

전기 임피던스 단층촬영 기법에서 효과적인 초기치 설정을 통한 상 경계 추정

Phase boundary estimation with effective initial guess in electrical impedance tomography

김 봉 석*, 김 신**, 김 경 연****

Bong Seok Kim*, Sin Kim**, Kyung Youn Kim****

Abstract

In the phase boundary estimation problem, the estimation performance depends on the initial guess. However, there is no information on the number of bubbles and those positions for the initial guess in real flows. Therefore, it is very important to set appropriate initial guesses from prior information. In this paper, in order to set initial guesses for estimating the phase boundaries in two-phase flows, first, unknown resistivity distribution was estimated using the difference reconstruction method. After that, an adaptive threshold value was automatically computed using intermodes method. Based on this value, the number of bubbles and the initial position were determined. The numerical experiments have been performed to evaluate the estimation performance of the proposed method.

요 약

상 경계 추정 문제에서는 초기치에 따라 그 추정성능이 달라질 수 있다. 하지만 실제의 유동 공정에서는 초기치 설정을 위한 기포의 개수와 개략적인 위치 정보를 알 수가 없기 때문에, 초기치 설정 문제는 더욱 중요하다. 따라서 이 논문에서는 상 경계 추정을 위한 초기치 설정을 위해 우선 차이(difference) 복원 방법을 사용하여 미지의 저항률 분포를 추정하고, 중간모드(intermodes) 방법을 사용하여 적응 문턱치를 자동으로 계산하였으며, 이를 바탕으로 기포의 개수와 초기 위치를 결정하였다. 이로써 잡음이 존재하는 경우에도 기포의 상 경계를 잘 추정할 수 있는 방법을 개발하였다. 이에 몇 가지 시나리오를 설정하고 모의실험을 통해 제안한 방법의 상 경계 추정성능을 평가하였다.

Key words : electrical impedance tomography, boundary estimation, adaptive threshold, prior information

* 濟州大學校 原子力科學技術研究所

** 濟州大學校 에너지工學科

*** 濟州大學校 電子工學科

★ 교신저자 (Corresponding author)

※ 이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 [No. 2010-0014962]

接受日: 2012年 07月 12日, 修正完了日: 2012年 08月 17日

掲載確定日: 2012年 08月 20日

1. 서론

열 교환기와 연소 시스템 등 여러 산업 공정에서 액체-가스(liquid-gas) 또는 액체-증기(liquid-vapor)와 같은 이상 유동(two-phase flow)이 빈번히 발생된다[1]. 그러므로 시스템의 설계와 안전 운전을 위해서는 공정 관내에서 발생하는 유동 현상에 대한 정확한 이해가 필요하다. 따라서 이상 유동 혼합을 가시화하

기 위해 감마 밀도 측정법[2]과 초음파 영상기법[3] 및 EIT(electrical impedance tomography)[4] 등 여러 비침투식 방법들이 개발되었다. 특히, EIT는 인체에 무해하고 설계비용이 낮고 순간 해상도가 우수함으로, 빠른 천이과정의 유동 공정을 모니터링 하는데 유용하다.

EIT는 관심 대상체의 바깥 경계면에 부착된 전극들을 통해 전류를 주입하고 유기되는 전압을 측정함으로써, 내부의 도전을 분포 또는 저항률 분포를 추정하고 영상으로 복원하는 방법이다[5]. EIT는 빠른 유동을 모니터링하기에 유용하지만, 역문제의 비선형과 부정치성(ill-posedness)으로 인해 공간 해상도가 여전히 낮다. 이런 단점을 해결하기 위해 통상적으로 조정(regularization) 방법이나 사전 정보(prior information) 등을 이용한다[6]. 특히, 도메인의 배경(background)과 기포(bubble)의 저항률 값들을 사전에 알고 있다고 가정하면, EIT 문제를 저항률 분포의 추정 문제에서 상 경계(phase boundary)의 추정 문제로 해석할 수 있다.

