

포아송 클러스터 강우 생성 모형에 관하여



김 동 균 |
홍익대학교 교수
kim.dongkyun@hongik.ac.kr

1. 개요

강우자료는 수문현상과 관련된 다양한 모의 연구에 있어 필수적인 입력자료이지만, 다양한 이유로 인하여 원하는 시간과 공간에 대하여 확보할 수 없는 경우가 많다. 포아송 클러스터 강우 생성 모형(Poisson Cluster Rainfall Generation Model)은 가상의 수치 강우 데이터를 생성하여 제공함으로써 이러한 문제를 해결해준다. 포아송 강우 생성 모형은 기존의 자기 상관성에 기반을 둔 모형과 비교하였을 때, (1) 넓은 시간대(1시간-1달)에 대하여 관측강우의 통계치를 재현할 수 있으며, (2) 세밀한 시간 해상도(1시간 단위)를 가진 강우 시계열의 생성이 가능하고, (3) 극한값들을 잘 재현한다는 강점을 가지고 있다(Burton et. al., 2008). 이러한 모형의 장점으로 인하여, 포아송 강우 모형은 도시지역에서의 홍수(Moretti and Montanari 2004; Brath et

al., 2006, Dowson et al., 2006), 농약의 확산(Nolan et al., 2008), 산사태(Bathurst et al., 2005), 사막화(Bathurst and Bovolo, 2004), 수자원 평가(Fowler et al., 2005), 홍수위험도 평가(Kilsby et al, 2000) 등 몬테카를로 모의법을 통해 수문 현상과 관련된 변수들의 불확실성을 분석하는 다양한 분야의 연구에 응용되어왔다.

Rodriguez-Iturbe et. al. (1987)에 의하여 처음 제안된 포아송 클러스터 강우 생성 모형은 무작위적인 강우강도와 지속기간을 가진 강우 세포를 포함한 폭풍우가 포아송 과정에 의해 발생한다는 가정하에 강우 데이터를 생성하며(그림 1 참조), 이러한 모형의 가정은 레이더 데이터를 통해 관찰된 강우현상의 물리적 과정을 잘 반영한다(Olsson and Burlando, 2002). 또한, 포아송 클러스터 강우 모형을 통해 생성된 가상의 강우 데이터는 다양한 기후에 대해 관측 강우의 평균, 분산, 자기상관계수, 무강우확률 등의 주요 통계치를 잘 재현함이 다양한 선행 연구를 통해 증명되었다(Isham et al., 1990; Bo et al., 1994; Onof and Wheater, 1994; Glasbey et al., 1995; Khaliq and Cunnane, 1996; Onof et al., 1996; Cowpertwait et al., 1996; Verhoest et al., 1997).

2. Modified Bartlett-Lewis Rectangular Pulse 모형

포아송 강우 생성모형은 모형의 가정에 따라 5-6개의 매개변수를 가진다. 본 기사에서는 Rodriguez-Iturbe et. al. (1988)이 제안한 Modified Bartlett-Lewis Rectangular Pulse (MBLRP)모형에 대해 자세히 설명해보기로 한다. MBLRP 모형에서, X1[T]은 폭풍우(그림 1에서의 흰색 원)의 도착을 나타내는 무작위변수로서, 매개변수 λ [1/T]를 가지는 포아송 과정에 의해 지배 받는다. X2[T]는 폭풍우의 활동기간(폭풍우가 포함하는 강우세포(rain cell, 그림 1의 붉은색 원)가 도래할 수 있는 기간)을 나타내는 무작위 변수이며, 이는 매개변수 γ [1/T]를 가진 지수분포(Exponential Distribution)를 가진다. X3[T]는 폭풍우에 포함된 강우세포가 도착하는 시간을 나타내는 무작위 변수로서 매개변수 β [1/T]를 가진 포아송 과정에 의해 지배 받는다. X4[T]는 강우세포의 지속기간을 나타내는 무작위 변수로서 매개변수 η [1/T]를 가진 지수분포(Exponential Distribution)를 가진다. 여기에서 η [1/T]는 매개변수 ν [T] and α [무차원]를 가진 감마 분포 (Gamma Distribution)를 가진다. 마지막으로 X5[L/T]는 강우 세포의 강도를 나타내는 무작위 변수이며 매개변수 $1/\mu$ [T/L]를 가진 지수분포를 가진다. 아울러, 매개변수 γ 와 κ 를 η 로 나눈 무차원 변수 $\phi (= \gamma/\eta)$ and $\kappa (= \beta/\eta)$ 를 편의상 통상적으로 사용한다.

