 측정 활동의 필요성 인식

우선 교사가 측정의 속성을 인식시킬 수 있는 과제를 제시했는지와 관련하여 살펴보면 길넓이 구하기 수업의 경우 두 수업 모두 직사각형의 선물 상자를 포장하려고 하는데 포장지를 가장 적게 들어 포장하는 방법을 학생들에게 물어서 길넓이라는 개념과 연결시키도록 유도하고 있다. 하지만 과제 제시 후 수업 A의 교사는 과제를 해결하기 위해 상자의 겉에 있는 면의 넓이를 구할 필요가 있음을 학생들로부터 끌어낸 다음 여러 측정 속성 중 길넓이라는 측정 속성과 연결시켰다. 이와 달리 수업 B의 교사는 제시한 슬라이드에 ‘필요한 포장지의 양=상자의 ()’이라고 보여주면서 괄호 안에 어떤 말이 들어갈지 질문했고, 한 학생이 길넓이라고 대답하자마자 교사는 ‘맞다’고 하면서 길넓이가 무엇인지 설명하고 이번 시간에 측정할 속성이 무엇인지 직접적으로 안내했다.

직육면체의 부피 구하기 수업의 경우 수업C는 <에피소드 1>과 같이 측정하고자 하는 직육면체의 부피가 커질 경우 단위부피를 일일이 쌓아서 구하기가 어려우므로, 좀 더 편리한 측정 방법이 필요하다는 것을 학생들이 스스로 인식하도록 하였다.

<에피소드 1> 수업C에서 측정의 필요성을 인식하도록 유도하는 과정

교사: 이 시간에 우리가 1cm를 이용하는 이유가 있습니다. 뭐 할라고 이용할까요?

학생1: 1cm로 입체도형의 부피를 알아보려고 합니다.

교사: 이번에는 각자 1번 상자(직육면체)를 꺼내서 쌓기 나무를 가지고 똑같이 한번 쌓아보도록 하겠습니다. 시간은 40초 주도록 하겠습니다. 준비되었나요?

학생들: 네

교사: 시작! (40초 뒤) 다 쌓은 사람!

학생들: (아무도 대답이 없다.)

교사: 시간이 부족합니까? 그럼 선생님이 한 15초 더 주도록 하겠습니다. 자, 준비, 시작! (15초 뒤) 이 직육면체 상자의 부피는 얼마일까요?

학생2: 네, 30cm입니다. 왜냐하면 1cm가 30개가 들어갔기 때문입니다.

교사: 자, 이번에는 3번 직육면체 상자를 모듬끼리 쌓아보겠습니다. 시간은 40초 주도록 하겠습니다. 자, 준비, 시작! (40초가 흐른 뒤) 다 쌓은 모듬? 물론 없을 것입니다. 굉장히 쌓기가 힘들어. 하지만 선생님은 간단하게 부피를 구하는 방법을 알고 있는데... 어떻게 구하는지 이번 시간에 한번 알아보겠습니다. 자, 그렇다면 오늘 이 시간에 배울 학습 문제를 한번 찾아보도록 하겠습니다. 한번 개인별로 적어봅시다.

학생3: 이번 시간에는 직육면체의 부피를 구하는 방법에 대해 공부할 것 같습니다.

이와 달리 수업D에서는 학습목표와 관련 없는 마술이나 노래의 단순 흥미유발식의 수업전개로 측정활동의 필요성을 느낄 기회가 없었다. 좋은 측정 수업이 되기 위해서는 측정의 필요성을 인식하고 과제와 관련



<표 5> 초등 수학 수업 전문가들이 서술한 공통점과 차이점

수업	직육면체의 길넓이 구하기	직육면체의 부피 구하기
공통점	<ul style="list-style-type: none"> • 동일한 과제(선물 상자 포장)를 사용함. • 학생들의 해결 전략을 공유함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 수업의 흐름이 유사함.
차이점	<ul style="list-style-type: none"> • 수업A의 경우 제시한 과제의 해결방안을 찾아봄으로써 자연스럽게 길넓이 측정이 이루어지도록 한 반면, 수업B는 ‘필요한 포장지를 찾는 것이 길넓이를 구하는 것이다’라며 교사가 문제 해결방안을 제시함. • 수업A의 경우 학생들의 다양한 전략을 공유하고 비교하게 하였으나, 수업B의 경우 미리 정한 3가지 방법을 주고 더 다양한 전략을 끌어내지 못함. 	<ul style="list-style-type: none"> • 수업C는 단위부피를 이용하여 구하기, 가로×세로×높이, 밑넓이×높이 등을 이용하여 학생들이 부피 구하는 방법을 생각하고 경험하게 함. 반면 수업D는 학습 목표 및 내용의 핵심과 무관한 마술을 하거나 퀴즈를 낸 뒤 거의 교과서 문제 해결이 위주였음. • 수업C는 모듬별로 해결방법을 찾고 공유, 비교하는 활동을 한 반면, 수업D는 단순 문제 해결 활동이 많았음.

