

난류 파이프 유동 내 물질전달에 대한 레이놀즈 수 영향: Part I. 평균 농도장 및 저차 난류통계치

강창우, 양경수*

인하대학교 기계공학부

REYNOLDS NUMBER EFFECTS ON MASS TRANSFER IN TURBULENT PIPE FLOW: PART I. MEAN CONCENTRATION FIELD AND LOW-ORDER STATISTICS

Changwoo Kang and Kyung-Soo Yang*

Dept. of Mechanical Engineering, Inha Univ.

Large Eddy Simulation(LES) of turbulent mass transfer in fully developed turbulent pipe flow has been performed to study the effect of Reynolds number on the concentration fields at $Re_{\tau}=180, 395, 590$ based on friction velocity and pipe radius. Dynamic subgrid-scale models for the turbulent subgrid-scale stresses and mass fluxes were employed to close the governing equations. Fully developed turbulent pipe flows with constant mass flux imposed at the wall are studied for $Sc=0.71$. The mean concentration profiles and turbulent intensities obtained from the present LES are in good agreement with the previous numerical and experimental results currently available. To show the effects of Reynolds number on the turbulent mass transfer, the mean concentration profile, root-mean-square of concentration fluctuations, turbulent mass fluxes, cross-correlation coefficient, turbulent diffusivity and turbulent Schmidt number are presented.

Key Words : 대와류모사(Large Eddy Simulation), 난류 파이프 유동(Turbulent pipe flow), 물질전달(Mass transfer)

1. 서 론

배관 내부의 난류유동은 벽면에 강한 전단응력 섭동을 야기시키며, 벽면과 유동이 접하는 면에서 생성된 녹(rust)은 침식(erosion)과 용해(dissolution)작용을 통해 배관에 손상을 유발한다. 벽면에서의 침식 및 부식율은 벽면에서의 물질전달율과 관련이 깊다. 예를 들어 보일러 시스템 등에서 이용되는 동합금의 부식은 벽면으로부터의 구리 이온들의 확산에 의하여 조절되어지며, 탄소강의 부식은 금속 및 녹의 면으로의 산소의 유동이 부식율을 조절하는 중요한 인자이다[1-3]. 따라서 이러한 유동가속부식을 저감하기 위한 유동해석 연구는 많은

연구자들에 의하여 이루어지고 있으나, 기존의 연구는 주로 배관 내에서의 유동패턴을 변화시키는 방법에 한정되어왔으며 실질적으로 관내 부식에 영향을 미치는 스칼라 수송에 대한 기초연구는 매우 미흡한 실정이다. 난류영역에서의 물질전달은 평균 유동성분에 의한 메커니즘뿐만 아니라 난류 섭동 성분들에 의한 물질 확산에 의해 큰 영향을 받기 때문에 난류의 정확한 이해가 선행되어야 한다.

과거 난류 파이프 유동 내 열 및 물질전달에 대한 연구는 주로 실험을 통한 연구로 수행되었다. Gowen and Smith[4]는 Prandtl 수(Pr)가 0.7과 14.3인 경우의 난류 파이프 유동에 대하여 실험을 수행하였으며, 기존 실험결과들과의 비교를 통해서 $0.026 \leq Pr \leq 14.3$ 범위에서의 Reynolds 수(Re)와 Pr 에 따른 파이프 내 평균 온도(스칼라)분포 식을 유도하였다. Kader and Yaglom[5]은 다양한 범위의 Re 와 Pr 에서의 평균 온도(스칼라)분포의 관계식을 도출하였으며, 이를 이용한 난류 유동장에서의 열 및 물질 전달률을 유도하였다. Shaw and Hanratty[6]와 Campbell and Hanratty[7]는 높은 Schmidt 수(Sc)

Received: March 26, 2012, Revised: August 6, 2012,

Accepted: August 7, 2012.

* Corresponding author, E-mail: ksyang@inha.ac.kr

DOI http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2012.17.3.001

© KSCFE 2012

의 난류 파이프 유동에 대하여 Sc 와 Re 에 따른 물질전달 계수의 관계식을 유도하였다.

최근의 난류 파이프 유동 내 열 및 물질전달에 대한 연구는 수치해석적 연구를 통한 난류 섭동성분들의 통계치를 이용한 난류 구조를 이해하기 위한 연구들이 수행되어 왔다. DNS(Direct Numerical Simulation)을 이용한 난류 파이프 유동장 내 열전달에 관한 연구는 Satake et al.[8]에 의하여 수행되었다. 그들은 $Pr=0.71$ 인 경우에 대하여 Re 의 변화에 따른 평균 온도분포, 온도섭동 그리고 온도섭동의 budget 등을 계산하였다. Redjem-Saad et al.[9]은 마찰속도(u_τ)와 파이프의 반경(R)을 기준으로 한 비교적 낮은 $Re_\tau=186$ 에서 $Pr(=Sc)$ 를 0.026 ~ 1.0로 변화시켜가며 $Pr(=Sc)$ 의 변화에 따른 다양한 난류 통계치를 비교하였다. 하지만 Satake et al.[8]은 평균 온도분포 및 온도섭동 이외의 다양한 난류 통계치들을 계산하지 않았으며, Redjem-Saad et al.[9]의 연구는 비교적 낮은 Re_τ 와 낮은 $Pr(=Sc)$ 에 국한되었다. 또한 LES(Large Eddy Simulation)을 이용한 난류 파이프 유동에서의 스칼라 수송에 대한 연구는 이루어지지 않았다.

따라서 본 연구에서는 동아격자 모델(Dynamic Subgrid-scale Model)을 적용한 LES 기법을 이용하여 Re_τ 의 변화가 난류 파이프 유동 내 물질전달에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다. LES가 수행된 Re_τ 범위는 180, 395, 590이며 $Sc(=\nu/\alpha)=0.71$ 로 고정하였다. 여기서 Sc 는 관내 금속 벽면의 부식을 유발하는 산소 이온의 확산을 스칼라로 간주하여 고려되었다. $Re_\tau=180$ 인 경우에 대하여 기존의 실험 및 수치해석 연구결과들과 검증하였으며, Re_τ 변화에 따른 난류 농도장의 통계치들의 변화를 관찰하였다.