이러한 모형의 가정에 따라 MBLRP 모형은 6개의 매개변수 ($\lambda, \gamma, \alpha, \mu, \phi, \kappa$) 를 가지며, 이는 생성된 가상 강우 데이터의 통계값이 관측치의 통계값을 재현할 수 있도록 교정된다. Rodriguez-Iturbe et al. (1988)은 가상 강우 데이터의 통계값을 매개변수의 향으로 해석적으로 유도하였으며, 이는 다음과 같다.

$$E[Y_i^{(t)}] = \lambda \mu \mu_c \frac{\nu}{\alpha - 1} T \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y_i^{(t)}] = & \frac{2 \nu^{2-\alpha}}{\alpha - 2} T \left(k_1 - \frac{k_2}{\phi} \right) - \frac{2 \nu^{3-\alpha}}{(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left(k_1 - \frac{k_2}{\phi^2} \right) \\ & + \frac{2}{(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left[k_1 (T + \nu)^{3-\alpha} - \frac{k_2}{\phi^2} (\phi T + \nu)^{3-\alpha} \right] \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[Y_i^{(t)}, Y_{i+s}^{(t)}] = & \frac{k_1}{(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left\{ [T(s-1) + \nu]^{3-\alpha} \right. \\ & + [T(s+1) + \nu]^{3-\alpha} - 2(Ts + \nu)^{3-\alpha} \left. \right\} + \frac{k_2}{\phi^2 (\alpha - 2)(\alpha - 3)} \\ & \left\{ 2(\phi Ts + \nu)^{3-\alpha} - [\phi T(s-1) + \nu]^{3-\alpha} - [\phi T(s+1) + \nu]^{3-\alpha} \right\} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} P(\text{zero rainfall}) = & \exp \left\{ -\lambda T - \frac{\lambda \nu}{\phi (\alpha - 1)} \left[1 + \phi (\kappa + \phi) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{4} \phi (\kappa + \phi)(\kappa + 4\phi) + \frac{\phi (\kappa + \phi)(4\kappa^2 + 27\kappa\phi + 72\phi^2)}{72} \right] \right\} \\ & + \frac{\lambda \nu}{(\alpha - 1)(\kappa + 4\phi)} \left(1 - \kappa - \phi + \frac{3}{2} \kappa \phi + \phi^2 + \frac{\kappa^2}{2} \right) \\ & + \frac{\lambda \nu}{(\alpha - 1)(\kappa + \phi)} \left[\frac{\nu}{v + (\kappa + \phi) T} \right]^{\alpha - 1} \frac{\kappa}{\phi} \left(1 - \kappa - \phi + \frac{3}{2} \kappa \phi + \phi^2 + \frac{\kappa^2}{2} \right) \end{aligned} \tag{4}$$

where

$$\begin{aligned} k_1 = & \left(2\lambda \mu_c \mu^2 + \frac{\lambda \mu_c \kappa \phi \mu^2}{\phi^2 - 1} \right) \left(\frac{\nu^\alpha}{\alpha - 1} \right) \\ k_2 = & \left(\frac{\lambda \mu_c \kappa \phi \mu^2}{\phi^2 - 1} \right) \left(\frac{\nu^\alpha}{\alpha - 1} \right) \\ \mu_c = & 1 + \frac{\kappa}{\phi} \end{aligned}$$

여기에서 s는 지연시간(lag time), $Y_i^{(t)}$ 는 누적 시간 T를 가진 강우 시계열의 값을 나타낸다.