된 측정의 속성이 무엇인지 분류해낼 수 있어야 하므로, 비교한 두 세트의 수업은 측정 활동의 필요성 인식이라는 측면에서 보면 많은 차이가 있다고 할 수 있다.

나. 측정 속성 인지

본 수업에서 다루는 측정의 속성이 무엇인지 이해하는 것은 측정 수업에서 매우 중요하다. 직육면체의 겹넓이 구하기 수업의 경우 가장 기본적인 측정의 속성은 ‘넓이’인데, 수업A의 교사는 처음 수업을 시작하면서 직육면체의 성질을 탐색하는 과정에서 면, 직사각형, 합동, 평행 등을 인식시킴으로써 넓이를 구할 때 어떤 점에 초점을 두어야 하는지 학생들이 염두하도록 하고 있다. 또한 색깔을 각각 구별한 펠트지로 상자의 겹면을 덮고 뺄 수 있게 함으로써 겹넓이라는 속성과 옆넓이, 밑넓이에 대해 시각적이고 직관적으로 인식할 수 있도록 돕고 있다. 수업B의 교사도 겹넓이에 대해 지도하기는 했지만 속성을 다루기보다 겹넓이를 구하기 위해 어떻게 해야 하는지 그 절차에 초점을 맞추었다.

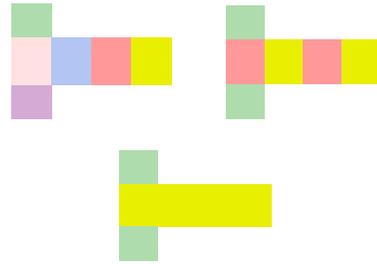
직육면체의 부피 구하기 수업의 경우, 수업C에서는 부피의 기본 단위인 1cm^3 를 정의해보고 이것으로 직육면체 안을 채워봄으로써 부피가 무엇인지 명확히 인식시키고 있다. 반면 수업B의 교사는 부피라는 측정 속성에 대한 탐구 과정 없이 부피를 구하는 방법을 찾는 데 치중하고 있어, 처음에 교사가 제시한 공식을 그대로 적용하여 문제를 푸는데 초점을 맞추었다. 또한 다양한 동영상자료, 프리젠테이션, 활동을 도입했지만 이러한 것들이 부피 개념과 거의 연결되지 않았다.

측정 도구를 활용하거나 공식에 의존하여 측정값을 알기 전에 속성을 이해할 수 있는 비형식적 경험을 충분히 가지는 것이 중요하므로, 분석 대상 수업에서의 학습 목표인 직육면체의 겹넓이나 부피를 구하기 위해서는 우선 측정 속성인 겹넓이나 부피가 무엇인지 이해할 수 있는 기회를 학생들이 가지는 것이 중요하다고 생각된다.

다. 측정 과정 경험

측정 과정의 경험 측면에서 수업 A와 B를 살펴보면, 두 수업 모두 교사가 학생들에게 측정 전략을 개발하기 위한 자료를 제시하고 있다. 그러나 두 수업에

서 제시된 학습 자료는 학생들의 측정 과정 경험과 관련지어 보았을 때 질적인 차이가 있다. 수업 A에서는 모듈별로 크기가 다른 실제 과자 상자와 전개도를 제시함으로써 학생들이 스스로 측정 전략을 생각하여 개발할 수 있게 하였다. 이에 비해 수업 B에서는 교사가 [그림 1]과 같이 지나친 힌트가 포함된 학습 자료를 학생들에게 제시함으로써 교사의 의도대로 학생들이 전략을 개발하도록 유도하는 데 그쳤다. 이렇듯 지나치게 구조화된 자료 제시는 결국 학생들이 스스로 전략을 개발할 기회를 가지지 못하게 했다고 볼 수 있다.