따라서 도메인 내의 상 경계를 푸리에(Fourier) 급수로 표현하고 역문제 알고리즘을 이용하여 푸리에 계수를 추정함으로써, 기포의 위치와 모양과 크기 정보를 알 수 있다[7]. 상 경계 추정 문제에서는 초기치 설정이 중요한데, 기존 대부분 방법들은 도메인에 존재하는 기포의 개수를 미리 가정하여 문제를 푼다. 그리고 경우에 따라 기포들의 경계 근처에 초기치를 설정하여 추정 알고리즘을 실행한다. 하지만 실제의 유동 공정에서는 그 개수와 개략적인 위치 정보를 알 수가 없다. 따라서 초기치 문제를 해결하기 위해 참고문헌[8]에서는 우선 Gauss-Newton(GN) 방법을 사용하여 개략적인 저항률 분포를 추정하고, 고정 문턱치(threshold value)를 사용하여 기포의 개수를 추정하였다. 그리고 초기 기포의 모양을 원으로 가정하여 상 경계를 추정하였다. 하지만 고정 문턱치를 사용하면 잡음이 존재하는 등 경우에 따라 기포의 개수 추정이 달라지므로 그때그때 수동으로 문턱치를 수정해야 하는 단점이 있다.

따라서 이 논문에서는 적응 문턱치를 자동으로 계산하여 보다 효과적으로 초기치를 설정하고 잡음이 존재하는 경우에도 기포의 상 경계를 잘 추정할 수 있는 방법을 개발하고자 한다. 그리고 실제 기포의 모양은 원이 아니기 때문에 추정성능을 향상시키기 위해 초기 기포의 모양을 타원으로 가정하였다. 이에 몇 가지 시나리오를 설정하고 모의실험을 통해 제안한 방법의 상 경계 추정성능을 평가하였다.

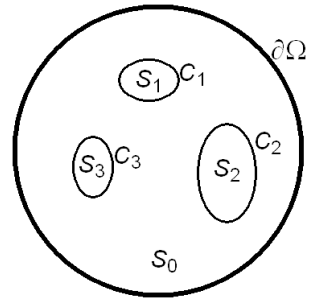


Fig. 1. An example of disjoint region closed boundaries
그림 1. 도메인 내 영역에 대한 폐경계 곡선의 예

II. 본론

1. 정문제

정문제는 내부의 저항률 분포를 알고 있는 경우에 전극들을 통해 전류를 주입하고 이에 유기되는 전압을 계산하는 과정으로, 맥스웰 방정식으로부터 유도되는 노이만(Neumann)형의 경계조건을 갖는 라플라스 방정식으로 기술된다[5]. 이 논문에서는 정문제의 해를 얻기 위해 수치적 방법인 유한요소법을 사용하였다. 보다 상세한 내용은 참고문헌[5-6]을 참조한다.

2. 상 경계 표현

도메인 Ω 이 그림 1처럼 $M+1$ 개의 공통 원소를 갖지 않는 영역 S_m 으로 나뉘지고, 각 영역 S_m 은 부드러운 폐경계 곡선에 의해 경계가 구분되며 일정한 저항률 값을 갖는다고 가정한다.

도메인의 바깥쪽 경계면 $\partial\Omega$ 은 안다고 가정한다. 기포들의 상 경계가 충분히 부드럽다고 하면, 다음과 같이 곡선 파라미터 s 에 관해 푸리에 급수로서 상 경계를 간략히 표현할 수 있다[7].

$$C_m(s) = \begin{pmatrix} x_m(s) \\ y_m(s) \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^{N_\theta} \begin{pmatrix} \gamma_n^x \theta_n^x(s) \\ \gamma_n^y \theta_n^y(s) \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, $C_m(s)$ ($m=1,2,\dots,M$)은 m 번째 기포의 경계, M 는 기포의 수, N_θ 는 기저함수의 수, $\theta_n(s)$ 는 다음과 같이 주기적이고 미분 가능한 기저함수이다.