2. 수치해석 기법

본 연구에서 사용된 LES 기법을 위해 여과된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{P} + \nu \nabla \cdot \{(\nabla \bar{\mathbf{u}}) + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T\} - \nabla \tau \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{c}) = \alpha \nabla \cdot (\nabla \bar{c}) - \nabla \mathbf{q} \quad (3)$$

여기서 $\bar{\mathbf{u}}(=U+\bar{u}')$, $\bar{c}(=C+\bar{c}')$, ρ , \bar{P} , ν , α 는 각각 box filter를 사용하여 여과된 속도성분, 물질농도, 밀도, 압력, 동점

성계수, 몰확산계수이고, τ 와 \mathbf{q} 는 각각 모델링되어야 할 아격자 레이놀즈 응력과 아격자 농도 확산항으로 다음과 같다.

$$\tau = \tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_j = \overline{c u_j} - \bar{c} \bar{u}_j \quad (5)$$

위의 항을 모델링하기 위해서 가장 일반적으로 사용되어지는 Smagorinsky의 와점성모델(eddy-viscosity model)과 와확산모델(eddy-diffusivity model)을 사용하였다[10, 11].

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (6)$$

$$\mathbf{q}_j = -\alpha_t \nabla \bar{c} \quad (7)$$

이때 τ_{ij} 의 anisotropic 성분만 모델링되어지며, isotropic 성분은 압력항(\bar{P})에 흡수되어 pseudo-pressure $\bar{\phi}$ 로 정의된다[12]. \bar{S}_{ij} 는 strain rate tensor로 다음과 같다.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \{ \nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \} \quad (8)$$

모델링되어진 식 (6), (7)을 위의 지배방정식에 대입하여 정리하면, 무차원된 LES 연속방정식, 운동량방정식, 스칼라 수송 방정식은 다음과 같다[12].

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}} = -\nabla \bar{\phi} + \nabla \cdot \{ \nu_e \nabla \bar{\mathbf{u}} + \nu_e (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{c}) = \nabla \cdot (\alpha_e \nabla \bar{c}) \quad (11)$$

여기서 ν_e 와 α_e 는 각각 total viscosity(ν_t+1/Re)와 total diffusivity($\alpha_t+1/ReSc$)를 나타내며 ν_t (eddy viscosity)와 α_t (molecular diffusivity)는 다음과 같이 모델링된다.

$$\nu_t = C_s \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (12)$$

$$\alpha_t = C_c \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (13)$$

$\bar{\Delta}$ 는 filter width이며 $\bar{\Delta} = (r\Delta r\Delta\theta\Delta z)^{1/3}$ 로 정의된다. 모델상수 C_s , C_c 는 미리 결정하여 고정시키지 않고 Germano et al.[10]에 의해 제시된 동아격자모델(Dynamic Subgrid-scale

Model)을 이용하여 dynamic하게 결정된다.

동아격자모델링에서는 지배방정식에 서로 다른 두 개의 grid filter, \overline{G} 와 test filter, \widehat{G} 가 적용된다. 이때 test filter level 에서의 filter width 는 $\widehat{\Delta} = 2\overline{\Delta}$ 이다. test filter level에서 여과된 지배방정식에서의 아격자 레이놀즈 응력과 아격자 농도 확산항은 다음과 같다.

$$T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j} \quad (14)$$

$$Q_j = \widehat{c u_j} - \widehat{c} \widehat{u_j} \quad (15)$$

위의 항은 식 (6), (7)에서와 같은 방법으로 다음과 같이 모델링되어진다.

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2 \widehat{\nu}_t \widehat{S}_{ij}, \quad \widehat{\nu}_t = C_s \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \quad (16)$$

$$Q_j = -\widehat{\alpha}_t \nabla \widehat{c}, \quad \widehat{\alpha}_t = C_c \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \quad (17)$$

τ_{ij} 와 T_{ij} , q_j 와 Q_j 사이에는 algebraic identity에 의해 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u_i} \widehat{u_j} \quad (18)$$

$$F_j = Q_j - \widehat{q}_j = \widehat{c u_j} - \widehat{c} \widehat{u_j} \quad (19)$$

모델링되어진 eddy viscosity를 식 (18), (19)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2 C_s \overline{\Delta}^2 M_{ij} \quad (20)$$

$$M_{ij} = \left(\frac{\widehat{\Delta}}{\overline{\Delta}} \right)^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} \quad (21)$$

$$F_j = -C_c \overline{\Delta}^2 H_j \quad (22)$$

$$H_j = \left(\frac{\widehat{\Delta}}{\overline{\Delta}} \right)^2 |\widehat{S}| \nabla \widehat{c} - |\widehat{S}| \nabla \widehat{c} \quad (23)$$

위의 관계식으로부터 모델상수 C_s , C_c 를 결정하기 위해 Lilly[13]가 제시한 least square analysis를 이용하면 모델상수는 다음 식과 같다.

$$C_s = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (24)$$

$$C_c = -\frac{F_j H_j}{H_j H_j} \quad (25)$$

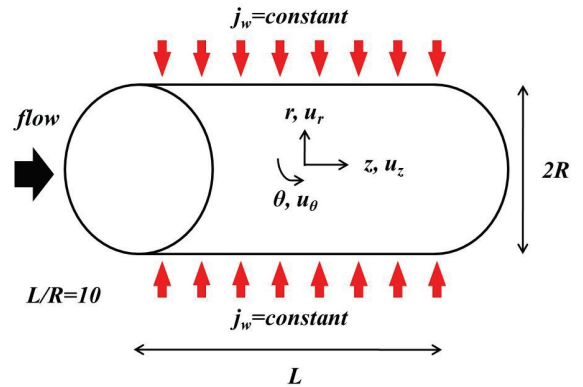


Fig. 1 Geometry

위의 식으로부터 dynamic하게 모델상수를 계산하는 과정에서 수치적 불안정성을 보완하기 위하여 주기적인 방향으로 평균하였다. 본 연구에서와 같은 파이프 유동의 경우에는 회전방향(θ)과 축방향(z)에 대하여 평균하였다. 또한 total viscosity (ν_c)와 total diffusivity(α_c)가 음수가 되는 경우에는 0이 되도록 하였다.

위의 지배방정식들은 원통좌표계에서 유한체적법(Finite Volume Method)을 사용하여 차분되었다. 공간에서의 적분은 2차 정확도를 갖는 중앙차분법(Central Difference Scheme)이 사용되었다. 시간에서의 적분은 원통좌표계에서의 계산 효율을 높이기 위하여 Akselvoll and Moin[14]이 제시한 이차정확도의 시간 전진 기법을 사용하였다. 원통 좌표계의 계산영역은 내부영역($0 \leq r \leq r_c$)과 바깥영역($r \geq r_c$)으로 분리된다. 내부영역(core region)에서는 회전방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다[14]. 바깥영역(outer region)에서는 반경방향의 대류항과 점성항은 명시적으로 적분되고, 나머지 항들은 명시적으로 적분된다. 두 영역에서 명시적으로 적분되는 항들은 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법이 사용되었고, 명시적으로 적분되는 항들은 2차 정확도의 Crank-Nicolson 방법이 사용되었다. 여기서 r_c 는 내부영역과 바깥영역의 경계이며, 본 연구에서는 $r_c \approx 0.5R$ 에 위치한다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법[15]이 사용되었다. 유동장에 대한 경계조건으로는 벽면에서는 no-slip 조건이 적용되었으며, 주유동방향(z)으로는 주기조건이 적용되었다. 농도장에 대한 경계조건으로는 벽면에서의 mass flux($j_w = \alpha(\partial C/\partial r)_{wall}$)는 일정하며, 주유동방향으로는 주기조건이 적용되었다.