이렇게 유도된 가상 강우 시계열의 통계식은 모형의 매개변수를 산정하는데 사용된다. 추계학적인 관점에서 보았을 때 가상 강우 시계열과 관측 강우 시계열의 유사성은 통계값의 유사성에 의해 결정된다는 점을 고려하여, MBLRP 모형의 매개변수는 가상강우시계열과 관측치의 차이를 의미하는 다음의 식 (5)의 값을 최소화시키는 매개변수의 값을 찾는 과정을 통해 이루어진다.

$$OF = \sum_{k=1}^n \left(1 - \frac{F_k(\lambda, \nu, \alpha, \mu, \phi, \kappa)}{f_k} \right)^2 \quad (5)$$

여기에서, F_k 는 가상 강우 시계열의 통계값을 나타내는 식이며 (식 1 - 식 4), f_k 는 관측 통계값을 나타내는 상수항이다. k 는 강우 통계값의 종류(평균, 분산, 자기상관계수, 무강우 확률)를 나타내는 변수이다. $\lambda, \nu, \alpha, \mu, \phi, \kappa$ 는 MBLRP 모형의 매개변수이다.

식(5)에서 F_k 로 표현된 식(1)~식(4)가 강한 비선형의 형태를 가지고, 통계값의 종류가 다양한 시간 해상도와 통계값에 대해 존재하여 n 값이 매개변수의 개수인 6보다 크므로, OF의 값을 0으로 만들어 주는 이상적인 매개변수의 값을 해석적으로 찾는 것은 불가능하며, 경험적 최적화 알고리즘 (Heuristic Optimization Algorithm)에 기반을 둔 방법을 사용하여 매개변수의 값을 산정한다.

3. 매개변수 지도

포아송 클러스터 모형은 많은 장점을 가지고 있음에도 불구하고 경험적 최적화 알고리즘을 사용이 필수적인 매개변수 산정과정의 복잡성으로 인하여 그 사용이 제한되어 왔다. 이러한 단점을 극복하는 방안으로 매개변수의 지도를 작성하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 매개변수의 지도는 해당 지역에 존재하는 다수의 관측지점에 대해 매개변수를 산정하고, 각 매개변수를 공간적으로 보간하여 완성한다. 지도가 완성되면 지도 위의 모든 지점에 대하여 매개변수의 값이 존재하므로 관측치의 존재유무를 떠나 임의의 지점에 대해 가상의 강우 시계열 생성의 생성이 가능하다. 그림 2는 필자가 작성한 미국의 7월에 대한 매개변수 지도이다. 지도의 작성을 위해 전미 전역에 걸쳐 존재하는 3,444개의 관측지점에 대해 ISPSO 최적화 알고리즘 (Cho et. al.,