$$\begin{aligned} \theta_n^a(s) &= \cos\{(n-1)\pi s\}, & n &= 1,3,5,\dots,N_n \\ \theta_n^a(s) &= \sin(n\pi s), & n &= 2,4,6,\dots,N_n-1 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $s \in [0, 1]$, a 는 x 또는 y 를 나타내고, N_n 은 푸리에 급수의 차수이다. 그리고 표현식 (1)로부터, 기포의 폐경계 C_m 은 영역의 경계를 나타내는 푸리에 계수 벡터 γ 로서 표현된다. 즉,

$$\gamma = [\gamma_1^{x_1}, \dots, \gamma_{N_0}^{x_1}, \gamma_1^{y_1}, \dots, \gamma_{N_0}^{y_1}, \dots, \gamma_1^{x_M}, \dots, \gamma_{N_0}^{x_M}, \gamma_1^{y_M}, \dots, \gamma_{N_0}^{y_M}]^T \quad (3)$$

여기서, $\gamma \in \mathbb{R}^{P \times 1}$, $P \equiv 2MN_0$.

3. Gauss-Newton 방법

이 논문에서는 잔류오차 항에 푸리에 계수 항을 추가한 목적함수 $\Phi(\gamma)$ 를 다음과 같이 설정하고 이를 최소화하여 EIT 역문제를 푼다.

$$\Phi(\gamma) = \frac{1}{2} \|U(\gamma) - V\| + \frac{1}{2} \alpha \|R\gamma\| \quad (4)$$

여기서, $U(\gamma)$ 와 V 는 각각 전극에서의 계산전압과 측정전압이고, α 와 R 은 각각 상 경계 추정을 위한 조정인자와 조정행렬이다.

식(4)의 목적함수를 미분하고 $(i-1)$ 번째 연산에서 계수 벡터 γ_{i-1} 에 관해 선형화하면 다음과 같이 푸리에 계수를 추정하기 위한 GN 방법을 얻을 수 있다.

$$\gamma_i = \gamma_{i-1} + \begin{bmatrix} J_{i-1}^T J_{i-1} + \alpha R^T R \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} J_{i-1}^T (V - U_{i-1}) - \alpha R^T R \gamma_{i-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, N_i$

여기서, $U_{i-1} \equiv U(\gamma_{i-1}) \in \mathbb{R}^{L \times 1}$, L 은 전극의 수, K 는 측정 패턴의 수, $J_{i-1} \equiv J(\gamma_{i-1}) \in \mathbb{R}^{L \times P}$ 는 자코비안(Jacobian) 행렬, N_i 는 총 반복횟수이다. 그리고 이 논문에서 조정행렬 $R = I \in \mathbb{R}^{P \times P}$ 는 단위행렬을 사용하였다.

4. 제안한 방법

상 경계 추정 문제에서는 초기치에 따라서 역문제 알고리즘의 추정성능이 달라질 수 있다. 하지만 실제의 이상 유동에서는 초기치를 설정하기 위한 기포의 개수와 그 위치 정보를 알 수가 없다. 따라서 이 절에서는 적응 문턱치를 자동으로 계산하여 효율적인 초기치를 설정하고자 한다.

식(5)의 GN 방법을 사용하여 도메인 내부의 상 경계를 추정함에 앞서, 초기치 설정이 선행되어야 한다. 따라서 우선 미지의 저항률 분포를 추정하고 이를 바탕으로 기포들의 개수와 개략적인 기포들의 초기 위치와 모양을 결정한다. 초기치 설정과정이 끝나면 바로 식(5)의 GN 방법을 사용하여 기포들의 경계를 추정한다. 이 논문에서 제안한 방법에 대한 상세한 설명은 다음과 같다.

- (i) 잡음의 영향을 줄이기 위해 차이(difference) 복원 방법을 사용하여 미지의 저항률 분포 ρ 를 추정한다.

$$\rho - \rho_{\text{ref}} = [H^T H + \beta Q^T Q]^{-1} H^T (V - V_{\text{ref}}) \quad (6)$$

여기서, ρ_{ref} 는 기준(reference) 저항률 분포, V_{ref} 는 기준 전압, H 는 자코비안 행렬, β 와 Q 는 각각 저항률 추정을 위한 조정인자와 조정행렬이다.