Fig. 1은 본 연구에서 수행된 원형 직관의 형상과 좌표계를 보여준다. 반경 R 에 대한 계산영역의 길이(L)는 $10R$ 로

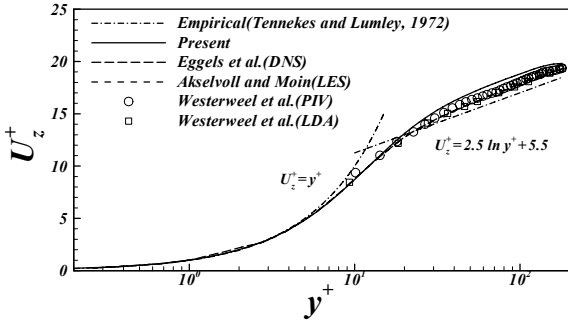


Fig. 2 Axial mean velocity profile for $Re_\tau=180$

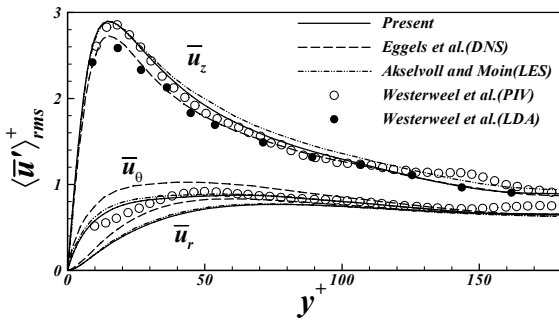


Fig. 3 Root-mean-square velocity fluctuations for $Re_\tau=180$

Eggs et al.[16]의 계산영역과 동일하며, 모든 변수는 friction velocity(u_τ)와 파이프의 반경(R), friction concentration ($c_\tau = j_w \alpha / u_\tau$)로 무차원화 된다. 계산에 사용된 격자수 및 크기는 Table 1과 같다. 여기서 격자 크기는 wall-unit(ν / u_τ)으로 나타내었다.

본 연구에서 사용된 코드의 검증을 위하여 $Re_\tau=180$ 인 경우의 축방향 평균 속도분포와 각 속도성분 성분의 RMS(Root Mean Square) 값을 기존 연구결과들과 비교하여 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 축방향 평균속도분포가 기존의 LES 결과들과 마찬가지로 수치해석 및 실험 결과보다 over-predict된 것을 확인할 수 있다. 각 속도성분 성분의 RMS 값들은 Akselvoll and Moin[14]의 LES 결과와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

Table 1 Grid resolution

Re_τ	$N_r \times N_\theta \times N_z$	Δr_{min}^+	$R^+ \Delta \theta$	Δz^+
180	$64(r) \times 64(\theta) \times 64(z)$	0.054	17.67	28.12
395	$96(r) \times 128(\theta) \times 128(z)$	0.055	19.39	30.86
590	$128(r) \times 256(\theta) \times 256(z)$	0.047	14.48	23.04

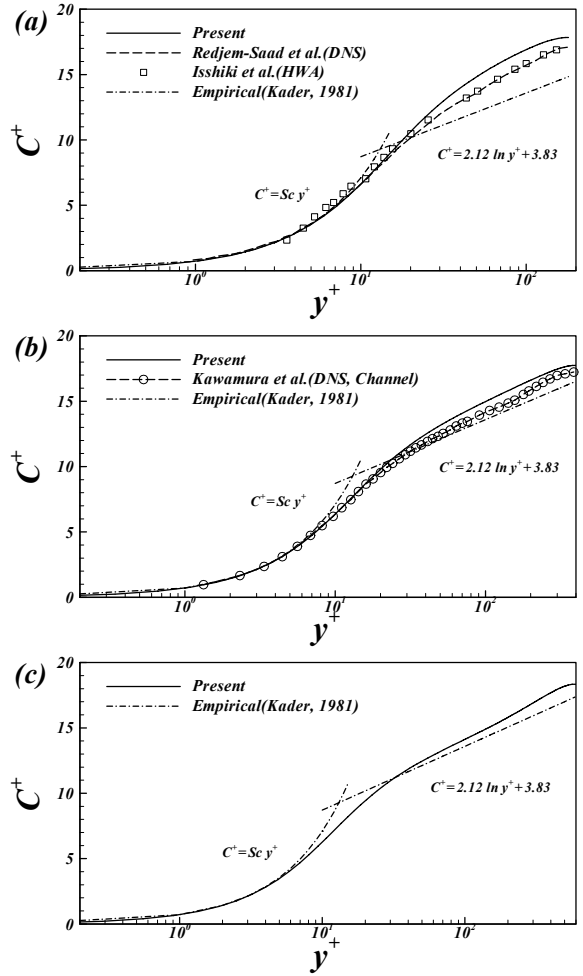


Fig. 4 Mean concentration profiles ; (a) $Re_\tau=180$, (b) $Re_\tau=395$, (c) $Re_\tau=590$

3. 결과

3.1 Mean concentration profiles

Fig. 4는 각 Re_τ 에 따른 평균 농도분포를 보여준다. 평균 농도성분(C^+)은 벽면에서의 농도(c_w)와 friction concentration (c_τ)로 무차원화 되었다($C^+ = \langle (c_w - \bar{c}) / c_\tau \rangle$). 여기서 $\langle \rangle$ 는 시간 및 homogeneous 방향으로의 공간 평균을 의미한다. 평균 농도분포는 diffusive sublayer($y^+ < 5$)에서 $C^+ = Sc y^+$ 로 선형적이며, 벽면으로부터 멀어짐($y^+ > 30$)에 따라 logarithmic 분포를 갖는다. Kader[17]는 실험으로부터 다음과 같은 관계를 보였다.