[그림 1] 수업 B에서 교사가 제시한 자료

또한 두 수업에서 학생들이 직육면체의 겹넓이 구하는 활동을 하였는데, 수업 A에서는 실제 직육면체의 모서리 길이를 재서 겹넓이를 측정한 반면에 수업 B에서는 학생들이 직접 측정하는 과정 없이 교과서의 익히기 문제를 해결하는 것으로 그쳤다. 또한 학생들의 전략 개발을 돕기 위한 교사의 발문을 보면, 수업 A에서는 교사가 “그 다음은 어떻게 하면 될까?”, “이 면은 뭐라고 부를 수 있을까?”와 같은 발문을 활용하여 학생 스스로 전략을 개발하도록 했다. 반면 수업 B에서는 교사가 자료 활용 방법을 직접적으로 알려주거나 “아니지!”와 같은 직접적인 평가에 이어 지시적인 말을 많이 사용하는 경향이 짙었다.

한편, 직육면체의 부피구하기 수업을 살펴보면, 수업 C에서는 교사가 주어진 직육면체의 부피를 구하는 방법에 대하여 학생들이 가장 편리한 전략을 스스로 탐구할 수 있는 기회를 제공하였다. 이에 비해 수업 D에서는 교과서에 제시된 쌓기 나무 그림을 보고 쌓기 나무의 개수를 헤아려 가로, 세로, 높이를 구하고 이를 이용하여 부피를 계산하는 활동을 하였는데 학생들이 스스로 탐구하는 것이 아니라 주어진 교과서 문제를

그대로 따라하는 수준이었다. 또한 교사는 “각 층에는 24개의 쌓기 나무가 있고, 총 2개의 층이 있으므로 모두 48개의 쌓기 나무가 있는 것이다. 그래서 부피는 48cm가 되겠죠.”라고 말하면서 교사가 먼저 측정 전략을 제시하기도 하였다. 이런 측면에서 학생들이 직육면체의 부피 구하기에 대한 측정 전략을 스스로 이해하고 개발하기보다는 교사나 교과서의 전략을 수동적으로 따라가는 정도였다.

라. 측정 전략 공유

측정 전략의 공유 측면에서 살펴보면, 겹넓이 구하기의 수업에서는 수업 A, B 모두 교사가 모둠 또는 전체 발표를 통해 학생들의 다양한 측정 전략을 공유할 기회를 제공하였다. 그러나 다양한 측정 전략을 서로 비교해보고 쉽고 편한 전략이 무엇인지, 왜 그런지 설명하는 과정을 경험해 보는 활동에서는 차이가 드러났다. 수업 A의 교사는 “다음에 직육면체의 겹넓이를 구한다면 어떤 방법으로 할 건가요?”라고 질문하여 학생들이 여러 측정 전략들을 비교해 볼 기회를 제공했다. <에피소드 2>에 제시한 바와 같이 교사는 한 가지 방법에 치우치지 않고 각각의 방법을 선호하는 학생들의 의견을 고르게 들어보았으며, 그 방법이 왜 좋은가에 대해서도 발표하게 함으로써 효율적인 측정 방법에 대해 학생들이 논리적으로 생각할 기회를 제공하였다. 또한 발표한 학생들 중에 가장 많이 선호한 방법에 대해서 전체 학생들을 대상으로 그 방법을 자세히 살펴보는 기회를 가졌다. 수업 B의 교사는 익히기 문제를 해결할 때 학생들에게 편한 방법으로 해결하라고 얘기했으나 한번 간단히 이야기해보는 수준에 그쳤을 뿐, 측정 전략들을 비교하고 그 이유를 논리적으로 설명할 기회를 제공하지는 못했다. 또한 겹넓이를 옆넓이와 밑넓이의 합으로 구하는 전략에 대해 “이건 느낌이 어떻습니까? 쉽죠? 그래요, 좀 그런 면이 있습니다.”라고 말함으로써 학생들이 스스로 전략을 비교하도록 하기보다는 교사가 학생들의 의견에 대해서 자신의 판단을 성급히 언급해 버리는 경향이 있었다.

<에피소드 2> 수업A의 교사가 측정전략을 비교하도록 유도하는 과정

교 사: 이렇게 방법 1, 2, 3, 4까지 나왔는데, 그러면 여러분들이 다음에 선생님처럼 직육면체의 겹넓이를 구해야한다면 어떤

방법으로 구할까? 자기 생각을 한번, 난 이런 방법을 선택했는데 왜 그런지 이유도 한번 얘기해 보세요.