(ii) 추정된 저항률 벡터 ρ 의 값들을 0과 255사이의 회색도(gray level) 범위에 포함되도록 변환하고 그 벡터를 $\tilde{\rho}$ 로 둔다. 그리고 중간모드(intermodos) 방법[9]을 사용하여 문턱치 t_h 를 자동으로 계산한다. 여기서, 중간모드 방법은 영상처리에서 문턱치를 찾는 간단한 방법으로, 우선 두 개의 정점, 즉, 국소 최대치 $\tilde{\rho}_j$ 와 $\tilde{\rho}_k$ ($0 \leq j, k \leq 255$)를 찾고 문턱치는 $t_h = (j+k)/2$ 로 둔다.

(iii) 적응 문턱치 t_h 를 사용하여 $\tilde{\rho} > t_h$ 에 해당되는 기포 영역의 원소 인덱스 $d \in \mathbb{R}^{N_d \times 1}$ 를 찾는다. 여기서, N_d 는 기포 영역의 원소들의 수이다.

(iv) 인덱스 d 에 해당되는 원소들 중에서 원소 간의 인접성을 확인하면서 기포의 개수 M 을 결정한다. 즉, 두 개의 원소가 서로 인접되어 있는 경우에는 S_m 영역에 두고, 그렇지 않으면 S_{m+1} 영역에 두면서 기포 영역을 결정하고 기포의 개수를 결정한다.

(v) 먼저 영역 S_m 을 타원으로 가정하고 북스테인 제약조건(Bookstein constraint) 기반의 선형 최소자승법[10]을 사용하여 타원의 중심과 장축과 단축 그리고 회전각을 계산한다. 따라서 이 정보들로부터 도메인 내부에서 대략적인 기포들의 위치와 모양을 알 수 있고, 최종적으로 상 경계 추정문제의 초기치를 설정할 수 있다.

(vi) 초기치를 기반으로 전압과 자코비안 행렬을 계산하고 식(5)의 GN 방법을 반복 연산하여 기포들의 경계를 추정한다.

5. 모의실험

이 논문에서 제안한 방법(PM)의 성능을 평가하기 위해 몇 가지 시나리오를 설정하고 모의실험을 수행하였다. 그리고 전형적인 방법(CM)과 참고문헌[8] 방법(RM)과 비교분석하였다.

관심대상을 반지름이 4cm이고 16개의 전극이 부착된 원형 도메인으로 간주하였다. 그리고 전극에 유도되는 전압 데이터를 계산하기 위해 2400개의 원소와 1281개의 노드를 갖는 조밀한 메쉬(mesh)를 사용하였고, 상 경계를 추정하기 위해 600개의 원소와 341개의 노드를 갖는 성긴 메쉬를 사용하였다.

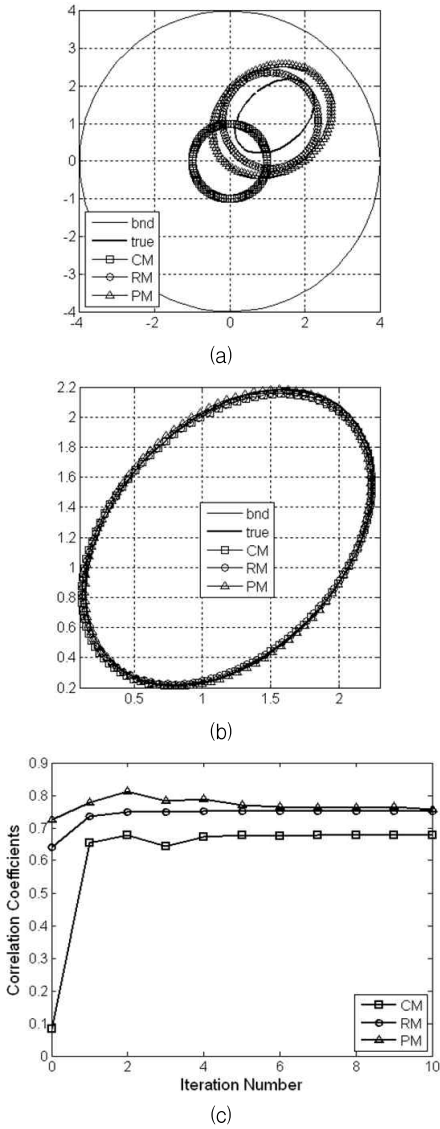


Fig. 2. Results for case 1 (a) initial guesses (b) estimated boundaries (c) correlation coefficients
 그림 2. 첫 번째 경우에 대한 결과 (a) 초기치 (b) 추정된 경계 (c) 상관계수