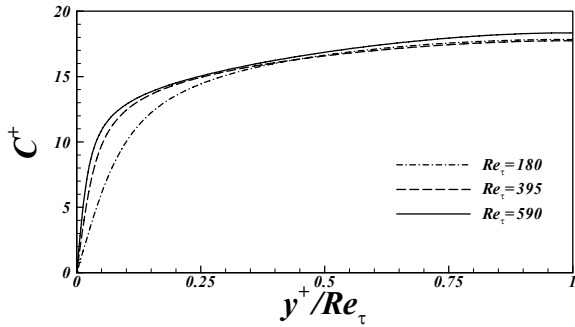


Fig. 5 Mean concentration profiles

$$C^+ = \alpha \ln y^+ + \beta(Sc) \tag{26}$$

$$\beta(Sc) = (3.85 Sc^{1/3} - 1.3)^2 + \alpha \ln Sc \tag{27}$$

여기서 $\alpha = 2.12$ 이며, $Sc = 0.71$ 인 경우 $\beta = 3.83$ 이다. Fig. 4에서 모든 Re_τ 에 대하여 diffusive sublayer에서 평균 농도분포는 선형적 분포를 보임을 확인할 수 있다. Fig. 4(a)에서 $Re_\tau = 180$ 인 경우 Redjem-Saad et al.[9]의 DNS 결과와 Isshiki et al.[18]의 실험결과를 보면 평균 농도분포가 logarithmic region에서 Kader[17]의 실험식보다 다소 높은 것을 확인할 수 있으며, 본 연구에서의 LES를 이용한 계산결과는 이보다 좀 더 over-predict 되었다. 이는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 격자해상도가 낮은 구역에서 축방향 평균 속도분포가 over-predict 되었기 때문이다. Fig. 4(b)에서 $Re_\tau = 395$ 인 경우에 대한 파이프 유동에서의 결과는 없기 때문에 Kawamura et al.[19]의 채널유동에서의 DNS 결과와 비교하여 나타내었다. 이 경우에도 Kader[17]의 실험식보다 over-predict 되었지만, $Re_\tau = 180$ 경우에서보다 그 차이가 줄어든 것을 알 수 있다. Fig. 4(c)에서 $Re_\tau = 590$ 인 경우에도 logarithmic region에서 계산된 평균 농도분포가 Kader[17]의 실험식보다 over-predict 되었지만, $Re_\tau = 180, 395$ 인 경우들 보다 그 차이가 더욱 줄어들었다. 위의 결과로부터 Re_τ 가 증가함에 따라 logarithmic region에서 평균 농도분포가 Kader[17]의 실험식에 근접함을 알 수 있다.

Fig. 5는 파이프내 위치에 따른 평균 농도분포를 보여준다. Re_τ 가 증가함에 따라 파이프의 벽면 근처에서의 평균 농도 분포의 경사도가 커지는 것을 확인할 수 있다.

3.2 RMS of concentration fluctuation

Fig. 6은 Re_τ 변화에 따른 농도섭동의 RMS 값을 보여준다. 여기서 $\langle \rangle$ 는 시간 및 homogeneous 방향으로의 공간 평균을 의미한다. Fig. 6(a)에서 농도섭동의 RMS 분포는 Fig. 3

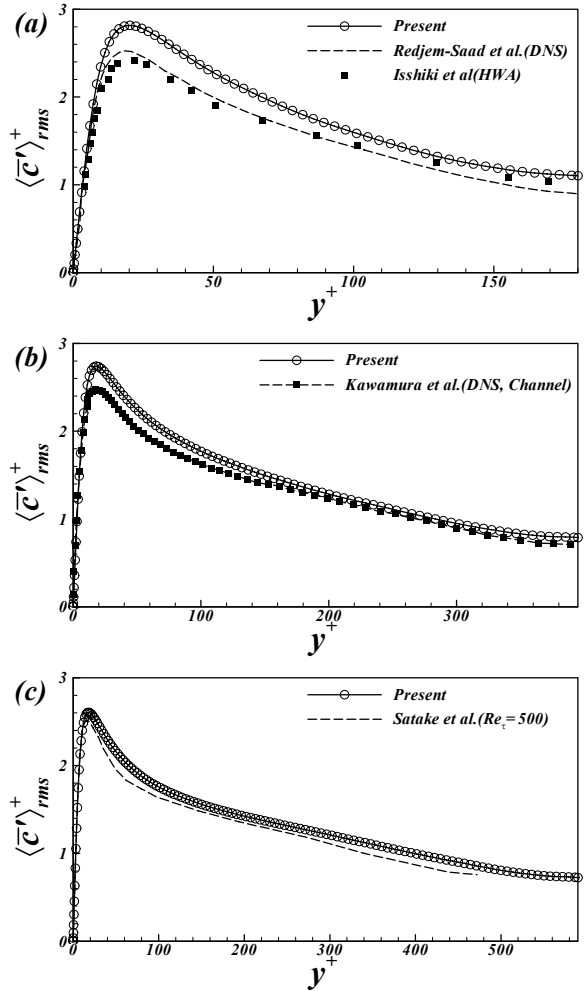


Fig. 6 Root-mean-square of concentration fluctuation ; (a) $Re_\tau = 180$, (b) $Re_\tau = 395$, (c) $Re_\tau = 590$

에서의 축방향 속도섭동의 RMS 분포와 동일하게 기존의 수치 및 실험결과보다 다소 over-predict 되었다. Fig. 6(b)에서 $Re_\tau = 395$ 인 경우 Kawamura et al.[19]의 채널유동에서의 DNS 결과보다 다소 over-predict 되었지만, $Re_\tau = 180$ 인 경우보다 그 차이가 다소 줄어들었다. Fig. 6(c)는 Satake et al.[8]의 $Re_\tau = 500$ 인 경우의 DNS 계산 결과와 비교하여 나타낸 것이다. 비록 Re_τ 는 차이가 있지만 농도섭동의 RMS 분포가 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 7은 본 연구에서 계산된 Re_τ 의 농도섭동의 RMS 분포를 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는바와 같이 Re_τ 의 변화와 관계없이 농도섭동의 RMS 값이 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 18$ 로 일정한 것을 확인할 수 있다.