학생1: 네, 저는 방법1을 선택하겠습니다. 그 이유는 방법 2, 3이 계산이 너무 많아서 계산의 착오가 있을 수 있고 방법4는 전개도를 이용해야 하는 불편함이 있습니다. 방법1은 계산이 적어 오차가 날 위험이 적기 때문입니다.

교 사: 그래. 오차가 위험이 날 확률이 적다. 또 다른 거? 난 또 다른 방법을 선택하겠다?

학생2: 저는 방법3을 선택하겠습니다. 복잡하긴 하지만, 계산기를 두드릴 수도 있고 그냥 노력을 하다 보면 답이 나올 수도 있기 때문입니다.

교 사: (웃으며) 아, 딱 하다보면 나온다. 오케이. 그럼 또 다른 방법, 저는 또 해보니까 다른 것을 선택하고 싶습니다하는 사람?

학생3: 저는 방법3을 선택하겠습니다. 왜냐하면 방법3이 익숙하기 때문에 풀기 쉬울 것 같습니다.

교 사: 어, 익숙하기 때문에. 그럼 방법1과 3을 하겠다는 학생이 나왔는데, 나는 다른 방법으로 하겠다 하는 사람?

학생4: 저는 방법2를 선택하겠습니다. 왜냐하면 예를 들어 밑면과 옆면이 구분지어 있기 때문에 옆면의 모서리를 제어서 옆면의 넓이를 구하고 그리고 나서 두 밑면의 넓이를 구하면 편할 것 같기 때문입니다.

교 사: 아, 그래? (다른 학생들이 이어서 손을 들자 지명한다.)

학생5: 저는 [학생4]와 같은 생각입니다. 왜냐하면 [학생4]가 말한 대로 밑면과 옆면으로 나누어서 계산하면 훨씬 더 빨리 계산할 수 있기 때문입니다.

학생6: 저는 모든 방법이 다 같다고 생각합니다. 왜냐하면 모든 방법이 다 모서리와 높이를 알아야 하고 곱셈이 필요하기 때문입니다.

학생7: 저는 방법 2를 선택하겠습니다. 다른 방법보다 더 편리하게 구할 수 있기 때문입니다.

교 사: 잘했어요. 세 명의 친구가 직육면체 겹넓이를 구하는 데 두 번째 방법을 이용하고 싶다고 했어요. 그러면 우리가 두 번째 방법에 대해서 조금만 더 자세히 살펴보도록 합시다.

한편, 직육면체의 부피 구하기에 관한 두 수업에서, 수업 C는 쌓기 나무를 가지고 처음에 생각한 직육면체의 부피 구하는 방법과 이후 수정된 방법을 비교하여 왜 그렇게 전략을 바꾸었는지, 새로운 전략의 편리한 점이 무엇인지를 적어보게 하여 전략을 서로 비교하도록 하였다. 또한 학생들에게 모둠별 측정 전략을 전체 학생들에게 발표할 기회를 주어 학생들의 다양한 생각을 공유할 수 있도록 하였다. 그러나 수업 D에서는 교사가 쌓기 나무로 만든 직육면체 그림을 제시하고 가

로, 세로, 높이를 각각 구한 후 부피를 알아보는 문제를 해결하도록 하였는데, 이는 주어진 문제에서 직육면체 부피를 구할 때에는 가로, 세로, 높이를 이용한다는 힌트가 제시되어 있다고 볼 수 있다. 또한 교사는 학생이 탐구할 시간을 주지 않고 밑넓이를 구한 후 높이를 곱한다는 전략을 미리 설명해 주어서, 학생들은 교사가 제시한 전략을 문제해결에 그대로 적용하는 정도에 그쳤다. 이로 인해 학생들은 자신의 측정 전략을 공유하고 비교할 수 있는 기회를 제대로 가지지 못했다고 볼 수 있다.