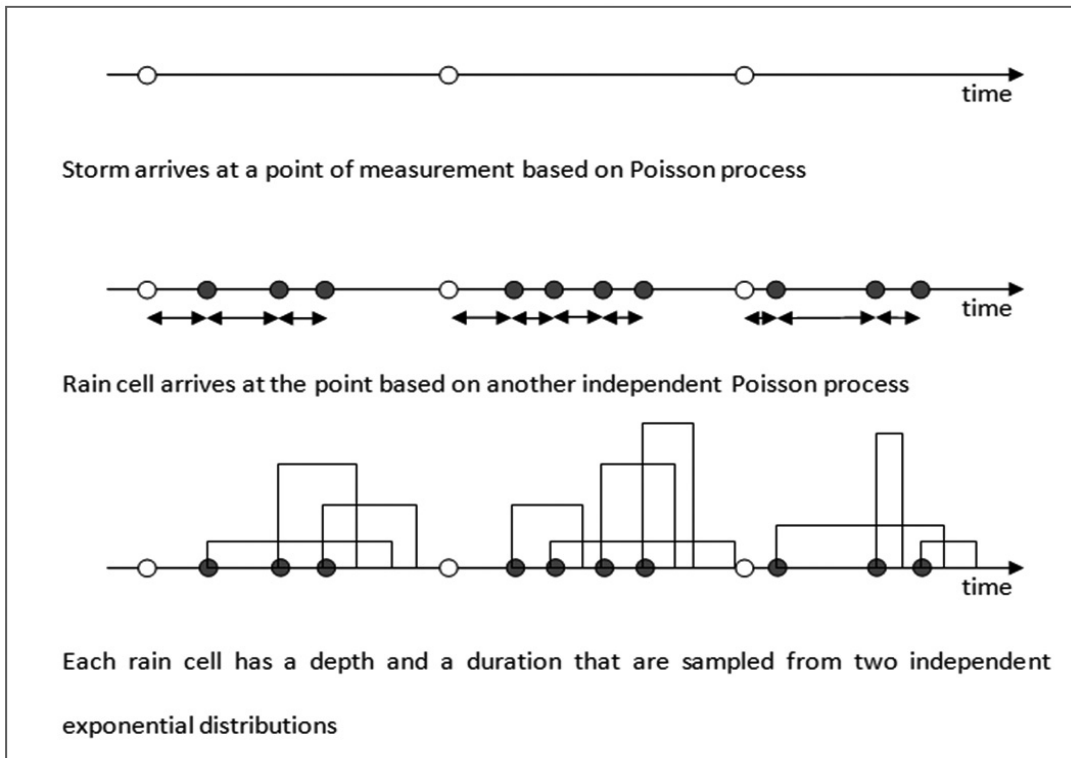


그림 1. 포아송 클러스터 강우 생성 모형의 개념도

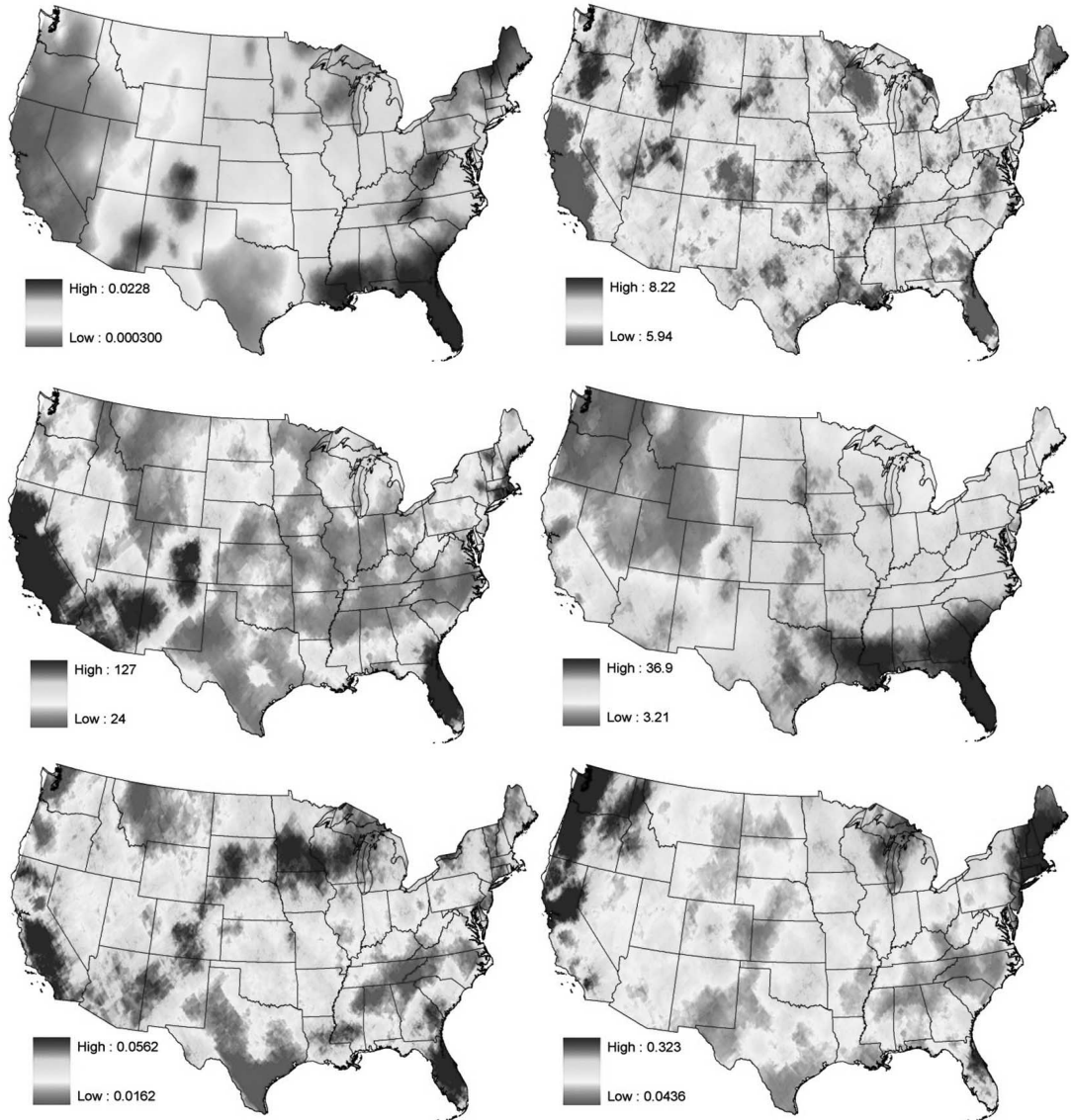


그림 2. MBLRP 모형의 미국 7월의 매개변수. 위쪽으로 아래로, 왼쪽에서 오른쪽으로

2011)을 통한 매개변수의 산정이 이루어졌으며, 각 매개변수를 Ordinary Kriging 기법을 사용하여 공간 보간 하였다. 이 지도를 통해 지도상 미국의 모든 지점에 대해 7월달의 가상강우시계열을 생성할 수 있으며, 이는 다양한 수문 모형 연구에 입력치를 제공함으로써 유용히 사용될 수 있으리라 판단된다.

4. 맺음말

본 기사에서는 포아송 강우 생성모형에 대한 간단한 소개와 아울러, 모형의 매개변수의 산정 방법 및, 모형의 사용성을 향상시킬 수 있는 매개변수 지도의 작성에 대해 살펴보았다. 본 연구진은 이와 관련하여, 한반도에 대한 매개변수 지도를 작성 중에

있으며, 이에 기반을 두고 최종사용자가 쉽게 가상의 강우 시계열을 생성할 수 있도록 하는 웹 어플리케이션을 개발할 예정이다. 이를 통해 강우 자료