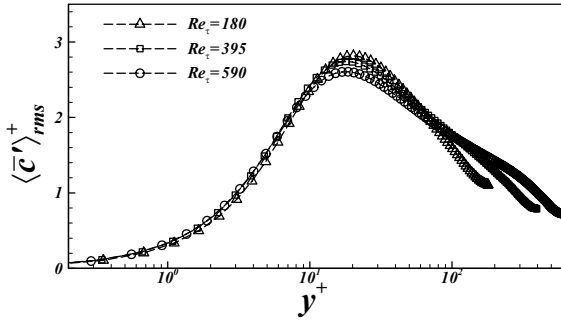


Fig. 7 Variation of the RMS of concentration fluctuation

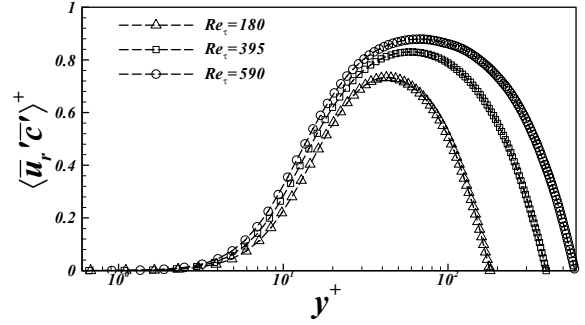


Fig. 9 Wall-normal turbulent mass flux

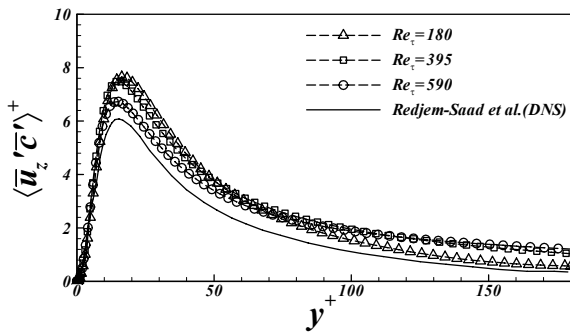


Fig. 8 Streamwise turbulent mass flux

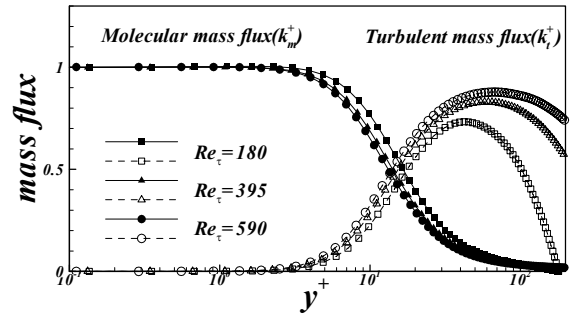


Fig. 10 Turbulent and molecular mass fluxes

3.3 Turbulent mass fluxes

Fig. 8은 Re_τ 변화에 따른 주유동방향으로의 turbulent mass flux를 보여준다. $Re_\tau=180$ 인 경우 Redjem-Saad et al.[9]의 DNS 결과보다 다소 over-predict 되었다. Re_τ 가 증가함에 따라 주유동 방향으로의 turbulent mass flux의 크기는 증가하였으며, 그 크기가 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 16$ 로 일정하였다. 이 위치는 축방향 속도섭동($y^+ \approx 14$)과 농도섭동($y^+ \approx 18$)이 최대가 되는 위치 사이이다.

Fig. 9는 Re_τ 변화에 따른 반경방향으로의 turbulent mass flux를 보여준다. $Re_\tau=180$ 인 경우 turbulent mass flux가 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 40$ 로 Redjem-Saad et al.[9]의 DNS 결과와 동일하다. Re_τ 가 증가함에 따라 turbulent mass flux의 크기는 증가하며, 그 크기가 최대가 되는 위치는 $Re_\tau=395$ 일 때 $y^+ \approx 60$, $Re_\tau=590$ 일 때 $y^+ \approx 70$ 로 증가한다.

Fig. 10은 Re_τ 변화에 따른 molecular mass flux(k_m^+)와 turbulent mass flux(k_t^+)를 나타낸 것이다. k_m^+ 와 k_t^+ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$k_m^+ = \frac{1}{Sc} \frac{dC^+}{dy^+}, \quad k_t^+ = \langle \bar{u}_r' \bar{c}' \rangle^+ \quad (28)$$

벽면 근처에서 molecular 확산이 지배적이며, 벽면으로 멀어짐에 따라 turbulent 확산이 지배적이다. 이때 k_m^+ 와 k_t^+ 의 교차점은 각각 $Re_\tau=180, 395, 590$ 일 때 $y^+ \approx 17.1, y^+ \approx 14.7, y^+ \approx 13.6$ 로 Re_τ 가 증가함에 따라 벽면으로 접근함을 알 수 있다.

3.4 Near-wall limiting behavior of fluctuations

벽면 근처에서 속도 및 농도섭동은 다음과 같이 wall-unit (y^+)의 항으로 표현된다[20].

$$\bar{u}_r'^+ = c_r y^{+2} + d_r y^{+3} + \dots \quad (29)$$

$$\bar{u}_\theta'^+ = b_\theta y^+ + c_\theta y^{+2} + \dots \quad (30)$$

$$\bar{u}_z'^+ = b_z y^+ + c_z y^{+2} + \dots \quad (31)$$

$$\bar{c}'^+ = Sc(b_c y^+ + c_c y^{+2} + \dots) \quad (32)$$

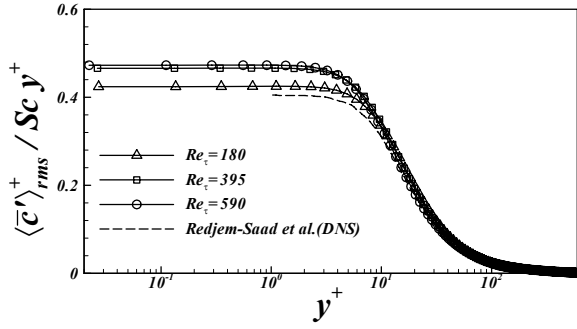


Fig. 11 Ratio of $\langle \bar{c}' \rangle_{rms}^+ / Sc y^+$

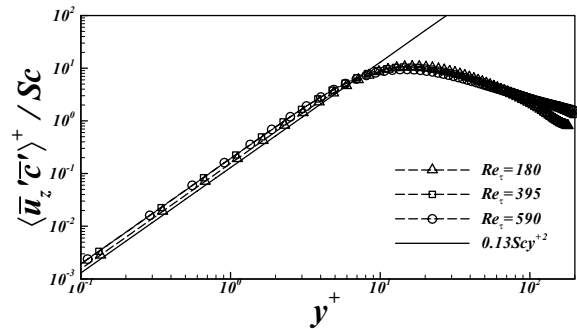


Fig. 12 Logarithmic plot of streamwise turbulent mass flux

이 관계식들로부터 turbulent mass fluxes는 다음과 같이 표현된다[20].

$$\langle \bar{u}_r' \bar{c}' \rangle^+ = Sc(\langle c_r b_c \rangle y^{+3} + \langle d_r b_c \rangle y^{+4} + \dots) \quad (33)$$

$$\langle \bar{u}_z' \bar{c}' \rangle^+ = Sc(\langle b_z b_c \rangle y^{+2} + \langle c_z b_c \rangle y^{+3} + \dots) \quad (34)$$

$$\langle \bar{c}' \bar{c}' \rangle^+ = Sc(\langle b_c b_c \rangle y^{+2} + \langle c_c c_c \rangle y^{+3} + \dots) \quad (35)$$