마. 측정을 일상생활과 연결

측정과 일상생활과의 연결 측면에서 수업 A, B를 살펴보면, 두 수업 모두 교사가 상자의 포장지와 관련하여 겹넓이에 관한 과제를 제시하였다는 점이 눈에 띈다. 그러나 학생들이 측정 과정을 경험하고 나서, 그 측정 경험을 실제 생활과 연결시키는 측면에서는 차이가 드러났다. <에피소드 3>과 같이 수업 A에서 교사는 “오늘 배운 내용이 실제 생활에서 어떻게 쓰일까요?”라는 질문을 통해 학생들이 배운 측정 과정을 일상생활과 연결시켜 생각할 수 있도록 하였다. 이에 비해 수업 B에서는 배운 내용을 실제 생활에 어떻게 활용할 수 있는가에 대하여 생각해 볼 기회를 주지 않고 수업이 마무리되었다.

한편, 직육면체의 부피 구하기에 관한 수업을 보면, 수업 C에서는 교사가 아이스박스, 종이 상자와 같은 실제 물건을 제시하고 가로, 세로, 높이의 구체적인 수치를 제시하고 부피를 구해보게 하였다. 이 후 계산된 결과값이 물체가 공간에서 차지하는 크기임을 인식시킨 다음 실제 생활에서 부피가 이용된다는 것을 언급하였다. 이에 비해 수업 D의 활동은 교과서에 제시된 문제를 보고 공식을 이용하여 부피를 계산해 보는 것이 대부분으로, 학생들이 부피 개념을 실생활과 연계할 수 있는 기회는 주어지지 않았다.

<에피소드 3> 수업 A에서 직육면체의 겹넓이 구하는 방법을 실생활과 연결지어 생각하도록 유도하는 과정

교 사: 직육면체 겹넓이가 우리 생활에 어떻게 이용될까?

학생1: 선물 포장할 때 쓰입니다.

교 사: 맞아요. 선물포장 할 때, 동건이!

학생2: 종이로 보관할 수 있는 상자를 만들 때 쓰입니다.

교 사: 상자를 만들 수 있어요. 맞습니다. 발표가 많아서 일단 선생님이 만든 자료를 같이 보면서 얘기합시다. (과워포인트 자료를 보여주면서) 자...이 무엇을 하는 장면이죠?

학생들: 물건 포장하는 거요.

교 사: 그래요. 실제 물건을 포장할 때에도 쓰입니다. (다른 그림을 보여주며) 이 그림은 왜 나왔을까요?

학생3: 빌딩 겹면에 유리를 붙이려면 필요한 유리가 어느 정도인지 알아야 합니다.

교 사: 그래요. 지난번에 우리 학교 주변에서도 건물을 지으면서 대리석을 짓는 것을 봤죠? 그냥 대리석을 막 붙일 수는 없죠? 필요한 만큼 하려면, 이 건물은 무슨 모양이죠?

학생들: 직육면체요.

교 사: 그래요. 건물이 직육면체이니까 직육면체 겹넓이를 알아야겠죠. (다른 그림을 보여주며) 이것은 포장 상자예요. 오늘 공부한 내용을 잘 생각하면서 우리 주변에서 볼 수 있는 상자 중에서 하나를 골라서 겹넓이를 구해서 옵니다. 이것이 오늘 과제입니다.

측정은 수학의 타 영역에 비해 일상생활과 긴밀하게 연결되어 있기 때문에 학생들이 수학의 유용성을 이해하는 데에 도움이 된다. 이런 측면에서 분석 대상의 수업 중 B와 D에서는 교사가 이러한 측정 영역의 특성을 수업 계획 및 실행 단계에서 별반 염두에 두지 않았기 때문에, 결과적으로도 학생들이 수학의 유용성을 생각해 볼 수 있는 기회가 거의 없었다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 좋은 수학 수업에 대한 선행 연구 고찰을 통해 영역별 특성을 감안한 분석의 필요성을 도출하였고, 구체적으로 측정 수업을 대상으로 측정 영역의 핵심 교수·학습 요소가 반영된 분석틀을 활용하여 초등학교 우수 수학 수업 동영상 분석틀을 개발하였다. 분석 대상 수업의 편수가 적다는 제한점은 있으나 이론적 배경을 토대로 한 분석틀과 수업에 대한 면밀한 분석을 통하여 부족하나마 좋은 수학 수업에 대한 기존의 관점을 확장하는 데 기여할 수 있을 것으로 기대된다. 여기서는 주된 연구 결과를 바탕으로 결론 및 시사점을 생각해 본다.