가 존재하지 않는 국내 지역에 대해서도 수문 모형 연구가 촉진되기를 기대해본다. ☺

참고문헌

1. Bathurst, J.C., Moretti, G., El-Hames, A., Moaven-Hashemi, A. and Burton, A. (2005) Scenario modelling of basin-scale, shallow landslide sediment yield, Valsassina, Italian Southern Alps. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, v. 5, pp. 189–202.
2. Bathurst, J.C. and Bovolo, C.I. (2004) Development of Guidelines for Sustainable Land Management in the Agri and Cobres Target Basins, Deliverable 28 of the EU funded MEDACTION project, 37pp. Available from: <http://www.ncl.ac.uk/medaction>.
3. Brath, A., Montanari, A. and Moretti, G. (2006) Assessing the effect on flood frequency of land use change via hydrological simulation (with uncertainty). *J. Hydrology*, v. 324 (1–4), pp. 141–153.
4. Burton, A., Kilsby, C. G., Fowler, H. J., Cowpertwait, P. S. P., and O'Connell, P. E. (2008). RainSim: A spatial-temporal stochastic rainfall modelling system. *Environ. Modell. Software*, 23 (12), 1356–1369.
5. Cowpertwait, P. S. P., O'Connell, P. E., Metcalfe, A. V., and Mawdsley, J. A. (1996), Stochastic point process modeling of rainfall, II, Regionalization and disaggregation, *Journal of Hydrology*, 175(1–4), 47–65.
Verhoest, N. E. C., Troch, P. A., and De Troch, F. P.: On the applicability of Bartlett-Lewis rectangular pulses models in the modeling of design storms at a point, *J. Hydrol.*, 202, 108–120, 1997. 9709, 9711, 9712, 9713, 9714, 9735, 9736
6. Dawson, R., Hall, J., Speight, L., Djordjevic, S., Savic, D. and Leandro, J. (2006) Flood risk analysis to support integrated urban drainage. Proceedings of the Fourth CIWEM Annual Conference on Emerging Environmental Issues and Future Challenges. 12–14 September 2006, Newcastle upon Tyne. Aqua Enviro.
7. Fowler, H.J., Kilsby, C.G., O'Connell, P.E. and Burton, A. (2005) A weather-type conditioned multi-site stochastic rainfall model for the generation of scenarios of climatic variability and change. *J. Hydrology* v. 308 (1–4), pp. 50–66.
8. Isham, S., Entekhabi, D., and Bras, R. L. (1990). Parameter estimation and sensitivity analysis for the modified Bartlett-Lewis rectangular pulses model of rainfall. *J. Geophys. Res.*, 95 (D3), 2093–2100.
Bo, Z., Islam, S., and Eltahir, E. A. B. (1994). "Aggregation-disaggregation properties of a stochastic rainfall model." *Water Resources Research*, 30(12), 3423–3435.

9. Khaliq, M., and Cunnane, C. (1996). Modelling point rainfall occurrences with the modified Bartlett-Lewis rectangular pulses model." *Journal of hydrology*, 180, 109-138.
10. Kilsby, C.G., Burton, A., Birkinshaw, S.J., Hashemi, A.M. and O'Connell, P.E. (2000) Extreme rainfall and flood frequency distribution modelling for present and future climates. *Proceedings of the British Hydrological Society Seventh National Hydrology Symposium*, pp. 3.51-3.56.
11. Moretti, G. and Montanari, A. (2004) Estimation of the peak river flow for an ungauged mountain creek using a distributed rainfall-runoff model. In: *A. Brath, A. Montanari, E. Toth (eds.)*, *Hydrological Risk: Recent Advances in Peak River Flow Modelling, Prediction and Real-Time Forecasting - Assessment of the Impacts of Land-Use and Climate Changes*. BIOS, Cosenza, Italy, pp. 113-128.
12. Nolan, B.T., Dubus, I.G., Surdyk, N., Fowler, H.J., Burton, A., Hollis, J.M. (2008) Reichenberger, S., Jarvis, N.J. "Identification of key climatic factors regulating the transport of pesticides in leaching and to tile drains". *Pest Management Science*, 64(9)933-944, doi:10.1002/ps.1587.
13. Onof, C., and Wheeler, H. S. (1994). Improvements to the modeling of British rainfall using a modified random parameter Bartlett-Lewis rectangular pulse model. *J. Hydrol. (Amsterdam)* , 157 (1-4), 177-195
14. Onof, C., Faulkner, D., and Wheeler, H. S. (1996), Design rainfall modelling in the Thames catchment, *Hydrological Sciences Journal-Journal Des Sciences Hydrologiques*, 41(5), 715-733.
15. Olsson, J. and Burlando, P., 2002. Reproduction of temporal scaling by a rectangular pulses rainfall model. *Hydrological Processes*, 16(3): 611-630.
16. Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R. and Isham, V., 1987. Some models for rainfall based on stochastic point processes. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 410(1839): 269-288
17. Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R. and Isham, V., 1988. A point process model for rainfall: Further developments. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 417(1853): 283-298.