Fig. 11에서 벽면으로 근접함에 따라 농도섭동의 RMS 값은 $\langle \bar{c}' \rangle^+ \approx \langle b_c \rangle Sc y^+$ 로 근점함(asymptotic behaviour)을 확인할 수 있다. $Re_\tau=180$ 인 경우 $\langle b_c \rangle$ 의 근점 값(asymptotic value)은 약 0.42로 Redjem-Saad et al.[9]의 DNS 결과 ($\langle b_c \rangle \approx 0.4$ 와 약 5%의 차이를 보이며 다소 높게 계산되었다. 이는 Redjem-Saad et al.[9]의 계산에 비하여 낮은 격자해상도와 난류 모델의 영향으로 생각되어진다. Re_τ 가 증가함에 따라 $\langle b_c \rangle$ 의 근점 값은 $Re_\tau=395$ 일 때 약 0.46, $Re_\tau=590$ 일 때 약 0.47로 증가함을 확인할 수 있다. 또한 파이프의 중심부에서의 $\langle \bar{c}' \rangle_{rms}^+ / Sc y^+$ 의 값은 Re_τ 의 변화와 무관함을 알 수 있다.

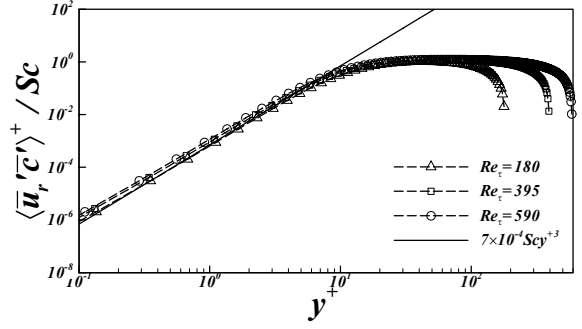


Fig. 13 Logarithmic plot of wall-normal turbulent mass flux

Fig. 12에서 벽면으로 근접함에 따라 주유동방향으로의 turbulent mass flux는 $\langle \bar{u}_z' \bar{c}' \rangle^+ / Sc \approx \langle b_z b_c \rangle y^{+2}$ 로 근점함을 확인할 수 있다. Kawamura et al.[20]은 채널 유동에서 $\langle b_z b_c \rangle \approx 0.12$ 로 근점함을 보였으며, 파이프 유동에서는 Redjem-Saad et al.[9]이 $\langle b_z b_c \rangle \approx 0.13$ 으로 근점함을 보였다. 본 연구의 LES 계산에서도 Redjem-Saad et al.[9]의 결과와 비교적 잘 일치함을 확인할 수 있으며, Re_τ 가 증가함에 따라 $\langle b_z b_c \rangle$ 의 근점 값은 증가함이 관찰된다.

Fig. 13에서 벽면으로 근접함에 따라 반경방향으로의 turbulent mass flux는 $\langle \bar{u}_r' \bar{c}' \rangle^+ / Sc \approx \langle c_r b_c \rangle y^{+3}$ 로 근점함을 확인할 수 있다. $Re_\tau=180$ 인 경우 $\langle c_r b_c \rangle$ 의 근점 값은 Kawamura et al.[20]의 채널 유동에서의 계산 결과($\langle c_r b_c \rangle \approx 7 \times 10^{-4}$)와 잘 일치함을 확인할 수 있으며, Re_τ 가 증가함에 따라 $\langle c_r b_c \rangle$ 의 근점 값은 증가함을 알 수 있다.

3.5 Cross-correlation coefficients

Fig. 14는 Re_τ 변화에 따른 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient를 보여준다. turbulent mass flux에 대한 cross-correlation coefficient는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho(\bar{u}_i' \bar{c}') = \frac{\langle \bar{u}_i' \bar{c}' \rangle}{\langle \bar{u}_i'^2 \rangle^{1/2} \langle \bar{c}'^2 \rangle^{1/2}} \quad (36)$$

본 연구에서와 같이 $Sc=0.71$ 인 경우 주유동방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient($\rho(\bar{u}_z' \bar{c}')$)이 반경방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient($\rho(\bar{u}_r' \bar{c}')$)보다 더 큰 것을 알 수 있다. 이는 농도 섭동은 반경방향 속도섭동(\bar{u}_r')보다 축방향 속도섭동(\bar{u}_z')과 더욱 상관관계가 높은 것을 의미한다. Fig. 14(a)에서 Re_τ

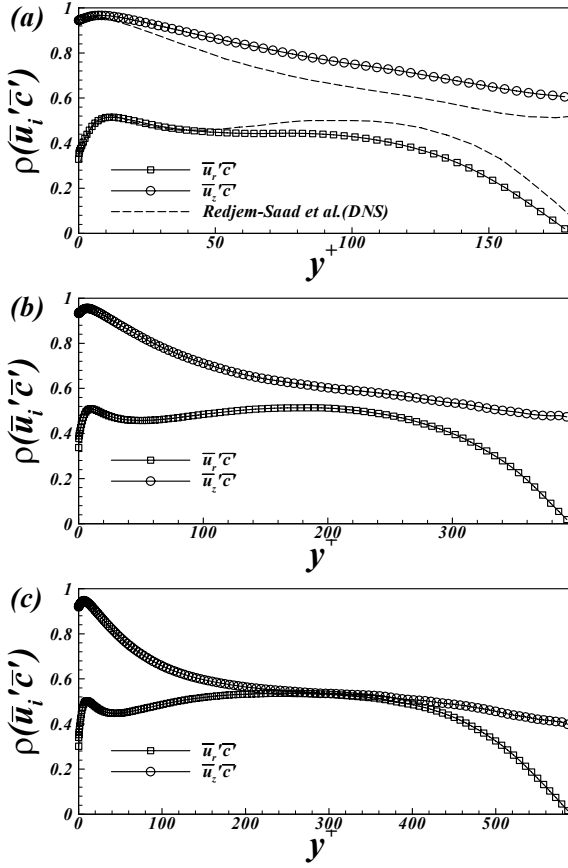


Fig. 14 Cross-correlation coefficients; (a) $Re_\tau=180$, (b) $Re_\tau=395$, (c) $Re_\tau=590$