그리고 배경의 도전을 값은 0.0033S/cm이고 기포의 도전을 값은 1×10^{-12} S/cm라고 가정하였고, 전극을 통해 인접 방식(adjacent method)[5]으로 크기가 10mA 인 전류를 주입하였다. 그리고 전극에 유도되는 전압을 계산하고 계산 전압에 상응하는 1%의 상대적 영-평균(zero-mean) 가우시안 잡음(Gaussian noise)을 전압 데이터에 추가하였다. 또한 기포의 상 경계를

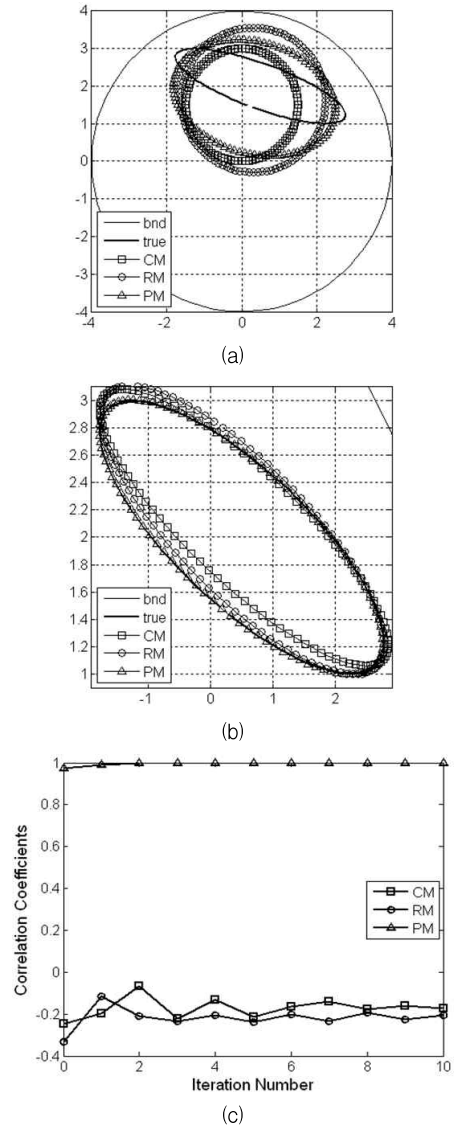


Fig. 3. Results for case 2 (a) initial guesses (b) estimated boundaries (c) correlation coefficients
 그림 3. 두 번째 경우에 대한 결과 (a) 초기치 (b) 추정된 경계 (c) 상관계수

묘사하기 위해 $N_0 = 3$ 으로 설정하였고, 조정인자들은 $\beta = 1 \times 10^{-6}$, $\alpha = 0.01$ 로 설정하였다. 그리고 각 방법들에 의해 추정된 푸리에 계수 벡터들에 대한 상관계수(correlation coefficients)[11]를 다음과 같이 계산하여 추정성능을 정량적으로 평가하는 지표로 사용하였다.

$$CC = \frac{\sum_{j=1}^P [(\gamma_j - \bar{\gamma})(\hat{\gamma}_j - \bar{\hat{\gamma}})]}{\sum_{j=1}^P (\gamma_j - \bar{\gamma})^2 \sum_{j=1}^P (\hat{\gamma}_j - \bar{\hat{\gamma}})^2} \quad (7)$$

여기서, γ 와 $\hat{\gamma}$ 은 각각 원래 푸리에 계수와 추정된 푸리에 계수이고, $\bar{\gamma}$ 와 $\bar{\hat{\gamma}}$ 는 각각 γ 와 $\hat{\gamma}$ 의 평균값이다. 따라서 CC 값이 클수록 우수한 추정성능을 나타낸다.