첫째, 분석 대상으로 선정된 두 세트의 측정 수업을 분석한 결과 수업들 간의 의미 있는 차이를 발견할 수 있었다. 직육면체의 겹넓이를 다룬 두 수업의 경우 수

업 A는 4.5~5점, 수업 B는 1~2.75점의 분포를 나타내고 있었으며 각 분석 요소에 대한 수업 간 점수 차이가 평균 2.5점이었다. 직육면체의 부피에 관한 수업에서도 수업 C는 3.25~4.75점, 수업 D는 1.25~1.75점의 분포를 보였으며 각 분석 요소에 대한 수업 간 점수 차이가 평균 2.9점으로 나타났다. 5점 척도에서 3점이 '보통'을 의미하기 때문에 결과적으로 수업 B와 수업 D에서는 측정 수업의 핵심 교수·학습 요소들이 제대로 구현되고 있지 않다고 해석할 수 있다. 이를 통해 두 수업이 동일한 주제와 학습 모형을 적용한 수업이라고 하더라도 측정 영역에서는 모두 좋은 수업이라고 할 수 없다.

특히, 본 연구에서 분석된 수업들은 각 지역교육청에서 선정된 초등 우수 수업이었음에 주목할 필요가 있다. 각 교육청에서는 수업 설계, 학습 목표, 학생 활동, 교수 기술, 발문, 교수 자료 등과 같은 항목을 포함하여 초등학교 전 교과 수업, 또는 수학과와 모든 영역에 적용될 수 있는 수업 분석틀을 이용하여 우수 수업을 선정한다(Pang, 2009). 실제 본 연구에서 분석된 우수 수업 동영상 4편은 모두 이러한 항목들의 대부분을 수업에서 구현하고 있었다. 강조하건대 본 연구는 우수 수업 사례 선정이 잘못되었다거나 평가자의 전문성에 이의를 제기하려는 것이 아니다. 본 연구에서 밝힌 것은 초등 교과 전반을 아우르는 수업 분석틀에 제시된 항목들 및 평가 요소들로는 좋은 '수학' 수업을 구별하는 데 한계가 있다는 점과, 더 나아가 수학의 내용 영역별 특성이 반영되지 않은 경우 예를 들어 좋은 측정 수업을 보장할 수 없다는 점이다.

본 연구에서 측정 수업의 핵심적인 양상의 구현 정도를 분석하기 위해서 문헌 고찰을 통해 측정 활동의 필요성 인식, 측정의 속성 인지와 같은 인지적 측면뿐만 아니라 측정 과정의 경험, 측정 전략 공유와 같은 과정적 측면, 일상생활과의 연결성에 대한 요소들을 고려하여 분석함으로써 두 수업의 의미 있는 차이를 구별해 낼 수 있었다. 이런 측면에서 수업을 분석할 때 수학의 내용 영역을 고려하여 해당 영역에서 지도해야 할 핵심 교수·학습 요소들을 반영한 분석틀을 고안하고 이를 바탕으로 수업을 면밀히 분석할 필요가 있다고 생각된다.

둘째, 본 연구에서 활용한 측정 수업의 분석틀에서 각 분석 요소마다 교사와 학생으로 나누어 세분화하였

다. 수업 A와 수업 C의 전문가 수업 분석 결과를 살펴보면 교사와 학생 모두 높은 점수를 보인 반면, 수업 B와 수업 D는 이와 반대로 교사와 학생 모두 점수가 낮다. 수업을 계획하고 실행하는데 있어서 교사의 전문성이 큰 역할을 한다는 점을 염두에 두었을 때(Ball & Forzani, 2009; Li & Kaiser, 2011), 수업 B와 수업 D에서 보인 학생의 낮은 점수는 교사가 어느 정도 영향을 끼친 것으로 볼 수 있다. 따라서 초등학교에서 좋은 수학 수업을 구현하기 위해서 일반적인 좋은 수학 수업에 대한 이해뿐만 아니라 특정 수학 영역의 핵심 교수·학습 요소들이 무엇인지에 대한 교사의 이해가 중요하다고 생각된다.