=180인 경우 Redjem-Saad et al.[9]의 DNS 계산 결과와 비교하여 주유동방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient는 over-predict 되었으며, 반경방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient는 under-predict 되었다. Re_τ 가 증가함에 따라 logarithmic region에서의 $\rho(\overline{u_z'c'})$ 는 점차 작아지며, $\rho(\overline{u_r'c'})$ 는 점차 증가한다. Fig. 14(c)에서 $Re_\tau=590$ 인 경우 $y^+ \simeq 290$ 에서 두 cross-correlation coefficient가 거의 같아짐을 확인할 수 있다. 주유동방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient가 최대가 되는 위치와 크기는 $Re_\tau=180$ 일 때 $y^+ \simeq 8$ 에서 약 0.966, $Re_\tau=395$ 일 때 $y^+ \simeq 7$ 에서 약 0.955, $Re_\tau=590$ 일 때 $y^+ \simeq 6$ 에서 약 0.947이다. 반경방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient가 최대가 되는 위치와 크기는 $Re_\tau=180$ 일 때 $y^+ \simeq 11$ 에서 약 0.515, $Re_\tau=395$ 일 때 $y^+ \simeq 9.6$ 에서 약 0.509, $Re_\tau=590$ 일 때 $y^+ \simeq 9.3$ 에서 약 0.502이다. 모든 Re_τ

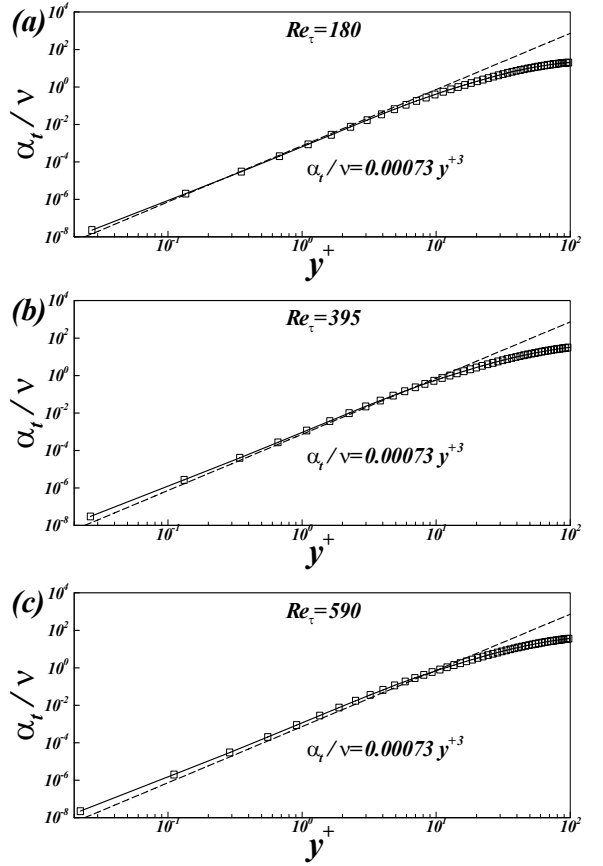


Fig. 15 Turbulent eddy-diffusivity

에 대해서 $\rho(\overline{u_z'c'})$ 의 최대 크기는 $\rho(\overline{u_r'c'})$ 의 최대 크기보다 약 두 배정도 큰 것을 알 수 있으며, $\rho(\overline{u_r'c'})$ 의 최대 위치가 $\rho(\overline{u_z'c'})$ 의 최대 위치보다 벽면으로부터 조금 더 멀리 위치하는 것을 확인할 수 있다.

3.6 Turbulent diffusivity

Fig. 15는 Re_τ 변화에 따른 turbulent diffusivity(α_t)의 변화를 보여준다. turbulent diffusivity(α_t)는 다음과 같이 정의된다.

$$\langle \overline{u_r'c'} \rangle = \alpha_t \frac{\partial C}{\partial r} \quad (37)$$

Na and Hanratty[21]는 채널 유동($Re_\tau=150$)에서 $Sc=1$ 인 경우에 대하여 near-wall region에서 turbulent diffusivity는 $\alpha_t/\nu = 0.00073y^+{}^3$ 의 limiting behaviour를 보임을 보였다. 본 연구에서 수행된 파이프 유동의 경우에도 모든 Re_τ 에 대해

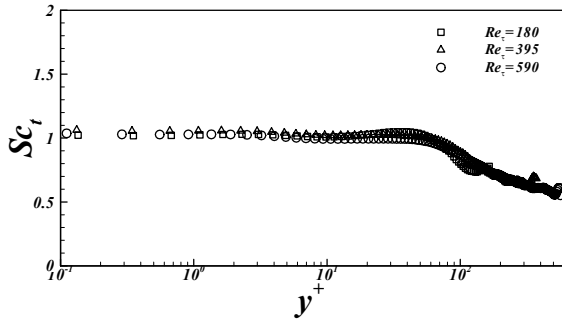


Fig. 16 Turbulent Schmidt number

서 Fig. 15(a)-(c)에서 보는 바와 같이 $\sim y^{+3}$ 의 limiting behaviour를 보임을 알 수 있다. 그리고 Re_τ 가 증가함에 따라 벽면 근처에서의 α_t/ν 의 근점 값(asymptotic value)은 다소 증가함을 확인할 수 있다.

3.7 Turbulent Schmidt number

Fig. 16은 Re_τ 변화에 따른 turbulent Schmidt number(Sc_t)를 보여준다. turbulent Schmidt number는 turbulent viscosity(ν_t)와 turbulent diffusivity(α_t)의 비로 표현된다.

$$Sc_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \tag{38}$$

$Sc = 0.71$ 인 경우에 대하여 Kim and Moin[22], Antonia and Kim[23], Kawamura et al.[20]은 채널 유동에서 $Re_\tau=180$ 인 경우 벽면 근처에서 $Sc_t \approx 1.0$ 로 수렴함을 보였으며, 파이프 유동에서도 Redjem-Saad et al.[9]와 Piller[24]에 의하여 벽면 근처에서 $Sc_t \approx 1.0$ 로 수렴됨을 보였다. 본 연구에서도 $Re_\tau = 180$ 인 경우에 벽면 근처에서 $Sc_t \approx 1.0$ 로 수렴하였으며, $Re_\tau=395, 590$ 인 경우에도 Sc_t 는 벽면 근처에서 약 1.0으로 수렴하였다. Sc_t 는 벽면으로부터 멀어져 파이프의 중심부로 향할수록($y^+ > 50$) 감소함을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 동아격자 모델이 적용된 LES를 이용하여 난류 파이프 유동에서 Re_τ 의 변화가 파이프 내 물질전달에 미치는 영향에 대한 수치해석적 연구를 수행하였다. LES를 이용하여 계산된 평균 농도분포는 기존의 연구결과들과 잘 일치하였으며, Re_τ 가 증가함에 따라 Kader[17]의 실험식에