제안한 방법의 상 경계 추정성능을 평가하기 위해 기포의 모양을 타원으로 가정하고 두 가지의 시나리오를 고려하였다. 즉, 첫 번째는 이심률이 작은 경우이고 두 번째는 이심률이 큰 경우이다.

그림 2는 이심률이 작은 경우에 대한 상 경계 추정 결과를 보여주고 있다. 도메인의 경계면은 실선으로, 원래의 상 경계는 굵은 실선으로, CM은 \square 로, RM은 \bigcirc 로, PM은 \triangle 로 표시하였다. 그림 2(a)는 각 알고리즘들의 초기치 위치들이다. CM의 초기치는 반지름 1cm인 원 모양의 기포 하나가 도메인 중앙에 위치해 있다고 가정하였고, RM의 초기치는 참고문헌 [8]에 따라 고정 문턱치를 사용하여 얻었고, PM의 초기치는 4절에서 제안한 방법에 따라 적응 문턱치 ($t_h = 121$)를 사용하여 얻었다. 그림 2(b)는 세 가지 방법들을 10번 반복 연산하여 푸리에 계수를 추정하고 상 경계 영역만을 확대한 결과이다. 세 가지 방법 모두 원래 기포의 상 경계를 대체적으로 잘 추정하고 있음을 확인할 수 있다. 이는 그림 2(a)에서 보듯이 모든 초기치 영역들이 원래 기포 영역과 공통원소들을 포함하고 있기 때문이다. 하지만 그림 2(c)의 반복 횟수에 따른 상관계수를 보면, 매 반복 횟수마다 제안한 알고리즘이 다른 방법들에 비해 항상 큰 CC 값을 보여주고 있다. 이는 제안한 방법이 RM과 비교해서 우수한 추정성능을 제공한다는 의미이다.

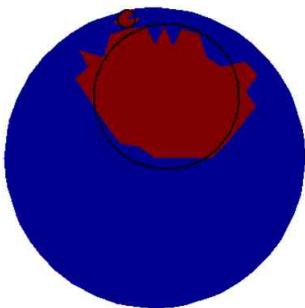


Fig. 4. Reconstructed resistivity distribution image by RM with fixed threshold value

그림 4. 고정 문턱치를 사용한 RM에 의해 복원된 저항률 분포 영상

이심률이 큰 경우에 대한 추정 결과는 그림 3에 도시하였다. 그림 3(a)는 세 가지 방법들의 초기치 위치들이다. CM은 반지름 1.5cm인 원 모양의 기포 하나가 (0, 1.5) 위치해 있다고 가정하였고, RM과 PM은 각각 고정 문턱치와 적응 문턱치($t_h = 138$)를 사용하여 얻었다. 여기서, CM의 경우, 중앙에 초기치를 가정하면 경계 추정이 실패하기 때문에 초기치를 y축으로 이동시켰다. 그리고 RM의 경우, 고정 문턱치를 사용하여 기포의 개수를 조사해 보면 그림 4와 같이 커다란 기포 하나 이외에 바깥쪽 경계면에 작은 기포 하나가 추가적으로 존재하는 것처럼 보인다. 이 작은 기포는 잡음의 영향으로 나타난 것이다. 그러므로 작은 기포 영역을 제거하여 RM을 실행시켰다. 그림 3(b)는 세 가지 방법들을 10번 반복 연산한 후, 기포 경계 영역만을 확대한 결과이다. CM보다는 RM과 PM이 원래 기포의 경계를 적절히 잘 추정하고 있는 것처럼 보이지만, 그림 3(c)의 푸리에 계수에 대한 상관계수 그래프를 보면, PM은 한두 번의 반복연산으로 CC 값이 거의 1에 근접하고 있다. 따라서 이심률이 작거나 크더라도 RM보다 PM의 추정성능이 우수하다고 할 수 있다.