본 연구는 4편의 측정 수업에 대한 면밀한 분석을 토대로, 수업을 분석할 때 수학 내용 영역의 특수성을 고려할 필요가 있음을 강조하였다. 구체적으로 본 연구에서 활용된 측정 수업의 분석틀에 사용된 요소들은 측정 영역의 '핵심적인 루틴'을 이룬다고 볼 수 있을 것이다(Franke et al., 2007). 본 연구를 바탕으로 측정 영역의 다른 수업을 대상으로 수업 간의 의미 있는 차이를 구별해 낼 수 있는지 측정 수업 분석틀을 지속적으로 점검해 볼 필요가 있을 것이다. 끝으로 수학 수업 분석에서 영역 특수성을 감안할 필요성에 주목하여 측정 이외의 다른 수학 영역과 관련해서도 수업 분석틀이 개발되고 이를 통해 각 영역별로 좋은 수학 수업에 대한 이해를 강화할 필요가 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2008). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과. 서울: 대한교과서주식회사.
- (2011). 초·중등학교 교육과정 (교육인적자원부 고시 제2011-361호, 별책8). 서울: 대한교과서주식회사.
- 방정숙 (2010). 초등학교 수학 수업의 평가 기준 개발. 한국교육대학교 교육연구원 보고서: 교실친화적 교육실습 프로그램 개발.
- 송상헌 (2000). 초등학교 수학교실에서의 좋은 수업 구현을 위한 몇 가지 권고, 경인교육대학 과학교육연구소 학술지, 12, 29-49, 인천: 경인교육대학 과학교육연구소.

- 장윤정, 방정숙 (2011). 초등학교 수학 우수 수업 동영상에 대한 실태분석, 청람수학교육연구, **3(1)**, 58-73.
- 최승현 (2002). 학교 교육 내실화 방안 연구: 수학과 교육 내실화 방안 연구-좋은 수업 사례에 대한 질적 접근, 한국교육과정평가원, 연구보고 RRR 2002-4-3.
- 하수현, 방정숙, 주미경 (2010). 초등수학교육 연구동향: 최근 5년간 게재된 국내 학술지 논문을 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **49(1)**, 67-83.
- 황혜정 (2011). 수학 수업의 교사 지식에 관한 평가요소 탐색: 교수·학습 방법 및 평가를 중심으로. 한국교육학회논문집, **14(3)**, 241-263.
- Ball, D. L., & Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, **60(5)**, 497-511.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, **59(5)**, 389-407.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- _____. (2007). *Mathematics teaching today*. Reston, VA: The Author.
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2009). *Helping children learn mathematics*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Cai, J., Wang, T., Wang, N., & Garber, T. (2009). Studying effective teaching from teachers' perspectives. In J. Cai, G. Kaiser, B. Perry, & N.-Y. Wang (Eds.), *Effective mathematics teaching from teachers' perspectives: National and cross-national studies* (pp.303-317). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Clarke, D., Emanuelsoon, J., Jablonka, E., & Mok, I. A. C. (Eds.) (2006). *Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world*. Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In K. Frank(Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.225-256). Charlotte, NC: Information Age.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, Conn: Yale University Press.
- Li, Y., & Kaiser, G. (Eds.). (2011). *Expertise in mathematics instruction*. New York: Springer.
- Lin P-J. & Li, Y. (2011). Expertise of mathematics teaching valued in Taiwanese classrooms. In Y. Li & G. Kaiser (Eds.), *Expertise in mathematics instruction: An international perspective* (pp. 263-291). New York: Springer.
- Pang, J. S. (2009). *Good mathematics instruction in south korea*. ZDM Mathematics Education, **41(3)**, 349-362.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: NCTM.

An Analysis of Good Mathematics Instruction by Key Instructional Elements of Measurement

Pang, JeongSuk

Korea National University of Education
Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail : jeongsuk@knue.ac.kr

Kim, JeongWon

Graduate School of Korea National University of Education
Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail : nymph019@daum.net

Kim, HyeJeong

Graduate School of Korea National University of Education
Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail : yellowbread@naver.com

Considerable efforts have been attempted to identify what makes high-quality mathematics instruction, including diversity and variability across different educational systems and cultural contexts. As the instructional elements related to effective mathematics teaching can be commonly applied to different content domains, they may be efficient in selecting such teaching. However, such elements may not reflect on the specific but essential features of each domain.

This paper compared and contrasted two sets of measurement teaching practices, which were recognized as good instruction, in terms of how the key elements of measurement domain were implemented. As such this paper is expected to accumulate significant knowledge about elements of effective mathematics instruction that are specialized in a particular content domain of measurement. This paper suggests that domain-specific approach be considered in studying good mathematics teaching.

* ZDM Classification : C70

* 2000 Mathematics Classification : 97D40

* Key Words : good mathematics instruction, analytic framework of measurement instruction, key instructional elements, elementary mathematics instruction