근접하였으며, 벽면 근처에서의 평균농도의 변화량이 증가하였다. 농도섭동의 RMS가 최대가 되는 위치는 wall-unit으로는 $y^+ \approx 18$ 로 일정하였지만, 벽면으로 점차 근접함을 하였다. Re_τ 가 증가함에 따라 turbulent mass flux의 크기는 증가하였으며 주유동방향으로의 turbulent mass flux가 최대가 되는 위치는 $y^+ \approx 16$ 로 일정하였지만, 반경방향으로의 turbulent mass flux가 최대가 되는 y^+ 는 점차 증가하였다. 벽면으로 근접함에 따라 농도섭동은 $\sim y^+$ 로 근접함(asymptotic behaviour)을 보였으며 주유동방향으로의 turbulent mass flux는 $\sim y^{+2}$, 반경방향으로의 turbulent mass flux는 $\sim y^{+3}$ 로 근접함을 보였다. 그리고 Re_τ 가 증가함에 따라 각 근점 값(asymptotic value)은 증가하였다. 벽면 근처에서 주유동방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient($\rho(\overline{u_z'c'})$)의 최대 크기는 반경방향으로의 turbulent mass flux의 cross-correlation coefficient($\rho(\overline{u_r'c'})$)의 최대 크기보다 약 두 배정도 컸으며, Re_τ 가 증가함에 따라 logarithmic region에서의 $\rho(\overline{u_z'c'})$ 는 점차 작아지며, $\rho(\overline{u_r'c'})$ 는 점차 증가하였다. 이는 Re_τ 가 증가함에 따라 파이프의 중심부에서 농도섭동은 반경방향 속도섭동과의 상관관계가 점차 높아짐을 의미한다. 벽면 근처에서 turbulent diffusivity(α_t)는 y^{+3} 의 limiting behaviour를 보였으며, Re_τ 가 증가함에 따라 벽면 근처에서의 α_t/ν 의 근점 값(asymptotic value)은 다소 증가하였다. 그리고 모든 Re_τ 에서 벽면 근처에서 turbulent Schmidt number(Sc_t)는 약 1.0으로 수렴하였다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0008457).

참고문헌

[1] 1968, Mahato, B.K., Voora, S.K. and Shemilt, L.W., "Steel pipe corrosion under flow conditions- I. An isothermal correlation for a mass transfer model," *Corrosion Science*, Vol.8, pp.173-193.
 [2] 1982, Sydberger, T. and Lotz, U., "Relation between mass transfer and corrosion in a turbulent pipe flow," *J. Electrochem. Soc.*, Vol.129, No.2, pp.276-283.
 [3] 1986, Postlethwaite, J., Dobbin, M.H. and Bergevin, K.,

- "The role of oxygen mass transfer in the erosion-corrosion of slurry pipelines," *Corrosion*, Vol.42, No.9, pp.514-521.
- [4] 1967, Gowen, R.A. and Smith, J.W., "The effect of the Prandtl number on temperature profiles for heat transfer in turbulent pipe flow," *Chem. Eng. Sci.*, Vol.22, pp.1701-1711.
- [5] 1972, Kader, B.A. and Yaglom, A.M., "Heat and mass transfer laws for fully turbulent wall flows," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, pp.2329-2351.
- [6] 1977, Shaw, D.A. and Hanratty, T.J., "Turbulent mass transfer rates to a wall for large Schmidt numbers," *AIChE J.*, Vol.23(1), pp.28-37.
- [7] 1983, Campbell, J.A. and Hanratty, T.J., "Mechanism of turbulent mass transfer at a solid boundary," *AIChE J.*, Vol.29(2), pp.221-229.
- [8] 2000, Satake, S., Kunugi, T. and Himeno, R., "High Reynolds number computation for turbulent heat transfer in a pipe flow," *High Performance Computing, Lecture Notes in Computer Science*, Vol.1940, pp.514-523.
- [9] 2007, Redjem-Saad, L., Ould-Rouiss, M. and Lauriat, G., "Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in pipe flows: Effect of Prandtl number," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.28, pp.847-861.
- [10] 1991, Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H., "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model," *Phys. Fluids A*, Vol.3(7), pp.1760-1765.
- [11] 1991, Cabot, W.H. and Moin, P., "Large eddy simulation of scalar transport with the dynamic subgrid-scale model," *Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geophysical Flows*, ed. By B. Galperin, Cambridge University Press.
- [12] 1995, Akselvoll, K. and Moin, P., "Large eddy simulation of turbulent confined coannular jets and turbulent flow over a backward facing step," *Technical Report TF-63*, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- [13] 1992, Lilly, D.K., "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method," *Phys. Fluids A*, Vol.4(3), pp.633-635.
- [14] 1996, Akselvoll, K. and Moin, P., "An efficient method for temporal integration of the Navier-Stokes equation in confined axisymmetric geometries," *J. Comput. Phys.* Vol.125, pp.454-463.
- [15] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.* Vol.59, pp.308-323.
- [16] 1994, Eggels, J.G.M., Unger, F., Weiss, M.H., Westerweel, J., Adrian, R.J., Friedrich, R. and Nieuwstadt, F.T.M., "Fully developed turbulent pipe flow : a comparison between direct numerical simulation and experiment," *J. Fluid Mech.*, Vol.268, pp.175-209.
- [17] 1981, Kader, B.A., "Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.24(9), pp.1541-1544.
- [18] 1993, Isshiki, S., Obata, T., Kasagi, N. and Hirata, M., "An experimental study on heat transfer in a pulsating pipe flow(1st report, time-averaged turbulent characteristics)," *Bulletin JSME*, Vol.59, pp.2245-2251.
- [19] 1999, Kawamura, H., Abe, H. and Matsuo, Y., "DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.20, pp.196-207.
- [20] 1998, Kawamura, H., Ohsaka, K., Abe, H. and Yamamoto, K., "DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.19, pp.482-491.
- [21] 2000, Na, Y. and Hanratty, T.J., "Limiting behavior of turbulent scalar transport close to a wall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.43, pp.1749-1758.
- [22] 1989, Kim, J. and Moin, P., "Transport of passive scalars in a turbulent channel flow," *Turbulent shear flows 6*, pp.35-96, Springer, Berlin.
- [23] 1991, Antonia, R.A. and Kim, J., "Turbulent Prandtl number in the near-wall region of a turbulent channel flow," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.34(7), pp.1905-1908.
- [24] 2005, Piller, M., "Direct numerical simulation of turbulent forced convection in a pipe," *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol.49, pp.583-602.