III 결론

관심 도메인 내부의 상 경계를 추정함에 있어서 초기치 설정이 선행되어야 하는데, 이 논문에서는 보다 견실한 방법을 제안하였다. 즉, 우선 차이(difference) 복원 방법을 사용하여 미지의 저항률 분포를 추정하고, 중간모드(intermodos) 방법을 사용하여 적응 문턱치를 자동으로 계산하였다. 이를 바탕으로 기포들의 개수와 초기 위치 및 모양을 결정함으로써, 잡음이 존재하는 경우에도 기포의 상 경계를 잘 추정할 수 있는 방법을 개발하였다. 모의실험을 통해 몇 가지 시나리오를 설정하고 제안한 방법의 상 경계 추정성능을 정량적으로 평가하였으며, 그 결과, 우수한 성능을 나타내었다.

참고문헌

- [1] F. A. Holland, R. Bragg, Fluid Flow for Chemical Engineers, Edward Arnold Publisher, 1995
- [2] K. A. Shollenberger, J. R. Torczynski, D. R. Adkin, T. J. O'hern, N. B. Jackson., "Gamma-densitometry tomography of gas holdup spatial distribution and industrial-scale bubble column," *Chemical Engineering Science*, Vol.52, pp.2037-2048, 1997

- [3] L. Xu, Y. Han, L. A. Xu, J. Yang, "Application of ultrasonic tomography to monitoring gas/liquid flow," *Chemical Engineering Science*, Vol.52, pp.2171-2183, 1997
- [4] O. C. Jones, J. T. Lin, L. Ovacik, H. Shu, "Impedance imaging relative to gas-liquid systems," *Nuclear Engineering and Design*, Vol.141, pp.159-176, 1993
- [5] J. G. Webster, *Electrical Impedance Tomography*, IOP Publishing Ltd, 1990
- [6] M. Vauhkonen, *Electrical impedance tomography and prior information*, Ph.D. Thesis, University of Kuopio, Finland, 1997
- [7] V. Kolehmainen, S. R. Arridge, W. R. B. Lionheart, M. Vauhkonen, J. P. Kaipio, "Recovery of region boundaries of piecewise constant coefficients of an elliptic PDE from boundary data," *Inverse Problems*, Vol.15, pp.1375-1391, 1999
- [8] H. J. Jeon, B. Y. Choi, M. C. Kim, K. Y. Kim, S. Kim, "Phase boundary estimation in two-phase flows with electrical impedance imaging technique," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.31, pp.1105-1114, 2004
- [9] A. Niemistö, "A comparison of nonparametric histogram-based thresholding algorithms," *Lecture Note*, Tampere University of Technology, Tampere, Finland, 2004
- [10] W. Gander, G. H. Golub, R. Strebler, "Least-squares fitting of circles and ellipses," *BIT Numerical Mathematics*, Vol.34, pp.558-578, 1994
- [11] W. Q. Yang and L. Peng, "Image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography," *Measurement Science and Technology*, Vol.14, pp.1-13, 2003

저 자 소 개

김 봉 석 (정회원)

1999년 : 제주대학교 전자공학과 졸업 (공학사)
 2001년 : 제주대학교 대학원 전기전자공학과 (공학석사)
 2006년 : 제주대학교 대학원 전기전자공학과 (공학박사)
 2009년 9월~현재 : 제주대학교 원자력과학기술연구소 학술연구교수
 <주관심분야> inverse problem, electrical tomography, 추정이론, 영상처리

김 신 (정회원)

1986년 : 서울대학교 원자핵공학과 졸업 (공학사)
 1988년 : 서울대학교 대학원 원자핵공학과 (공학석사)
 1995년 : 서울대학교 대학원 원자핵공학과 (공학박사)
 1996년 3월~현재 : 제주대학교 에너지공학과 교수
 <주관심분야> 이상유동장계측, 열전달

김 경 연 (정회원)

1983년 : 경북대학교 전자공학과 졸업 (공학사)
 1986년 : 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
 1990년 : 경북대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)
 1990년 3월~현재 : 제주대학교 전자공학과 교수
 <주관심분야> inverse problem, electrical tomography, 추정이론